# ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA VÝKONOVÉ ELEKTRONIKY A STROJŮ

# DISERTAČNÍ PRÁCE

# Vlivy konstrukčního provedení na oteplení vysokorychlostního stroje s permanentními magnety

Plzeň 2021

Ing. Lukáš Veg

#### Anotace

Předložená disertační práce je zaměřena na téma vlivu konstrukčního provedení na oteplení a vlastnosti synchronních strojů s permanentními magnety. V jednotlivých kapitolách je představen současný stav tepelných výpočtů eklektických strojů, provedeny ukázky řešení a metod na konkrétním stroji. Dále jsou popsány vlivy různých konstrukčních uspořádání, vlivy zvolené technologie a diskutovány jejich dopady na celkový tepelný model stroje. Větší část práce je věnována řešení nové koncepce vysokootáčkového trakčního stroje, kde jsou modelovány a přizpůsobovány tvary chladících žeber pro dosažení nejlepšího možného odvodu tepla ze stroje.

#### Klíčová slova

Konstrukční provedení, synchronní stroje s permanentními magnety, elektromagnetický návrh, problematika návrhu točivých strojů, teplené obvody, ekvivalentní vodivost, součinitel přestupu tepla, metoda konečných prvků, metoda konečných objemů.

#### Abstract

This doctoral thesis is focused on the impact of machine design on warming and features of synchronous machines with permanent magnets. The chapters present the current state of the art of the thermal calculations of electric machines, examples of solutions based on the selected methods. The effects of various structural arrangements, the effects of the selected technology are described and their effects on the overall thermal model of the machine are discussed. Most of the work is focused on design and simulation of the new concept of highspeed motor housing, where are the shapes of the cooling ribs modeled and adapted to achieve the best possible heat dissipation of the machine.

#### Key words

Design of the electrical machine, synchronous machines with permanent magnets, electromagnetic design, design of rotating machines, heat circuits, equivalent conductivity, heat transfer coefficient, finite element method, computational fluid dynamics.

# Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě disertační práci, zpracovanou v rámci doktorského studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení, je legální.

V Plzni dne 28.5.2021

.....

Lukáš Veg

# Poděkování

Tímto bych velice rád poděkoval doc. Ing. Bohumilu Skalovi, Ph.D. a především školiteli specialistovi doc. Ing. Romanovi Pechánkovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, vstřícnost, upřímnost, připomínky a metodické vedení práce. Dále bych rád poděkoval své rodině, přítelkyni, přátelům a kolegům za podporu při studiu a v soukromém životě.

Disertační práce vznikla s podporou projektu SGS-2018-009 a díky finanční podpoře MPO v rámci projektu č. FV10310 "Nová generace pohonné jednotky pro kolejová vozidla".

# Seznam symbolů a zkratek

# Obecné symboly

а	zrychlení	m.s⁻²
а	počet paralelních větví	_
В	magnetická indukce/vektor magnetické indukce	Т
b	šířka	m
С	konstanty (materiál, druh proudění, integrační konstanty atd.)	_
С	měrná tepelná kapacita	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Cf	koeficient tření	-
D	průměr	m
f	frekvence	Hz
F	síla	Ν
G	tepelná vodivost R <sup>-1</sup>	W.K <sup>-1</sup>
G	matice tepelných vodivostí	W.K <sup>-1</sup>
h	výška	m
Ι	elektrický proud	А
i, j, n	označení pořadí, počet	_
j	počet vodičů vedle sebe	-
К	koeficient ztrát	_
k	korekční koeficient	-
l, L	délka, charakteristický rozměr	m
т	počet fází	-
Ν	počet závitů	-
n	otáčky	ot.min <sup>-1</sup>
р	tlak	N.m <sup>-2</sup>
Ρ	tepelný výkon	W
Q	teplený výkon / prostupující tepelný výkon / vyzářený výkon	W
q	tepelný tok	W
Q	počet drážek	_
R	tepelný odpor	K.W <sup>-1</sup>
R	elektrický odpor	Ω

R	poloměr	m
5	plocha	m²
Т	teplota	°C
T <sub>amb,</sub> T <sub>okolí</sub>	teplota okolního prostředí	°C
U	elektrické napětí	V
u, v, w	rychlost pohybu	m.s⁻¹
V	počet vodičů v drážce	_
V	objem	m³
x, y, z	osy	_
<i>к</i> — <i>Е</i>	k – epsilon – model turbulence	_
⊿₽	sloupcový vektor ztrát	W
ΔP	ztráty	W
ΔΤ	sloupcový vektor teplot	°C
ΔT	oteplení / rozdíl teplot	°C
δ	výška mezní vrstvy	m
δ	výška vzduchové mezery	m
η	účinnost	_
ω	úhlová rychlost otáčení	rad.s <sup>-1</sup>

# Materiálové parametry

С	měrná tepelná kapacita	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
k	koeficient ztrátového čísla plechů	-
т	hmotnost	kg
тсс	prostupový koeficient	W.m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>
α	součinitel přestupu tepla	W.m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>
$lpha_{R}$	součinitel tepelná závislosti odporu	K-1
β	součinitel roztažnosti tekutin	K-1
ε	součinitel emisivity (0,3 – 0,8) / efektivita žebra	-
γ	měrná elektrická vodivost	S.m <sup>-1</sup>
η	dynamická viskozita kapaliny	N.s.m <sup>-2</sup>
λ	měrná tepelná vodivost	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>

μ	činitel tření	-
$\mu_{ m r}$	relativní permeabilita	-
$\mu_0$	permeabilita vakua	H.m <sup>-1</sup>
V	kinematická viskozita	m <sup>2.</sup> s <sup>-1</sup>
ρ	měrná rezistivita	Ωm
ρ	měrná hmotnost	kg.m <sup>-3</sup>
$\sigma$	normálové napětí	N.m <sup>-2</sup>
$\sigma$	Stefan-Boltzmanova konstanta 5,67×10 <sup>-8</sup>	W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-4</sup>
τ	smykové napětí	N.m <sup>-2</sup>

## Obecné zkratky

CFD	Computational fluid dynamic - počítačová mechanika tekutin
DE	vyvedený konec hřídele pohánějící zátěž– Drive End
Gr	Grashofovo číslo
МКР	metoda konečných prvků
MPO	Ministerstvo průmyslu a obchodu
Nu	Nusseltovo číslo
NDE	nevyvedený konec hřídele – Non Drive End
PM	permanentní magnet
Pr	Prandtovo číslo
PWM	pulzně šířková modulace
Re	Reynoldsovo číslo
Та	Taylorovo číslo

# OBSAH

1	ÚVOD		1
2	PŘEHLED SOL	JČASNÉHO STAVU TEPELNÝCH VÝPOČTŮ V EL. STROJÍCH	2
	2.1 ZÁKLAD	DY ŘEŠENÍ TEPELNÝCH MODELŮ	3
3	CÍLE DISERTA	ČNÍ PRÁCE	5
4	ZÁKLADY TEP	ELNÝCH VÝPOČTŮ ELEKTRICKÝCH STROJŮ	6
	4.1 Druhy	CHLAZENÍ ELEKTRICKÝCH STROJŮ TOČIVÝCH	6
	4.1.1	Chlazení vzduchem případně obecně plynem	7
	4.1.2	Chlazení kapalinami	9
	4.1.3	Další způsoby chlazení	9
	4.2 Ztráty	V SYNCHRONNÍCH STROJÍCH S PERMANENTNÍMI MAGNETY	10
	4.2.1	Joulovy ztráty ve statorovém vinutí	11
	4.2.2	Ztráty v železe	12
	4.2.3	Ztráty v permanentních magnetech	13
	4.2.4	Ztráty mechanické	14
	4.2.5	Dodatečné ztráty	14
	4.3 TEORIE	ŠÍŘENÍ TEPLA – OBECNÉ POZNATKY	14
	4.3.1	Sdílení tepla kondukcí	16
	4.3.2	Sdílení tepla konvekcí	16
	4.3.3	Sdílení tepla radiací	19
5	METODY ŘEŠ	ENÍ TEPELNÝCH MODELŮ PMSM A JEJICH APLIKACE	19
	5.1 ANALY	FICKÝ ZPŮSOB ŘEŠENÍ TEPELNÉHO MODELU STROJE	20
	5.1.1	Odvození základních rovnic pro řešení ustáleného stavu	20
	5.1.2	Tepelný odpor vedením v elementu se vznikem ztrát	24
	5.1.3	Aplikace LPTN na vysokootáčkový stroj s permanentními magnety	28
	5.2 Numer	RICKÝ ZPŮSOB ŘEŠENÍ TEPELNÉHO MODELU STROJE <b>– MKP</b>	33
	5.2.1	Aplikace MKP analýzy na vysokootáčkový stroj s PM	34
	5.2.2	Výsledky MKP analýzy vysokootáčkového stroje s PM	37
	5.3 Zpětný	Ź VÝPOČET PARAMETRŮ POMOCÍ MĚŘENÍ	40
	5.3.1	Popis experimentu	40

	5.3.2	Naměřené hodnoty	43
	5.3.3	Vyhodnocení dat	43
6	VLIV AXIÁLNÍ	Í VODIVOSTI STATOROVÉHO PAKETU NA TEPELNÝ MODEL STROJE	46
	6.1 MATER	MATICKÝ POPIS PROBLÉMU A NASTAVENÍ SIMULACE	46
	6.2 INTERP	RETACE VÝSLEDKŮ; VYHODNOCENÍ	49
	6.3 Dílčí z	ÁVĚRY	51
7		IOVÉ VRSTVY MEZI STATOREM A KOSTROU	53
	7.1 DEFINO	OVÁNÍ PROBLÉMU	53
	7.2 Nasta	VENÍ MODELU, POPIS ŘEŠENÍ	54
	7.3 Dílčí z	ÁVĚRY	57
8	VLIV TVARU,	VELIKOSTI A MATERIÁLU KOSTRY NA OTEPLENÍ STROJE	58
	8.1 MOTIV	ACE, DEFINOVÁNÍ ŘEŠENÉHO PROBLÉMU	58
	8.1.1	Popis postupu při řešení problému – schéma vývojového diagramu.	60
	8.1.2	Matematický popis – náhradní tepelná síť	61
	8.2 Původ	DNÍ TVAR CHLADÍCÍHO POVRCHU KOSTRY	63
	8.2.1	Výpočet efektivity chladícího žebra	66
	8.3 Mode	lování proudění tekutin – metoda konečných objemů – CFD	71
	8.3.1	Různé tvary a provedení nových chladících žeber	71
	8.3.2	Odvození pohybové Navier-Stokesovy rovnice	73
	8.3.3	Odvození součinitele přestupu tepla	76
	8.3.4	Nastavení simulací a referenčních hodnot CFD v ustáleném stavu	79
	8.3.5	Výsledky simulací proudění	80
	8.4 Použii	TÍ VYTIPOVANÝCH TVARŮ CHLADÍCÍCH ŽEBER A SIMULACE KOSTRY	82
	8.5 ZPRAC	OVÁNÍ VÝSLEDKŮ CFD SIMULACÍ	84
	8.5.1	Původní stav	85
	8.5.2	Výsledky vybraných typů žebrování	86
	8.5.3	Porovnání dosažených výsledků – oteplení bočních žeber	88
	8.5.4	Dílčí závěry srovnání	90
	8.5.5	Grafické výsledky výpočtu upravené kostry	91
	8.5.6	Určení tvaru povrchových žeber na vrchu kostry motoru	94
	8.6 Experi	MENTÁLNÍ MĚŘENÍ NOVĚ NAVRŽENÉ KOSTRY	96

	8.7 Použití naměřených hodnot v tepelném modelu101				
8.8 Zpětné dosazení do analytického modelu10					
	8.8.1	Vyhodnocení a porovnání zpětného analytického a MKP modelu	105		
	8.9 Měřen	NÍ PROTOTYPU DRUHÉ GENERACE MOTORU	106		
	8.10 Mě	ŘENÍ PŘESTUPU TEPLA PŘIROZENÉ KONVEKCE	108		
	8.10.1	Analytický způsob výpočtu součinitele přestupu tepla	109		
	8.10.2	Parametrický způsob výpočtu součinitele pomocí MKP	110		
9 ZÁVĚR A SHRNUTÍ					
VLASTNÍ PŘÍNOS PRÁCE 114					
VLASTNÍ PŘÍNOS PRO VĚDU A PRAXI114					
SMĚRY DALŠÍHO ZKOUMÁNÍ 115					
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ116					
SEZNAM AUTOROVO PUBLIKACÍ120					
SEZNAM AUTOROVO FUNKČNÍCH VZORKŮ A PROTOTYPŮ123					
PŘ	PŘÍLOHY 124				

# 1 Úvod

Tepelné výpočty elektrických strojů jsou důležitou součástí každého komplexního návrhu elektrického stroje. V dnešní době jsou již poměrně přesně zvládnuty metody a postupy při elektromagnetickém výpočtu. V tepelných výpočtech ovšem stále existují oblasti pro vylepšování různých částí postupů a metod. Stále je zavedena řada empirických výpočtů a odhadů, které jsou založeny na pozorování a zkoušení strojů předešlých návrhů a ověřování pomocí tepelných zkoušek [1], [2].

V práci je detailněji zkoumán vliv jednotlivých konstrukčních řešení a úprav na tepelné chování stroje a výstupem je ucelený seznam poznatků vlivů konstrukčního provedení na oteplení a vlastnosti vysokorychlostních strojů s permanentními magnety.

V rámci zvoleného téma je hlavní část práce soustředěna na synchronní stroje s permanentními magnety konstruované na vysoké otáčky. Vysokootáčkové stroje lze definovat dle dostupné literatury pomocí indexu HS-indexu [3], což je index, který násobí výkon stroje se jmenovitými otáčkami a pomocí něho lze vysokootáčkové stroje porovnávat. Existují zdroje [4]-[7], které hovoří o vysokorychlostních strojích při vyšších otáčkách jak 10 000 ot.min<sup>-1</sup> a dále berou v úvahu obvodovou rychlost rotoru. Hlavní část práce je zaměřena na úpravu kostry vysokootáčkového elektrického stroje použitelného pro trakční pohon v městské kolejové dopravě. Dále pak na nastavení tepelného modelu tohoto vyvíjeného stroje pro další zlepšení jeho výkonového využití.

Jako pohon se v tramvajové elektrické trakci v současnosti využívají spíše nízko a středně otáčkové stroje s maximálními otáčkami kolem 6 000 ot.min<sup>-1</sup>, přičemž naprostá většina současných pohonů je realizována za pomoci asynchronních strojů [8], [9]. V případě synchronních strojů s permanentními magnety jde často o koncept nízko otáčkových strojů přímo pohánějících nápravu, případně kolo dopravního prostředku. Typickým příkladem tohoto řešení může být trakční motor, používaný pro pohon tramvaje ŠKODA 15T [8], [9].

Použití vysokootáčkových strojů vede ke značné úspoře prostoru a hmotnosti motoru. Této přednosti je v současné době využito u několika prototypů elektrických a hybridních dopravních vozidel různých výrobců [10], [11]. Otáčky uvedených strojů značně přesahují 10 000 ot.min<sup>-1</sup>. V porovnání s trakčními aplikacemi je však produkovaný výkon strojů nižší. Při použití permanentních magnetů a sinusového napájení dochází ke zvýšení účinnosti a zmenšení velikosti a objemu stroje; v určitých aplikacích je rotor tvořen pouze hřídelí s

 $\sim 1 \sim$ 

připevněnými permanentními magnety a sklotextitovou bandáží, která slouží k zajištění odstředivých sil. Použití synchronních strojů s permanentními magnety v současné době pokrývá velmi široký rozsah výkonů i otáček. Stroje vysokých výkonů (řádově stovky kilowatt) se aktuálně používají převážně v nízko a středně otáčkovém spektru a pokrývají nejrůznější aplikace [11], [12]. Nevýhodou těchto strojů je vyšší hmotnost, nežli v případě strojů vysokootáčkových (desítky až stovky tisíc otáček za minutu). V jejich případě se naproti tomu v současnosti používají spíše nižší a střední výkony (do řádově desítek kilowatt) vyhovující konkrétní aplikaci – kompresory, pumpy, setrvačníky, pohon hybridních a elektrických vozidel a dalších [2]-[5].

# 2 Přehled současného stavu tepelných výpočtů v el. strojích

Tepelné výpočty jsou nyní nedílnou součástí každého návrhu elektrického stroje. Z oblasti chlazení a ventilace elektrických strojů se v poslední době vyvinul samostatný obor, který jde ruku v ruce s konstrukcí elektrických strojů. V dnešní době je možno používat pro vyhodnocování tepelného chování analytické, experimentální a numerické metody. Ventilační a tepelné výpočty svým rozsahem kombinují především oblasti hydrodynamiky a termomechaniky. Z pohledu konstruktéra elektrických strojů není možné elektromechanický návrh nekontrolovat po tepelné stránce, protože značně ovlivňuje hlavní konstrukční části, a to jak aktivní, tak pasivní.

Tepelnými výpočty se zabývá celá řada publikací. V práci je čerpáno z [13]-[15] a dalších, pro podklady obecných tepelných výpočtů. Uvedené zdroje využívají analogie mezi tepelným a elektrickým polem pro sestavení náhradní tepelné sítě. Napěťové úbytky jsou pak ekvivalentní pro tepelné spády na definovaných tepelných odporech. Metoda náhradního tepelného obvodu je používána v jednorozměrných, dvourozměrných i trojrozměrných soustavách. Analogie elektrického a tepelného pole je uvedena v Tabulka I. Této podobnosti využívá i řada zahraniční literatury [16]-[18]. Při analytickém výpočtu je stroj rozdělen na menší části (homogenní tělesa) [15], [19], [20], [21]. Dalším dělením na menší segmenty roste přesnost výpočtu, ale zvyšuje se počet analyzovaných uzlů a tím narůstá složitost řešení.

Tepelné pole	Značka	Jednotka	Elektrické pole	Značka	Jednotka
Tepelný tok	Q	W	Elektrický proud	Ι	А
Hustota tepelného			Hustota elektrického		
toku	q	$W.m^{-2}$	proudu	J	$A. m^{-2}$
Teplota	Т	К	Elektrický potenciál	φ	V
Teplotní spád	$\Delta T$	К	Elektrické napětí	U	V
Tepelná měrná			Měrná elektrická		
vodivost	λ	$W. m^{-1} K^{-1}$	vodivost	σ	$S. m^{-1}$
Tepelný odpor	$R_{\mathrm{T}}$	K. W <sup>-1</sup>	Elektrický odpor	R	Ω
Tepelná vodivost	G <sub>T</sub>	$W. K^{-1}$	Elektrická vodivost	G	S
Tepelná kapacita	$C_{\mathrm{T}}$	J. K <sup>-1</sup>	Kapacita	С	F

Tabulka I Podol	onost elektrických a	a tepelných	obvodů
-----------------	----------------------	-------------	--------

Kompromisem je proto volit dostatečnou přesnost a řešitelnost středního oteplení jednotlivých částí elektrického stroje. Lze psát, že pro každý prvek sítě pak platí

$$T_1 - T_2 = \Delta T_{12} = Q_{12} \cdot R_{12}, \tag{2.1}$$

kde  $T_1$  je střední oteplení části 1 [K],  $T_2$  je střední oteplení části 2 [K],  $R_{12}$  je tepelný odpor mezi částmi 1 a 2 [K. W<sup>-1</sup>] a  $\Delta T_{12}$  je tepelný spád na odporu  $R_{12}$  [K].

V případě symetrického stroje lze této symetrie využít a počítat tepelný model jen na polovině stroje, resp. na jeho čtvrtině. Je zde též možnost sestavit tepelných výpočet na pouhé drážkové rozteči [11], [23].

# 2.1 Základy řešení tepelných modelů

Moderní přístup k řešení problematiky tepelných výpočtů lze dělit do dvou kategorií, a to na analytické metody a řešení pomocí metody konečných prvků [10], [21] a [22].

V analytických metodách se uplatňuje připodobnění tepelných schémat k elektrickým obvodům. Hojně využívaná je metoda náhradní tepelné sítě<sup>1</sup>, která umožňuje dopředu určit teploty jednotlivých klíčových komponent stroje [24], [25]. Mezi hlavní přednosti metody patří krátký výpočetní čas [18], [24]. Nevýhodou metody je využívání empirických vztahů, které do výpočtu mohou při nesprávném užití zanést značnou chybu [20]. Nutno podotknout, že lze nalézt i nově vznikající práce kombinující analytickou metodu s lokální konečně prvkovou analýzou. Tepelný model řešený analytickou metodou je pak uveden v [1], [16], [20], [28], [29],

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Anglicky zkratka LPTN – lumped parameter thermal network

[30] a [31]. První studií, která se zabývala tepelným návrhem uzavřeného stroje (TEFC), je [20]. Autor zde uvádí plný LPTN model provedený kvůli zvýšení přesnosti v radiálním i axiálním směru. Validace je autorem provedena na dvou strojích o výkonech 75kW a 5,5kW. V roce 2003 Boglietti [16] provedl úpravy tepelného modelu validovaného měřením 4kW stroje a redukoval složitost tepelného modelu při úspoře výpočetního času. Autor dále určuje klíčové parametry tepelného modelu.

Jedním z prvních, kdo studoval tepelné návrhy a analýzu synchronních strojů s permanentními magnety, byl Lindstrom v roce 1999 [29]. Vyvinul LPTN pro stroj s povrchově montovanými permanentními magnety pro analýzu tepelného chování stroje během ustáleného a transientního stavu. Jeho práce neobsahovala žádné modelování proudění a vyzařování z povrchu stroje. Tyto přenosy autor řeší přímým připojením uzlu k definovanému okolí. V [30] a [31] autoři dále rozvíjejí Lindstromův model a řeší nové metody pro modelování tepelného přenosu ze statorové drážky stroje.

Numerické metody pro tepelné analýzy se dělí do dvou hlavních skupin, a to na metody konečných prvků (MKP<sup>2</sup>) a metody konečných objemů<sup>3</sup>. Obě zmíněné metody jsou aplikovány v [24]. Výhodou těchto metod je možnost řešit jakýkoliv tvar a geometrii. Metoda konečných prvků se více hodí pro modelování šíření tepla vedením, naopak metoda konečných objemů je nejpřesnější pro určení podmínek na rozhraní dvou prostředí a vyčíslení součinitele přestupu tepla. Nevýhodou je značná výpočetní náročnost a doba potřebná pro řešení [47], [48] a [49].

Mnoho dalších publikací používá výše zmíněné přístupy pro řešení tepelných obvodů elektrických strojů. Jiné je kombinují, či vylepšují jednotlivé části pro redukci nevýhod (nepřesnost, časová náročnost) [6], [7], [24] a [38].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Anglicky zkratka FEA– finite element analysis

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Anglicky zkratka CFD – computational fluid dynamics

# 3 Cíle disertační práce

Cílem disertační práce je vytvořit ucelený soubor poznatků konstrukčního provedení elektrického stroje a jeho vlivu na oteplení synchronního stroje. V práci je zkoumán a popsán vliv jednotlivých konstrukčních a technologických úprav na celkový tepelný model vysokootáčkového synchronního stroje s permanentními magnety. Cíle disertační práce je možno rozdělit do následujících bodů, které reprezentují i dále řešené problémy rozdělené do jednotlivých kapitol:

- V rámci problematiky tepelných modelů je popsán současný stav možností řešení těchto modelů a uvedeny současné možnosti chlazení elektrických strojů točivých.
- Metody řešení tepelných modelů PMSM a jejich aplikace; zde jsou uvedeny tři podkapitoly zabývající se postupně analytickou metodou pomocí metody náhradní tepelné sítě, metodou konečných prvků a také určování důležitých koeficientů (zejména ekvivalentní tepelné vodivosti) dle měření. V této kapitole jsou uvedené také matematické podklady potřebné k řešení tepelných modelů. Kapitola je doplněna tepelnými modely stejného vysokootáčkového stroje a následným porovnáním výsledků obou přístupů.
- Vliv axiální vodivosti statorového paketu na tepelný model stroje; v této kapitole je simulačně hodnocen vliv nastavení modelu, kdy je variováno s velikostí tepelné vodivosti v axiálním směru statorového svazku bez radiálních chladících kanálů.
- Kapitola s názvem vliv vzduchové vrstvy mezi statorem a kostrou na tepelný model se věnuje problematice odlehnutí těla statoru od chladící kostry v závislosti na zvolené technologii nasunutí statorového svazku do kostry a na volbě materiálu chladicí kostry stroje.
- Vliv tvaru, velikosti a materiálu kostry na oteplení stroje; v této nejobsáhlejší části práce je navrhnuta nová pasivně chlazená kostra vysokootáčkového stroje s permanentními magnety. Provedený výzkum je zaměřen na úpravu tvaru chladících žeber. Tento postup je matematicky podložen výpočtem efektivity chladicích žeber a dále simulačně řešen pro zjištění nejvhodnějších tvarů žebrování pro umístění stroje na podvozku tramvaje s předpokladem pasivního chlazení. V závěru kapitoly je provedeno vyhodnocení a měření nově navrženého prototypu kompaktní jednotky s právě modelovaným strojem, který je osazen hliníkovou chladicí kostrou s vytipovaným tvarem žebrování.

# 4 Základy tepelných výpočtů elektrických strojů

Pro komplexní představení problematiky tepelných výpočtů je vhodné uvést krátký přehled o možnostech a druzích chlazení, které jsou známy a používány. V další kapitole je uveden krátký přehled ztrát v synchronním stroji, tyto ztráty jsou při tvoření modelu důležité, neboť mají různé tepelné příspěvky pro ohřívající se elektrický stroj. V poslední kapitole je pak uveden popis jednotlivých druhů šíření a přenosu tepla.

# 4.1 Druhy chlazení elektrických strojů točivých

Možnosti chlazení elektrických strojů je možné rozdělit dle několika hledisek. Na základě literatur [13], [14], [15], [55] lze dělit chlazení na aktivní a pasivní:

# Aktivní chlazení

Vznikající teplo je ze stroje odváděno nucenou konvekcí, kdy je potřeba akčního členu, který vytváří proudění chladiva ve stroji (ventilátor, čerpadlo). Výhodou je možnost odvádět vyšší ztrátový výkon a tím dosahovat vyšší účinnosti chlazení, proto se tento způsob používá u strojů s vyššími výkony. Nevýhodou je naopak potřeba další energie pro zajištění tohoto chlazení (mechanická, elektrická) a také vzrůstající hluk. Dle druhu chladícího média je možné dále dělit na chlazení plynem (vzduchem) nebo kapalinou.

# Pasivní chlazení

Produkované teplo je ze stoje odváděno pouze přirozenou radiací a konvekcí. Výhodou je jednoznačně jednoduchost, kdy ve stroji není potřeba žádného dalšího prvku pro zajištění proudění. Není spotřebovávána další energie pro zajištění chlazení. Naproti tomu není možno odvádět ze stroje takové objemy tepla jako u aktivního chlazení, a tak se tedy tento způsob chlazení hodí spíše pro méně výkonné stroje s nižším poměrem výkonu k velikosti.

# Ostatní možnosti chlazení

Tyto způsoby nebývají běžné, ale je dobré je pro úplnost zmínit. Mezi tyto druhy patří chlazení pomocí tepelných trubic, chlazení odpařováním, či varem kapaliny ať už uvnitř nebo vně stroje. Často bývá obtížné jednoznačně určit, zda se jedná o pasivní či aktivní chlazení.

#### 4.1.1 Chlazení vzduchem případně obecně plynem

Přeměna elektrických ztrát na tepelné způsobuje oteplování zdrojů ztrát a jejich okolí ve stroji. Hlavním účelem ventilace je odvod tohoto ztrátového tepla pryč tak, aby kritická místa stroje (izolace, magnety, ložiska, obecně hlavní části stroje) nepřekročila teplotní a konstrukční odolnosti daných součástí. Chlazení vzduchem je v současné době nejrozšířenějším způsobem chlazení elektrických strojů. Vzduch je obecně volně přístupným médiem, pro chlazení však musí být vyčištěn a musí být zbaven agresivních příměsí [14], [15]. Pro malé a střední výkony se používá otevřená ventilace. Pro stroje větších až mezních výkonů pak ventilace uzavřená.

#### • Otevřené provedení

Do vnitřku stroje je nasáván okolní vzduch a ten opět vystupuje do okolí stroje. Nevýhodou tohoto provedení je možnost nasání nečistot a též rozptyl ztrátového tepla v okolí stroje.

#### • Uzavřené provedení

Chladící vzduch cirkuluje buď uvnitř stroje a je poháněn pouhým vířením od rotačních částí stroje, kdy pak předává ohřátý vzduch své akumulované teplo do chladnějších částí stroje (zejména kostry – ta může být chlazena aktivně či pasivně), nebo je cirkulace vzduchu podporována sacím, resp. tlačným elementem (ventilátorem). Případně je možné využívat uzavřený okruh cirkulace vzduchu, kdy je ventilátorem proháněn vzduch od stroje výměníkem tepla a takto ochlazený vzduch zpětně tlačen do stroje. V tomto případě je teplo odváděné výměníkem tepla odváděno do okolí nebo se energie předává do dalšího okruhu a dále pryč ze stroje. Výměník tepla však svými velkými rozměry dále zvyšuje zástavbové rozměry stroje.

Dle umístění ventilátoru ve stroji s uzavřenou cirkulací vzduchu je možno dělit na uspořádání tlačné a sací, případně dle vstupu a výstupu chladiva na jednostranný, resp. oboustranný vstup.

#### Tlačná ventilace

U tlačného uspořádání je ventilátor umístěn na straně vstupujícího vzduchu. Je nasáván vzduch z vnějšího okolí a tlačen do vnitřku stroje, kde je rozvířen. Vzduch takových parametrů mívá lepší součinitel přestupu tepla, protože je zpravidla turbulentní a rozdíl rychlostí mezi vzduchem a ochlazovaným povrchem je velký.

## Sací ventilace

U této konfigurace je ventilátor umístěn na výstupu proudícího vzduchu. Vzduch je odsáván pryč ze stroje. Nevýhodou je ohřev samotného ventilátoru již ohřátým vzduchem.

Dále je možno dělit elektrické stroje dle převládajícího směru proudění na radiální, axiální a smíšené. Ventilátory pak slouží jako zdroj tlaku.

## > Radiální ventilátory

U radiálních ventilátorů chladivo proudí v radiálním směru a je možno dosáhnout vyššího tlaku při jednodušší výrobě ventilátoru. Tento typ lze použít pro oba směry otáčení, avšak oproti axiálnímu typu má nižší účinnost.

# > Axiální ventilátory

Axiální ventilátory jsou používány pro jejich schopnost dodávat větší průtočné množství chladiva při nižším tlaku. Používají se u strojů s vyššími otáčkami a jsou konstrukčně i technologicky náročnější. Využívají se většinou pro jeden směr otáčení.

V neposlední řadě je též možno dělit dle zdroje tlaku na stroje s vlastním nebo cizím ventilátorem, případně s přirozenou ventilací. Stroje s přirozenou ventilací neobsahují ventilátor a zdrojem tlaku jsou rotující části stroje (ramena, žebra, póly, ventilační vložky atd.):

# • Stroje s vlastním ventilátorem

Ventilátor bývá umístěn přímo na hřídeli stroje. Není možná regulace průtoku vzduchu, avšak se jedná o nejjednodušší a nejpoužívanější řešení. Stroj bývá dynamicky vyvážen následně po osazení ventilátorem.

# • Stroje s cizím (nezávislým) ventilátorem

Toto uspořádání umožňuje řídit ventilátor nezávisle na otáčkách stroje. Hlavní použití této koncepce bývá u trakčních strojů, kdy není zaručena stálá rychlost otáčení vůči produkovanému výkonu, resp. ztrátám stroje.

Z ostatních plynů, kterými je možno chladit elektrický stroj, lze zmínit vodík, hélium a také kapalný dusík. Ten se pak uplatňuje především v supravodivých strojích. Tyto plyny dále zvyšují účinnost chlazení, značně však komplikují návrh stroje. Stroje musí být konstruovány s ohledem na plynové hospodářství a musí být řešeny problémy s těsností jednotlivých částí. Často je toto utěsnění provedeno pomocí olejových ucpávek (čelní, válcové). Vodík a hélium mají nižší viskozitu a vyšší tepelnou vodivost v porovnání se vzduchem, a tudíž způsobují nižší ventilační ztráty. V případě použití vodíku musí být stroj navíc navrhnut tak, aby vydržel případný výbuch po smísení vodíku se vzduchem bez značných poškození [14], [15] a [35].

#### 4.1.2 Chlazení kapalinami

Chlazení stroje pomocí kapaliny je v porovnání se vzduchovým chlazením mnohonásobně účinnější. Při uzavřeném chladícím okruhu s podporovaným prouděním je totiž dosažen vyšší součinitel přestupu tepla na teplosměnné ploše. Účinnost chlazení je pak dále podporována vyšší teplenou kapacitou vody, resp. chladicí kapaliny (vysoké měrné teplo). Voda pojme mnohonásobně větší teplo než vzduch nebo vodík při stejném rozdílu teplot, tzn. že při stejné rychlosti proudění kapaliny jako rychlost proudění vzduchu, by součinitel přestupu tepla byl řádově vyšší (až 500x). Vzhledem k realizaci a značně vyššímu hydraulickému odporu vody je ale rychlost proudění nižší a součinitel přestupu tepla bývá jen zhruba 50x vyšší než u vzduchového chlazení. V případě vody se jedná o nejrozšířenější způsob chlazení; použití oleje bývá méně časté kvůli řadě nevýhod. Mezi největší nevýhody se řadí hořlavost a ekologická nebezpečnost olejů, jejichž vyšší viskozita se projevuje většími tlakovými ztrátami ve vedení a také mají nižší tepelnou kapacitu při porovnání s vodou. Voda, která se používá pro chlazení elektrických strojů, musí být demineralizovaná a elektricky nevodivá. Pakliže by nebyla, mohla by zkratovat vinutí proti kostře, případně by mohl vzniknout mezi-závitový zkrat. V případě přímého chlazení se voda používá pouze pro chlazení statorového vinutí; u malých motorů se přímo chladí kostra stroje (water jacket). Konstrukčně bývá vinutí upraveno tak, že obsahuje některé vodiče duté (zpravidla každý třetí) – teplo pak prochází skrz izolaci mezi vodiči nebo jsou všechny vodiče duté. Voda bývá přiváděna a odváděna z čel vinutí, kde jsou umístěny hydraulické koncovky. Toto chlazení se používá kvůli náročnosti v kombinaci s vodíkovým chlazením až na mezních výkonech velkých synchronních strojů (až 1600MW) nebo pro dosažení kompaktních rozměrů strojů [14].

#### 4.1.3 Další způsoby chlazení

V rámci pasivního chlazení lze zmínit i chlazení pomocí tepelných trubic (heatpipe), kdy je k chlazení využito přeměny mezi kapalným a plynným skupenstvím látky. Teplo je na začátku trubice odvedeno od zdroje; látka se zahřívá a vypařuje, po dosažení chladnějšího místa následně opět kondenzuje a akumulované teplo vydává do okolí. Výhodou je vysoká schopnost odvádět relativně velké množství tepla na malé ploše při nevelkém rozdílu teplot mezi výparníkem a kondenzátorem. Při výrobě trubice je možno měnit pracovní teplotu

 $\sim 9 \sim$ 

složením, množstvím a tlakem kapaliny použité uvnitř tepelné trubice.

Aktuálně se několik prací a experimentů [17], [24], [32] zabývá novou metodou, jež využívá rozstřik a var kapaliny uvnitř stroje. Princip je podobný jako u tepelných trubic s tím rozdílem, že se jedná o cílený rozstřik na tepelně namáhaných částech a následný odvod páry do kondenzátoru umístěného vně stroje. Tento chlazený kondenzátor předává své naakumulované teplo do dalšího okolí a kapalina se pak vrací zpět do stroje. Teplota varu kapaliny je nastavena dle pracovní teploty stroje. Při odpařování dochází k extrémnímu ochlazovacímu účinku, a tudíž je možno minimalizovat rozměry stroje a maximalizovat hustotu výkonu. Nevýhodou tohoto řešení jsou konstrukční, výrobní a technologické problémy.

#### 4.2 Ztráty v synchronních strojích s permanentními magnety

Většina přeměn energie kolem nás je doprovázena i určitou ztrátou energie. V elektrických strojích většinou dochází při elektromechanické přeměně k tepelným ztrátám. Tyto ztráty působí rozdílně v celém stroji s různými tepelnými účinky. Vznikající teplo zahřívá části elektrického stroje a zvyšuje jejich teplotu. Toto zvýšení většinou zapříčiní i změnu chování nebo některých parametrů dané části. U vinutí je kritickým místem izolace a její tepelná třída. Mnohdy bývají elektrické stroje navrhovány s jinou třídou tepelné odolnosti izolace, než s jakou jsou následně provozovány. Zvýšení teploty o 10 K způsobuje snížení životnosti izolace na polovinu. Životnost izolace je většinou odhadována a nelze ji lehce předvídat. Dalším problémem je častá změna teploty, při přetěžování strojů z důvodu dlouhé časové konstanty tepelného děje. To způsobuje nestejnoměrné výkyvy teploty jednotlivých částí stroje a zvýšené namáhání izolace (opět se snižuje životnost). Dále se pak s rostoucí teplotou mění i odpor vinutí a tím se zvětšují i vznikající tepelné ztráty. Například při zvýšení teploty vinutí o 50 K od okolní teploty (20 °C) se zvýší odpor vinutí o 20 %. Pro oteplení 135 K je to již 53 %. Dále je nutno počítat s takzvanými horkými místy (hot-spoty), které mohou lokálně vznikat a mohou být teplejší až o 10-20 K oproti ostatním částem stroje [13], [14], [15].

U stojů s permanentními magnety je nutno uvažovat následující druhy ztrát, které vstupují do výpočtu, viz. Obr. 1. Mechanické ztráty (ventilační) nepředstavují svojí povahou teplené ztráty vznikající v žádné části stroje. Je to pouze ztracený mechanický výkon na hřídeli stroje. Za zdroj tepla se dají považovat pouze ztráty třecí a v ložiskách. Celkové ztráty lze vyčíslit jednoduše součtem všech dílčích příspěvků a to

$$\Delta P = \Delta P_{\rm j} + \Delta P_{\rm Fe} + \Delta P_{\rm PM} + \Delta P_{\rm mech} + \Delta P_{\rm D} \quad [W]. \tag{4.1}$$



Obr. 1 Rozdělení celkových ztrát ve stroji

#### 4.2.1 Joulovy ztráty ve statorovém vinutí

Z pohledu návrhu elektrického stroje je vinutí částí produkující největší procento ztrát ve stroji. Může dosahovat až 60 % celkových ztrát [13]. U elektrických strojů napájených střídavým napětím lze Joulovy ztráty vyjádřit dle obecně známého vztahu

$$\Delta P_{\rm j} = m \cdot R \cdot I^2 \,[\rm W], \tag{4.2}$$

kde je *m* počet fází, *R* je elektrický odpor vinutí [ $\Omega$ ] při pracovní teplotě s respektováním vlivu vířivých proudů, a *I* je elektrický proud procházející vinutím [A].

Odpor statorového vinutí při 20 °C a stejnosměrném napájení je možno určit dle [14]

$$R_{\rm ss/20^{\circ}C} = \frac{\rho \cdot 2(l_{\rm v}N_{\rm s})}{a \cdot S_{\rm v}} \quad [\Omega], \tag{4.3}$$

kde  $\rho$  je měrný odpor materiálu při 20 °C [ $\Omega \cdot m$ ],  $l_v = (l_{c} + l_d)$  je délka vodiče (délka čela + délka drážkové části vinutí) [m],  $N_s$  je počet závitů v sérii pro jednu fázi,  $S_v$  je průřez vodiče [m<sup>2</sup>], a je počet paralelních větví vinutí. Zvýšení velikosti odporu je závislé na teplotě, a proto lze použít vztah, který tento stav respektuje

$$R_{\rm T} = R. k_{\rm T} = R_{\rm T} [1 + \alpha_{\rm R} (T - T_0)] [\Omega], \qquad (4.4)$$

kde  $\alpha_{\rm R}$  je součinitel teplotní závislosti odporu [K<sup>-1</sup>],  $k_{\rm T}$  je koeficient respektující teplotní závislost odporu.

Součinitel teplotní závislosti odporu lze vyjádřit

$$\alpha = \frac{1}{K_{0^{\circ}C} + T_{0}},\tag{4.5}$$

kde  $K_{0^{\circ}C}$  je koeficient odporu materiálu při 0°C.

U mědi lze v tepelných výpočtech uvažovat hodnotu součinitele teplotní závislosti odporu  $\alpha_{\rm R} = 4.10^{-3}$  [K<sup>-1</sup>].

U elektrických strojů střídavých je dále odpor závislý na skinefektu (vlivem rozptylového magnetického toku, který se uzavírá i přes drážku) a následných vířivých proudů, kdy je proud vytlačován k hornímu okraji vodiče, a tak se dále odpor v drážkové části dále zvyšuje (dáno Fieldovým činitelem)

$$k_{\rm d} = 1 + \frac{g^2 - 0.2}{9} \xi^4, \tag{4.6}$$

kde g je počet vodičů v drážce a  $\xi$  je náhradní výška vodiče

$$\xi = 2\pi h \sqrt{\frac{j \, b_{\rm v}}{b_{\rm d}} \frac{f}{\rho \, 10^{7'}}} \tag{4.7}$$

kde *j* je počet vodičů v drážce vedle sebe, *f* je frekvence a *ρ* je měrný odpor vodiče. Konečný vztah pro vyčíslení odporu vodiče při dané teplotě *T* s uvažováním skinefektu je pak

$$R = k_{\rm T} \cdot \frac{\rho \cdot 2 N_{\rm s}}{a \cdot S_{\rm v}} (l_{\rm c} + l_{\rm d} k_{\rm d}) [\Omega].$$
(4.8)

#### 4.2.2 Ztráty v železe

Tyto ztráty jsou způsobeny střídavým magnetickým tokem v železné části magnetického obvodu a též pulzací magnetického toku ve vzduchové mezeře vlivem drážkování. Ztráty v železe vznikají v induktu stroje a v jeho zubech. V induktu je lze dělit na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy. První jmenované jsou úměrné ploše hysterezní křivky, a jsou závislé na první mocnině frekvence. Mohou se omezit použitím magneticky měkkých materiálů s úzkou hysterezní smyčkou. Ztráty vířivými proudy jsou závislé na druhé mocnině frekvence magnetického toku. Ty je možné omezit prodloužením dráhy proudu se současným zmenšením průřezu (použití plechů tl. 0,25-0,5 mm) nebo zvýšením měrného odporu železa plechů, např. přidáním křemíku; kontra-účinkem je však křehnutí.

Pro jejich vyčíslení lze použít následujícího vztahu

$$\Delta P_{\rm Fe} = k_{\rm p} \Delta p_{\rm Fe} m_{\rm Fe} B_{\rm Fe}^2 \left(\frac{f}{50}\right)^{1,3} [W], \qquad (4.9)$$

kde  $k_{\rm p}$  je činitel zvětšení ztrát vlivem střihu,  $\varDelta p_{\rm Fe}$  je ztrátové číslo plechů [W. kg<sup>-1</sup>],

 $m_{\rm Fe}$  je hmotnost částí stroje, pro které jsou ztráty počítány (indukt, zuby) [kg], a  $B_{\rm Fe}$  je magnetická indukce v dané části stroje [T].

Naproti tomu jsou povrchové ztráty způsobeny vířivými proudy v povrchu pólového nástavce (u synchronních strojů) v důsledku nestejnoměrné vzduchové mezery proti zubu a drážce. Na průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře se pak superponuje drážková harmonická, jejíž frekvence je svázána s počtem drážek a amplituda je dána poměrem šířky zubu a drážky a vzduchové mezery [14].

Zvlnění je příčinou vzniku pulzačních ztrát, které lze vyčíslit

$$\Delta P_{\rm p} = \frac{\pi}{2} D_1 \alpha L_{\rm p} k_0 \left( \frac{Q.n}{10000} \right) (t_{\rm d1} \beta k_{\rm c})^2 \ [W], \tag{4.10}$$

kde  $D_1$  je průměr induktu ve vzduchové mezeře [m],  $L_p$  je délka pólového nástavce [m],  $\alpha$  je činitel pólového krytí,  $k_o$  je činitel závislý na provedení povrchu nástavce, Q je počet drážek,

*n* jsou otáčky stroje [ot. min<sup>-1</sup>],  $t_{d1}$  je drážková rozteč a  $k_c$  je činitel povrchových ztrát.

Posledním druhem ztrát v železe, jsou ztráty způsobené pulzací magnetického toku v zubech během jejich změn polohy v čase. Tyto pulzační ztráty vznikají v zubech statoru i rotoru a lze je spočítat dle

$$\Delta P_{\rm pz} = (0,009 \div 0,15) \left(\frac{Q.\,n.\,B_{\rm z}}{1000}\right).\,m_{\rm z} \,[{\rm W}],\tag{4.11}$$

kde  $B_z$  je amplituda pulzací magnetické indukce [T] a  $m_z$  je hmotnost zubů [kg].

#### 4.2.3 Ztráty v permanentních magnetech

Vlivem pulzující indukce ve vzduchové mezeře, která je způsobena střídáním zubů a drážek po obvodu stroje, se do permanentních magnetů umístěných na povrchu rotoru indukují vířivé proudy a ty způsobují ohřev magnetů. Při návrhu je také nutné zajistit, aby se magnet neohříval nad maximální provozní teplotu, protože pak ztrácí své magnetické vlastnosti. Permanentní magnety jsou dobrými elektrickými vodiči, ale mají nízký koeficient vedení tepla. Pakliže by se teplota přiblížila Curiově teplotě, je zde možnost celkové nevratné demagnetizace. Ztráty se určují jako

$$\Delta P_{\rm PM} \approx \frac{V_{\rm PM} \cdot b_{\rm PM}^2 \cdot B_{\rm PM}^2 \cdot \omega^2}{12 \cdot \rho_{\rm PM}} \quad [W], \tag{4.12}$$

kde  $V_{\rm PM}$  je objem magnetu [m<sup>3</sup>],  $b_{\rm PM}$  je šířka magnetu [m],  $B_{\rm PM}$  je amplituda indukce ve vzduchové mezeře [T],  $\omega$  je úhlová rychlost rotoru [rad. s<sup>-1</sup>] a  $\rho_{\rm PM}$  je měrný odpor magnetu [ $\Omega \cdot m$ ].

#### 4.2.4 Ztráty mechanické

V synchronních strojích s permanentními magnety jsou mechanické ztráty dvojího typu. Ztráty v ložiskách jsou způsobeny otáčením stroje a jsou závislé na použitém ložisku (kluzné, valivé), velikostí a typem zatížení. Existuje pro ně empirický vzorec [13]

$$\Delta P_{\rm b-ring} = 1.5 \cdot 10^{-4} \cdot v_1 \cdot \frac{G}{d_1} \, [W], \tag{4.13}$$

kde *G* je zatížení na ložisko [kg],  $d_1$  je průměr čepu hřídele [m],  $v_1$  je obvodová rychlost na průměru čepu hřídele [m.s<sup>-1</sup>].

Druhou částí mechanických ztrát jsou ztráty ventilační způsobené třením rotoru o vzduch. Ve vysokootáčkových strojích rostou tyto ztráty exponenciálně.

Mechanické ztráty rovněž závisí na použitém ventilátoru, způsobu chlazení a chladícím médiu. Existuje pro ně řada empirických vzorců [28]. Ventilační ztráty ovšem nevstupují do tepelného výpočtu a modelu stroje. Ztráty se projevují pouze snížením dostupného výkonu na hřídeli stroje a snížením jeho účinnosti. Úbytek výkonu na hřídeli je pak již započítán v přepočtu v Joulovo ztrátách ve vinutí a po vyčíslení odpovídá cca 1% ztracené energie. Tudíž tyto mechanické ztráty ventilátoru tepelný model příliš neovlivňují.

#### 4.2.5 Dodatečné ztráty

Tyto ztráty jsou způsobeny rozptylovým polem stroje a mohou generovat další ztráty v prostoru čel vinutí, ale i v dalších částech stroje. Tyto ztráty nelze vyčíslit přesně, proto se běžně užívá jejich odhad a to

 $\Delta P_{\rm d} \approx 0.5\%$  u stroje do výkonu 1000kW,

 $\Delta P_{\rm d} \approx 0.2 \div 0.4\%$  u stroje nad 1000kW.

Problémem je nejednoznačnost místa vzniku ztrát, a tím pádem zanášení nepřesnosti do tepelného modelu stroje. Tento problém je dále řešen v kapitole 5.2.2.

#### 4.3 Teorie šíření tepla – obecné poznatky

Většina ztrát v elektrickém stoji se projevuje určitými tepelnými příspěvky jednotlivým částem stroje. Přílišné teplotní namáhání může vést ke zhoršeným vlastnostem jednotlivých částí. V případě izolace se zavádí tepelné třídy, které říkají, při jaké maximální teplotě je lze provozovat a definují tedy možné oteplení nad teplotou okolí

$$\Delta T = T - T_0 \quad [K], \tag{4.14}$$

kde T je uvažovaná teplota a  $T_0$  je teplota okolí.

Je důležité rozdělovat pojmy teplo, teplota, oteplení. Teplo je veličina popisující velikost vnitřní energie případně její změnu při tepelné výměně. Pakliže těleso přijme určitou energii, zvýší se jeho teplota a naopak. Teplo se dá vyjádřit dle

$$Q = m \cdot c \cdot (T - T_0) [J], \tag{4.15}$$

kde je c měrná tepelná kapacita [J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>].

V trakčních pohonech je pro oteplení jednotlivých částí stroje důležité znát i provozní cyklus. Stroj může být provozován v různých režimech zatížení, přetěžování, kontinuálně či přerušovaně [35]. Část tepla se též akumuluje a část je odváděna pryč. Po určité době dojde k ustálení teplot jednotlivých částí, a veškeré generované teplo je odváděno pryč. Celý přechodný stav lze popsat rovnicí:

$$\Delta P \cdot dt = c \cdot m \cdot d\Delta T + \alpha \cdot S \cdot \Delta T \cdot dt , \qquad (4.16)$$

kde  $\Delta P$  jsou ztráty vznikající uvnitř tělesa [W],  $\alpha$  je koeficient přestupu tepla [W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>], S je chladící povrch tělesa [m<sup>2</sup>].

Exponenciální průběh přechodného tepelného děje lze popsat následující obecnou rovnicí

$$\Delta T = \Delta T_0 + (\Delta T - \Delta T_0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \tag{4.17}$$

kde  $\tau = \frac{c \cdot m}{\alpha \cdot S}$  je časová konstanta tepelného děje.

Průběh oteplování, resp. ochlazování je vykreslen na Obr. 2



Obr. 2 : a) křivka oteplování, b) křivka ochlazování; převzato z [14]

Dle druhého termodynamického zákona vzniká mezi místy s rozdílnou teplotou tepelný tok. Tento tepelný tok směřuje vždy z teplejšího místa do chladnějšího a snaží se vyrovnat

teplotu ve stroji. Teplo ve stroji se pak může šířit těmito způsoby:

- Kondukcí (vedením)
- Konvekcí (přestupem)
- Radiací (sáláním)

#### 4.3.1 Sdílení tepla kondukcí

V pevných látkách probíhá přenos tepla zejména kondukcí. Kondukce má dva odlišné principy. Prvním je předávání části pohybové energie z teplejší částice do chladnější při jejich kontaktu [14]. Rychlejší částice v objemu má vyšší vnitřní energii a pohybuje se rychleji. Přenos tepla probíhá postupně do doby, než dojde k vyrovnání teplot. Druhým principem je přenos pomocí volných elektronů. Tento princip se uplatňuje zejména v čistých kovech, které jsou výbornými vodiči. Čím více volných elektronů daná látka má, tím je lepší vodič a také lépe přenáší teplo. Teplo se šíří všemi směry a hustotu tepelného toku lze pak vyjádřit

$$\boldsymbol{q} = -\lambda \cdot \operatorname{grad} \mathrm{T},\tag{4.18}$$

kde je q hustota tepelného toku [W · m<sup>-2</sup>],  $\lambda$  je měrná teplená vodivost [W · m<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>].

Měrná tepelná vodivost  $\lambda$  je materiálová konstanta udávající schopnost látky vést teplo; čisté kovy a vodiče mají měrnou vodivost vysokou v porovnání s izolanty (až na výjimky, řádový rozdíl). Izolace ve strojích tedy zhoršuje přestup tepla. S rostoucí teplotou se u izolantů měrná tepelná vodivost zlepšuje, naopak u vodičů se zhoršuje [15].

#### 4.3.2 Sdílení tepla konvekcí

Při proudění kapaliny nebo plynu kolem povrchu tělesa s rozdílnou teplotou dochází k přestupu tepla. Je definován součinitel přestupu tepla  $\alpha$  [W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>]; jeho jednoznačné určení bývá často velice obtížné, na rozdíl od měrného tepelného toku, což je materiálová vlastnost, není tento činitel uveden v žádných tabulkách. Součinitel přestupu tepla totiž závisí na mnoha proměnných, a to především na rychlosti proudění média, druhu proudění (laminární, přechodné, turbulentní), geometrickém rozložení, hustotě média, tlaku, vlhkosti atd. Hustotu tepelného toku přes povrch tělesa lze zapsat jako

$$q = \alpha \cdot (T_1 - T_2) \ [W \cdot m^{-2}],$$
 (4.19)

Konvekci a proudění média je možno rozdělit na dva druhy [14]. Může se jednat o proudění přirozené, kdy se vzduch samovolně hýbe, například když ohřátý vzduch odevzdá teplo jinému povrchu, následně se ochladí a tím se změní jeho hustota a vyvolá přirozené

proudění v chladnějším prostředí. Dalším druhem proudění je nucené, které vzniká ve ventilačních obvodech poháněných ventilátorem, případně otáčením rotoru s určitou geometrií v určitém prostoru. Dostatečně přesné určení koeficientu přestupu tepla značně ovlivňuje přesnost výpočtu a tepelného modelu stroje. Pro snazší určení koeficientu byla zavedena bezrozměrná čísla jako jsou Nusseltovo, Reynoldsovo a Prandtovo číslo [15].

Nusseltovo číslo je definováno jako poměr mezi součinitelem přestupu tepla a měrné tepelné vodivosti

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} (-), \tag{4.20}$$

kde veličina *L* je rozměr respektující geometrii chladícího povrchu (hydraulický průměr, charakteristická délka, velikost vzduchové mezery atd.). Záleží dle dané geometrie sledovaného povrchu a použité literatury; podrobněji uvedeno v [13] na straně 543 a [15] na straně 154.

**Reynoldsovo číslo** určuje charakter proudícího chladícího prostředí s kinematickou viskozitou a určitou rychlostí. Kinematická viskozita vypovídá o odporu, který chladivo klade proti vzájemnému pohybu sousedních vrstev částic [15]. Reynoldsovo číslo je definováno

$$Re = \frac{v \cdot L}{v} (-), \tag{4.21}$$

kde v je rychlost proudění média kolem povrchu [m. s<sup>-1</sup>], v je kinematická viskozita chladiva.

Vztah mezi kinematickou vazkostí a viskozitou je poměr mezi viskozitou a hustotou média

$$v_k = \frac{\eta}{\rho}.\tag{4.22}$$

Velikost Reynoldsova čísla pak určuje, zda se jedná o laminární proudění nebo turbulentní proudění. Pojem laminární proudění znamená stav, kdy se jednotlivé proudnice vzájemně nemísí, a tak je přestup tepla do chladícího proudícího vzduchu obtížnější. Toto proudění je běžné pro pomalý pohyb kapaliny podél hladkého povrchu. Turbulentní proudění pak znamená chaotický neuspořádaný pohyb s víry, kdy se vzájemně mísí teplé a studené proudnice média a přestup tepla je tak rychlejší. Pakliže je Reynoldsovo číslo nižší jak 2500, jedná se o proudění laminární. V rozmezí od 2500 do 5000 se bavíme o takzvaném přechodném typu proudění, kdy se v části kanálu pohybuje médium laminárně (u povrchu) a dále od stěny již turbulentně. Od hodnot 5000 a výše jde již o turbulentní proudění [13], [14], [15].

**Prandtlovo číslo** je poměr mezi pohybovým a tepelným polem a stanovuje jakým principem se teplo sdílí, zda kondukcí nebo konvekcí [14], [15]

$$Pr = \frac{\nu \cdot \rho \cdot c_{\rm p}}{\lambda} \ [-], \tag{4.23}$$

kde  $\rho$  je hustota chladícího média [kg · m<sup>-3</sup>],  $c_p$  je měrná tepelná kapacita okolního prostředí při konstantním tlaku [kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>].

Jak již bylo řečeno koeficient přestupu tepla závisí na mnoha parametrech. Pro srovnání je uveden přehled dosahovaných hodnot v závislosti na zvoleném druhu chlazení elektrického stroje, viz. Tabulka II, čerpáno z [28], [53], [54].

Typ chlazení	Velikost součinitele přestupu tepla $\alpha$ [W · m <sup>-2</sup> · K <sup>-1</sup> ];			
Přirozená	konvekce			
Vzduch	5–30			
Voda	20–1 000			
Nucená konvekce				
Vzduch	20–200			
Voda	300–3 000			
Vodík	100-1 000			
Nucená konvekce – rozstřik				
Vzduch	200–800			
Voda	8 000–50 000			
Vodík	2 000–20 000			
Změna skupenství				
Voda – var	2 000–100 000			
Voda – kondenzace	5 000–100 000			

Tabulka II Rozsahy velikostí součinitele přestupu tepla

#### 4.3.3 Sdílení tepla radiací

Radiace se svým principem od předchozích dvou typů sdílení tepla značně liší. Pro přenos tepla totiž není potřeba žádné médium, jev probíhá i ve vakuu. Radiace je v podstatě záření tělesa o určité vlnové délce spadající do infračerveného spektra (vlnová délka 0,1-100µm). Dopadá-li toto záření na povrch jiného tělesa, je v určitých částech absorbováno ( $\theta$ ), odraženo ( $\eta$ ) a zbylá část tělesem jen prochází ( $\kappa$ )

$$\kappa + \eta + \beta = 1. \tag{4.24}$$

Při uvažování vzduchu se teplené záření nepohlcuje a ani neodráží, a tak se přenesený tepelný tok počítá pouze mezi dvěma plochami. Vyzářený tepelný tok je popsán pomocí Stefan-Boltzmannova zákona

$$Q = S \cdot \varepsilon_{\rm r} \cdot \sigma_{\rm SB} \cdot (T_1^4 - T_2^4) \, [W], \tag{4.25}$$

kde *Q* je vyzářený tepelný tok [W],  $\varepsilon_r$  je relativní emisivita [-],  $\sigma_{SB} = 5,67 \cdot 10^{-8}$  je Stefan-Boltzmannova konstanta [W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-4</sup>],  $T_1$  je termodynamická teplota vyzařujícího tělesa [K],  $T_2$  je termodynamická teplota pohlcujícího tělesa [K] a *S* je plocha [m<sup>2</sup>].

Relativní emisivita povrchu záleží na kombinaci mnoha faktorů (drsnosti, barvě atd.). Pro černou barvu by byla emisivita  $\varepsilon = 1$ , naopak pro bílé těleso  $\varepsilon = 0$ . Šedá barva je v rozmezí  $\varepsilon = 0.8 \div 0.85$  [14]. Radiace je u většiny tepelných výpočtů elektrických strojů zanedbávána.

# 5 Metody řešení tepelných modelů PMSM a jejich aplikace

Synchronní stroje s permanentními magnety zažívají v dnešní době rozmach v různých oblastech a nacházejí své místo i v moderních trakčních pohonech. Ovšem vzhledem ke stále většímu tlaku na zmenšování strojů a nárůst hustoty výkonu těchto strojů se dostávají do popředí i problémy, které dříve spadaly spíše do mechanické či elektromagnetické oblasti návrhu strojů. Proto je stále větší potřeba ověřovat elektromagnetické návrhy i po stránce tepelného rozložení, odhalovat případné hot-spot místa a předcházet problémům. Pro tyto účely je potřeba neustále zpřesňovat a zjednodušovat tepelné výpočty a zároveň snižovat potřebnou dobu pro jejich řešení. V následujících kapitolách je provedeno nastínění nejzákladnějších postupů při řešení tepelných modelů elektrických strojů s permanentními magnety a je provedena jejich přímá aplikace na reálném stroji.

#### 5.1 Analytický způsob řešení tepelného modelu stroje

#### 5.1.1 Odvození základních rovnic pro řešení ustáleného stavu

Přístupů k řešení tepelných modelů elektrických strojů je více. V dřívějších dobách bylo nejrozšířenějším postupem při řešení tepelného modelu použití analogie s elektrickými obvody. Náhradní tepelná síť (LPTN) je jakousi mapou rozložených jednotlivých teplotních uzlů v rámci řešeného elektrického stroje. Na příkladu vysokootáčkové pohonné jednotky je demonstrován standartní popis takové sítě s jednotlivými řešenými uzly [A37], [A43]. Náhradní tepelnou síť je možno volit obsáhlou či redukovanou. V případě potřeby detailních výsledků a rozložení teplot, je nutné zvýšit počet řešených uzlů. Rostoucí počet těchto uzlů pak zvyšuje čas potřebný pro řešení. V oblasti elektrických strojů se však většinou počet potřebných uzlů redukuje na počet jednotlivých částí stroje (drážková část vinutí, čela vinutí, rotorové jho, statorový zub, hřídel atd.) Ve většině elektrických strojů je možné díky osovým symetriím řešit jen polovinu, resp. čtvrtinu elektrického stroje nebo jen jeho drážkovou případně pólovou rozteč. Popis základů problematiky tepelného pole je pak uveden dále. Přenos tepla neboli přenos energie se odehrává z důvodů teplotního gradientu, kdy se teplo šíří z místa s vyšší teplotou do místa s teplotou nižší. Tento přenos energie jde vyčíslit tepelným tokem, který je definován jako množství tepla přeneseného skrz jednotkovou plochu za určitý čas

$$q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$
(5.1)

V diferenciálním tvaru je tvar rovnice korespondující s Obr. 3





Při aplikaci prvního termodynamického zákona popisující energetickou bilanci (platí zákon zachování energie) systému je možné prohlásit, že akumulovaný tepelný výkon

v definovaném objemu je dán součtem vzniklého a přivedeného, respektive odvedeného tepelného výkonu. Pakliže se v určeném úseku za určitý čas *dt* akumuluje množství tepla  $q_a$ .  $dt = c. \rho. dT$  je možné velikost akumulovaného tepelného toku zapsat jako

$$q_a = c.\rho \frac{dT}{dt'},\tag{5.3}$$

kde  $\rho$  je hustota prostředí a c je měrné teplo prostředí.

Při uvažování obecného objemu o rozměrech *dx, dy* a *dz* s měrnými tepelnými vodivostmi v jednotlivých směrech vzniká v daném objemu teplo *q' dx.dy.dz; q'* značí teplo vzniklé v jednotce objemu tělesa. Vzhledem k zákonu zachování energie obecného objemu, pak musí platit, že změna tepelných toků skrz objem = teplo vzniklé v objemu – teplo akumulované. Matematicky lze vyjádřit jako

$$dq_{x}. dy. dz + dq_{y}. dx. dz + dq_{z}. dx. dy = q'. dx. dy. dz - c\rho. dx. dy. dz \frac{dT}{dt'},$$
(5.4)

pomocí parciálních derivací lze přepsat na tvar

$$d\left(-\lambda_{x}\frac{\partial T}{\partial x}\right).dy.dz + d\left(-\lambda_{y}\frac{\partial T}{\partial y}\right).dx.dz + d\left(-\lambda_{z}\frac{\partial T}{\partial z}\right).dx.dy$$
$$= q'.dx.dy.dz - c\rho.dx.dy.dz\frac{\partial T}{\partial t},$$
(5.5)

vydělením rovnice součinem (-1) dx.dy.dz získáváme

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda_x\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{d}{dy}\left(\lambda_y\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{d}{dz}\left(\lambda_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = -q' + c\rho\frac{\partial T}{\partial t}.$$
(5.6)



Obr. 4 Obecný objem pro odvození rovnice pro vedení tepla

Při provedení derivací v rovnici dostáváme plnou rovnici pro vedení tepla v nehomogenním prostředí, viz Obr. 4

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -q' + c\rho \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(5.7)

Tato rovnice lze dále zjednodušovat na různé tvary, například pro homogenní prostředí, kdy se  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$  a přechází do tvaru

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{-q'}{\lambda} + \frac{c\rho}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(5.8)

V ustáleném stavu, kdy se teplota v čase nemění a prostředí je homogenní dostáváme Poissonovu rovnici

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{-q'}{\lambda}.$$
(5.9)

Pro stejný stav, avšak bez vnitřních zdrojů získáváme Laplaceovu rovnici

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$
(5.10)

Naopak pro těleso bez vnitřních zdrojů, avšak s časově proměnnou teplotou obdržíme rovnici Fourierovu

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{c\rho}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(5.11)

Pro řešení komplexní úlohy tepelného modelu elektrického stroje metodou náhradního tepelného obvodu je nutné použít analogii tepelných obvodů s elektrickými obvody zmíněnou v kapitole 2. Díky této analogii je možné aplikovat především Ohmův zákon a oba Kirchhoffovy zákony. Budeme-li uvažovat kompletní tepelnou síť stroje; ta je složena z jednotlivých uzlů, které mají vlastní teplotu, případně v nich vznikají ztráty. Matematický popis je proveden na základě Obr. 5. Úkolem je zjistit teplou elementu  $T_0$  při známých teplotách okolních elementů značených  $T_1$  až  $T_6$ .



Obr. 5 Element konečných rozměrů

~ 22 ~

Při použití rovnice (5.7), vyjádření 1. a 2. diference teplot v jednotlivých směrech souřadného systému a dosazení do rovnice (5.7) získáváme

$$\lambda_{x} \frac{T_{1} + T_{2} - 2T_{0}}{\Delta x^{2}} + \lambda_{y} \frac{T_{3} + T_{4} - 2T_{0}}{\Delta y^{2}} + \lambda_{z} \frac{T_{5} + T_{6} - 2T_{0}}{\Delta z^{2}} = -q' + c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$$
(5.12)

vynásobením této rovnice součinem  $\Delta x$ .  $\Delta y$ .  $\Delta z$ , rovnice mění tvar na

$$\frac{T_1 + T_2 - 2T_0}{\Delta x} + \frac{T_3 + T_4 - 2T_0}{\Delta y} + \frac{T_5 + T_6 - 2T_0}{\Delta z}$$

$$= -q'\Delta x. \Delta y. \Delta z + c\rho\Delta x. \Delta y. \Delta z \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(5.13)

Nyní je možné definovat jednotlivé tepelné odpory elementu v jednotlivých směrech jako

$$\frac{\Delta x}{\lambda_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z} = R_x, \qquad \frac{\Delta y}{\lambda_y \cdot \Delta y \cdot \Delta z} = R_y, \qquad \frac{\Delta z}{\lambda_z \cdot \Delta y \cdot \Delta z} = R_z.$$
(5.14)

Dalším zjednodušením a zavedením  $q' \Delta x$ .  $\Delta y$ .  $\Delta z = Q'$ , které reprezentuje množství vzniklého tepla v elementu a tepelné kapacity elementu jako c.  $\rho$ .  $\Delta x$ .  $\Delta y$ .  $\Delta z = C$ , pak získáváme rovnici popisující Obr. 6

$$\frac{T_0 - T_1}{R_x} + \frac{T_0 - T_2}{R_x} + \frac{T_0 - T_3}{R_y} + \frac{T_0 - T_4}{R_y} + \frac{T_0 - T_5}{R_z} + \frac{T_0 - T_6}{R_z} = Q' - C\frac{dT}{dt}.$$
(5.15)



Obr. 6 Definovaný element konečných rozměrů

Zde již lze aplikovat Kirchhoffovy zákony (zákon smyčkových napětí a uzlových proudů) a použít pro řešení analogii k elektrickým obvodům [1], [2].

$$I. \qquad \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i = 0$$
$$II. \qquad \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot \Delta P_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i$$

Obdobný postup odvození lze nalézt i v [13], [14], [15] a [28].

#### 5.1.2 Tepelný odpor vedením v elementu se vznikem ztrát

Jednoduchý výpočet tepelného odporu, dle rovnice (5.14) při hrubém dělení vyšetřované oblasti na elementární objemy ve kterých vznikají ztráty, nelze využít. Důvodem je možné zanesení chyby do výpočtu. Tento problém je potřeba řešit podrobněji. Uvažuje-li se vzájemná nezávislost tepelných toků ve směru os souřadného systému, je možné řešit šíření tepla v jednom směru a výsledky aplikovat i na ostatní geometrické směry elementárního objemu.

Následující odvození je provedeno pro dokonale izolovanou tyč, ve které vznikají ztráty měnící se na teplo. V elektrickém stroji lze nalézt s takovouto tyčí podobnost pro statorové cívky, kdy je v axiálním směru tepelná vodivost řádově vyšší než ve směru radiálním, resp. tangenciálním. Chlazení probíhá tedy pouze z čelních ploch.

Pro zjednodušení je zavedena symetrie, kdy je řešena pouze polovina izolované tyče a tepelný tok pouze vystupuje z jednoho konce [14]. Tepelný tok vystupuje pouze na jedné straně. Izolovaná tyč má definovanou délku *l* a konstantní průřez *S*. Dále je známa měrná tepelná vodivost elementu  $\lambda$ , velikost vznikajícího tepla  $Q_{vzn}$ , teplota okolí  $T_{okolí}$  a součinitel přestupu tepla  $\alpha$ ; viz. Obr. 7.



Obr. 7 Schéma dokonale izolované tyče s vývinem tepla

Od izolovaného konce vzniká v délce *x* množství vyvinutého tepla  $\frac{Q_{vzn}}{l}x$ . Celý tento tepelný tok pak prochází vyznačeným elementem *dx*. Rovnice pro celkovou teplenou rovnováhu na elementu *dx* lze psát jako

$$\frac{Q_{vzn}}{l}x = \lambda S \frac{dT}{dx},\tag{5.16}$$

kde dT lze vyjádřit jako

$$dT = -\frac{Q_{vzn}}{\lambda Sl} x dx.$$
(5.17)

Integrací vztahu (5.17) je možné získat vztah popisující průběh teploty podél tyče

$$T = -\frac{Q_{vzn}}{\lambda Sl} \frac{x^2}{2} + C.$$
 (5.18)

Pokud je na konci tyče teplota  $T_1$  a tepelný tok odpovídá ztrátám v objemu, které jsou odváděny skrz plochu S pomocí součinitele přestupu  $\alpha$  do okolního prostředí o teplotě  $T_{okolí}$ , je možné vyčíslit integrační konstantu C z okrajové podmínky x=l a psát

$$T_{l} - T_{okoli} = \frac{1}{\alpha S} Q_{vzn},$$

$$T_{l} = T_{okoli} + \frac{Q_{vzn}}{\alpha S}.$$
(5.19)

Dosazením do rovnice (5.18) za x=l se obdrží teplota  $T_l$ , následně je tato hodnota porovnávána s (5.19). Vykrácením délky l lze vyjádřit integrační konstantu C jako

$$T_{l} = -\frac{Q_{vzn}}{\lambda Sl} \frac{x^{2}}{2} + C = T_{okoli} \frac{Q_{vzn}}{\alpha S},$$

$$C = T_{okoli} + \frac{Q_{vzn}}{\alpha S} + \frac{Q_{vzn}}{\lambda S} \frac{l}{2}.$$
(5.20)

Zpětným dosazením integrační konstanty C do (5.18) a úpravě

$$T = -\frac{Q_{vzn}}{\lambda Sl} \frac{x^2}{2} + T_{okoli} + \frac{Q_{vzn}}{\alpha S} + \frac{Q_{vzn}}{\lambda S} \frac{l}{2},$$

$$T = T_{okoli} + Q_{vzn} \left(\frac{1}{\lambda S} \frac{l}{2} + \frac{1}{\alpha S} - \frac{1}{\lambda Sl} \frac{x^2}{2}\right).$$
(5.21)

Jedná se o parabolický průběh s maximální teplotou v místě nulové derivace  $\frac{dT}{dx} = 0$ , což znamená v *x*=0. Maximální teplota se tedy nachází v ose symetrie. Derivováním vztahu (5.21) a dosazením *x*=0 je možné velikost maximální teploty vyčíslit

$$T_{max} = T_{okoli} + Q_{vzn} \left(\frac{1}{\lambda S} \frac{l}{2} + \frac{1}{\alpha S}\right).$$
(5.22)

Rovnici pak lze použít pro popis tepelného obvodu znázorněného na Obr. 8. V náhradním schématu je možno číst odpor přestupem od okolí a poloviční odpor vedením. Pro získání maximální teploty v případě vzniku ztrát je tedy nutno dosadit poloviční délku, pakliže prochází elementem tok.



Obr. 8 Náhradní schéma vedení tepla dle rovnice (5.22)

Častěji zjišťovanou střední teplotu elementu dle [14], [56] je možno získat integrací a úpravou výrazu (5.22)

$$T_{st\check{r}} = T_{okoli} + Q_{vzn} \left( -\frac{1}{\lambda S} \frac{l}{6} + \frac{1}{\lambda S} \frac{l}{2} + \frac{1}{\alpha S} \right).$$
(5.23)

Tuto rovnici lze opět převést do náhradního tepelného schéma.



Obr. 9 Náhradní schéma vedení tepla dle rovnice (5.23)

Rozdělení tepelného odporu vedením a zavedení střední teploty je vhodné pro popis šíření tepla ve více směrech. V [13] je provedeno odvození a zobecnění pro úseky izolované tyče, které vychází obdobně s Obr. 9. Problém vyobrazený na Obr. 10 je možno řešit při předpokladu nulových vnitřních ztrát a rovnosti okolních teplot ( $T_1=T_2=0$ ).



Obr. 10 Náhradní tepelné schéma elementu s vývinem ztrát

Následně je možno psát

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda_x \frac{dT}{dx}\right) = 0. \tag{5.24}$$
Dvojitou integrací lze rovnici pro průběh teploty ve směru x vyjádřit jako

$$T(x) = C_1 x + C_2. (5.25)$$

Aplikací okrajových podmínek pro  $T_{(1/2)}=T_1$  a  $T_{(1/2)}=T_2$  lze vyjádřit integrační konstanty  $C_1$ a  $C_2$  ve tvaru

$$C_1 = \frac{(T_2 - T_1)}{l_x}; \quad C_2 = T_1.$$
 (5.26)

Dosazením okrajových podmínek zpět do (5.25) je získán vztah pro průběh teploty v úseku x

$$T(x) = (T_2 - T_1)\frac{x}{l_x} + T_1.$$
(5.27)

Na základě vztahu (5.2) je možné vyčíslit tepelný tok procházející daným úsekem

$$q_x = -\lambda_x S_x \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda_x S_x}{l_x} (T_1 - T_2).$$
(5.28)

Náhradní tepelný odpor vedením v úseku je pak

$$R_x = \frac{l_x}{\lambda_x S_x}.$$
(5.29)

Při využití podmínky náhradního schématu vyobrazeného na Obr. 10 musí pro umístění uzlu do středu platit

$$R_{x1} = R_{x2} = \frac{1}{2} \frac{l_x}{\lambda_x S_x}.$$
 (5.30)

Při vývinu ztrát v úseku při jednosměrném vedení tepla lze vycházet z rovnice

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q_{vzn}}{\lambda_x} = 0.$$
(5.31)

Stejně jako u rovnice (5.25) je možno zapsat základní rovnici pro průběh teploty ve směru *x* po provedení dvojité integrace

$$T(x) = -\frac{q_{vzn}}{\lambda_x} x^2 + C_1 x + C_2.$$
(5.32)

Aplikací okrajových podmínek  $T_{(-1/2)}=0$  a  $T_{(1/2)}=0$  se vyjádří jednotlivé integrační konstanty

$$C_1 = 0; \quad C_2 = \frac{q_{vzn} l_x^2}{8\lambda_x}.$$
 (5.33)

Zpětným dosazením okrajových podmínek do rovnice (5.32) pak získáváme rovnici

$$T(x) = -\frac{q_{vzn}}{\lambda_x} x^2 + \frac{q_{vzn} l_x^2}{8\lambda_x}.$$
 (5.34)

Střední teplotu vyšetřovaného úseku elementu lze získat jako integraci

$$T_{st\check{r}} = \frac{1}{l_x} \int_{-\frac{l_x}{2}}^{\frac{l_x}{2}} \frac{q_{vzn} l_x^2}{2\lambda_x} \left(\frac{1}{4} - \frac{x^2}{l_x^2}\right) dx = \frac{q_{vzn} l_x^2}{12\lambda_x}.$$
(5.35)

Aplikací superpozice, střední teploty úseku, vznikajících ztrát a paralelní kombinací tepelných odporů  $R_{x1} a R_{x2}$  je možné obdržet vztah pro výpočet  $R_{x3}$  [13] a [28]

$$R_{x3} = \frac{T_{st\check{r}}}{q_{vzn}\lambda_x S_x} - \frac{R_{x1}R_{x2}}{R_{x1} + R_{x2}} = -\frac{1}{6}\frac{l_x}{\lambda_x S_x}.$$
(5.36)

#### 5.1.3 Aplikace LPTN na vysokootáčkový stroj s permanentními magnety

Hlavní přínos disertační práce spočívá ve zpracování tepelných modelů pro nově vyvíjený vysokootáčkový stroj v projektu FV10310 "Nová generace pohonné jednotky pro kolejová vozidla". Aplikace metody je tedy ukázána na 6 pólovém stroji, který je během tvorby disertační práce spoluvyvíjen a modelován. V současné době se mnoho autorů zabývá ideálními konstrukčními uspořádáními pro vysokootáčkové stroje a vzniká mnoho nových publikací zabývajících se touto oblastí, viz [40]-[44]. V konvenčních aplikacích se používá pro zvýšení rychlosti pohonu převodovka. Oproti tomu použití vysokootáčkových motorů v kombinaci převodovkou s vysokým převodovým poměrem vedou na mnohdy obecně kompaktnější, menší a lehčí uspořádání pohonů v porovnání s konvenčními řešeními. Vysokootáčkové pohony se však potýkají s různými provozními problémy. Kvůli vysokým rychlostem se mohou některé komponenty zahřívat na extrémně vysoké teploty. Ztráty třením a ventilací jsou výrazně vyšší než u nízkootáčkových strojů. Namáhání a ztráty v ložiskách jsou zvýšené a mnohdy je nutné použit speciální ložiska (aerodynamická, aerostatická, magnetická atd.). S vyšší napájecí frekvencí taktéž narůstají ztráty v železe a vířivými proudy. Výpočet oteplení jednotlivých částí stroje je proto nedílnou součástí již během návrhu a je nutný iterativní postup před dosažením finálního návrhu.

Základní parametry příkladu modelovaného vysokootáčkového stroje jsou uvedeny v Tabulka III. Předpokládá se, že je stroj provozován v rozsahu 3000-9000 otáček za minutu. Nad hranicí jmenovitých otáček je nutno stroj odbuzovat, což tepelný výpočet dále komplikuje. Hlavní výhodou synchronního stroje s permanentními magnety je jeho vyšší účinnost, nízká hlučnost a absence pohyblivých kontaktů. Jako hlavní nevýhodu lze uvést tepelnou závislost a nízkou mechanickou pevnost permanentních magnetů.

Název parametru	velikost	jednotky	Pozn.:
Jmenovitý výkon	100	kW	Přetížení až na 180kW
Jmenovité napětí	365	V	
Jmenovitý fázový proud	198	А	
Jmenovité otáčky	3450	ot.min <sup>-1</sup>	
Otáčkový rozsah stroje	3–9	tisíc ot.min <sup>-1</sup>	
Účinnost	96,4	%	Ve jmenovitém bodě

Tabulka III Základní parametry modelovaného stroje

Elektromagnetický design stroje využívá tradiční topologii s povrchově uloženými magnety (typ N40UH) na rotoru, zajištěnými uhlíkovou bandáží proti účinkům odstředivých sil. Zubové vinutí na statoru je umístěné v drážkách s vyložením a je navrhnuto v tepelné třídě H. Kvůli ochraně před ložiskovými proudy je jedno z použitých ložisek odizolováno keramickou mikro vrstvou.

Pro řešení tepelného modelu je nutné rozdělit modelovaný stroj na jednotlivé vyšetřované geometrie. Každá geometrie je reprezentována výpočetním uzlem, viz Obr. 5. Řešení tepelného modelu je v tomto případě pouze 2D při využití podélné osové souměrnosti. Na Obr. 11 je naznačeno v podélném směru rozmístění jednotlivých uzlů; obrázek je z důvodu formátování práce zmenšen. Původní velikost je uvedena v příloze práce.



Obr. 11 Přehled počítaných uzlů tepelné sítě – zmenšená verze

Z důvodu rozsáhlosti všech rovnic nejsou uvedeny v samotné práci, ale lze je najít v příloze. Tepelná síť se skládá z *n* uzlů, kterým v případě přechodového děje odpovídá *n* diferenciálních rovnic prvního řádu.

Matematickými úpravami je možné rovnici (5.15) přepsat do následujícího tvaru

$$C\frac{dT}{dt} = T_i \cdot \left(\frac{1}{R_{i,1}} + \frac{1}{R_{i,2}} + \dots + \frac{1}{R_{i,n}} + \frac{1}{R_{i,amb}}\right) - \frac{T_1}{R_{i,1}} - \dots - \frac{T_n}{R_{i,n}} = \Delta P_i + \frac{T_{amb\ i}}{R_{i,amb}},\tag{5.37}$$

zjednodušeně pak

$$C\frac{dT}{dt} = \frac{1}{R_{i,j}} \cdot \left( T_i(t) - T_j(t) \right) + dP_i(t),$$
(5.38)

kde *i,j*=1, 2, 3.....n.

Teplota  $T_i$  představuje v rovnici (5.37) hledanou teplotu uzlu, teplota  $T_j$  je pak teplota vedlejšího uzlu,  $T_{amb}$  je teplota okolí a  $R_{i,amb}$  je tepelný odpor mezi i-tým uzlem a okolí.  $\Delta P_i$  jsou vznikající ztráty v uzlu i-té části a konečně  $C_i$  je tepelná kapacita i-tého objemu.

V maticovém tvaru se pak soustava rovnic zapíše jako

$$C\frac{dT}{dt} + G \times T = \Delta P.$$
(5.39)

Matice C je diagonální maticí tepelných kapacit

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & C_n \end{bmatrix}.$$
 (5.40)

Matice tepelných vodivostí G má tvar

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{1,i}} + \frac{1}{R_{1,amb}} & -\frac{1}{R_{1,2}} & \cdots & -\frac{1}{R_{1,n}} \\ -\frac{1}{R_{2,1}} & \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{2,i}} + \frac{1}{R_{2,amb}} & \cdots & -\frac{1}{R_{2,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{R_{n,1}} & -\frac{1}{R_{n,2}} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{n,i}} + \frac{1}{R_{n,amb}} \end{bmatrix}.$$
(5.41)

Vektor zdrojů  $\Delta P$  se zapisuje

$$\Delta \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 + \frac{T_{amb \ 1}}{R_{1,amb}} \\ \Delta P_2 + \frac{T_{amb \ 2}}{R_{2,amb}} \\ \vdots \\ \Delta P_n + \frac{T_{amb \ n}}{R_{n,amb}} \end{bmatrix}.$$
(5.42)

A konečně vektor hledaných teplot **T** 

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix}.$$
 (5.43)

Z analogie s elektrickými obvody je řešení obdobné metodě uzlových napětí. K řešení přechodových dějů se používá například Eulerova metoda, metoda Runge-Kutta a další. V případě ustáleného času se žádné teplo neakumuluje a rovnice (5.39) přechází na tvar

$$T = G^{-1} \times \Delta P. \tag{5.44}$$

Tabulka IV uvádí parametry vstupujících do výpočtu. Pro případná srovnání je nutné dodržet stejné zadané parametry. Pro řešení pouze el. stroje bez kostry je na povrchu statoru uvažován vysoký koeficient přestupu tepla 1000 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>; tento je zde pouze kvůli tepelnému rozložení, kdy se předpokládá většinový odvod tepla skrz kostru stroje. Zmíněný postup se uplatňuje v případě, že není znám povrch, případně tvar chladící kostry [21]. V příloze práce (str. 124) jsou uvedeny rovnice tepelné sítě spolu s definovanými tepelnými odpory.

Název parametru	Označení	Hodnota
Měrná tepelná vodivost	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	
kostra	$\lambda_{ m k}$	235
elektromagnetické plechy – radiálně	$\lambda_{\rm Fe-r}$	45
elektromagnetické plechy – axiálně	$\lambda_{\rm Fe-a}$	1
drážková izolace	$\lambda_{\mathrm{izd}}$	0,3
izolace vodiče	$\lambda_{\mathrm{izv}}$	0,15
vinutí – radiálně [58]	$\lambda_{\rm vin-r}$	1
vinutí – axiálně	$\lambda_{\rm vin-a}$	380
bandáž rotoru	$\lambda_{ m b}$	0,1
magnety	$\lambda_{\mathrm{PM}}$	7,7
hřídel	$\lambda_{ m h}$	50
ložiska	$\lambda_{ m lož}$	25
ložiskový štít	$\lambda_{ m lož\check{s}}$	25
vzduch	$\lambda_{ m vzd}$	0,026
Koeficient přestupu tepla	W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>	
do okolí	$\alpha_0$	1000
do vzduchové mezery	$\alpha_{\rm vzd}$	130
z čel vinutí	$\alpha_{\rm vzd2}$	25
do ložiskového štítu	$\alpha_{\rm vzd3}$	13

Tabulka IV Materiálové konstanty

Měrná tepelná kapacita	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	
vinutí	c <sub>Cu</sub>	383
magnetický obvod	c <sub>Fe</sub>	450
magnety	$c_{\rm PM}$	420
Štíty	CS	896

V Tabulka V je uveden výpis vstupujících ztrát od výpočtu.

Tabulka V Jednotlivé ztráty						
Název parametru	velikost	jednotky	Pozn.:			
Joulovo ztráty	1333	W	pro 150 °C			
Ztráty v rotoru	316	W				
Ztráty v PM	73	W				
Ztráty v zubech statoru	301	W				
Ztráty ve jhu statoru	364	W				
Mechanické ztráty	345	W				
Dodatečné ztráty	500	W	Empirická hodnota			

## Dílčí závěry

Zadaný tepelný model je řešen v ustáleném stavu. Tabulka VI uvádí jednotlivé hodnoty teplot uzlů pro stroj pro okolní teplotu 40 °C zatíženého ztrátami uvedenými v Tabulka V.

Číslo	Νάτον μτίμ	maximální	Číslo	Νότον μτίμ	maximální
uzlu		teplota[°C]	uzlu	INAZEV UZIU	teplota[°C]
1	'DE_out'	81,1	11	'čelo_NDE'	97,8
2	hřídel_pod_ložiskem'	81,3	12	'zub'	65,2
3	hřídel_vzd'	82,4	13	'jho_stator'	55,7
4	'hřídel_paket'	102,3	14	'kostra'	
5	hřídel_vzd'	102,1	15	vzd. mezera_DE'	91,2
6	'NDE_out'	81,2	16	vzd. Mezera_NDE'	94,4
7	'jho_rotor'	107,3	17	'štít_DE'	43,6
8	'PM'	106,2	18	'štít_NDE'	42,9
9	'čelo_DE'	97,7	19	'DE_ložisko'	85,1
10	'drážka'	92,8	20	'NDE_ložisko'	88,9

### Tabulka VI Výsledky analytického modelu

## 5.2 Numerický způsob řešení tepelného modelu stroje – MKP

Metoda konečných prvků, jak již název napovídá, počítá s předem definovaným počtem prvků neboli elementů. Metody konečných prvků jsou v oblasti elektrotechniky široce využívány, a to jak ve 2D, tak i ve 3D. Řešiče jsou v dnešní době schopné řešit jak ustálené, tak i přechodné stavy; numerické metody se tak staly základní součástí moderních inženýrských výpočtů. 2D analýzy lze například použít pro určování ekvivalentních tepelných vodivostí v nehomogenních částech stroje jako je například drážka stroje [27]. Pro získání řešení tepelného modelu elektrického stroje je ovšem nutné použít 3D analýzu. Oproti elektromagnetickým simulacím totiž není dostačující řešit tepelné pole pouze v příčném řezu, ale je nutné řešit stroj komplexně, kdy nejvíce ovlivňuje výsledky rozložení teploty v oblasti čel. Při aplikaci numerických metod pro výpočet oteplení elektrického stroje je ovšem stále potřeba jednotlivých zjednodušení (úpravy geometrie, zjednodušení na rozhraních, okrajové podmínky atd.), které do výpočtu zanášejí určitou chybu. Pro řešení komplexních geometrií je nutné plně definovat jednotlivá počítaná tělesa – materiály, zatížení modelu. Další samostatnou kapitolou je správné definování okrajových podmínek. V rámci tepelných výpočtu se používají tyto čtyři druhy [28]:

- I. typu: jsou dány teploty na okrajích oblastí  $T(t) = T_{amb}(x, y, z, t)$  (Dirichletova okrajová podmínka),
- II. typu: jsou dány hustoty tepelných toků ve směru normály k povrchu  $-\lambda_t \frac{\partial T}{\partial n} = \lambda_{ch} \frac{\partial T_{amb}}{\partial n}$  (Neumannova okrajová podmínka) kde  $\lambda_t$  je měrná tepelná vodivost tělesa a  $\lambda_{ch}$  je měrná tepelná vodivost chladiva,
- III. typu: smíšená podmínka kdy jsou na okrajích oblastí zadány teploty a součinitelé přestupu tepla  $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha (T T_{amb})$  (nejčastější okrajová podmínka),
- IV. typu: na okrajích oblastí je popsána přeměna tepla na energii tepelného záření  $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_{amb}^4).$

Rozlišení vytvořené sítě počítaného tepelného modelu pak stejně jako v analytických výpočtech dokáže ovlivnit i přesnost samotného výpočtu. Kdy je přímá úměra mezi přesností výsledků, počtem elementů a rychlosti výpočtu. Právě v rychlosti a objemu dat metody konečných prvků prohrávají v přímém srovnání s analytickými výpočty. Ty oproti tomu těží z rychlosti výpočtu. Metoda konečných prvků je vhodná k analýze pevných těles, které nelze exaktně a jednoduše popsat metodou náhradní tepelné sítě. Při řešení tepelného modelu metoda konečných prvků využívá obecnou rovnici šíření tepla ve tvaru

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} - \nabla (\lambda \nabla T) = Q'.$$
(5.45)

#### 5.2.1 Aplikace MKP analýzy na vysokootáčkový stroj s PM

Pro ověření výsledků analytických metod se často používá právě metoda konečných prvků, a proto je na stejném příkladu (viz Tabulka III), jako v kapitole 5.1.3 zpracován tepelný model. Jsou použity stejné parametry pro výpočet jako pro analytickou metodu, jež jsou uvedeny v Tabulka IV. Model je rovněž zatížen stejnými ztrátami, uvedenými v Tabulka V.



Obr. 12 Náhled řešení 3D geometrie

Pro řešení 3D tepelného modelu vysokootáčkového synchronního stroje s permanentními magnety je využito programu ANSYS Workbench, toolboxu Steady State Thermal. Na Obr. 12 je vyobrazen modelovaný stroj. K hlavním výhodám MKP řešiče patří poměrně jednoduchá příprava modelu a možnost přímo ovlivňovat rychlost výpočtu a přesnost nastavením parametrů síťování. Vznikající ztrátový výkon stroje je především odváděn pomocí kondukce až na definované rozhraní okolí. Toto chování lze nejlépe popsat rovnicí

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}.$$
(5.46)

Je tedy patrné, že měrná tepelná vodivost λ má zásadní vliv na odvod tepla z vnitřku stroje. Problematické je především definování ekvivalentních tepelných vodivostí. Ty je potřeba definovat u nehomogenních těles, kde se vyskytuje více materiálů s rozdílnými vlastnostmi a parametry. Především se jedná o vinutí a jeho izolaci vůči kostře (vyložení drážky, impregnace, lakování vodičů, bandážování, vyložení čel atd.), statorový a rotorový paket. V neposlední řadě i ložiska a bandáže permanentních magnetů. Hlavní problematické oblasti jsou především tyto:

a) Vinutí – správné definování ekvivalentních tepelných vodivostí vinutí je základem každého tepelného výpočtu. Hodnoty tepelných vodivostí izolačních materiálů se mohou často lišit v rámci řádů; to je zapříčiněno nehomogenitou materiálu, obsahem vzduchu, stavem proimpregrování atd. Tepelná vodivost se pro vrstvené materiály udává pro kolmý směr tepelného toku. Izolace elektrických strojů se skládají vždy minimálně ze dvou vrstev, a to izolantu a vrstvy plynu. Tomu je možné zabránit a zlepšit celkový odvod tepla z drážky pomoci impregnace vinutí. Z pohledu tepelných výpočtů se velmi špatně vodivý vzduch nahradí impregnací s podstatně lepšími tepelnými vlastnostmi. Ty jsou dány složením a použitými specifickými plnivy, které ovlivňují tepelné, mechanické, ale i elektrické vlastnosti dielektrických systémů. Příklady používaných izolačních materiálů jsou uvedeny v Tabulka VII.

Materiál	Měrná tepelná vodivost [W. m <sup>-1</sup> . K <sup>-1</sup> ]	Měrný elektrický odpor [Ω.cm]
Kapton FN	0,12	(1,4-2,3) x 10 <sup>17</sup>
Nomex paper	0,12-0,15	8 x 10 <sup>11</sup> – 8 x 10 <sup>16</sup>
Mylar	0,14	10 <sup>15</sup> - 10 <sup>18</sup>
ECCTreme ECEA 3000	0,18	> 10 <sup>18</sup>
Teflon PFTE	0,22	> 10 <sup>18</sup>
PEEK 450G	0,25	4,9 x 10 <sup>16</sup>
MC4260	0,6-0,7	8 x 10 <sup>14</sup>

Tabulka VII Materiálové vlastnosti izolačních materiálů [38]



Obr. 13 Příklad špatně impregnovaného vinutí statoru

Obr. 13 poukazuje na příklad dvou drážek totožného stroje, kde je provedena impregnace vinutí technologií VPI, ale vinutí jako celek je špatně proimpregnováno. V drážkách je přítomen velký objem vzduchu, který by mohl zapříčinit přehřívání jednotlivých vodičů a růst teploty vinutí nad povolená maxima. Z pohledu modelování elektrických strojů je takto zpracované vinutí problém, protože nelze správně určit ekvivalentní tepelnou vodivost vinutí. Pro návrhy nových strojů, je tedy nutné vědět přesnou technologii zpracování stroje a mít od výrobce jasně definovány, ověřeny a zaručeny parametry vinutí, jako je právě zmiňovaná ekvivalentní tepelná vodivost.

b) Statorový a rotorový paket – u synchronních strojů s permanentními magnety bývají pakety statorových a rotorových jader složeny z elektrotechnických plechů. U rotorů to zpravidla bývá kvůli konstrukci, případně kvůli omezování vznikajících ztrát v rotoru od napájecí frekvence a vyšších harmonických. Měrná tepelná vodivost je zpravidla

rozdílná v radiálním a axiálním směru. V radiálním směru bývá vodivost ovlivněna především obsahem Si a technologickým postupem výroby plechů. V axiálním směru pak měrnou tepelnou vodivost ovlivňuje tloušťka plechů, tloušťka izolace a tlak, kterým je paket stlačen [28] a [A7]; tímto tématem se podrobněji zabývá kapitola 6. Obr. 14 Příklad vystřiženého plechu statorového svazku s rotorem a hřídelí



c) Konstrukční části a jejich kontakty – v elektrickém stroji existuje řada kontaktních ploch, které zásadním způsobem ovlivňují šíření tepla ve stroji. Nejdůležitějším kontaktem u pasivně chlazených strojů chlazených pomocí konvekce z kostry je pak styk mezi statorovým paketem a chladící kostrou stroje. Většina generovaného

odpadního tepla je zpravidla odváděna touto plochou a jakákoliv nedokonalost styku může způsobit zhoršení tepelných poměrů ve stroji. Zmíněnou problematikou se zabývá řada studií [24], [45] a [46], ve kterých je definován "prostupový koeficient (TCC)". Tento koeficient pak respektuje závislost ekvivalentního tepelného odporu na vlastnostech materiálu, drsnosti povrchu, tlaku a výrobním postupu. Dále se touto problematikou zabývá i kapitola 7.

#### 5.2.2 Výsledky MKP analýzy vysokootáčkového stroje s PM

Při řešení tepelného modelu elektrického stroje v programu Ansys je nutné ztráty, které vznikají v jednotlivých objemech, vždy zadávat přepočtené na objem. V modelovaném případě je tedy nutné zatížit výpočetní model hodnotami uvedenými v Tabulka VIII.

Ztráty	Velikost [W]	Objem [m³]	Objemové ztráty [W.m <sup>-3</sup> ]	exponent
Joulovy ve vinutí	1333	0,00334395	398630,4	3,99E+05
v magnetech	73	0,000613536	118982,4	1,19E+05
v rotoru	316	0,00178959	176576,8	1,77E+05
ve statoru	665	0,0051103	130129,3	1,30E+05
mechanické	345	0,0057043	60480,7	6,05E+04

Tabulka VIII Zatížení jednotlivých částí pro MKP



Obr. 15 Výsledky MKP analýzy pro sinusové napájení

Na Obr. 15 je zobrazeno rozložení teplot z výpočtu pomocí metody konečných prvků. V případě uvažování napájení z nesinusového zdroje (průmyslové či trakční měniče) je nutné, dle norem [35] a [36] pro trakční stroje, všechny vznikající a teplo-tvořivé ztráty vynásobit koeficientem 1,2. Koeficient však reálně záleží na konkrétním použitém výkonovém měniči, jeho spínací frekvenci, hloubce modulace a pracovním režimu. To znamená, že při použití nevhodného řízení a typu měniče mohou vznikající přídavné ztráty být klidně až o desítky procent vyšší [8], [9]. Dále je v případě reálných aplikací nutné vhodně rozložit vznikající přídavné ztráty do všech částí stroje. Přídavné ztráty jsou tak dle poměru celkového objemu k objemům dílčím rozděleny a jednotlivé ztráty v různých částech o hodnotu přídavných ztrát navýšeny. V tabulce Tabulka IX je uvedeno zvýšení jednotlivých ztrát o již zmíněné přídavky.

Ztráty	Velikost SIN [W]	Velikost PWM [W]	Objem [m <sup>3</sup> ]	podíl příd. ztrát [%]	celkově tepelné [W]	Objemové ztráty [W.m <sup>-3</sup> ]	exponent
Joulovy ve vinutí	1333	1599,6	0,00334395	20,2	1720,7	514584	5,14E+05
v magnetech	73	87,6	0,00061353	3,7	109,8	179007	1,79E+05
v rotoru	316	379,2	0,00178959	10,8	444,0	248120	2,48E+05
ve statoru	665	798	0,0051103	30,9	983,1	192383	1,92E+05
mechanické	347	347	0,0057043	34,4		36228	3,62E+04
přídavné	500	600	0,01656167		3392,8		

Tabulka IX Zatížení jednotlivých částí pro MKP pro PWM s přídavnými ztrátami



Obr. 16 Výsledky MKP analýzy po zahrnutí ztrát od PWM a dodatečných ztrát

V Tabulka X je uveden soubor výsledků obou přístupů, a to jak analytického modelu, tak i tepelného modelu počítaného metodou konečných prvků. Na Obr. 17 je graficky uvedeno i srovnání modelu při zatížení dodatečnými ztrátami a zahrnutí vlivu nesinusového napájecího zdroje.

Název uzlu/části	Tepelná síť [°C]	MKP model [°C]	maximální rozdíl Analyticky/MKP [%]	MKP model + PWM + dodatečné ztráty [°C]
hřídel DE konec'	81,1	80,2	1,1	80,2
hřídel_pod_ložiskem'	81,3	82,1	1,0	83,2
hřídel_vzd'	82,4	89 <i>,</i> 5	8,6	90,1
'hřídel_paket'	102,3	104,5	2,2	110,3
hřídel_vzd'	102,1	102,3	0,2	108,3
hřídel NDE konec	81,2	80,9	0,4	81,2
'jho_rotor'	107,3	106,1	1,1	115,8
'PM'	106,2	105,8	0,4	119,2
'čelo_DE'	97,7	73-109	7,4	87-128
'drážka'	92,8	65-106	8,5	65-128
'čelo_NDE'	97,8	73-109	7,5	87-128
zub'	65,2	59 <i>,</i> 6	9,4	62,2
'jho_stator'	55,7	55,2	0,9	56,4
DE = drive e	nd NDE =	non driv	e end	

Tabulka X Srovnání analytického a MKP tepelného modelu



Obr. 17 Graf srovnávající jednotlivé výsledky analýz

### Dílčí závěry

- Díky ladění analytického modelu a ověřování pomocí měření je patrná dobrá shoda při nastavení jednotných okrajových podmínek a zatížení stejnou velikostí tepelných ztrát.
- Maximální chyba ve velikosti teplot obou modelů je nižší než 10%, to je způsobeno uvažováním jednoho bodu v rámci analytického přístupu a počítání elementárních částí v MKP metodě, kdy by se pro popis teplot lépe hodil rozsah teplot než jediné číslo, viz Tabulka X.

## 5.3 Zpětný výpočet parametrů pomocí měření

Nejstarší metoda přístupu k řešení tepelných modelů elektrických strojů je založena na experimentálním zkoušení a měření různých testů pro získávání obecného přehledu o tepelném chování strojů. V dřívějších dobách, kdy nebylo možné použít numerické metody analýzy, bylo vyráběno velké množství různorodých uspořádání a prováděno mnoho testů pro získání koeficientů empirických rovnic [15]. Zároveň byly tyto rovnice na základě výsledků měření sestavovány. Tato metoda je nejméně efektivní v porovnání s výše zmíněnými, avšak nejlépe reflektuje výrobní technologii a možnosti daného výrobního podniku. Měření pro získání představy o reálném tepelném modelu synchronního stroje je provedeno na vysokootáčkovém demonstrátoru. Měřená oteplovací zkouška má svá specifika. K dosažení jednotlivých měřících míst je nutné stator stroje i s nalisovanou kostrou stáhnout z rotoru, který je uložen v převodové části kompaktní pohonné jednotky. Jsou provedena dvě měření. První s otevřeným prostorem vnitřku stroje, druhá zkouška je se zakrytými prostory DE a NDE části stroje. Při dalším měření je stroj profukován chladicím vzduchem a jsou měřeny trendy změn teplot.

#### 5.3.1 Popis experimentu

Nejdůležitější částí pro řešení je zjištění ekvivalentní měrné tepelné vodivosti vinutí do statorové drážky stroje. Tato hodnota vypovídá o správnosti provedení ručního navíjení, případně proimpregnování statorového vinutí za účelem odstranění vzduchových bublin. Pro omezení vlivu kmitočtu napájecího napětí je zvoleno napájení jmenovitým stejnosměrným proudem, který vyvolá pouze Joulovy ztráty. Stroj je osazen celkem 39 termočlánky PT100, které jsou připojeny do systému kontroly řízení halové laboratoře RICE. Vysoký počet

termočlánků je dán jejich umístěním, a to v každé fázi, kolem statorových zubů, na jejich povrch a různé pozice na kostře. Přehled jednotlivých měřících míst je uveden na Obr. 18. Stroj je nejprve měřen otevřený a následně opatřen z obou stran kryty, které nahrazují ložiskový štít a stěnu převodovky, pro zamezení úniku vyvíjeného tepla.



Obr. 18 Rozložení termočlánků podél měřené kostry a statoru stroje - schematicky V rámci měření je vybrána fáze V a ta je připojena k paralelní kombinaci zbylých fází (U a W). Středový uzel totiž není vyveden a je nutné tedy měřit sério-paralelní kombinaci fází. V tomto zapojení je odpor jedné fáze 0,0079Ω.

Celkový odpor studeného stroje je

$$R_{\rm V+U:W} = R_{\rm V} + \frac{R_{\rm U}.R_{\rm W}}{R_{\rm U} + R_{\rm W}} = 0,01185\Omega \ p\check{r}i \ 20^{\circ}C.$$
(5.47)

Při oteplení všech fází na 160 °C odpor narůstá na

$$R_{160^{\circ}\text{C}} = R_{20^{\circ}\text{C}} \left( 1 + \alpha (T - T_0) \right) = 0,01185(1 + 3,92.10^{-3}.140) = 0,01835\Omega.$$
(5.48)

Změny odporů jednotlivých fází pro jejich teploty:

Pro fázi U:

$$Ru_{125^{\circ}C} = R_{20^{\circ}C} \left( 1 + \alpha (T - T_0) \right) = 0,0079(1 + 3,92.10^{-3}.105) = 0,01115\Omega.$$
(5.49)  
Pro fázi W:

 $Rw_{125^{\circ}C} = R_{20^{\circ}C} (1 + \alpha (T - T_0)) = 0,0079(1 + 3,92.10^{-3}.105) = 0,01115\Omega.$  (5.50) Pro fázi V:

$$Ru_{155^{\circ}C} = R_{20^{\circ}C} \left( 1 + \alpha (T - T_0) \right) = 0,0079(1 + 3,92.10^{-3}.135) = 0,01208\Omega.$$
(5.51)

Sério-paralelní kombinace V a UW fází má výsledný odpor

$$R_{\rm V+U:W} = R_{\rm V} + \frac{R_{\rm U}.R_{\rm W}}{R_{\rm U} + R_{\rm W}} = 0,01208 + \frac{0,01115}{2} = 0,01766\Omega$$
(5.52)

pro oteplené části (každá dle naměřené teploty).

Při procházejícím proudu 188 A jsou celkové ztráty

$$\Delta P_{\rm Cu} = R_{\rm V+U:W} I^2 = 624W.$$
(5.53)

#### 5.3.2 Naměřené hodnoty

Pro přehlednost výsledků oteplovací zkoušky nejsou vypsány výsledky jednotlivých teplot, ale je pouze prezentován graf ustálených hodnot teplot jednotlivých měřících míst. Na Obr. 19 jsou pak popsány jednotlivé křivky, dle umístění ve stroji. Výsledky jsou zaznamenány v čase pomocí systému kontroly řízení halové laboratoře RICE. K ustálení měřených hodnot dochází přibližně po 8 hodinách zatěžování.



Obr. 19 Naměřené ustálené hodnoty jednotlivých teplot (°C)

#### 5.3.3 Vyhodnocení dat

V případě zahřívané fáze V, prochází touto fází proud o velikosti 188 A. Elektrický odpor zahřáté fáze je 0,01208Ω. Celkový ztrátový výkon celé fáze V je 427 W. V případě 3fázového stroje s devíti cívkami po obvodu stroje, pak připadá ztrátový výkon na jednu cívku cca 142 W. Tento ztrátový výkon se chladí z většiny do zubu statorového paketu. Schematicky je na Obr. 20 vyobrazen statorový zub s navinutou cívkou a příslušnými rozměry v milimetrech. Reálné rozmístění termistorů během experimentu je zobrazeno na Obr. 21. Pomocí rovnic (5.54) až (5.59) je vyčíslen přibližný součinitel ekvivalentní tepelné vodivosti statorové drážky v radiálním a tangenciálním směru vůči statoru (zub i jho).



*Obr. 20 Schématický pohled na počítaný zub statoru, vyznačena styková plocha (oranžově)* Celková plocha odvodu ztrátového tepla do statorového paketu

$$S_{\rm jho} + S_{\rm zub} = (0,026 + 0,025).291mm = 0,014841m^2.$$
 (5.54)

Teplotní spád mezi vinutím (148 °C) a nejbližším okolím zubu (část pod vyhřívaným zubem 94 °C; část pod cívkou z obou stran 90 °C ± 3°C. Tyto hodnoty byly naměřeny přímo na statorovém paketu stroje

$$\Delta P_{\rm Cu\,jedné\,cívky} = R_{\rm V}.\,I^2 = \frac{427}{3} = 142W.$$
(5.55)

Teplotní rozdíl tedy je 54 °C až 61 °C. Ztrátový výkon na cívku je cca 142 W. Střední hodnota vzdálenosti mezi středem vinutí a paketem (15 až 25 mm) je volena 20 mm.

Z rovnice pro 61 °C

$$\Delta T = R. Z \Longrightarrow R = \frac{\Delta T}{Z} = \frac{61}{\frac{142}{2}} = 0,859 \frac{K}{W}$$
(5.56)

A pro 54 °C

$$\Delta T = R.Z \Longrightarrow R = \frac{\Delta T}{Z} = \frac{54}{\frac{142}{2}} = 0,761\frac{K}{W}$$
(5.57)

Pro maximální teplotu a tepelný odpor kde vznikají ztráty:

$$R = \frac{l}{2\lambda S} \Longrightarrow \lambda = \frac{l}{2RS} = \frac{0.02}{2.0.859.0.014841} = 0.784 \frac{W}{m.K} \ pro \ rozdíl \ 61^{\circ}C$$
(5.58)

$$R = \frac{l}{2\lambda S} \Longrightarrow \lambda = \frac{l}{2RS} = \frac{0.02}{2.0.761.0.014841} = 0.885 \frac{W}{m.K} \ pro \ rozdíl \ 54^{\circ}C \tag{5.59}$$

### Dílčí závěry

Hodnota tepelné vodivosti je brána jako nejlepší možná, protože je předpokládána pozice uprostřed statorové drážky; to odpovídá založení měřícího termočlánku PT100 mezi jednotlivé statorové cívky. Tato pozice ovšem není známa. Ovšem v případě při založení měřícího členu do středu měřené cívky, by znamenalo zmenšení vzdálenosti o polovinu, a tudíž i snížení na polovinu tepelné vodivosti mezi drážkou a statorem.

Při prvotním návrhu stroje je počítáno se součinitelem tepelné vodivosti 1 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>, obrázek 211, strana 266 [58], v reálné aplikaci (dle dostupné technologie výroby daného prototypu) může být odchylka i jednotky až desítky procent. V případě měření prototypu synchronního stroje jsou obdrženy průběhy teplot ve stroji, velikost generovaného tepla, rychlost jeho šíření a chladící kapacita kostry stroje. Na základě těchto hodnot proběhla korekce parametrů a ladění řešených tepelných modelů. Díky této korekci je dosažena dobrá shoda analytického modelu s modelem řešeným metodou konečných prvků.



Obr. 21 Reálné rozmístění termočlánků PT100 během experimentu

# 6 Vliv axiální vodivosti statorového paketu na tepelný model stroje

U statorového paketu se při výpočtu ustáleného tepelného stavu uvažují dva směry šíření tepla. Měrná tepelná vodivost ( $\lambda$ ) plechů se zpravidla v radiálním směru pohybuje v rozmezí 20-50 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> [14], [15], naproti tomu v axiálním směru z důvodu lakované izolace plechů je hodnota měrné tepelné vodivosti řádově nižší (zpravidla 1-5 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>) [14], [15]. V rámci zpřesňování tepelných výpočtů je zpracován parametrický model ukazující porovnání pro různě nastavené hodnoty podélné tepelné vodivosti. V radiálním směru je použita vodivost uvedena v Tabulka XI a v axiálním směru je zpracován výpočet pro zvyšující se tepelnou vodivost od 0 do 5 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>. Vzhledem k numerickému výpočtu je místo hodnoty 0 nastavena hodnota 1e<sup>-4</sup>, jinak by výpočet nebyl proveditelný. Dále je zkoušena i hodnota axiální vodivosti 50 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>, kdy tento stav simuluje použití masivního statoru namísto elektrotechnických plechů. Cílem je dokázat vliv axiální tepelné vodivosti statorového svazku na tepelný model. Z tohoto důvodu není uvažována tloušťka použitých plechů a izolace, která samozřejmě tepelnou vodivosti v axiálním směru ovlivňuje a je pouze využíván rozsah možných hodnot tepelné vodivosti v axiálním směru.

# 6.1 Matematický popis problému a nastavení simulace

Jako příklad pro určení vlivu je vybrán jiný vývojový prototyp vysokootáčkového synchronního stroje s PM s parametry uvedenými v Tabulka XI.

Umístění ztrát	velikost	jednotky	Pozn.:
Ztráty ve statoru stroje	845	W	Ztráty v železe
Ztráty ve vinutí	2226	W	Joulovy ztráty
Ztráty v magnetech	72	W	
Mechanické ztráty	331	W	
Přídavné ztráty	660	W	
Měrná tepelná vodivost [λ]	velikost	jednotky	Pozn.:
Jádro statoru (radiální směr)	45	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	[14], [15]
Jádro statoru (axiální směr)	0-5	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	[14], [15]
Podélná vodivost vinutí	380	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	Použita hodnota pro Cu

Tabulka XI Souhrn vstupujících parametrů do simulace

Příčná vodivost vinutí	0,3	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	Izolace vodičů
Vnitřní vodivost vzduchu	0,025	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	
Izotropní vodivost hřídele	60	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	
Izotropní vodivost kostry	237	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	Kostra vyrobena z hliníku
Izotropní vodivost PM	7,7	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	Viz datasheet ARNOLD MAG.

V tomto případě simulace je nastavena okrajová podmínka pro kostru stroje (součinitel přestupu tepla)  $\alpha$  na velikost 20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> [11]. Odpovídá tedy předpokladu pohybu chladicího vzduchu kolem stroje rychlostí 10-40 km/h. Pro další výpočet a porovnání není důležité znát tuto hodnotu přesně. Protože hlavní směr zkoumání je vliv axiální vodivosti a ten není velikostí této okrajové podmínky ovlivněn. Na Obr. 22 je zobrazeno rozložení okrajových podmínek uvnitř stroje.





V rámci ověření vlivu na tepelný model je zvolena hodnota vnitřního součinitele přestupu tepla 20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> při 100°C. Tato hodnota vychází z empirické rovnice (6.1), která byla vyšetřována v publikacích [23], [39]. Tento součinitel je nastaven na čela vinutí a celé plochy na okrajích stroje (Obr. 22 – vyznačeno žlutou barvou).

$$\alpha = k_1 + (k_2 \cdot v_r^{0.6}) \tag{6.2}$$

kde  $k_1$ =6,5 W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>a  $k_2$ =5,25 W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup> jsou koeficienty empirické rovnice a  $v_r$  je otáčivá rychlost [m · s<sup>-1</sup>].



Obr. 23 Náhradní tepelné schéma vyšetřovaného problému

Na Obr. 23 je uvedeno ekvivalentní tepelné schéma vyšetřovaného problému. Popis je pak dle následujících rovnic (6.3) až (6.8)

$$\frac{T_{\rm vzd} - T_{\rm kostra}}{R_3} + \frac{T_{\rm jho} - T_{\rm kostra}}{R_7} + C_{\rm kostra} \frac{dT_{\rm kostra}}{dt} = 0, \tag{6.3}$$

$$\frac{T_{\rm vzd} - T_{\rm jho}}{R_{ax-1}} + \frac{T_{\rm zub} - T_{\rm jho}}{R_8} + \frac{T_{\rm drážka} - T_{\rm jho}}{R_6} + C_{\rm jho}\frac{dT_{\rm jho}}{dt} = \Delta P_{\rm jho},$$
(6.4)

$$\frac{T_{\rm vzd} - T_{\rm zub}}{R_{ax-2}} + \frac{T_{\rm drážka} - T_{\rm zub}}{R_5} + \frac{T_{\rm jho} - T_{\rm zub}}{R_8} + C_{\rm zub}\frac{dT_{\rm zub}}{dt} = \Delta P_{\rm zub},$$
(6.5)

$$\frac{T_{\rm vzd} - T_{\rm drážka}}{R_1} + \frac{T_{\rm \check{c}elo} - T_{\rm drážka}}{R_4} + \frac{T_{\rm zub} - T_{\rm drážka}}{R_5} + \frac{T_{\rm jho} - T_{\rm drážka}}{R_6}$$
(6.6)

$$+ C_{\rm drážka} \frac{dT_{\rm drážka}}{dt} = \Delta P_{\rm drážka},$$
$$\frac{T_{\rm vzd} - T_{\rm čelo}}{R_2} + \frac{T_{\rm drážka} - T_{\rm čelo}}{R_4} + C_{\rm čelo} \frac{dT_{\rm čelo}}{dt} = \Delta P_{\rm čelo},$$
(6.7)

$$\frac{T_{\text{drážka}} - T_{\text{vzd}}}{R_1} + \frac{T_{\text{čelo}} - T_{\text{vzd}}}{R_2} + \frac{T_{\text{zub}} - T_{\text{vzd}}}{R_{\text{ax}-2}} + \frac{T_{\text{jho}} - T_{\text{vzd}}}{R_{\text{ax}-1}} + \frac{T_{\text{kostra}} - T_{\text{vzd}}}{R_3} + C_{\text{vzd}} \frac{dT_{\text{vzd}}}{dt} = 0,$$
(6.8)

kde

$$R_{\text{axial1,2}} = \frac{l}{\lambda_{\text{ax}}.S}.$$
(6.9)

V tomto případě jde o zjištění vlivu různých velikostí součinitele vedení tepla v axiálním směru  $\lambda$  nastavovaného v rozmezí 0 až 5 [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>] na celkový odvod ztrát ze stroje. V rovnicích (6.4) a (6.5) vystupuje odpor  $R_{ax-1} a R_{ax-2}$ . Ty reprezentují cesty mezi jednotlivými uzly v síti a též se v nich mění tepelná vodivost. Zkoumá se vliv na ostatní uzly tepelného schématu. Ostatní odpory  $R_{1 až 8}$  z rovnic zjednodušeně reprezentují soustavu jednotlivých odporů pro průchod tepla mezi částmi stroje.

### 6.2 Interpretace výsledků; vyhodnocení

Generované vnitřní ztráty jsou nastaveny pomocí objemových ztrát v jednotlivých částech. Na Obr. 24 a Obr. 25 je zobrazen tepelný model pro dvě pozorované nastavení teplené vodivosti (0 a 5 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>). Z výsledků je patrné, že při zanedbání axiální teplené



Obr. 24 Rozložení teplot v čelech vinutí a ve stroji (vlevo pro 0 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>, vpravo 5 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>)



Obr. 25 Rozložení teplot podél vinutí (vlevo pro 0 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-</sup>, vpravo 5 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>)

vodivosti vychází maximální teplota vinutí pro teplotu okolí stroje 40°C zobrazených 168,2°C v drážkové části vinutí. Pro uvažovnání maximální tepelné vodivosti pro elektromagnetické plechy (případ vpravo na Obr. 24 a Obr. 25) je změna o 0,3°C a to na 167,9°C.

V případě změny u PM je rozdíl ještě menší a to 0,2°C. V Tabulka XII je uveden rozpis všech výsledků pro jednotlivá řešení při nastaveném součiniteli přestupu tepla na označené ploše 20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>.

Tepelná vodivost	Maximální	Minimální	Maximální	Minimální	Maximální
v axiálním směru	teplota	teplota	teplota PM	teplota PM	teplota
[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	vinutí [°C]	vinutí [°C]	[°C]	[°C]	stroje [°C]
0	168.3	99.7	166.0	151.4	168.3
0.5	168.2	99.5	165.9	151.3	168.2
1	168.2	99.5	165.9	151.3	168.2
1.5	168.1	99.4	165.9	151.3	168.1
2	168.1	99.3	165.9	151.3	168.1
2.5	168.1	99.3	165.8	151.2	168.1
3	168.0	99.2	165.8	151.2	168.0
3.5	168.0	99.2	165.8	151.2	168.0
4	168.0	99.2	165.8	151.2	168.0
4.5	167.9	99.1	165.8	151.2	167.9
5	167.9	99.1	165.8	151.2	167.9
50	166.5	99.1	164.9	150.6	166.5

Tabulka XII Souhrn teplot jednotlivých parametrických řešení pro 20 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>

Tabulka XIII uvádí srovnání pro nastavení okrajové podmínky součinitele přestupu tepla na 80 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>. Tento koeficient je zvolen pro zvýšení rozlišovací schopnosti vlivu axiální tepelné vodivosti statorového svazku.

Tepelná vodivost	Maximální	Minimální	Maximální	Minimální	Maximální
v axiálním směru	teplota	teplota	teplota PM	teplota PM	teplota
[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	vinutí [°C]	vinutí [°C]	[°C]	[°C]	stroje [°C]
0	131.6	73.8	140.4	131.2	140.9
1	131.5	73.8	140.4	131.2	140.9
2	131.5	73.8	140.4	131.2	140.9
3	131.4	73.8	140.4	131.2	140.8
4	131.4	73.8	140.4	131.1	140.8
5	131.4	73.8	140.4	131.1	140.8
50	131.2	73.9	140.4	131.1	140.9

Tabulka XIII Souhrn teplot jednotlivých parametrických řešení pro 80 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>

# 6.3 Dílčí závěry

Do výpočtu je též zařazen i krok pro nastavení tepelné vodivosti na hodnotu 50 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>, který je zde prezentován pouze pro zobrazení velice malého vlivu pro celkový model stroje. Tato hodnota je totiž v praxi nereálná, z důvodů laminace paketu, a je zde uvedena pouze pro prezentační účely. I v případě této mezní hodnoty pro statorový paket složený z izolovaných plechů je vidět, že maximální rozdíl teplot ve stroji je 2°C. Pro stroje s masivním statorem (v klasické konstrukci pak stejnosměrné stroje) je tento rozdíl zanedbatelný. Z výsledků simulací je patrné, že hlavním směrem šíření tepla ve stroji bez radiálních ventilačních kanálů je radiálně z vnitřku stroje ven na povrch; jen nepatrná část tepelného toku se odvádí v axiálním směru do vzduchu, který ovívá čela vinutí. Jmenovitě je možno hovořit o 73 W (dle výsledků MKP simulace). Tato hodnota je řádově nižší oproti hlavnímu směru tepelného toku, kde se do kostry ze statoru elektrického stoje chladí zhruba 2461 W. Z výsledků je možné odvodit, že u tohoto typu stroje není nutné v analytickém řešení uvažovat axiální tepelnou vodivost. Vliv na celkový tepelný model je zanedbatelný. Tím odpadají výpočetní uzly analytické tepelné sítě v axiálním směru a též se zkracuje délka výpočtu. Chyba, které se zanedbáním tohoto jevu dopouštíme, je nižší než 1 %. Na Obr. 26 je zobrazeno grafické srovnání výsledků.



Obr. 26 Graf srovnávající jednotlivé hodnoty  $\lambda$  a teplot

# 7 Vliv vzduchové vrstvy mezi statorem a kostrou

Během návrhu elektrického stroje je nutné zvážit všechny technologické aspekty výroby elektrického stroje. V neposlední řadě i způsob přenášení točivého momentu a lisování statorového paketu do kostry stroje. Na příkladu technologického vysokootáčkového demonstrátoru je detailněji zkoumán vliv nepřesnosti výroby, potažmo případné nevhodné kombinace různých konstrukčních materiálů.

# 7.1 Definování problému

Vzhledem k neustálému zvyšování výkonové hustoty elektrických strojů, jsou kladeny vyšší nároky na zpracování a opracování jednotlivých konstrukčních dílů. Například stator vysokootáčkového stroje s permanentními magnety, na kterém je zkoumán vliv nepřesnosti výroby na celkový tepelný model, je nejprve slisován a následně osoustružen pro zmenšení odporu tření při zasunutí statoru do kostry stroje. Statorový paket je složen z elektrotechnických plechů o tloušťce 0,35 mm, stlačen a zajištěn stahovacími svorníky. Kostra je naproti tomu vyrobena systémem vstřikovaní hliníku do předem vytištěné 3D formy. Tento způsob umožňuje výrobu lehčí kostry s vyšší tepelnou vodivostí v porovnání s litinovou kostrou, ale také vnesl problém různých teplotních roztažností obou materiálů, kdy při zvýšených teplotách dochází ke snižování tlaku hliníkové kostry na statorový paket. Tím se snižuje přepjatost kostry vůči paketu a snižuje se smykové tření potřebné k zachycení točivého momentu stroje. Při lisování statorového celku do kostry také vznikají hluboké zářezy s otřepy, které vznikají kvůli nižší pevnosti hliníku v porovnání se statorovým jádrem. Ty jsou zobrazeny na Obr. 27 a vyznačeny červenými šipkami.



*Obr. 27 Fotografie vnitřní plochy kostry po vyjmutí statoru s označenými rýhami* Zvyšující se teplotou se mohou lokálně vyskytovat nedokonalá místa styku. Tím se může zvyšovat tepelný odpor procházejícímu tepelnému toku a mohou vznikat lokální hot-spot. Pro určení vlivu potenciálně vzniklé vrstvičky vzduchu byl pro simulaci pomocí MKP použit stroj o parametrech uvedených v Tabulka III.

# 7.2 Nastavení modelu, popis řešení

Matematický model je zatížen stejnými ztrátami uvedenými již v Tabulka V. Porovnání velikosti tepelných odporů ve uvedeno na následujících řádcích

$$R_{tepeln\acute{y}} = \frac{l}{\lambda.S} \left[ \frac{K}{W} \right], \tag{7.1}$$

$$R_{jha} = 0.024 \left[\frac{K}{W}\right],\tag{7.2}$$

$$R_{vzduchov\acute{e}\,vrstvi\check{c}ky0,1mm} = 0,294 \left[\frac{K}{W}\right],\tag{7.3}$$

$$R_{celkový} = 0,318 \left[\frac{K}{W}\right].$$
(7.4)

Při srovnání hodnoty celkového odporu (7.4) a odporu potenciálně vzniklé vzduchové vrstvičky (7.3) mezi statorem a kostrou stroje je vidět, že vliv případného odskočení kostry o





Na Obr. 28 je zobrazen detailní pohled na řešenou oblast elektrického stroje. Kvůli postihnutí mikroskopické změny na celkový makroskopický model stroje je nutné zajistit velmi jemné síťování všech objemů stroje. Pro detailní řešení bylo použito přibližně 18,5 milionů uzlů a 11,4 milionů elementů. Výsledky zvýšeného oteplení v závislosti na velikosti vzniklé vzduchové vrstvičky jsou uvedeny v Tabulka XIV, kde je mimo jiné i vyčíslena velikost tepelného odporu vrstvičky.

Parametrický výpočet je proveden pro hodnoty možného odskoku 0,01 – 0,5mm. Tento odskok nemůže nastat podél celého obvodu statorového svazku, nýbrž dle různých pevností kostry (způsobeného jejím tvarem a pevností materiálu) pouze po jeho částech, jak je naznačeno na Obr. 29. Tento stav může nastat v jednotlivých směrech souřadnicového systému. Vznik vzduchové vrstvičky může nastat i tzv. vzpříčením statorového paketu vůči kostře stroje (Obr. 30), způsobeného nedodržením výrobních tolerancí, či drsností vnitřního povrchu kostry. Případně pak větších rozdílů teplot a nepřesností při lisování. Tento stav je nebezpečnější, protože při případné demontáži způsobí znatelné poškození kostry stroje a taktéž vlivem rozdílných tepelných vodivostí paketu statoru i vyšší teplotní rozdíly mezi jednotlivými částmi.



Obr. 29 a) dokonalý styk po celém obvodu b) vznik vzduchové vrstvičky – příčný řez



Obr. 30 a) dokonalý styk po celé délce b) vznik vzduchové vrstvičky – podélný řez Na Obr. 31 je pak ukázka reálného průřezu stroje. Vzhledem k miniaturním rozměrům případné vzduchové vrstvy vůči ostatním částem je případný vznik takovéto mezery opticky těžko zjistitelný a pro případnou analýzu je potřeba strukturálního rozboru (kontrola rentgenem, ultrazvukem atd.) [55].



Obr. 31 Průřez reálným 6 pólovým strojem

# 7.3 Dílčí závěry

Jako jedno z řešení výše definovaného problému se nabízí aplikace teplovodivých past. Tepelná vodivost vzduchu je uvažována 0,026 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> zatímco u uhlíkových teplovodivých past se pohybuje v rozmezí od 5,6 do 11,8 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>. Výslednou vodivost velkou měrou ovlivňuje obsah mikročástic uhlíku. Existují i dražší teplovodivé pasty s příměsi stříbra a jiných kovů, které mají tepelnou vodivost ještě vyšší, avšak jejich aplikace na velkou plochu nedává ekonomický smysl. Aplikace na vnitřní stykovou plachu kostry může být provedena před vsunutím statoru do kostry stroje. Tímto se docílí případného vyplnění prázdných míst. V případě situace naznačené na Obr. 30 je pak možno aplikovat teplovodivou pastu pomocí injektáže. Výsledky a srovnání mezi samostatnou vzduchovou vrstvičkou a stejnou vrstvou vyplněnou teplovodivou pastou s tepelnou vodivostí 8 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> jsou uvedeny v Tabulka XV.

Velikost vzduchové vrstvy mezi statorem a kostrou stroje	Tepelný odpor [K.W <sup>-1</sup> ]	Teplotní spád [K] pro prostupující zátěž: 2388W	Velikost odporu při vyplnění teplovodivou pastou	Tepelný odpor [K.W <sup>-1</sup> ]	Teplotní spád [K] pro prostupující zátěž: 2388W
R pro 0,01mm	0,002	4,2	R pro 0,01mm	8,16E-06	0
R pro 0,02mm	0,004	8,4	R pro 0,02mm	1,63E-05	0
R pro 0,05mm	0,009	21	R pro 0,05mm	4,08E-05	0,1
R pro 0,1mm	0,018	42	R pro 0,1mm	8,16E-05	0,2
R pro 0,2mm	0,035	83,9	R pro 0,2mm	1,63E-04	0,4
R pro 0,3mm	0,053	125,9	R pro 0,3mm	2,45E-04	0,6
R pro 0,4mm	0,07	167,9	R pro 0,4mm	3,26E-04	0,8
R pro 0,5mm	0,088	209,8	R pro 0,5mm	4,08E-04	1

Tabulka XIV Výsledky vliv	u potenciální vzduchové	vrstvy na oteplení stroje
---------------------------	-------------------------	---------------------------

Při celkovém ztrátovém výkonu ( $P_c$  = 2388 W) procházejícím skrz stykovou plochu kostry, viz Tabulka V, je i mikroskopická vrstva schopna vytvořit značný teplotní spád. Při srovnání teplotních rozdílů je vidět, že použití teplovodivé pasty pro vyplnění těchto míst značně zlepší odvod ztrátového výkonu ze statoru stroje do kostry. Pro výpočet je použito následující rovnice

$$\Delta T = R. P_c[K].$$

(7.5)

Nejvyšší teplotní rozdíl může být dle výpočtu 42 K, při vzniklém 0,01mm odskoku po celém obvodu a délce.

# 8 Vliv tvaru, velikosti a materiálu kostry na oteplení stroje

# 8.1 Motivace, definování řešeného problému

Tato kapitola je věnována změně tvaru kostry vysokootáčkového stroje pro zajištění nejlepšího možného tepelného odvodu do okolního vzduchu. Koncept je tvořen vysokootáčkovým synchronním strojem s permanentními magnety s pasivním chlazením, který má provozní otáčky až 9 000 ot.min<sup>-1</sup>. Samotný stroj je modelován a řešen v kapitole č. 5. Elektrický motor je napájen pomocí frekvenčního měniče. Pohonná jednotka, určená pro lehkou trakci, je uspořádána tak, aby všechny její komponenty byly integrovány do jednoho kompaktního celku. Toto řešení významně snižuje zástavbový prostor jednotky a montážní náklady. Navíc integrace pohonné jednotky do jediného šasi spolu s konstrukčním řešením vysokootáčkového motoru má za následek lepší odvod tepla ze všech částí jednotky, což umožňuje pasivní chlazení motoru, viz Obr. 32 [A42].



Obr. 32 Foto původní pohonné jednotky

Schopnost pasivního chlazení by měla být jednou z výhod oproti stávajícím technologiím trakčních pohonů. Není nutná žádná cizí ani vlastní ventilace, veškeré ztrátové teplo je odváděno skrz povrch kostry do okolí. Pro zajištění co nejlepšího odvodu tepla skrz kostru stroje je nutné zajistit jak co nejpříhodnější tvar chladících žeber na povrchu, tak i konstrukční uspořádání pro snížení vibrací v rámci otáčkového spektra a zajištění dostatečné torzní tuhosti. Tato úloha je tedy komplexní a přesahuje svým zadáním rámec tepelných výpočtů,

protože je nutné výpočet kombinovat s modelem proudění a také strukturální analýzou [A40].

Cílem této práce tedy je navrhnout nejlepší možný tvar kostry a jejích chladících žeber, tak aby byl odvod vznikajícího ztrátového tepla co nejvyšší. Pro správný výběr kostry pro chlazení vysokootáčkového stroje s permanentními magnety je potřeba zvážit mnoho proměnných, které můžou výstup výzkumu značně ovlivnit. Všechny tyto uvažované parametry jsou sumarizovány v Tabulka XV [A41].

## Tabulka XV Rozpis problémů vstupujících do výzkumu

1.	Volba materiálu Al/Fe – dopad na minimální tloušťku chladících žeber, váhu,
	materiálové vlastnosti, proveditelnost
2.	Volba výrobního postupu (technologie – odlévání, vstřikování vs. 3D tisk)
3.	Směr proudění vzduchu, resp. směr pohybu kolejového vozidla
4.	Okrajové podmínky – rychlost proudění vzduchu
5.	Zatížení modelu – velikost ztrátového tepla, které je potřeba odvést z motoru přes
	kostru do okolí, provozní cyklus stroje
6.	Cena výsledného řešení

Tepelné pole elektrického stroje, chladící kostry a přestup tepla do okolí lze popsat obecným vztahem

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} - \nabla (\lambda \nabla T) = \Delta P.$$
(8.1)

Vlivem rozdílné teploty povrchu chladící kostry a okolním vzduchem dochází ke sdílení tepla. Velikost tohoto tepla závisí na teplotním rozdílu a lze vyčíslit pomocí okrajové podmínky III. Typu, viz kapitola 5.2 a to

$$-\lambda_{\rm kos} \frac{\partial T_{\rm kos}}{\partial n} = \alpha. \, S. \, (T_{\rm kos} - T_{\rm amb}) \tag{8.2}$$

kde je  $\lambda_{kos}$  tepelná vodivost kostry,  $T_{kos}$  je povrchová teplota kostry a  $T_{amb}$  je teplota okolí. Při zvyšování účinnosti chladícího povrchu s žebry jsou možné tyto kroky

- zvýšení rychlosti proudícího okolního vzduchu,
- zvětšení chladící plochy žeber,
- zvýšení součinitele přestupu tepla,
- zvýšení míšení proudícího vzduchu turbulentní proudění,
- zvětšení rozdílů teplot mezi okolním chladivem a ochlazovanou částí.

U pasivně chlazených strojů je právě chladící povrch kostry velmi důležitý, a chladící poměry lze zlepšit výše uvedeným výčtem. Jednou z možností je zvětšení chladící kontaktní plochy. Při této úpravě dochází k osazení dostupných ploch kostry motoru a ložiskových štítů chladícími žebry. Toto podstatné zvýšení chladící plochy má za následek i zvýšení odvodu ztrátového tepla bez jiných konstrukčních změn ve stroji.

Pro zvýšení přestupu tepla z povrchu chladící kostry je ovšem možné i využít zvýšení turbulentního proudění. Nejčastěji používaná rovná chladící žebra jsou technologicky nejjednodušší, avšak přestup tepla je relativně nižší. To je způsobeno především uspořádáním chladících žeber, kdy je rychlostní profil chladícího vzduchu po délce kanálu (s výjimkou vstupu a výstupu) konstantní. Tloušťka mezní vrstvy tak zůstává konstantně malá, nedochází k míšení a tím probíhá přestup tepla pouze vedením. Naproti tomu u tvarovaných žeber mění chladící vzduch svůj směr proudění, otírá se o stěny žeber a způsobuje lokální víření. Toto víření má za následek rozrušení kontinuity proudění, narušuje mezní vrstvu a zvětšuje ji. Tím se zvyšuje součinitel přestupu tepla. Další možností, jak zvýšit tento součinitel je zvýšení drsnosti povrchu [53], [54], [55].

### 8.1.1 Popis postupu při řešení problému – schéma vývojového diagramu

Přizpůsobení tvaru kostry pro potřeby pasivního chlazení obsahuje mnoho proměnných, jak bylo zmíněno v Tabulka XV, které mohou zásadním způsobem ovlivnit výsledky výzkumu. Tuto úlohu nelze řešit pomocí samostatných, dříve prezentovaných postupů při řešení tepelných výpočtů elektrických strojů. Samostatný analytický výpočet nelze použít z důvodu nemožnosti exaktního popisu tvaru kostry, zvláště pak výpočtu celkového tepelného odporu kostry potřebného pro maticový výpočet. Taktéž není řešením ani použití samostatné metody konečných prvků, protože by nebyl reflektován vliv tvaru chladicích žeber na celkový tepelný model, ale pouze celková plocha, na které by se nastavoval součinitel přestupu tepla. Tento způsob je sice přesnější než samotný analytický přístup, avšak pro obdržení korektních výsledků je nutné jej doplit o výpočtový model proudění kolem samotné kostry – získání mapy přibližných součinitelů přestupů tepla do okolí. Řešení problému je naznačeno na Obr. 33.



Obr. 33 Schéma postupu řešení problému

Pro řešený tepelný model analytickým způsobem je nutné obdržet hodnotu ekvivalentního tepelného odporu kostry. Tu lze získat pomocí výpočtu metodou konečných prvků. Aby celkový model byl reálný a byl vidět dopad vlivu tvaru a velikosti chladicích žeber na povrchu kostry je nutné řešit slabě sdruženou úlohu pomocí metody konečných objemů (popsanou v kapitole 8.3.2). Obdržené výsledky výpočtu proudění je možno použít metodou konečných prvků pro vyřešení tepelného modelu a zároveň lze získat přesnou hodnotu náhradního tepelného odporu kostry pro dořešení analytickým způsobem.

### 8.1.2 Matematický popis – náhradní tepelná síť

V této kapitole je uveden matematický popis problému, který se omezuje pouze na řešení tepelného výpočtu kostry, ne samotného stroje. V matematickém modelu není uvažován kontaktní odpor mezi paketem a kostrou; je uvažován ideální nulový odpor na rozhraní.



Obr. 34 Náhradní tepelné schéma vyšetřované kostry

Při zanedbání 3D prostorového problému lze celý matematický problém redukovat do následující rovnice

$$\frac{T_0 - T_{\text{statoru}}}{R_{\alpha \text{ povrchu kostry}}} + \frac{T_0 - T_{\text{statoru}}}{R_{\lambda \text{ kostry}}} + C_{\text{kostry}} \frac{dT_{\text{kostry}}}{dt} = Q.$$
(8.3)

kde

$$R_{\alpha \text{ povrchu kostry}} = \frac{1}{\alpha.S}$$
(8.4)

a *S* je ochlazovaná plocha [m<sup>2</sup>],  $\alpha$  je součinitel přestupu tepla, který je přenášen z modelu proudění CFD [W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>], *Q* je tepelný tok prostupující kostrou [W].

Odpor přestupem tepla ( $R_{\alpha \text{ povrchu kostry}}$ ) závisí na daném místě, rychlosti a povaze proudění. Řešená úloha je sdružená s výpočtem proudění vzduchu kolem chlazené kostry. To je modelováno metodou konečných objemů v programu ANSYS CFX a výsledky (mapa rozložení a velikostí součinitelů přestupu tepla) jsou přenášeny pro výpočet ustáleného tepelného stavu. Pro různé tvary chladících žeber vycházejí různé velikosti chladících ploch. Tvary chladicích žeber pak ovlivňují lokální rychlosti prodění a charakter – to má za následek změnu součinitele přestupu tepla. V práci je zkoumáno a porovnáváno více typů tvarů žebrování. Změna tohoto odporu má vliv na chlazení stroje

$$R_{\lambda \text{ kostry}} = \frac{l}{\lambda.S'}$$
(8.5)

kde / je délka trajektorie procházejícího tepelného toku [m], S je plocha, kterou tok prochází [m<sup>2</sup>] a  $\lambda$  je měrná tepelná vodivost kostry [W · m<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>].

 $R_{\lambda \text{ kostry}}$  je v každém směru jiný a závisí na šířce kostry (Obr. 35) v daném směru k povrchu. Tento odpor se mění jen minimálně, kostra je v nejužším místě široká 5 mm. Požadavek minimální šířky je dán technologií odlévání (železa či hliníku).



Obr. 35 Příčný řez navrhovanou kostrou stroje bez žebrování
# 8.2 Původní tvar chladícího povrchu kostry

Při návrhu nového tvaru kostry se vycházelo z původního tvaru, který byl vytvořen s ohledem na co největší jednoduchost designu a výroby. Tato kostra se vyznačuje vodorovnými zapuštěnými žebry s malou výškou. Žebra jsou u tohoto typu kostry zapuštěna, tak aby byl zachován vnější obrys kostry. Toto provedení však odvádí ztrátové teplo vzniklé v motoru s nižší účinností než nově navrhované provedení.

Původní tvar kostry je patrný na Obr. 37. Hmotnost při uvažování odlévaného tvaru z litiny je pak 82,67 kilogramu. Jen při samotné změně materiálu je možné ušetřit až 50kg hmotnosti a též zvýšit tepelnou vodivost kostry. Na Obr. 36 je též vidět nevhodnost konstrukce pro použití pasivního chlazení stroje.



# Obr. 36 3D model původní pohonné jednotky

Součinitel přestupu tepla je v tomto případě příliš nízký. Je to z důvodu zapuštěných žeber, které proudící vzduch pouze obtéká a malé plochy chladicího povrchu, viz rovnice (8.4). U původního tvaru je též nevhodně řešen profil kostry pro průchod tepla, kdy se tepelný odpor vedením značně mění po obvodu kontaktní plochy mezi statorem a kostrou stroje, viz. řez -Obr. 39. To má pak za následek změnu délky pro průchod tepelného toku v rovnici (8.5).



Obr. 37 Původní tvar chladících žeber na kostře – vlevo model, vpravo reálná kostra



Obr. 38 Rozměry původní kostry



ŘEZ A-A



Pro potřeby výpočtu a simulací je povrch kostry upraven na referenční povrch kostry modelu. Na referenční plochu (Obr. 40) se následně tvarovaly možné typy chladících žeber.



Obr. 40 Referenční povrch pro osazení chladících žeber

Na Obr. 38 je znázorněn výrobní výkres původně navržené kostry trakčního stroje. Jedná se o litinovou kostru, která má měrnou tepelnou vodivost  $\lambda$  = 65 W.m<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>. Jedno ze zlepšení nového designu oproti původnímu je změna materiálu kostry s lepší tepelnou vodivostí. Je vytipována slitina hliníku s měrnou tepelnou vodivostí  $\lambda$  = 237 W.m<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>

#### 8.2.1 Výpočet efektivity chladícího žebra

Efektivní pasivní chlazení elektrického stroje závisí na správnosti zvoleného typu a tvaru žebrování. V této podkapitole je řešen vliv velikosti (výšky a tloušťky žeber) k jejich účinnosti. Dále je představen matematický aparát pro vyčíslení účinnosti a efektivnosti žeber. Účinnost je v této problematice popsána jako vztah mezi možným a reálně odvedeným množstvím tepla. Efektivnost jako poměr mezi řešením s a bez žebrování a vyčíslení, kolikrát je vyšší odvod tepla z povrchu při použití chladících žeber. Detailní popis a další odvození je pak uvedeno v [57].



Obr. 41 Řešený element žebra s popisky

Chladící žebro je definováno jako těleso, jehož objemem prochází tepelný tok a tento tok je předáván do okolí pomocí konvekce. Na Obr. 41 je vyznačen úsek o délce  $\Delta x$  v délce x o ploše podélného řezu  $S_c$ , obvodu o a délce L. V případě zanedbání radiace je energická bilance v případě ustáleného stavu rovna

$$Q_{\text{veden(im,x)}} = Q_{\text{veden(im,x+}\Delta x} + Q_{\text{přestupem}},$$
(8.6)

kde  $Q_{\text{vedením},x}$  je velikost tepla vstupujícího do objemu [W],  $Q_{\text{vedením},x+\Delta x}$  je množství tepla procházející elementem [W] a  $Q_{\text{přestupem}}$  je množství tepla odcházejícího elementem pomocí konvekce [W]. Pakliže nahradíme plochu průřezu  $S_c=o.\Delta x$  v rovnici (8.6) je možné psát

$$Q_{\text{přestupem}} = \alpha_{\text{okol}i} (o. \Delta x) (T_{\text{plochy}} - T_{\text{okol}i}),$$
(8.7)

po úpravě dělením  $\Delta x$ 

$$\frac{Q_{\text{veden}(\text{im},x+\Delta x} - Q_{\text{přestupem}}}{\Delta x} + \alpha_{\text{okol}\text{i}}.o.\left(T_{\text{plochy}} - T_{\text{okol}\text{i}}\right) = 0.$$
(8.8)

V případě limity  $\Delta x \rightarrow 0$  je pak

$$\frac{\mathrm{d}Q_{\mathrm{přestupem}}}{\mathrm{d}x} + \alpha_{\mathrm{okoli}} o. \left(T_{\mathrm{plochy}} - T_{\mathrm{okoli}}\right) = 0. \tag{8.9}$$

Dle Fourierova zákona lze následně psát

$$Q_{\rm p\check{r}estupem} = -\lambda_{\check{z}ebra}S_c \frac{dT}{dx}.$$
(8.10)

Dosazením (8.10) do (8.8) se obdrží popis šíření tepla v chladícím žebru

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left( \lambda_{\mathrm{\check{z}ebra}} S_c \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right) - \alpha_{\mathrm{okoli}} o. \left( T_{\mathrm{plochy}} - T_{\mathrm{okoli}} \right) = 0.$$
(8.11)

Obecně platí že změna velikosti  $\Delta x$  ovlivňuje plochu průřezu  $S_c$  a obvod o, což ztěžuje řešení rovnice (8.11).

Řešení velikosti přestupu tepla z konce žebra je komplikovaná záležitost, a proto se nahrazuje délka L (výška) žebra opravenou délkou žebra  $L_c$ 

$$L_{\rm c} = L + \frac{S_{\rm c}}{p}.\tag{8.12}$$

Toto nahrazení odpovídá změně přístupu, kdy je plocha špičky žebra převedena na chladící povrch žebra a tato se nahrazuje izolovaným koncem žebra, viz Obr. 42.



Obr. 42 Oprava délky L<sub>c</sub> – schematicky

Teplo se přenáší z povrchu do okolního chladícího vzduchu pomocí konvekce (součinitel přestupu tepla  $\alpha_{okoli}$ ). Při zanedbání odvodu tepla pomocí radiace je možné vyčíslit přenos tepla z povrchu žebra při uvažování plochy žebra  $S_c$  jako  $Q_{přestupem} = \alpha_{okoli}S_{žebra}(T_{žebra} - T_{okoli})$ . Pokud je uvažováno žebro s konstantní plochou průřezu, které je připojeno dokonalým kontaktem na povrch chlazeného tělesa, je teplo přenášeno vedením z povrchu tělesa na chladící žebro a následně konvekcí z žebra od chladícího média. Maximální přenos tepla z žebra je v jeho spodní části, avšak s rostoucí délkou žebra se přenos snižuje.

$$Q_{\max} = \alpha_{\text{okoli}} S_{\underline{z}ebra} (T_{\text{povrchu tělesa}} - T_{\text{okoli}}).$$
(8.13)

Teplota není po délce žebra konstantní, ale s narůstající délkou žebra klesá. Pro vyčíslení účinku tohoto poklesu teploty na přenos tepla se definuje účinnost žeber jako

$$\eta_{\text{žebra}} = \frac{Q_{\text{žebra}}}{Q_{\text{max}}} = \frac{\text{Skutečný přenos tepla ze žebra}}{\text{Ideal. přenos ze žebra, při konst. T po délce}}$$
 (8.14)

Pakliže je požadována nižší hmotnost, cena a prostorová náročnost jsou žebra s trojúhelníkovým nebo parabolickým tvarem účinnější než žebra s obdélníkovým tvarem. Dále také obsahují méně materiálu a jsou efektivnější. V případě pohonné jednotky umístěné na podvozku, ale technologie výroby neumožňuje použití jiných než tvarovaných obdélníkových profilů.

Celková efektivita pro žebrovaný povrch může být vyčíslena pomocí následující rovnice, která dává celkový přenos tepla z žebrovaného povrchu ve srovnání s přenosem tepla ze stejného povrchu bez žeber do poměru

$$\varepsilon_{\check{z}ebra} = \frac{Q_{celkov\acute{y}\,s\,\check{z}ebry}}{Q_{celkov\acute{y}\,bez\,\check{z}eber}} = \frac{S_{\check{z}ebra}}{S_{z\acute{a}kladny}}\eta_{\check{z}ebra}.$$
(8.15)

Efektivita  $\varepsilon_{\text{žebra}} = 1$  znamená, že žebra nemají žádný vliv na přenos tepla. Pokud je  $\varepsilon_{\text{žebra}} < 1$ , působí žebra jako izolace, která brání přenosu tepla. Když je  $\varepsilon_{\text{žebra}} > 1$  je přenos tepla zvýšen, ale  $\varepsilon_{\text{žebra}}$  musí být dostatečně větší než 1, aby bylo zdůvodněno použití žebrování kvůli dodatečným nákladům na materiál a hmotnost. Účinnost i efektivita souvisí s chladícím výkonem žeber, ale jedná se o různé poměry. Tyto dva poměry spolu souvisejí, a tak je lze jeden z druhého určit při znalosti alespoň jednoho parametru.

V případě určení ideální délky chladicího žebra, lze vycházet z pravidla, že čím větší bude povrch chladícího žebra, tím vyšší bude i přenos. Protože však teplota podél chladícího žebra klesá až na úroveň okolní teploty v případě nekonečně dlouhého žebra, existuje určité omezení, kdy délka žebra ještě přispívá k přenosu tepla. Pakliže se délka chladícího žebra neúměrně prodlužuje, narůstá hmotnost, velikost a spotřeba materiálu. Další zvyšování má již na účinnost chlazení jen nepatrný vliv. Pro určení ideální délky žebra lze odvod tepla porovnat s nekonečně dlouhým žebrem jako

$$\frac{Q_{\check{z}ebra}}{Q_{\text{nek.dlouh\acute{e}ho}\,\check{z}ebra}} = tanh\,mL,\tag{8.16}$$

kde *mL* je konstanta poměru šířky základny, součinitele přestupu tepla a tepelné vodivosti určená pro každý tvar žebra a délky.

mL	tanh <i>mL</i>
0,1	0,100
0,2	0,197
0,5	0,462
1	0,762
1,5	0,905
2	0,964
2,5	0,987
3	0,995
4	0,999
5	1,000

#### Tabulka XVI Vztahy mezi mL a tanh mL

V případě nekonečně dlouhého žebra (*mL*=5) se tanh blíží k 1. Pokud je délka snížena na polovinu (konstanta *m* zůstává stejná; *mL*=2,5), znamená to pokles v účinnosti žebra pouze 1%. V případě *mL*=1 je pak možné mluvit o 76,2% procentní využití daných geometrických poměrů, viz Tabulka XVI.

## Aplikace výpočtu efektivity chladícího žebra na řešenou kostru stroje

Pro výpočet účinnosti a efektivity žeber je použit návrh nové pasivně chlazené kostry vysokootáčkového synchronního stroje. V původním provedení z litiny má kostra následující vstupní parametry, uvedené v Tabulka XVII.

Původní návrh – litinová kostra							
šířka žebra	10	mm					
délka žebra podél stroje	270	mm					
délka žebra do prostoru – L	10	mm					
$\alpha_{ m okoli}$	30	W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>					
$\lambda_{{ m \check{z}ebra}}$	60	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>					

Tabulka XVII Rozměry původního žebrování

Pro žebro obdélníkového průřezu je konstanta *m* dle [57]:

$$m = \sqrt{\frac{2.\,\alpha_{\rm okoli}}{\lambda_{\rm \check{z}ebra}.\,t_{\rm \check{z}ebra}}} = 10, \ mL_c \to 0.15; \ tanh \, mL_c = 0.148, \tag{8.17}$$

kde  $t_{\text{žebra}}$  je tloušťka žebra [m] a  $L_{\text{c}} = L + \frac{t}{2}$ .

Účinnost žebra (schopnost odvodu přivedeného tepla) je

$$\eta_{\text{žebra}} = \frac{\tanh mL_{\text{c}}}{mL_{\text{c}}} = 0,992. \tag{8.18}$$

Velikost vyzářeného tepla skrz jedno žebro pak je

$$Q_{\text{odvedeno,1}\check{z}.} = \alpha_{\text{okol}i} S_{\check{z}ebra} (T_{\text{povrchu tělesa}} - T_{\text{okol}i}) = 25,9W,$$
(8.19)

kde je plocha žebra  $S_{\text{žebra}} = \tilde{s}(\tilde{r}ka \, \tilde{z}ebra \, x \, d\acute{e}lka \, \tilde{z}ebra \, pod\acute{e}l \, stroje \, x \, 2$ , teplota povrchu tělesa  $T_{\text{povrchu tělesa}} = 190^{\circ}C$  a  $T_{\text{okoli}} = 30^{\circ}C$ . Tyto teploty jsou převzaty z měření samostatné kostry vyhřívané topnou spirálou.

Efektivnost původního tvaru žeber (porovnání umístěného žebra s povrchem bez žebra) je pak

$$\varepsilon_{\text{žebra}} = \frac{Q_{\text{odvedeno,1}\check{z}.}}{\alpha_{\text{okol}i} S_{\text{půdorysu}\,\check{z}\text{ebra}} (T_{\text{povrchu}\,\check{t}\check{e}\text{lesa}} - T_{\text{okol}i})} = 1,99$$
(8.20)

Tzn., že umístěním žebra se přibližně dvakrát zvětší schopnost povrchu odvádět ztrátové teplo. Dle těchto informací lze také vyčíslit ideální délku žebra do prostoru a to

ideální mL = 2,5 → 98% využítí potenciálu žebra;  

$$L = \frac{2,5}{m} = 25 \text{ cm.}$$
(8.21)

Oproti tomu nová koncepce pasivní kostry stroje počítá v budoucnu s jiným materiálem (druhá generace kostry je ze slitiny hliníku), který má násobně vyšší tepelnou vodivost. Také tloušťka žebrování je dle technologie výrobce fixována na 4 mm (kvůli dostatečnému promísení a vytlačení vzduchových bublin, při vstřikování). Tento rozměr byl zadán v rámci projektu. Taktéž délka žeber do prostoru (jejich výška) je omezena zástavbovým prostorem poháněného vozidla, a tak byla zvolena v rámci projektu na maximálně 30 mm, tzn. 20 mm přes okraj kostry oproti původnímu řešení. Tato samotná úprava zástavbového rozměru přinese větší chladící účinek díky větší ochlazované ploše.

Tabulka XVIII Rozměry nového žebrování

Nový návrh – hliníková kostra							
šířka žebra	4	mm					
délka žebra podél stroje	270	mm					
délka žebra do prostoru – L	30	mm					
$\alpha_{ m okoli}$	30	W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>					
$\lambda_{{ m \check{z}ebra}}$	237	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>					

Konstanta *m* je v tomto případě:

$$m = \sqrt{\frac{2.\,\alpha_{\rm okoli}}{\lambda_{\rm žebra}.\,t_{\rm žebra}}} = 7,955,$$

$$mL_c \to 0,254; \quad tanh \, mL_c = 0,249,$$
(8.22)

kde je  $L_{\rm c} = 0,032$ m.

Účinnost žebra (schopnost odvodu přivedeného tepla) je

$$\eta_{\text{žebra}} = \frac{\tanh mL_{\text{c}}}{mL_{\text{c}}} = 0,978.$$
(8.23)

Velikost vyzářeného tepla skrz jedno žebro je

$$Q_{\text{odvedeno,1}\check{z}.} = \alpha_{\text{okol}i} S_{\check{z}ebra} (T_{\text{povrchu tělesa}} - T_{\text{okol}i}) = 76W,$$
(8.24)

kde je uvažovaná teplota povrchu tělesa  $T_{povrchu tělesa} = 190^{\circ}C$  a  $T_{okoli} = 30^{\circ}C$  stejná jako v předchozím případě

Efektivnost původního tvaru žeber je pak

$$\varepsilon_{\text{žebra}} = \frac{Q_{\text{odvedeno,1}\check{z}.}}{\alpha_{\text{okol}i}S_{\text{pudorysu}\,\check{z}\text{ebra}}(T_{\text{povrchu}\,\check{t}\check{e}\text{lesa}} - T_{\text{okol}i})} = 14,66$$
(8.25)

Tzn., že umístěním žebra se přibližně 14,6krát zvětší schopnost povrchu odvádět ztrátové teplo. Ideální délka pro navrhnutou kombinaci rozměrů je

■ ideální mL = 2,5 → 98% využítí potenciálu žebra;  

$$L = \frac{2,5}{m} = 31,4 \text{ cm},$$
(8.26)

(8.27)

■ v případě využítí 76,2% potenciálu  $\rightarrow mL = 1$ 

$$L = \frac{1}{m} = 12,5 \text{ cm}.$$

Z těchto hodnot je možné soudit, že daná konfigurace žebrování má potenciál na další zlepšení. Z důvodu nemožnosti dalšího zvětšení zástavbového rozměru chladící kostry je ovšem pokračováno s definovaným rozměrem zvětšeným o 20 mm do stran nové chladící kostry; celková délka žebra je 30 mm, tzn 25% využití potenciálu žebra.

## 8.3 Modelování proudění tekutin – metoda konečných objemů – CFD

#### 8.3.1 Různé tvary a provedení nových chladících žeber

Pro řešení problému účinného chlazení elektrického stroje je potřeba dále vhodně zvolit k daným okolním podmínkám i tvar chladících žeber. Z toho důvodu je vytvořen seznam

možných tvarů prezentovaný v Tabulka XIX. Tyto tvary chladících žeber jsou vytipovány z dostupné literatury o teorii chlazení elektrických strojů [13], [14], [55]. Existuje i řada dalších možností uspořádání, soupis by však byl až příliš obsáhlý, a proto je zvoleno k porovnání pouze 9 tvarů. Všechny tvary jsou porovnány pomocí simulace proudění v programu ANSYS (CFX).



Tabulka XIX Přehled simulovaných tvarů chladících žeber

V rámci ladění tvaru je kladen důraz na porovnání a vyhodnocení při stejné rychlosti proudění průměrného povrchového součinitele přestupu tepla, maximální teploty a také průměrné teploty celého tělesa.

Pro různě tvarovaná podélná žebra je tedy volena tloušťka 4 mm. Výška žebra (výstupku) je pak pro všechny případy shodná a to 30 mm. V porovnání s původním tvarem kostry tedy žebra přečnívají o 20 mm do stran (10 mm je uvažované zapuštění referenční roviny). Limitace velikosti kostry je dána velikostí převodovky s vysokým převodovým poměrem. A proto i vzhledem k celkovému zástavbovému rozměru není možné dále zvětšit výšku žeber, dle výsledků obdržených z výpočtů efektivity žeber, viz kapitola 8.2.1.

#### 8.3.2 Odvození pohybové Navier-Stokesovy rovnice

Pro správné modelování tepelného chování elektrických strojů je důležité správně určit rozhraní (definovat okrajové podmínky) mezi tekutinou a pevnou látkou. V případě modelování proudění tekutin je rozhodující konvekce, která zahrnuje všechny procesy sdílení tepla mezi pevnou látkou a okolní pohybující se tekutinou. Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  pak definuje množství přeneseného tepla za jednotku času *q* z povrchu *S* do okolního proudícího chladiva při určitém teplotním rozdílu  $\Delta T$ . Tuto skutečnost vyjadřuje Newtonův vztah [28], [47]

$$q = \alpha. S. \Delta T. \tag{8.28}$$

Součinitel přestupu tepla je závislý na mnoha proměnných dle chování okolního prostředí. Není to měřitelná materiálová vlastnost a lze jej vyjádřit s dostatečnou přesností pomocí empirických vztahů kdy

$$\alpha = f(rychlosti \, proudění, geometrii \, povrchu, \Delta T \, a \, druhu \, chladiva). \tag{8.29}$$

Řešení proudění tekutin pomocí metody konečných objemů (CFD) je pak provedeno pomocí Navier-Stokesovy rovnice. Odvození této rovnice je dáno z bilance působících sil na tekutinu [38], [54], viz Obr. 43

$$\sum d\vec{F} = (dm)\vec{a},\tag{8.30}$$

kde je  $\vec{a}$  zrychlení objemu,  $d\vec{F}$  vnější síla působící na obecný objem a dm hmotnost elementu. Vyjádření předchozí rovnice do směru x je pak

$$\sum dF_x = (dm)a_x. \tag{8.31}$$

Hmotnost elementu dm je možné vyjádřit

$$dm = \rho dx dy dz. \tag{8.32}$$

Celkové zrychlení elementu ve směru x je dáno na základě předpokladu kontinuity proudění jako

$$a_x = \frac{du}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}.$$
(8.33)



Dosazením do rovnice (8.31) se rovnice následně upraví na tvar

$$\sum dF_x = \rho \frac{du}{dt} dx dy dz. \tag{8.34}$$

Dále je potřeba vyjádřit vnější síly působící směru x na element. Síly působící na celý element jsou *objemové* a síly které působí na povrch elementu – *povrchové*, viz Obr. 44.



Obr. 44 Zobrazení sil působících na obecný objem ve směru x

$$\sum dF_x = \sum dF_{x_{obj}} + \sum dF_{x_{pov}}.$$
(8.35)

Působící gravitační sílu na element ve směru x lze definovat

$$\sum dF_{x_{obj}} = \rho g_x dx dy dz, \tag{8.36}$$

kde je  $g_x$  gravitační zrychlení ve směru x.

Vztahy pro působící síly na povrch definovaného elementu ve směru x lze vyjádřit pomocí normálového a smykového napětí jako

$$\sum dF_{x_{pov}} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) dx dy dz,$$
(8.37)

kde  $\sigma_{xx}$  je normálové napětí na ploše *dy dz,*  $\tau_{yx}$  je smykové napětí na ploše *dx dz* a  $\tau_{zx}$  je pak smykové napětí na ploše *dx dy*. Dosazení rovnic (8.37) a (8.36) zpět do rovnice (8.34). Úpravou lze získat základní rovnice popisující proudění tekutiny v jednotlivých směrech

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z},$$
(8.38)

$$\rho \frac{d\nu}{dt} = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z},$$
(8.39)

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}.$$
(8.40)

Rovnice (8.38) až (8.40) jsou dány základním pohybovým zákonem při platném předpokladu kontinuity proudění. Pro Newtonovské kapaliny je dle [51] možno rovnice upravit pomocí smykového a normálového napětí působící na plochách objemu a snížit tak počet neznámých. Rovnice pak přejdou do tvaru

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \tag{8.41}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \tag{8.42}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \eta \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \tag{8.43}$$

$$\sigma_{xx} = -p - \frac{2}{3}\eta\nabla.\vec{V} + 2\eta\frac{\partial u}{\partial x'},\tag{8.44}$$

$$\sigma_{yy} = -p - \frac{2}{3}\eta \nabla . \vec{V} + 2\eta \frac{\partial v}{\partial y'}, \qquad (8.45)$$

$$\sigma_{zz} = -p - \frac{2}{3}\eta\nabla.\vec{V} + 2\eta\frac{\partial w}{\partial z},$$
(8.46)

kde p je hydrostatický tlak a  $\eta$  je dynamická viskozita kapaliny. Následným dosazení rovnic (8.41) až (8.46) do vztahů (8.38) až (8.40) dostáváme soustavu pohybových NavierStokesových rovnic pro jednotlivé směry aplikovatelné na Newtonovské kapaliny

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \eta \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right], \quad (8.47)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \eta \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right], \tag{8.48}$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \eta \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right].$$
(8.49)

Zavedeme-li vztah pro předpoklad konstantní viskozity a hustoty

$$\nabla . V = 0, \tag{8.50}$$

můžeme pro jednotlivé směry x, y, z vyjádřit

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right),\tag{8.51}$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right),\tag{8.52}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right),\tag{8.53}$$

a následným přepisem uvést Navier-Stokesovu rovnici ve vektorovém směru, která je právě ve výpočtech metodou konečných objemů uváděna takto

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla \vec{p} + \eta \Delta \vec{V}.$$
(8.54)

#### 8.3.3 Odvození součinitele přestupu tepla

Součinitel přestupu tepla reprezentuje schopnost přenášet teplo z povrchu pevné látky do okolní proudící kapaliny. Styk proudící kapaliny a následná tepelná výměna probíhá v mezní vrstvě. Tato mezní vrstva (o tloušťce  $\delta$ ) viskózní kapaliny se nachází při povrchu ochlazovaného, resp. oteplovaného povrchu pevné látky. Při povrchu ochlazovaného tělesa je rychlost proudící kapaliny nulová (kapalina zde vlivem své viskozity ulpívá na povrchu obtékané stěny) a zvyšuje se směrem na opačný konec mezní vrstvy až do rychlosti neovlivněného proudění  $u_f$  [51], [52]. Tloušťka mezní vrstvy  $\delta$  je závislá na smykovém napětí  $\tau$ . Toto napětí reflektuje vzájemné působení molekul kapaliny a povrchu obtékaného tělesa. Maximální smykové napětí bývá právě u povrchu tělesa a se vzdáleností klesá; v teoreticky nekonečné vzdálenosti dosahuje nulové hodnoty. Při sdílení tepla z povrchu pevné látky je rozhodující charakter proudění v mezní vrstvě. Na Obr. 45 je popsána situace, kdy ve spodní části mezní vrstvy (u povrchu tělesa) je proudění chladiva laminární, avšak vrchní část přechází do proudění turbulentního. Tloušťka samotné mezní vrstvy je závislá na rychlosti vnějšího

proudu a také na vzdálenosti místa kontaktu chladiva s ochlazovaným povrchem. Tloušťka laminární vrstvy se zmenšuje s rostoucí rychlostí proudění. V laminární podvrstvě se chladivo pohybuje ve vrstvách, kdy je teplo sdíleno pouze vedením. Laminární podvrstva je hlavní částí tepelného odporu, který omezuje přenos tepla z ochlazovaného povrchu pevného tělesa.



Obr. 45 Laminární a turbulentní proudění v závislosti na rychlosti

Součinitel přestupu tepla lze pomocí Newtonova vztahu a vztahu pro vedení tepla definovat jako [28], [38]

$$\alpha = -\lambda_f \frac{\frac{\partial T}{\partial y}}{\left(T_s - T_f\right)},\tag{8.55}$$

kde  $\lambda_{\rm f}$  je měrná tepelná vodivost tekutiny (fluid),  $\frac{\partial T}{dy}$  je teplotní spád v tekutině kolmý na směr proudění,  $T_{\rm s}$  je teplota ochlazované plochy a  $T_{\rm f}$  je teplota tekutiny. Při zjednodušení lze tento vztah psát jako

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{y}{\lambda_f},\tag{8.56}$$

kde y je vzdálenost od ochlazované plochy v kolmém směru.

Součinitel přestupu tepla lze určit různými způsoby, a to nejčastěji experimentem, užitím citlivostních analýz výpočtových modelů, pomocí výpočtu proudění metody konečných objemů, případně analyticky využitím empirických vzorců, které využívají bezrozměrného Nusseltova čísla

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = f k_1 (Re, Pr, Gr)^{k_2}, \tag{8.57}$$

kde k1 a k2 jsou empirické konstanty stanovené na základě předchozích pokusů a definované

dle typu proudění.

Reynoldsovo číslo je definováno pomocí rovnice 4.23 a Prandtlovo dle 4.25. Grashofovo číslo je vyjádřeno jako

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{v^2},\tag{8.58}$$

kde  $\beta$  je součinitel roztažnosti tekutin a  $\Delta T$  rozdíl teplot. Všechna tato čísla jsou bezrozměrná.

Pří výpočtu metodou konečných objemů lze volit dva možné přístupy. Prvním možným přístupem je modelování jak tepelného pole, tak modelu prodění na ráz a vytvořit tak silně sdruženou úlohu. Tento přístup přináší zvětšené nároky na výpočetní hardware, neboť je nutné pro přesnost modelu prodění vytvořit podrobnou výpočetní síť (mesh). Detailnost této sítě pak přímo ovlivňuje obdržené výsledky; rozhodující je právě přesnost na mezní vrstvě, protože zde dochází k zásadním fyzikálním jevům. Výhodou je interakce obou modelovaných polí [27], [42], [50].

Druhým přístupem pak je kombinace dvou samostatných výpočtů, kdy model proudění je počítán samostatně a následně se počítá tepelný model. Nejprve jsou vytipovány kontaktní plochy, přes které je teplo přenášeno. Po vyřešení tepelného přenosu se definují podmínky na rozhraní a ty jsou následně předávány do výpočtu tepelného pole. Tento typ úlohy se nazývá slabě sdružená úloha.



Obr. 46 Vývojový diagram slabě sdružené úlohy s detailem postupu řešení

Na základě slabě sdružených úloh vznikají tepelné modely, které jsou rychleji počítány s velmi vysokou přesností v porovnání se silně sdruženými úlohami. V rámci řešení problému bylo právě použito slabě sdružené úlohy, jak je naznačeno na Obr. 46.

# 8.3.4 Nastavení simulací a referenčních hodnot CFD v ustáleném stavu

Pro přesné porovnání je nezbytně důležité, aby byly dodrženy jednotné srovnávací podmínky. Referenční počáteční teplota a teplota okolí je pro srovnání nastavena  $T_{ini} = T_{amb} =$  40 °C. Vzduchové okolí je 50 mm po všech stranách vyjma vstupních a výstupních ploch do modelu. Nastavení rychlostí proudění chladicího vzduchu je od 0 do 4 m.s<sup>-1</sup> po 1 m.s<sup>-1</sup>.

Název parametru	velikost	jednotky	Pozn.:
Teplota okolního vzduchu	40	°C	Referenční hodnota
Rychlost proudění vzduchu	0–4	m.s⁻¹	MODRÉ ŠIPKY NAZNAČUJÍ SMĚR
Vstupující ztráty	1000	W	Přepočteno z reálného odhadu
Přepočtený ztrátový tepelný tok	12531	W.m⁻²	Vztaženo na plochu
Velikost vzduchového okolí	50	mm	
Materiál přípravku	Hliník		

Tabulka XX Okrajových podmínek pro nastavení simulace proudění žeber



Obr. 47 3D pohled na vyšetřovaná žebra

Tabulka XX uvádí použité parametry pro simulaci. Tyto jsou pro všechny typy stejné, aby byl prokázán vliv tvaru na sledovaný součinitel přestupu tepla a průměrnou teplotu

ochlazovaného povrchu.

Modré šipky v Obr. 47 značí nastavený směr proudění chladícího vzduchu. U všech srovnávaných typů žeber byl použit stejný směr proudění a stejný tepelný tok procházející plochou. Pro postihnutí detailů proudění bylo nutné nastavit velmi detailní síť. Nastavení ANSYS Mesheru je shrnuto v Tabulka XXI.

Parametr	Hodnota
Minimální velikost elementů	1 e <sup>-3</sup> m
Tvorba sítě	Capture Curvature, Capture Proximity, Mesh Defeaturing
Přibližný počet uzlů	3 miliony
Přibližný počet elementů	15 milionů

#### Tabulka XXI Nastavení výpočetní sítě (mesh)

#### 8.3.5 Výsledky simulací proudění

Všech 9 typů chladících žeber, prezentovaných v Tabulka XIX, je namodelováno v programu ANSYS CFX, který umožňuje podrobnou analýzu CFD proudění. V práci nejsou prezentovány všechna výsledná rozložení modelů proudění. Na Obr. 48 je vyobrazeno rozložení velikosti součinitele přestupu tepla  $\alpha$  na ploše osazené žebry (typ 8). Součinitel přestupu tepla není rovnoměrně rozložený po ploše, ale je nejvyšší jen na místě kde chladící vzduch vstupuje do řešeného prostoru, naráží do žebrování, kde je rozrážen do okolí a již více s povrchem neinteraguje. Naopak u typu číslo 7, prezentovaného na Obr. 49 je vidět větší ovlivňovaná plocha, kde je i v porovnání s typem 8 vyšší součinitel přestupu tepla.

Wall Heat Transfer Coefficient



Obr. 48 Mapa součinitele přestupu tepla – typ žebrování 8







Obr. 50 3D pohled na vyšetřovaná žebra

Další srovnávací rovinou je porovnání chování a případné odrážení vzduchových proudnic (streamline) s ostatními typy. Pro správný návrh tvaru chladících žeber je neméně důležité, aby vzduch skrz žebrování prolétával, pokud možno vířil, ale neodrážel se ve větší míře do okolí. Toto srovnání je provedeno při srovnání jednotlivých výsledků.

	Typ 1	Тур 2	Тур З	Тур 4	Тур 5	Тур 6	Тур 7	Тур 8	Тур 9
alfa		W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>							
pro 1 m.s <sup>-1</sup>	8,0	8,2	9,6	8,2	9 <i>,</i> 5	10,7	11,7	11,4	9,9
pro 2 m.s <sup>-1</sup>	13,6	15,8	15,8	13,9	15,6	17,5	20,2	19,7	16,5
pro 4 m.s <sup>-1</sup>	24,3	32,6	27,4	24,4	25,5	28,0	32,5	32,0	27,4

Tabulka XXII Výsledky srovnání jednotlivých typů žebrování

Grafické znázornění výsledků je provedeno na Obr. 51. Z výsledků je patrné, že právě výše prezentovaný typ č.7, vyobrazený na Obr. 49, má schopnost odvádět teplo lépe než ostatní typy při různých rychlostech proudění. Zkoušení různých typů chladících žeber je prováděno na ploše za předpokladu budoucího umístění na chladící kostře trakčního stroje. Vzhledem k umístění na podvozku, kde je trendem dnešní doby podvozky zakrytovat a snižovat tak aerodynamický odpor vozidla, je i předpoklad nižších rychlostí proudění kolem kostry stroje, než je samotná rychlost kolejového vozidla. Dle zadání projektu FV10310 je přistoupeno k detailnějšímu zkoumání právě oblasti 1-4 m.s<sup>-1</sup>. Při srovnání součinitelů přestupu tepla pro 1 m.s<sup>-1</sup> jsou výsledky velmi vyrovnané a přestup tepla je z převážné části způsobem přirozenou konvekcí. Důležitější výsledky pak podává informace při rychlosti proudění 2 m.s<sup>-1</sup> respektive 4 m.s<sup>-1</sup>. Zde se již rozdíly projevují znatelněji. Typ 2 – rovná žebra má při rychlosti proudění 4 m.s<sup>-1</sup> obdobné výsledky jako typ 7 a 9, ale při rychlosti 2 m.s<sup>-1</sup> je odvod tepla u typu 7 a 9 vyšší.



Obr. 51 Grafické srovnání součinitelů přestupu tepla – dle typů žebrování

# 8.4 Použití vytipovaných tvarů chladících žeber a simulace kostry

Pro finální návrh tvaru žebrování je nutné přihlížet k výrobním možnostem a dostupným technologiím výrobce. Z tohoto důvodu nebylo všech 9 typů (Tabulka XIX) pro výrobce celé pohonné trakční jednotky WIKOV MGI akceptovatelných. Hlavní roli hrají minimální

proveditelné rozměry detailů při tlakovém lití hliníku do připravené vytištěné 3D formy. V rámci projektu je přistoupeno ke srovnání tří základních koncepcí (typů – jmenovitě TYP1, TYP2 a TYP3). Pro srovnání jednotlivých koncepcí je opět nutné nastavit jednotné srovnávací podmínky. Referenční teplota kostry i okolního vzduchového okolí je nastavena na *T*<sub>amb</sub>=40°C. Směry proudění okolního chladícího vzduchu jsou definovány na Obr. 52 . Směr proudění A představuje směr od převodové skříně k ložiskovému štítu a směr B od ložiskového štítu k převodové skříni. V obou směrech je simulována rychlost proudění od nuly do rychlosti 85 km.h<sup>-1</sup> odpovídající maximální rychlosti pohybu městského kolejového vozidla, kdyby nastal případ odkrytého podvozku a náporového chlazení.



Obr. 52 Definování jednotlivých směrů proudění

Shrnutí okrajových podmínek a nastavení simulací je provedeno v Tabulka XXIII.

Tabulka XXIII Okrajové podmínky pr	o nastavení simulace proudění kostry
------------------------------------	--------------------------------------

Název parametru	velikost	jednotky	Pozn.:
Teplota okolního vzduchu	40	°C	Referenční hodnota
Rychlost proudění vzduchu	0-85	km.h⁻¹	
Vstupující ztráty	3800	W	
Přepočtený ztrátový tepelný tok	10676	W.m⁻²	Vztaženo na plochu
Velikost vzduchového okolí	50	mm	
Materiál přípravku	Hliník		

Vzduchové okolí je definováno ve tvaru krychle o velikosti o 50 mm větší, než jsou obrysové velikosti simulovaných tvarů koster; výjimku tvoří vstupní a výstupní plocha proudění. Konečně prvkové sítě jsou vytvořeny pomocí programu ANSYS; typ elementů Tetrahedra, fyzikální preference CFD, funkce definující jemnost přechodu v oblastní mezní vrstvy je nastavena na 10 vrstev – hladký přechod. Nastavení analýzy CFD lze shrnout:

0	Přenos tepla:	Tepelná energie
0	Typ analýzy:	Ustálený stav
0	Turbulence:	k-epsilon
0	Vztlak:	Gravitace
0	Konvergenční kritérium:	10 <sup>-4</sup> RMS

Do kostry je potřeba vychladit ztrátový výkon o velikosti 3800 W, čemuž odpovídá tepelný tok 10 676 W.m<sup>-2</sup>.

# 8.5 Zpracování výsledků CFD simulací

Pro jednotné zobrazování hodnot je použita stupnice pro rychlost proudění (1000 proudnic), pro rozsah teploty 40 barevných odstínů a pro rozsah součinitelů přestupu tepla 0-130 W.m<sup>-2</sup>. K<sup>-1</sup> při 20 barevných odstínech. Pro výpočty proudění je v ANSYS Workbench použito schéma uvedené na Obr. 53.



Obr. 53 Schéma simulace proudění v prostředí ANSYS Workbench

#### 8.5.1 Původní stav

Výsledky tepelné analýzy a rozložení mapy součinitelů přestupu tepla původního tvaru kostry (viz. Obr. 37) jsou vyobrazeny na Obr. 54 a Obr. 55. Výhodou původního tvaru provedení je rychlá opakovatelnost výroby a také nízké výrobní náklady. Tvar kostry je profilovaný a hloubka chladících kanálů není stejná. Jsou zapuštěny různě hluboko, kvůli dosažení ideální šířky stěny obklopující stator elektrického stroje (viz Obr. 39). Výsledky prezentované na Obr. 54 jsou pro **směr proudění vzduchu od převodovky k čelu stroje – směr A (viz. modrá šipka).** 



a) Rozložení teplotního pole
 b) Mapa součinitelů přestupu tepla
 Obr. 54 Původní řešení kostry stroje při rychlosti proudění 10 km.h<sup>-1</sup> ze směru A



a) Rozložení teplotního pole
 b) Mapa součinitelů přestupu tepla
 Obr. 55 Původní řešení kostry stroje při rychlosti proudění 30 km.h<sup>-1</sup> ze směru B
 Na Obr. 55 jsou uvedeny výsledky pro druhý směr proudění vzduchu od čela k
 převodovce – směr B (viz. modrá šipka).

Z výsledků je patrné, že malá přestupová plocha kostry, která je tvořena zapuštěnými žebry o šířce 10 mm a variabilní výšce, nedokáže efektivně odvést množství tepla z kostry motoru do okolí. Stroj je lokálně teplotně přetěžován a zkracuje se životnost důležitých komponent. Průměrný součinitel přestupu tepla celé plochy při rychlosti proudění 30 km.h<sup>-1</sup> pro toto řešení je  $\alpha$ =29 W.m<sup>-2</sup>.K.<sup>-1</sup> Maximální teplota kostry pro stejnou rychlost je  $T_{kostry}$ =135°C. Na základě výsledků původního návrhu je stanovena dostupná plocha pro osazení jinými typy chladících žeber. Chladící žebra jsou prodloužena na výšku 30 mm (10 mm zapuštění a 20 mm vně původního obrysu kostry). Tato samotná úprava přináší zvětšení chladící plochy kostry stroje. Jiný tvar umožní i větší průtočné množství chladiva, které dále zvyšuje schopnost kostry odvádět odpadní generované teplo. Výsledky jednotlivých analýz jsou uvedeny v [A37], [A39], [A42], [A43], [A45], [A46].

## 8.5.2 Výsledky vybraných typů žebrování

V projektu byla zvolena žebra TYP 1 až TYP 3 – viz. Tabulka XIX. Ostatní typy byly pro danou aplikaci a technologii výroby chladící kostry zamítnuty i když výsledky simulací jsou lepší než nakonec srovnávané typy chladících žeber. V následujících obrázcích je shrnut výstup ze srovnání zvolených typů chladících žeber pro výrobní prototyp kostry vysokootáčkového stroje. Na Obr. 56 až Obr. 58 jsou zobrazeny vypočítané modely proudění chladícího vzduchu kolem kostry. Směr proudění v tomto případě je uvažován od převodovky k motoru – směr A, viz Obr. 52. Tento stav je pro chlazení motoru nepříznivý, protože se značná část spodního povrchu kostry nachází v závětrném stínu, a tak není spodek kostry ochlazován. Problém je zřetelný na Obr. 56, Obr. 57 a Obr. 58. Srovnání je provedeno pro referenční rychlosti 10 km.h<sup>-1</sup>.



Obr. 56 Ukázka proudnic pro 10 km.h<sup>-1</sup> typ 1 – směr A od převodovky

Obr. 57 Ukázka proudnic pro 10 km.h<sup>-1</sup> typ 2 – směr A od převodovky



Obr. 58 Ukázka proudnic pro 10 km. $h^{-1}$  – typ 3 – směr A od převodovky

Od modelu proudění se odvíjí i součinitelé přestupu tepla a jejich rozložení prezentované na Obr. 59 až Obr. 61.



Obr. 59 Ukázka součinitele přestupu tepla pro 10 km.h<sup>-1</sup> – typ 1 – směr A od převodovky



Obr. 60 Ukázka součinitele přestupu tepla pro 10 km.h<sup>-1</sup> – typ 2 – směr A od převodovky



Obr. 61 Ukázka součinitele přestupu tepla pro 10 km.h<sup>-1</sup> – typ 3 – směr A od převodovky

# 8.5.3 Porovnání dosažených výsledků – oteplení bočních žeber

Tabulka XXVI až Tabulka XXIV zobrazuje výsledky CFD simulací. V prvním sloupci je spočítána průměrná hodnota součinitele přestupu tepla do chladícího vzduchu (plocha na rozhraní kostra/vzduch). V následujících sloupcích je uvedena maximální a minimální teplota v celém objemu kostry a je i vyčíslena průměrná hodnota teploty v celém objemu kostry.

rychlost	směr A od převodovky				směr B k převodovce			
proudění	alfa	max	min	prům	alfa	max	min	prům
[km/h]	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	tepl.[°C]
10	15.2	210.4	191.0	202.4	17.2	198.1	180.2	189.9
20	26.8	144.1	124.5	135.7	31.3	133.3	115.6	124.9
30	39.2	115.5	96.5	107.2	46.6	107.2	89.9	98.6
40	52.2	100.5	82.0	92.2	62.7	93.8	76.9	85.2
50	65.4	91.3	73.3	83.2	78.9	85.8	69.2	77.2
60	78.5	85.2	67.6	77.1	94.9	80.5	64.2	72.0
70	91.2	80.8	63.5	72.8	110.3	76.6	60.7	68.2
85	109.2	76.2	59.3	68.3	132.1	72.5	57.1	64.3

#### Tabulka XXIV Přehled výsledků pro TYP 1

# Tabulka XXV Přehled výsledků pro TYP 2

rychlost	směr A od převodovky				směr B k převodovce			
proudění	alfa	max	min	prům	alfa	max	min	prům
[km/h]	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	tepl.[°C]
10	14.6	195.1	172.7	185.7	15.1	188.1	168.2	178.4
20	28.8	131.0	108.3	121.0	29.9	125.1	105.6	115.4
30	44.3	105.3	83.4	95.6	46.2	101.0	81.9	91.4
40	60.3	92.0	71.0	82.5	63.3	88.7	70.0	79.2
50	76.2	84.0	63.9	74.8	80.3	81.3	63.2	72.0
60	91.4	78.8	59.4	69.7	96.7	76.4	58.8	67.3
70	105.8	75.1	56.3	66.2	112.2	73.0	55.9	63.9
85	125.6	71.2	53.2	62.5	133.8	69.3	52.9	60.5

# Tabulka XXVI Přehled výsledků pro TYP 3

rychlost	směr A od převodovky				směr B k převodovce			
proudění	alfa	max	min	prům	alfa	max	min	prům
[km/h]	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	tepl.[°C]	tepl.[°C]	tepl.[°C]
10	16.0	203.5	182.0	194.9	17.2	195.7	175.5	185.2
20	27.7	141.2	119.7	132.4	30.5	133.6	113.9	123.4
30	40.0	113.6	93.1	105.0	45.0	108.2	88.7	98.0
40	53.0	98.6	79.1	90.3	60.3	94.7	75.8	84.6
50	66.2	89.5	70.7	81.4	75.8	86.6	68.1	76.6
60	79.3	83.5	65.2	75.5	91.0	81.1	63.2	71.3
70	91.9	79.2	61.4	71.3	105.6	77.2	59.7	67.6
85	110.5	74.5	57.4	66.7	126.3	73.0	56.2	63.7

Simulace jsou provedeny pro oba směry proudění, a to jak od čela k převodovce, tak i naopak. Rychlost proudění je počítána od 10 km.h<sup>-1</sup> až do 85 km.h<sup>-1</sup>. Vzhledem k umístění finálního pohonu na podvozek městské tramvaje je proudění značně ovlivněno zástavbovým rozložením jednotlivých komponent a též aerodynamickým profilem jednotky.

#### 8.5.4 Dílčí závěry srovnání

Ze srovnání je možno usoudit následující závěry. V přímém srovnání maximálních teplot a také celkových průměrných teplot pro jednotlivé rychlosti je TYP 2 nejchladnějším ze všech. Oproti tomu TYP 1 je na referenční rychlosti 10 km.h<sup>-1</sup> o zhruba 15 °C teplejší než TYP 2, v porovnání s TYP 3 o cca 7 °C. S rostoucí rychlostí proudění se však rozdíly snižují. Pro maximální rychlosti proudění 85 km.h<sup>-1</sup> je rozdíl teplot maximálně 6 °C. Tyto výsledky ovšem platí za předpokladu vstupního laminárního proudění do modelu, což v reálném světě na podvozku nenastává [9].

Na základě všech výsledků obdržených simulacemi ve výpočtovém prostředí Ansys CFX, lze doporučit jako nejvýhodnější TYP3. Pro určité hodnoty rychlosti proudění vzduchu má sice tato varianta horší vlastnosti než zbylé porovnávané, avšak specifický tvar chladících žeber přináší několik podstatných výhod oproti typu 1 a 2. Především se jedná o odklon chladícího vzduchu na převodovku, viz Obr. 32 a Obr. 36. To znamená dodatečné ochlazování tělesa převodovky vzduchem od motoru; v případě druhého směru proudění, odvod teplého vzduchu od motoru a převodovky pryč do okolí. Bez znalosti rozmístění jednotlivých komponent v zástavbovém prostoru, není možné určit přesný směr proudění. Je zde ovšem předpoklad o skladbě výsledného proudění z více směrů (shora/ zdola a boční proudění), kdy by výslednice obou proudění měla být totožná s tvarem a směrem žeber TYP 3. Dalším podstatným důvodem pro volbu TYP 3 je zvýšená robustnost konstrukce, kdy tvarování žeber pomáhá zvyšovat pevnost celé kostry. To napomáhá tuhosti kostry a také lepšímu rozvodu tepla do chladících žeber stroje. Třetím hlavním důvodem je, po provedené modální analýze kritických vibračních frekvencí, určení značné odolnosti i z tohoto pohledu. Výsledky analýzy ukazují, že kritické frekvence leží daleko za možnými provozními parazitními frekvencemi, a tak tvar žeber nebude mít sklony rezonovat či dále vibračně narušovat stabilitu trakční jednotky. Důvodem nasazení žeber je předpoklad turbulentního proudění v okolí žeber, a tak mnohonásobně vyšší přestup tepla do okolního chladícího vzduchu. V případě rovných žeber totiž proudnice prostorem mezi žebry pouze procházejí, viz obrázky proudění Obr. 56 a Obr. 57.



Obr. 62 Zobrazení součinitelů přestupu tepla – porovnání pro rychlost 10 km.h<sup>-1</sup>– směr A

V případě "Spline" tvaru žebrování (TYP3) je pak procházející vzduch v modelu nucen měnit svůj směr a tím je povrch více ochlazován – viz srovnání na Obr. 62; kde světlejší místa povrchu znamenají vyšší součinitel přestupu tepla na povrchu kostry.

# 8.5.5 Grafické výsledky výpočtu upravené kostry

Výsledkem srovnání a výpočtů upravené kostry jsou rozložení teplot na povrchu kostry a rozložení součinitele přestupu tepla pro rychlosti proudění 10, 30 a 70 km.h<sup>-1</sup>. Viz shrnutí na Obr. 63 až Obr. 68.



a) Rozložení teploty na povrchu

b) Mapa součinitelů přestupu tepla

Obr. 63 Výsledky tepelného modelu – porovnání pro rychlost 10 km.h<sup>-1</sup> – směr proudění A



a) Rozložení teploty na povrchu b) Mapa součinitelů přestupu tepla

Obr. 64 Výsledky tepelného modelu – porovnání pro rychlost 30 km.h<sup>-1</sup> – směr proudění A



a) Rozložení teploty na povrchu
 b) Mapa součinitelů přestupu tepla
 Obr. 65 Výsledky tepelného modelu – porovnání pro rychlost 70 km.h<sup>-1</sup> – směr proudění A



a) Rozložení teploty na povrchu

b) Mapa součinitelů přestupu tepla

Obr. 66 Výsledky tepelného modelu – porovnání pro rychlost 10 km.h<sup>-1</sup> – směr proudění B



- a) Rozložení teploty na povrchu
- b) Mapa součinitelů přestupu tepla

Obr. 67 Výsledky tepelného modelu – porovnání pro rychlost 30 km.h<sup>-1</sup> – směr proudění B



a) Rozložení teploty na povrchu b) Mapa součinitelů přestupu tepla

Obr. 68 Výsledky tepelného modelu – porovnání pro rychlost 70 km.h<sup>-1</sup> – směr proudění B

#### 8.5.6 Určení tvaru povrchových žeber na vrchu kostry motoru

"Spline" žebra jsou svojí ochlazovací plochou a též úpravou směru proudění, účinná pro odvod tepla do vzduchového okolí. Proto se dále pokračuje s tímto typem bočních žeber. Dále je potřeba určit tvar žeber na vrchu kostry. Jsou navrženy a porovnány dva typy. Toto srovnání je provedeno opět pomocí povrchového součinitele přestupu tepla. Na Obr. 69 je uvedeno grafické porovnání.







Pro druhý směr B (viz modrá šipka) proudění je uvedeno porovnání na Obr. 70.

Obr. 70 Srovnání žeber var. 1 a 2 pomocí koeficientu přestupu tepla pro 30 km.h<sup>-1</sup> –směr B V rámci zlepšení chladících podmínek kostry je upravena vrchní část (horní prostor, který byl pouze hladký a byl znatelně teplejší). U spodního prostoru není možno použít žádné žebrování, jelikož je v závětrném stínu a taktéž je tento prostor připraven pro případné osazení vysokootáčkové brzdy. Pro zlepšení chladících podmínek je tedy možno použít pouze horní část kostry. **Po srovnání výsledných průměrných teplot a průměrného součinitele přestupu tepla je zvolena varianta č.1, pro osazení na horní část povrchu prototypové kostry.**  V následujících bodech je porovnáno původní provedení a nový design kostry (uvažováno boční a horní žebrování společně).

- Maximální teplota původní kostry je při rychlosti proudění 30 km.h<sup>-1</sup> ve směru B  $T_{\text{kostry}} = 135^{\circ}\text{C}.$
- Maximální teplota nově navržené kostry je při stejné rychlosti a směru proudění o 27 °C nižší a to  $T_{\rm kostry} = 108$ °C.
- Průměrný součinitel přestupu tepla celé plochy původního řešení při rychlosti proudění 30 km.h<sup>-1</sup> ze směru B je  $\alpha_{\text{kostry}} = 29 \text{ W.m}^{-2} \text{K}^{-1}$ .
- Průměrný součinitel přestupu tepla celé plochy nově navrhnutého řešení při rychlosti proudění 30 km.h<sup>-1</sup>ze směru B je  $\alpha_{kostry} = 51 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

# 8.6 Experimentální měření nově navržené kostry

Výstupem z představených analýz proudění a porovnání tepelných modelů je nově navržený design pasivně chlazené kostry elektrického stroje. Kostra je následně na styčných plochách (kontakt kostra/stator) obrobena. Pro ověření tepelného chování kostry a následné sladění s výpočetním modelem proudění, je na kostře provedeno několik měření oteplovacích charakteristik v závislosti na rychlosti proudícího chladiva. K tomuto účelu byl vybudován větrný tunel simulující vstupní a okrajové podmínky modelu proudění. Samotná kostra je ze všech stran osazena celkem deseti termočlánky PT100. Ty jsou umístěny s ohledem na respektování vzájemných symetrií za účelem vzniku teplotní mapy měřené kostry. Jako akční člen pro urychlení proudícího vzduchu je použit dílenský ventilátor s třemi nastavitelnými rychlostmi proudění. Ventilátor je umístěn ve vstupní části tunelu, kostra na jeho konci. Měření probíhalo za stálých podmínek, kdy nasávaný chladný vzduch z laboratoře sloužil jako chladivo o daných parametrech a byl vyfukován ven z objektu pro co nejmenší zkreslení. Rychlost je měřena podél profilu kostry na deseti místech a teplota chladícího vzduchu je zaznamenávána po celou dobu. Z jednotlivých naměřených rychlostí proudění je následně stanovena průměrná rychlost chladiva kolem měřené kostry. Zatížení kostry během měření experimentu probíhá pomocí speciálně vyrobené válcové topné spirály s nastaveným ztrátovým výkonem  $\Delta P$ =3800 W. Z důvodu omezení možných přídavných ztrát v kostře stroje, je topná spirála napájena stejnosměrným proudem.



#### Obr. 71 Výsledný prototypový tvar hliníkové kostry osazený termočlánky

Vnitřní prostor je zakryt plechem a utěsněn vysokoteplotním silikonem, z důvodu zamezení nežádoucího úniku tepla z vnitřku kostry. Skutečný příkon topné spirály (válcové topné těleso Ø230x300mm – 230 V, max 4kW) je během experimentu měřen přesným výkonovým analyzátorem Zimmer. Souhrn všech použitých přístrojů je uveden v Tabulka XXVII; reálné rozložení komponent během testu je vyobrazeno na Obr. 74.

Měřicí přístroje	Ev.č. ZČU
Analogový ampérmetr	7325
Síťový analyzátor ZIMMER LMG500	501961
Datalogger ALMEMO 8690-A	502134
Žárový anemometr	
NTB DELL EC201	502128
Termistory PT100	12x

## Tabulka XXVII Seznam použitých přístrojů

Časový harmonogram zatížení topné spirály umístěné v hliníkové kostře a rychlosti ventilátoru je uveden v Tabulka XXVIII.

# Tabulka XXVIII Časový harmonogram testu

Vstupující ztráty = 3,8 kW +-70 W		
Čas spuštění		
10:07	doba 1:28	
Režim ventilátoru – rychlost 3 - nejvyšší		
11:35	doba 1:31	
Režim ventilátoru – rychlost 2 - střední		
13:06	doba 1:29	
Režim ventilátoru – rychlost 1 - nejnižší		
14:35	doba 1:56	
Režim ventilátoru – rychlost 0 - vypnut		
17:31	Konec měření	

Režim testu je následující. Na počátku testu je nastaven plný topný výkon spirály a spuštěn ventilátor na nejvyšší rychlost po dobu 1 hodiny a 28 minut. Průměrná rychlost proudění stanovená žárovým anemometrem kolem kostry je pro tento stav 4,7 m.s<sup>-1</sup>. Pro další časový úsek (1 hodina 31 minut) je snížena rychlost ventilátoru a průměrná rychlost proudění dosahuje hodnoty 4,3 m.s<sup>-1</sup>. Nejnižší rychlost ventilátoru je nastavena 1 hodinu a 29 minut při průměrné rychlosti proudění 3,2 m.s<sup>-1</sup>. Posledním testem je ustálení teploty při vypnutém ventilátoru, kdy se teplota ustálí po 1 hodině a 56 minutách. Z výsledků je patrné, že pro každou rychlost proudění došlo k ustálení teplot, tudíž jsou měřené časy dostatečné.



Obr. 72 Rozmístění termočlánků na kostře



Obr. 73 Fotky z experimentu (vlevo zakrytování, vpravo pohled na topnou spirálu)


Obr. 74 Rozmístění měřících přístrojů během experimentu



Obr. 75 Vývoj teploty v čase pro 3 různé rychlosti ventilátoru



Obr. 76 Určení průměrné hodnoty oteplení z grafu

Průměrná hodnota oteplení pro ustálený stav a **nechlazenou** kostru náporovou ventilací je **188 K** oproti teplotě okolí, viz Obr. 76.

Na základě oteplovací zkoušky prototypu hliníkové chladící kostry elektrického trakčního stroje určeného pro vyvíjený koncept pasivně chlazené kompaktní pohonné jednotky je možné shrnout následující závěry:

- Časová konstanta kostry je cca 30 minut. Za přibližně 3násobek této doby dochází k plnému naakumulování tepelné energie, kdy se veškeré teplo odvádí do okolí.
- Pro vypnutý ventilátor, tedy stav přirozeného proudění je hodnota oteplení 188 K. Hliníková kostra má nízký odpor vedením tepla, a tudíž je dobrým tepelným vodičem. Z toho lze predikovat, že se teplo skrz ni bude velmi dobře šířit a teplotní spád na straně ztrát oproti chlazené straně nebude velký. Předpokladem je, že v případě zatížení až 4kW ztrát bude maximální hodnota oteplení do 200 K. V případě použité izolace v tepelné třídě 200 je z normy pro návrh trakčních motorů (ČSN EN 60349-4) klasifikována pro oteplení 200 K jako dostačující. V případě úplně uzavřených motorů se mezní hodnoty vinutí zvyšují o 10 K. Dopad na permanentní magnety umístěné na rotoru není v této části práce posuzován.
- Pro průměrnou rychlost proudění 4,7 m.s<sup>-1</sup> je průměrná hodnota oteplení kostry 75 K.
   Této rychlosti pak odpovídá zpětným přepočtem součinitel přestupu tepla α=39 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>.

- Pro průměrnou rychlost proudění 4,3 m.s<sup>-1</sup> je průměrná hodnota oteplení kostry 84 K;
   zpětným přepočtem je určen součinitel přestupu tepla α=35 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>.
- Pro průměrnou rychlost proudění **3,2 m.s<sup>-1</sup>** je průměrná hodnota oteplení kostry **98 K**;
   zpětným přepočtem je určen součinitel přestupu tepla *α*=31 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>.
- Průměrná hodnota oteplení pro ustálený stav přirozeného proudění a nechlazenou kostru je 188 K oproti teplotě okolí.

Z výše uvedených výsledků je možno validovat pasivní chlazení stroje, pakliže se při pohybujícím vozidle vzduch na podvozku víří a pohon není výraznějším způsobem zakrytován. Dalším předpokladem je odvod tepla do převodky pohonu, kde je další chladící plocha. Na podvozku musí být zajištěn proud chladicího vzduchu o minimální rychlosti 3,2 m.s<sup>-1</sup>.

Patrná je i dobrá shoda s výpočetním modelem, kdy je maximální rozdíl 9°C. Během měření oteplení kostry při rychlosti proudění 3,2 m.s<sup>-1</sup> což odpovídá 11 km.h<sup>-1</sup> je střední hodnota oteplení kostry 98 K. Z výpočtového modelu vychází střední hodnota oteplení 107 K pro rychlost proudění 10 km.h<sup>-1</sup> a to při okolní teplotě 40 °C. Střední hodnota teploty kostry je pak 147 °C.

### 8.7 Použití naměřených hodnot v tepelném modelu

Sada obdržených výsledků experimentálního měření je následně použita pro verifikaci zlepšení chladících poměrů kostry a tepelného modelu vysokootáčkového stroje. Pro ověření je použita průměrná okrajová teplota kostry. Tato teplota odpovídá rychlosti proudění 3,2 m.s<sup>-1</sup> (11 km.h<sup>-1</sup>). Průměrná hodnota oteplení pasivní kostry je 98 K. Při uvažování teploty okolí 40 °C je tedy průměrná hodnota okrajové podmínky *T*=138 °C. Tepelný výpočet je proveden v ustáleném stavu. Tepelný model je zatížen ztrátami vznikajícím ve stroji, viz kapitola 5.2.2, Tabulka VIII. Problémem sladění elektromagnetických návrhů, které generují přesné a definované rozložení ztrát, zpřesněné mnoha iteracemi s tepelným modelem, je předpoklad, že ne všechny ztráty stroje se ve skutečnosti mění na teplo generované uvnitř jednotlivých objemů. Je také nutné do jednotlivých částí stroje rozprostřít i přídavné ztráty v příslušných procentech dle objemu jednotlivých těles. Dále je nutné uvažovat reálný provoz stroje, kdy norma [35] a [36] říká, že je potřeba vznikající celkové ztráty opravovat a zvyšovat o hodnotu 20 % při napájení z měniče, viz Tabulka IX.

Část stroje	Materiál	Měrná tepelná vodivost [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	Pozn.:
Vinutí	Měď, lak, impregnace, Kapton	x=1 y=1 z=380	Ekvivalentní tepelné vodivosti v radiálním a tangenciálním směru
Statorový (rotorový)paket	Elektrotechnická ocel	x=45 y=45 z=1	V radiálním směru uvažována standardní vodivost, v axiálním započten vliv lakování
Permanentní magnety	NdFeB	7,7	Datasheet ARNOLD MAGNETICS
Hřídel	Slitina oceli	60	Standardní vodivost pro ocel
Kostra	Slitina hliníku	237	Tepelná vodivost pro danou slitinu

### Tabulka XXIX Nastavení materiálových vlastností

Temperature Type: Temperature Unit: °C Time: 1 28.02.2021 9:18

207,84 Max
196,97
186,09
175,22
164,34
153,46
142,59
131,71
120,84
109.96 Min



Obr. 77 Výsledky zpětného tepelného modelu – celkový pohled



Obr. 78 Výsledky zpětného tepelného modelu – vnitřní pohled

Na Obr. 77 a Obr. 78 jsou prezentovány grafické výsledky zpětného dosazení do výpočetního konečně prvkového modelu. Kvůli zlepšení přesnosti výpočtového modelu je aplikována náhradní tepelná vodivost pro model vsypávaného zubového vinutí. Tepelný model je ztížen přepočtenými přídavnými ztrátami v jednotlivých objemech s uvažováním vlivu napájení z měniče. Návrh nového designu kostry je proveden pomocí slabě sdružené úlohy a ověřen reálným měřením. Tento problém je možno vyřešit pomocí metody konečných prvků nebo je možné obdržené výsledky modelu proudění (CFD) dosadit do analytického modelu a pokračovat s řešením metodou náhradní tepelné sítě.

## 8.8 Zpětné dosazení do analytického modelu

Zpětné dosazení do analytického modelu je možné na základě výsledkových souborů, obdržených ze slabě sdružených úloh výpočtu chladící kostry, a to z tepelného modelu a modelu proudění. Pro analytickou metodu je důležité získat hodnoty  $R_{\alpha \text{ (přestupem)}}$  a  $R_{\lambda \text{ (vedením)}}$ , viz. Obr. 79.



Obr. 79 Schématické znázornění potřebných přenášených hodnot

Tyto odpory (vedením a přestupem) je možné z výsledků vyčíslit a následně použít v náhradní tepelné síti. Tepelný model je zatěžován stejnými ztrátami jako v MKP tepelném modelu jak se ztrátami od napájení z měniče, tak i dodatečnými ztrátami vznikajícími v celém objemu stroje. Tyto ztráty jsou sladěny kvůli možnosti porovnání obou přístupů. Z konečně prvkového modelu je možné převzít hodnoty teplotního spádu a množství předávaného tepla pro určení  $R_{\lambda}$  (vedením).

$$\Delta T = R_{\lambda \text{ (vedením)}} Z \implies R_{\lambda \text{ (vedením)}} = \frac{\Delta T}{Z} = 0,001 \frac{K}{W}$$
(8.59)

$$R_{\alpha \text{ (přestupem)}} = \frac{1}{\alpha.S} = 0,061 \frac{K}{W}$$
(8.60)

V rovnici (8.60) je pak určen odpor  $R_{\alpha \ (prestupem)}$ , který je vztažen k celé ploše kostry a průměrnému součiniteli přestupu tepla. Tyto dva odpory jsou následně přeneseny do analytického modelu.

### 8.8.1 Vyhodnocení a porovnání zpětného analytického a MKP modelu

V Tabulka XXX je uvedeno srovnání výsledků jednotlivých přístupů v řešení tepelného modelu elektrického stroje včetně jeho kostry. V analytickém modelu jsou použity hodnoty odporu vedením a přestupem do chladícího vzduchu. U MKP je použito dat modelu proudění, kdy se přenáší celá mapa součinitelů přestupu tepla na celé ploše kostry. V tomto případě je tedy možné vyčíslit a lokalizovat hot-spot místa na kostře a následně provést přizpůsobení tvaru kostry k jejich redukci nebo úplnému potlačení.

Název uzlu/části	Tepelná síť [°C]	MKP model [°C]	maximální rozdíl Analyticky/MKP [%]		
hřídel DE konec'	155,3	167,8	7,4		
hřídel_pod_ložiskem'	135,4	126,8	6,8		
'hřídel_paket'	163,4	156,4	4,5		
hřídel NDE konec	157,8	146,2	7,9		
'jho_rotor'	164,7	157,9	4,3		
'PM'	165,3	159,1	3,9		
'čelo_DE'	198,8	206,8	3,9		
'drážka'	194,3	201,3	3,5		
'čelo_NDE'	196,3	204,2	3,9		
zub'	164,0	149,5	9,7		
'jho_stator'	155,3	133,2	16,6		
DE = drive end NDE = non drive end					

Tabulka XXX Srovnání analytického a MKP tepelného modelu včetně kostry

Z výsledků uvedených v Tabulka XXX je patrné, že přesnost analytického modelu kvůli specifickému nesouměrnému tvaru chladící kostry klesla a že se výsledky již více liší. Přibližná shoda mezi tepelným modelem řešeným analyticky a metodou konečných prvků se pohybuje kolem 10 %. Tento rozdíl je způsobem různým rozložením a efektivitou chladicích žeber na jednotlivých plochách kostry. Na spodní straně kostry, která není osazena je v analytickém modelu přibližně stejná teplota jako v hodní části kostry. Naopak u metody konečných prvků je přenášen z modelu proudění popis jednotlivých ploch a jejich součinitelů přestupu tepla. Je tedy možné lokalizovat teplejší místa. Rozdíl je vidět i u zubového vinutí, kdy se liší maximální teplota cívek dle umístění ve stroji.

Lze tedy prohlásit, že pro specifické, nesouměrné a komplikované tvary chladících koster není metoda použití analytického výpočtu kombinovaného s přejímáním odporů přesná. Pro specifické tvary a řešení tepelného modelu je vhodnější použít metodu konečných prvků. Analytický výpočet ovšem dokáže tepelný model vyřešit ve zlomku času oproti metodě konečných prvků. Tam, kde není nutné mít přesné výsledky, ale je důležité výsledky obdržet rychle i za cenu nižší dosažené přesnosti, je tato metoda vhodná.

# 8.9 Měření prototypu druhé generace motoru

V závěru práce je po provedených konstrukčních úpravách přistoupeno k testování druhé generace motoru spolu ve spojení s vysokootáčkovou převodovkou v halové laboratoři RICE. Je hledán maximální udržitelný výkon a testován definovaný jízdní cyklus. Zkoušený stroj je zatěžován pomocí asynchronního stroje o jmenovitých otáčkách 4500 ot.min<sup>-1</sup> a maximálním výkonu 500kW. Vzhledem k testování kompletní jednotky je vysokootáčková strana provozována na jmenovité otáčky a převodový poměr je 1:13,6 na stranu nižších otáček.



Obr. 80 Foto pohonné jednotky během testování s vyvedenými termočlánky

Pro test je nastaven a definován následující zatěžovací test simulující pohyb vozidla v jízdním cyklu a to:

- 3 minuty jízda, 100kW, 0 až 3450 ot.min<sup>-1</sup>, plný ofuk kostry (spolu s Venturiho trubicí),
- 4 minuty výběh, 9kW, 3450 ot.min<sup>-1</sup>, plný ofuk kostry,
- 1 minuta brždění, 100kW, 3450 až 0 ot.min<sup>-1</sup>, plný ofuk kostry,
- 2 minuty stroj stojí, 0kW, 0 ot.min<sup>-1</sup>.

Tento cyklus je proveden celkem 8x. V rámci cyklu se střídá plné zatížení stroje při jmenovitých otáčkách s výběhem a následným zastavením stroje.

Výchozí hodnoty teplot jsou srovnatelné s teplotou okolí. Na konci zkoušky je po poslední 3. minutě jízdy dosaženo těchto hodnot:

Název uzlu/části	Teplota [°C]
DRAZKA1	163,4
DRAZKA2	194,6
DRAZKA3	132,3
DE_CELO1	202,5
DE_CELO2	194,3
DE_CELO3	218,4
NDE_CELO1	203,3
NDE_CELO2	227,7
NDE_CELO3	206,0
NDE_CELO2_NASE	214,0
NDE_CELO1_NASE	174,9
Průměrná teplota vinutí	193,8

### Tabulka XXXI Naměřené hodnoty teplot vinutí

### Tabulka XXXII Naměřené hodnoty zbylých teplot

Název uzlu/části	Teplota [°C]
DE_ZAC_PAK_1_UV_DRAZKA_1	75,5
DE_ZAC_PAK_2_UV_ZUB_1	79,2
DE_ZAC_PAK_3_VW_DRAZKA_1	70,6
DE_ZAC_PAK_4_U_ZUB_3	67,1
DE_ZAC_PAK_6_V_ZUB_7	81,5
DE_ZAC_PAK_7_VW_DRAZKA_7	80,3
PAKET_CAST_22_HORNI_UV_19	62,5
KOSTRA_BOK_B_VEDLE_G	58,0
KOSTRA_HORNI_32_UV_19	63,1
KOSTRA_HORNI_BOK_A_9	49,9
PAKET_STRED_25_U_3	55,2
PAKET_STRED_24_UW_23	55,6
KOSTRA_BOK_B_33_V_7	66,9
PAKET_STRED_26_VW_78	71,7
PAKET_STRED_27_V_7	72,0
KOSTRA_BOK_B_DOLE	58,7
KOSTRA_DOLNI_31	55,2
PAKET_STRED_29_DOLNI_W_5	66,2
Průměrná teplota paketu a kostry	66,1

Na konci zkoušky je tedy **rozdíl** mezi průměrnou teplotou kostry a vinutím cca **127,7°C.** 



Obr. 81 Průběhy naměřených teplot během zatežovacího cyklu (°C)

### Dílčí závěry

- Výkon 100kW je u stroje udržitelný po dobu 10 minut (minimálně).
- Pro studený stroj lze definovaný cyklus (3-4-1-2) jet 8x, než stroj dosáhne střední teploty vinutí 194 °C a to při maximální možné umělé ventilaci kostry.
- Definovaný cyklus je možno provozovat při stojícím okolním vzduchu při 50 % jmenovitého výkonu nekonečně dlouho.

## 8.10 Měření přestupu tepla přirozené konvekce

V rámci disertační práce je také zařazeno vyhodnocení měření bez vynuceného proudění tedy ochlazování kostry pomocí přirozené konvekce. Tato je měřena podobně jako je uvedeno v kapitole 8.6. Měřeno je opět několik míst na kostře pasivně chlazeného stroje. Vyhodnocení součinitele přestupu tepla je provedeno pomocí měření a ověřeno parametrickým tepelným výpočtem pomocí metody konečných prvků. Do vnitřního objemu kostry je nastavena okrajová podmínka pro vznikající přepočtené ztráty na plochu z motoru. Dále je parametricky nastavena teplota okolí, součinitelé přestupu tepla a výsledky jsou porovnány s reálným měřením. Výsledky jsou průměrovány pro dvě hodnoty ztrátového výkonu. Ty jsou přesně odečítány pomocí síťového analyzátoru Zimmer.

### 8.10.1 Analytický způsob výpočtu součinitele přestupu tepla

Celková použitá plocha pro určení koeficientu součinitele přestupu tepla do okolí je 1,857 m<sup>2</sup>. Ztrátový výkon v topném tělese je nastaven v prvním kroku na 2kW, což odpovídá plošnému tepelnému toku 7115 W.m<sup>-2</sup>, který je směrován z vnitřku chladící kostry (Obr. 82).



Area 1857525,0968mm² Perimeter 5228,1854mm

Přepočet průměrného součinitele přestupu tepla do okolí je proveden ze znalosti oteplení a ztrátového výkonu; součinitel přestupu tepla lze určit následovně:

$$S=1,857 \text{ m}^2, T_0=35,19 \text{ °C}, T_{\text{tavg}}=151,71 \text{ °C}; Q \text{ (ztrátové teplo)} = 2000 \text{ W}$$
$$\alpha = \frac{Q}{\text{S} (T_{\text{t}} - T_{\text{o}})} = \frac{2000}{1,857 (159,1 - 37,5)} = 8,85 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}, \tag{8.61}$$

kde  $T_t$  je teplota tělesa,  $T_o$  je teplota okolí. **Průměrná vypočtená** hodnota součinitele přestupu tepla na celé ploše je tedy **8,85 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>**.

Obr. 82 Přesné určení chladícího povrchu

### 8.10.2 Parametrický způsob výpočtu součinitele pomocí MKP

Pro zjištění průměrného součinitele přestupu tepla z povrchu kostry je srovnáváno měření a parametricky nastavený model MKP, který mění hodnotu nastaveného součinitele přestupu tepla i teplotu okolí na referenční ploše a dává výsledky maximálních a průměrných teplot.





#### Obr. 83 Výsledky parametrických simulací pro 2kW

Obr. 84 Výsledky parametrických simulací pro 2kW - detail



Obr. 85 Průběhy všech měřených teplot

Hodnoty součinitele přestupu tepla do okolí odpovídající jednotlivým vyznačeným teplotám jsou pak zprůměrovány. Výsledný simulovaný součinitel přestupu tepla je pak roven:

159,0°C »  $\alpha$  = 8,9 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>; 174,9°C »  $\alpha$  = 8,4 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>; 136,1°C »  $\alpha$  = 10,4 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>

 $\alpha$  (průměrný na celé ploše) = 9,23 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>

### Dílčí závěry

Měření je opakováno vícekrát z důvodu odstranění možných chyb měření a pro různé stavy. Hlavním přínosem by mělo být přesné vyčíslení součinitele přestupu tepla do okolí a naladění výpočetního modelu. Je srovnávána simulace s reálným měřením a přizpůsobením pro přesné vyčíslení součinitele přestupu tepla do okolí. Naladění výpočetního modelu proběhlo po měření oteplovací zkoušky. Nejvyšší teplota okolí na konci měření dosáhla 37,5°C. Obdržené výsledky jsou srovnávány s měřením a následně je vyčíslen průměrný součinitel přestupu tepla.

Z výsledků měření jsou podstatné následující body:

- poměrně přesná shoda výpočetního modelu s vlastním měřením (8,85 vs 9,23)
- kostra v uzavřeném prostoru bez náporového chlazení má průměrný součinitel přestupu tepla do okolí roven  $\alpha$ = 9,04 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>; při teplotě okolí 37,5°C
- při trvalých ztrátách 2kW je maximální teplota kostry 175,3°C

# 9 Závěr a shrnutí

V rámci předložené práce je vytvořen základní koncept problematiky, kterou se tato práce zabývá. Jsou definovány cíle práce, které jsou následně řešeny. Všechny nastíněné a řešené problematické konstrukční uzly elektrického stroje jsou řešeny a simulačně podloženy analytickou metodou nebo metodou konečných prvků případně metodou konečných objemů. Modely jsou také srovnávány s reálnými měřeními, které autor práce realizoval svépomocí či jako součást širšího týmu. V rámci práce je pomocí literární rešerše popsána metodika při řešení tepelných modelů elektrických stojů. Jsou definovány vztahy popisující vznikající ztráty v elektrických strojích a jsou uvedeny známé možnosti chlazení elektrických strojů. V dalších kapitolách jsou pak prezentovány jednotlivé přístupy k řešení tepelných modelů elektrických strojů a demonstrovány na ukázkách řešení na zvoleném trakčním stroji a následném porovnání přesností jednotlivých tepelných modelů.

Výstupy a přínosy disertační práce lze shrnout do následujících bodů:

- Souhrn metod řešení tepelných modelů PMSM a jejich aplikace. Je provedeno srovnání analytické metody pomocí náhradní tepelné sítě a simulace tepelného chování pomocí metody konečných prvků. Oba přístupy jsou srovnány na stejném vyvíjeném stroji a popsány výhody a nevýhody, rizika a přesnost obou metod. Je také položen teoretický matematický základ pro oba přístupy. Ze srovnání vychází přesnější metoda konečných prvků, která lépe a přesněji lokalizuje hot-spot kritická místa, ovšem za cenu vyšší výpočetní náročnosti.
- Zkoumání vlivu axiální vodivosti statorového paketu na tepelný model stroje. Na zvoleném tepelném modelu je zkoumán a vyčíslen vliv tepelné vodivosti statorového svazku složeného z izolovaných plechů v axiálním směru na celkový tepelný model. Tento výzkum je proveden pro stroje se statorovým svazkem bez radiálních kanálů s předpokládaným radiálním směrem šíření hlavního tepelného toku. Řešený problém je simulačně podložen parametrickým výpočtem. Ze závěrů vyplývá, že pro výše zmíněný typ statorového paketu je možné axiální vodivost svazku zanedbat a v analytické metodě tepelné sítě ušetřit výpočetní uzly a tím výpočet dále zrychlit. Chyba se pak pohybuje pod 1 %.
- Vyhodnocení vzniku vzduchové mezery mezi statorem a kostrou stroje i vlivu na tepelný model. Problematika volby rozdílných materiálů pro kostru vysokootáčkového stroje je

simulačně ověřena metodou konečných prvků. Dále je řešen problém nasunutí statorového svazku do lité kostry a případné odlehnutí, a to v příčném, resp. podélném směru. Je též navržena možná technologická úprava (vyplnění mezery teplovodivou pastou). Z výsledků je patrné, že problém odlehnutí kostry je znatelný a velmi se promítá do výsledků tepelného modelu samotného elektrického stroje.

- Řešení vlivu tvaru, velikosti a materiálu chladicí kostry na oteplení vysokootáčkového stroje s permanentními magnety. Značná část práce se věnuje návrhu nového designu chladící kostry pro pasivní chlazení pohonné jednotky. Tato problematika má vlastní vývojový diagram, protože nelze použít samotný analytický přístup a je nutné ho kombinovat s metodou konečných prvků a metodou konečných objemů. V rámci řešení problému je také položen teoretický matematický základ této metody. Pomocí modelování chladícího vzduchu byla vhodně modifikována chladící kostra elektrického stroje a uzpůsobena pro pasivní chlazení na otevřeném podvozku.
  - Je spočítána efektivní délka chladícího žebra, kterou ovšem nebylo možné použít z důvodu zachování zástavbových rozměrů.
  - Je uzpůsoben tvar žebrování a změněn materiál kostry, pro co nejlepší přestup tepla do okolí. Z obdržených výsledků je patrné zlepšení teplotních poměrů kostry o 27 °C při zachování pasivního chlazení a zvýšení průměrného součinitele přestupu tepla kostry z  $\alpha_{kostry} = 29 \text{ W. m}^{-2}\text{K}^{-1}$  na 51 W. m<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> při stejné rychlosti proudění chladicího vzduchu (30 km.h<sup>-1</sup>). Toto zlepšení by dále vzrostlo při použití doporučeného typu žeber (TYP 7 namísto TYP 3), který však nebyl v projektu MPO použit.
  - Taktéž je provedeno měření reálného součinitele přestupu tepla přirozenou konvekcí do okolí a měření nově navrhnutého prototypu kompaktní jednotky osazeného právě modelovaným strojem a chladicí kostrou. Hodnoty z měření jsou zpětně využity v modelech vytvořených pomocí tepelné sítě a metody konečných prvků. Tím je dosaženo dobré shody výsledků obou modelů.

# Vlastní přínos práce

- Určení vhodného užití analytického tepelného modelu a modelu tvořeného metodou konečných prvků na jednotlivé části stroje.
- Výpočet velikosti chyby teploty při zanedbání axiální vodivosti statorového paketu stroje.
- Výpočet vlivu potenciálně vznikající vzduchové mezery mezi statorem a kostrou.
- Použití kombinace analytické metody, metody konečných prvků a metody konečných objemů pro odladění tepelného modelu pasivně chlazeného vysokootáčkového stroje s permanentními magnety.
- Stanovení vhodného tvaru žebrování pro nejvyšší možný odvod tepla kostrou stroje.
- Zlepšení chladicích parametrů pasivně chlazeného stroje a snížení vlastních teplot při zachování rychlosti proudění okolního vzduchu.

# Vlastní přínos pro vědu a praxi

- Návrh systematického postupu při řešení problematiky pasivního chlazení elektrického stroje.
- Možnost zjednodušení tepelné sítě radiálně chlazených strojů bez radiálních ventilačních kanálů.
- Identifikace kritických parametrů vinutí a vyčíslení ekvivalentních vodivostí zubového vinutí na základě měření.
- Návrhy dalších konstrukčních úprav, které v rámci projektu nebyly použity, ale dle výsledků simulací by přinesly další zlepšení chladicích poměrů kostry.
- Návrh metodiky rozdělení přídavných a mechanických ztrát do jednotlivých částí stroje.

# Směry dalšího zkoumání

Dle výše prezentovaných dosažených závěrů, představených výsledků a způsobů řešení je možné budoucí směry dalšího výzkumu shrnout do následujících bodů.

- Výzkum nových konstrukčních možností a uplatnění nových technologií chlazení motorů. Kombinace tepelných, mechanických a elektromagnetických výpočtů zahrnující v sobě všechny potřebné informace pro vytvoření digitálního dvojčete a následné simulaci reálného provozu. Dále integrace výkonové a řídící elektroniky, elektrického stroje a převodovky do kompaktního celku a řešení jejich vzájemné interakce.
- Modelování a správný matematický popis tryskového ostřiku a chlazení čel vinutí elektrických strojů se zapojením změny skupenství chladicího média (spray-cooling).
   Vzhledem k trendu nárůstu výkonu a zvýšení objemové hustoty výkonu je nutné výrazněji modifikovat chlazení těchto strojů, a proto je tímto směrem v současné době obrácen i autorův zájem.
- Implementace optimalizačních metod do tepelných modelů a užití citlivostní analýzy pro ladění parametrů elektromagnetického výpočtu nejvíce ovlivňující tepelné modely elektrických strojů.

# Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] VLACH R., "Chlazení elektrických strojů," Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, VUT Brno, 2004. ISBN 80-214-2848-1.
- [2] SIKORA, M. "Inovace systému chlazení točivých elektrických strojů s využitím CFD metod", Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Brno, 2011.
- [3] MOGHADDAM, R. R., High speed operation of electrical machines, a review on technology, benefits and challenges, 2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), Pittsburgh, PA, 2014, pp. 5539-5546
- [4] GERADA, D., MEBARKI, A, BROWN, N. L., GERADA, C., A. Cavagnino and A. Boglietti, High-Speed Electrical Machines: Technologies, Trends, and Developments, in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 6, pp
- [5] RAHMAN M. A., CHIBA A., FUKAO T., Super High Speed Electrical Machines Summary, Power Engineering Society General Meeting, 2004. IEEE, Denver, CO, 2004, pp. 1272-1275 Vol.2
- [6] JIANG W. a JAHNS T. M., "Development of efficient electromagnetic-thermal coupled model of electric machines based on finite element analysis," in 2013 International Electric Machines & Drives Conference, 2013, pp. 816–823.
- [7] MEJUTO C., MUELLER M., STATON D., MEBARKI S., AL-KHAYAT N., "Thermal modelling of TEFC alternators," in IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference), 2006, pp. 4813–4818.
- [8] HELLER, Petr a Josef DOSTÁL. Kolejová vozidla III. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. ISBN 978-80-261-0028-7
- [9] PITTERMANN M. a kol autorů. Koncepce trakčních podvozků tramvají konkrétní příklady světových výrobců Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2013
- [10] BOGLIETTI A., CAVAGNINO A., STATON D., SHANEL M., MUELLER M., MEJUTO C., "Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 56, no. 3, pp. 871–882, Mar. 2009.
- [11] MARKOVIC M., SAUNDERS L. and PERRIAND Y., Determination of the Thermal Convection Coefficient for a Small Electric Motor, Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference Forty-First IAS Annual Meeting, Tampa, FL, 2006, pp. 58-61
- [12] ABEBE R., DI NARDO M., GERADA D., CALZO G. L., PAPINI L. and GERADA C., High speed drives review: Machines, converters and applications, IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Florence, 2016, pp. 1675-1679
- [13] PYRHÖNEN, Juha, JOKINEN, Tapani, HRABOVCOVÁ, Valéria. Design of rotating electrical machines. 2. vyd. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 2014. ISBN 978-1-118-58157-5.
- [14] ČERVENÝ J., Projektování elektrických zařízení. Plzeň: Západočeská univerzita, 2010.
- [15] KOPYLOV, Igor Petrovič a kol. autorů. Stavba elektrických strojů. 1. vyd. Praha: SNTL, 1988. 688 s. ISBN 04-532-88

- [16] BOGLIETTI, A., CAVAGNINO, A., LAZZARI, M. and PASTORELLI M., A simplified thermal model for variable-speed self-cooled industrial induction motor, in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 39, no. 4, pp. 945-952, July-Aug. 2003
- [17] GUO JIANHONG, YUAN JIAN-HUA, FU DEPING1, LUAN RU, XIONG BIN: 300MW level evaporative cooling turbine generator stator temperature field analysis, Electrical Machines and Systems 2009. ICEMS 2009 International Conference, Tokyo, ISBN: 978-1-4244-5177-7, 2009
- [18] S. LIPIŃSKI, K. Grunt, and J. Zawilak, "2D steady-state thermal analysis of a linestart, permanent magnet synchronous motor," PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY, vol. 1, no. 3, pp. 183–186, Mar. 2017.
- [19] SHEN J., QIN, X. and WANG Y., "High-speed permanent magnet electrical machines applications, key issues and challenges," in CES Transactions on Electrical Machines and Systems, vol. 2, no. 1, pp. 23-33, March 2018
- [20] MELLOR P. H., ROBERTS D. and TURNER D. R., Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design, in IEE Proceedings B – Electric Power Applications, vol. 138, no. 5, pp. 205-218, Sept. 1991.
- [21] MEJUTO C., "Improved lumped parameter thermal modelling of synchronous generators," The University of Edinburgh, 2010.
- [22] MICALLEF C., "End winding cooling in electric machines," 2006.
- [23] KYLANDER G., Thermal modelling of small cage induction motors, Ph.D. dissertation, School Electr. Comput. Eng., Chalmers Univ. Technol., Goteborg, Sweden, Tech. Rep. 265, Feb. 1995.
- [24] BOGLIETTI, A., CAVAGNINO A., and STATON D., Determination of Critical Parameters in Electrical Machine Thermal Models, in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 44, no. 4, pp. 1150-1159, July-aug. 2008.
- [25] NAIR D. G., JOKINEN T., ARKKIO A., "Coupled analytical and 3D numerical thermal analysis of a TEFC induction motor," in 2015 18th International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS 2015, 2016, pp. 103–108.
- [26] ZHANG XUELI; WANG HAIFENG; ZHANG GUOQIANG; GU GUOBIAO: Temperature Characteristics in the Stator Model of a Permanent Magnet Motor by Water-Cooling and Evaporative Cooling, Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference, Volume : 3, On page(s): 2408, ISBN: 7-5062-7407-8, 27-29 Sept. 2005
- [27] BOGLIETTI A., ANDREA C., DAVID S., SHANEL M., MUELLER M. A MEJUTO C., "Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines," IEEE Transactions on Industrial Electronics, sv. 3, č. March 2009, pp. 871–882, 2009.
- [28] PECHÁNEK, R., Vybrané partie z tepelných výpočtů a chlazení elektrických strojů, ZČU Plzeň 2019
- [29] LINDSTRÖM J., "Thermal Model of a Permanent-Magnet Motor for a Hybrid Electric Vehicle," CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, Goteborg, 1999.
- [30] EL-REFAIE A. M., HARRIS N. C., JAHNS T. M., RAHMAN K. M., "Thermal Analysis of Multibarrier Interior PM Synchronous Machine Using Lumped Parameter Model," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 19, no. 2, pp. 303–309, Jun. 2004.

- [31] NATEGH S., HUANG Z., KRINGS A., WALLMARK O., LEKSELL M., "Thermal Modeling of Directly Cooled Electric Machines Using Lumped Parameter and Limited CFD Analysis," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 28, no. 4, pp. 979–990, Dec. 2013.
- [32] XIONG BIN, GU GUOBIAO, FU DEPING, GUO JIANHONG, LI ZHENGUO: Developing of Turbo Generator Based on Evaporative Cooling Technique and Analysis to Key Factors, Electrical Machines and Systems 2009, ICEMS 2009 International Conference, Tokyo, ISBN: 978-1-4244-5177-7, 2009
- [33] DEMETRIADES, G. D., PARRA, H. Z. d. l., ANDERSSON, E. and OLSSON H., A Real-Time Thermal Model of a Permanent-Magnet Synchronous Motor, in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 25, no. 2, pp. 463-474, Feb. 2010
- [34] BARTOŠ V., Teorie elektrických strojů. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2006. 230 s. ISBN 80-7043-509-7.
- [35] ČSN CLS/TS 60034-25 Točivé elektrické stroje Část 25: Návod pro navrhování a vlastnosti střídavých motorů navržených speciálně pro napájení z měničů Praha: Úřad pro technickou normalizace, metrologii a státní zkušebnictví, 2009
- [36] ČSN EN 60349-4 Drážní zařízení Točivé elektrické stroje pro kolejová a silniční vozidla – Část 4: Synchronní elektrické stroje s permanentními magnety napájené z elektronických měničů Praha: Úřad pro technickou normalizace, metrologii a státní zkušebnictví, 2009
- [37] LINDSTROM J., Thermal model of a permanent-magnet motor for a hybrid electric vehicle, Dept. Power Eng., Chalmers Univ. Technol., G<sup>•</sup> oteborg, Sweden, Internal Rep., Apr. 1999.
- [38] ROŞU, M. et al. "Multiphysics simulation by design for electrical machines, power electronics and drives," Hoboken: Wiley-IEEE Press, [2018], ©2018. xv, 290 stran. IEEE Press series on power engineering; 66. ISBN 978-1-119-10344-8.
- [39] DEMETRIADES, D., ZELAYA G., ANDERSSON, H., etc. A real-time thermal model of a permanent-magnet synchronous motor. IEEE Transaction on power electronics, VOL. 25, NO. 2, February, 2010
- [40] KOLONDZOVSKI Z., SALLINEN P., ARKKIO A., "Thermal analysis of a high-speed PM machine using numerical and thermal-network method," The XIX International Conference on Electrical Machines – ICEM 2010, Rome, 2010, pp. 1-6.
- [41] KOLONDZOVSKI Z., BELAHCEN A., ARKKIO A., "Comparative thermal analysis of different rotor types for a high-speed permanent-magnet electrical machine," in IET Electric Power Applications, vol. 3, no. 4, pp. 279-288, July 2009.
- [42] TASSI A., ZANOCCHI G., STATON D., "FEM and Lumped Circuit Thermal Analysis of External Rotor Motor," IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, Paris, 2006, pp. 4825-4828.
- [43] NACHOUANE A. B., ABDELL A. I, FRIEDRICH G. and VIVIER, S., "Estimation of windage losses inside very narrow air gaps of high speed electrical machines without an internal ventilation using CFD methods," 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), Lausanne, 2016, pp. 2704-2710. doi: 10.1109/ICELMACH.2016.7732904L.

- [44] VLACH R. and HUZLIK R., "Thermal model of high speed asynchronous machine," 2016 17th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME), Prague, Czech Republic, 2016, pp. 1-5.
- [45] STATON D., BOGLIETTI A., CAVAGNINO A., "Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis in small and medium size industrial induction motors," in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 20, no. 3, pp. 620–628, Sept. 2005.
- [46] KULKARNI D. P., RUPERTUS G., CHEN E., "Experimental Investigation of Contact Resistance for Water Cooled Jacket for Electric Motors and Generators," in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 27, no. 1, pp. 204–210, March 2012.
- [47] GAI Y. et al., "Cooling of Automotive Traction Motors: Schemes, Examples, and Computation Methods," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 66, no. 3, pp. 1681–1692, March 2019.
- [48] CHONG Y. C., "Thermal Analysis and Air Flow Modelling of Electrical Machines," University of Edinburgh, 2015.
- [49] STATON D. A., CAVAGNINO A., "Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Electric Machines Thermal Models," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 55, no. 10, pp. 3509–3516, Oct. 2008.
- [50] TU J., YEOH G. H., LIU CH., "Computational fluid dynamics: a practical approach," 2nd ed. Waltham: Butterworth-Heinemann, ©2013. 440 s. ISBN 978-0-08-098243-4.
- [51] SCHLICHTING H., GERSTEN K., "Boundary Layer theory," 8th rev. and enl. ed. Berlin: Springer, 2000. xxiii, 799 s. ISBN 3-540-66270-7.
- [52] ONDRUŠKA E., MALOUŠEK A., "Ventilace a chlazení elektrických strojů točivých," Praha, SNTL, 1985
- [53] YENER Y., KAKAÇ, S. "Heat conduction," 4th ed. New York: Taylor & Francis, 2008. xix, 434 s. ISBN 978-1-59169-046-7.
- [54] JIJI, L., M. "Heat convection," 2nd ed. Berlin: Springer, 2009. xvi, 543 s. ISBN 978-3-642-02970-7.
- [55] TONG, W. "Mechanical design of electric motors," Boca Raton: Routledge, 2017. xxxiii, 702 stran. ISBN 978-1-138-07221-3.
- [56] WROBEL R., MELLOR P. H., "A General Cuboidal Element for Three-Dimensional Thermal Modelling," in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 8, pp. 3197–3200, Aug. 2010.
- [57] CENGEL Y. A., CIMBALA J. M., AND TURNER R. H., "Fundamentals of thermal-fluid sciences", 4th editio. Mcgraw-Hill book company, 2012.
- [58] LIST V., Technický průvodce, Elektrotechnika II, část 1 Elektrické stroje, Praha, SNTL 1963

# Seznam autorovo publikací

### Článek v časopise s IF 2,822

[A1] VEG, L.; KASKA, J.; SKALICKÝ, M.; PECHÁNEK, R. A Complex Study of Stator Tooth-Coil Winding Thermal Models for PM Synchronous Motors Used in Electric Vehicle Applications. Energies 2021, 14, 2395. https://doi.org/10.3390/en14092395

### Recenzovaný příspěvek ve sborníku národní, mezinárodní či zahraniční konference

- [A2] VEG, L. Vliv tepelné vodivosti v axiálním směru na celkový tepelný model vysokorychlostního PMSM. In Elektrické pohony: XXXVI. konference (ELPO 2019). Plzeň: Česká elektrotechnická společnost ČSVTS, 2019. s. 1-4. ISBN: 978-80-02-02860-4
- [A3] VEG, L. Trakční pohony a přehled různých koncepcí s ohledem na vysokootáčkové PMSM. In Elektrické pohony: XXXV. konference (ELPO 2017). Plzeň: Česká elektrotechnická společnost ČSVTS, 2017. s. 1-6. ISBN: 978-80-02-02724-9
- [A4] VEG, L. LAKSAR, J. Comparison of two types of cooling of axial flux permanent magnet machines by CFD simulation. In 2019 International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE 2019): /conference proceedings/. Piscataway: IEEE, 2019. s. 303-306. ISBN: 978-1-72810-389-1
- [A5] VEG, L. Vliv velikosti napětí na vlastnosti synchronního generátoru. In Elektrotechnika a informatika 2015. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015. s. 119-122. ISBN: 978-80-261-0514-5
- [A6] VEG, L. Možnosti zjednodušování teplotního modelu transformátoru pro trakční použití.
   In Elektrotechnika a informatika 2016. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika.
   Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2016. s. 83-86. ISBN: 978-80-261-0516-9
- [A7] VEG, L. LAKSAR, J. Impact of thermal conductivity in axial direction on the overall thermal model of high-speed synchronous motor. In Proceedings: 2018 XXIII International Conference on Electrical Machines (ICEM). Piscataway: IEEE, 2018. s. 1234-1239. ISBN: 978-1-5386-2477-7
- [A8] LAKSAR, J. VEG, L. Influence of the machine winding and PM configuration on the back-EMF waveform of PMSM. In Proceedings: 2018 XXIII International Conference on Electrical Machines (ICEM). Piscataway: IEEE, 2018. s. 2483-2489. ISBN: 978-1-5386-2477-7
- [A9] VEG, L. Vliv tepelné vodivosti v axiálním směru na celkový tepelný model vysokorychlostního PMSM. In Elektrotechnika a informatika 2018. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2018. s. 149-152. ISBN: 978-80-261-0785-9
- [A10] LAKSAR, J. HORNÍKOVÁ, L. VEG, L. Design of the power series based on traction induction motor. In Proceedings of the 18th European Conference on Power Electronics and Application (EPE ECCE Europe 2016). Piscataway: IEEE, 2016. s. 1-6. ISBN: 978-9-0758-1524-5
- [A11] SKALICKÝ, M. PECHÁNEK, R. VEG, L. Algorithm for creating of the equivalent thermal circuit for PMSM. In Proceedings of the 2020 19th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME 2020). Piscataway: IEEE, 2020. s. 22-27. ISBN: 978-1-72815-602-6

- [A12] VEG, L. SKALICKÝ, M. PECHÁNEK, R. Tuning of the thermal model of synchronous machine with PM by real measurement. In Proceedings of the 2020 19th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME 2020). Piscataway: IEEE, 2020. s. 1-5. ISBN: 978-1-72815-602-6
- [A13] VEG, L. HRUŠKA, K. LAKSAR, J. HORNÍKOVÁ, L. The effect of different rated voltages on the properties of a synchronous generator. In 11th International Conference Elektro 2016: proceedings. Piscataway: IEEE, 2016. s. 391-394. ISBN: 978-1-4673-8698-2
- [A14] LAKSAR, J. VEG, L. Numerical calculation of the air gap flux density distribution in rotary electrical machines. In Proceedings of the 2016 17th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME) 2016. Piscataway: IEEE, 2016. s. 151-158. ISBN: 978-80-01-05883-1
- [A15] VEG, L. LAKSAR, J. PECHÁNEK, R. Overview of different concepts of traction drives with regard to high-speed PMSM. In Proceedings of the 2017 18th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). Piscataway: IEEE, 2017. s. 102-106. ISBN: 978-1-5090-6405-2
- [A16] LAKSAR, J. ŠOBRA, J. VEG, L. Numerical calculation of the effect of the induction machine load on the air gap magnetic flux density distribution. In Proceedings of the 2017 18th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). Piscataway: IEEE, 2017. s. 119-124. ISBN: 978-1-5090-6405-2
- [A17] VEG, L. Měření mechanických ztrát asynchronního stroje a porovnání s empirickým výpočtem. In Elektrotechnika a informatika 2017. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2017. s. 79-82. ISBN: 978-80-261-0712-5
- [A18] LAKSAR, J. VEG, L. Reduced Schwarz-Christoffel conformal mapping in surface-mounted PMSM. In Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME). Piscataway: IEEE, 2018. s. 179-186. ISBN: 978-80-214-5542-9
- [A19] VEG, L. LAKSAR, J. Using CFD analysis to improve the pasive cooling of the high speed electrical machines body. In Proceedings : IECON 2019 : 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Piscataway: IEEE, 2019. s. 1284-1289. ISBN: 978-1-72814-878-6
- [A20] VEG, L. Comparison study of cooling of axial flux machine. In Elektrotechnika a informatika 2019. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2019. s. 141-144. ISBN: 978-80-261-0871-9
- [A21] PECHÁNEK, R. VEG, L. SOBOTKA, L. FRANC, J. Advantage of redesign of cooling system 40MW synchronous machine. In Proceedings: 2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM 2020). Piscataway: IEEE, 2020. s. 765-771. ISBN: 978-1-72819-945-0
- [A22] VEG, L. LAKSAR, J. ŠOBRA, J. Verification of actual mechanical losses on the rotor of induction machine. In 2017 IEEE Conference on Energy Conversion (CENCON): /proceedings/. Piscataway: IEEE, 2017. s. 236-240. ISBN: 978-1-5386-3935-1
- [A23] VEG, L. LAKSAR, J. Overview of technology, problems and comparison of high speed synchronous reluctance machines. In 12th International Conference Elektro 2018: conference proceedings. Piscataway: IEEE, 2018. s. 1-4. ISBN: 978-1-5386-4759-2
- [A24] VEG, L. LAKSAR, J. Thermal model of high-speed synchronous motor created in MATLAB for fast temperature check. In Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME). Piscataway: IEEE, 2018. s. 377-381. ISBN: 978-80-214-5542-9

- [A25] VEG, L. LAKSAR, J. PECHÁNEK, R. HRUŠKA, K. Simplified thermal model of traction transformer for commercial use. In Proceedings of the 2016 17th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME) 2016. Piscataway: IEEE, 2016. s. 246-250. ISBN: 978-80-01-05883-1
- [A26] LAKSAR, J. SVĚTLÍK, P. VEG, L. Equivalent magnetic circuit method usage in the synchronous reluctance machine rotor design. In Mechatronics 2017: Recent Technological and Scientific Advances (Advances in Intelligent Systems and Computing; Vol. 644). Cham: Springer, 2018. s. 248-256. ISBN: 978-3-319-65959-6, ISSN: 2194-5357
- [A27] VEG, L. SVĚTLÍK, P. LAKSAR, J. High-speed electrical machines : review of concepts and currently used solutions with synchronous machines with permanent magnets. In Mechatronics 2017: Recent Technological and Scientific Advances (Advances in Intelligent Systems and Computing; Vol. 644). Cham: Springer, 2018. s. 265-272. ISBN: 978-3-319-65959-6, ISSN: 2194-5357
- [A28] LAKSAR, J. VEG, L. Fast numerical calculation of the back-emf of permanent magnet synchronous machine. In 20th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'18 ECCE Europe): /proceedings/. Piscataway: IEEE, 2018. s. P.1-P.10. ISBN: 978-90-75815-28-3
- [A29] LAKSAR, J. HRUŠKA, K. VEG, L. Influence of machine geometry to the PMSM mathematical model. In 2019 International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE 2019): /conference proceedings/. Piscataway: IEEE, 2019. s. 367-372. ISBN: 978-1-72810-389-1
- [A30] SOBOTKA, L. VEG, L. Tepelný model pólu axiálního stroje. In Elektrotechnika a informatika 2020. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2020. s. 101-104. ISBN: 978-80-261-0949-5
- [A31] VEG, L. SOBOTKA, L. Problémy při nedolehnutí statorového svazu a kostry vysokootáčkového synchronního stroje s PM. In Elektrotechnika a informatika 2020. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2020. s. 161-164. ISBN: 978-80-261-0949-5
- [A32] LAKSAR, J. HRUŠKA, K. VEG, L. Analytical calculation of saturation effect on the operation maps of surface-mounted PMSM. In Proceedings : IECON 2020 : 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Piscataway: IEEE, 2020. s. 864-869. ISBN: 978-1-72815-414-5
- [A33] VEG, L. PECHÁNEK, R. Influence of production tolerances and production technologies on the temperature model of a high-speed synchronous machine with permanent magnets. In Proceedings of the 2020 19th International Conference on Mechatronics – Mechatronika (ME 2020). Piscataway: IEEE, 2020. s. 12-16. ISBN: 978-1-72815-602-6

## Výzkumné zprávy týkající se disertační práce

- [A34] HORNÍKOVÁ, L. VEG, L. Influence of permanent magnet arrangement on operational properties of PMSM. Západočeská univerzita v Plzni, 2016.
- [A35] VEG, L. Určování součinitele přestupu tepla do okolí pomocí měření. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [A36] VEG, L. ČEJKA, B. Stand pro experimentální ověřování elektromagnetického návrhu el. stroje. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [A37] VEG, L. JANOUŠ, Š. PECHÁNEK, R. Měření oteplovací zkoušky pohonné jednotky pro zvolený zatěžovací cyklus. Západočeská univerzita v Plzni, 2020.

- [A38] VEG, L. Návrh postupu na experimentální stanovení teplotního chování kostry motoru. Západočeská univerzita v Plzni, 2018.
- [A39] VEG, L. Měření oteplovací zkoušky pro vyhodnocení přestupu tepla z vinutí do zbytku stroje (DC test) WIKOV\_v1 verze VUES. Západočeská univerzita v Plzni, 2020.
- [A40] VEG, L. HRUŠKA, K. BYRTUS, M. PECHÁNEK, R. DRÁBEK, P. Vysokootáčkové stroje pro trakční pohony: aktuální stav, možnosti dalšího vývoje. Západočeská univerzita v Plzni; Wikov MGI a.s., 2016.
- [A41] VEG, L. HRUŠKA, K. BYRTUS, M. PECHÁNEK, R. DRÁBEK, P. Detailní technická specifikace pohonné jednotky: (vysokootáčkový stroj pro trakční pohon). Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A42] VEG, L. PECHÁNEK, R. Teplotní výpočty kostry vysokootáčkového stroje. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A43] VEG, L. PECHÁNEK, R. Teplotní výpočty motoru a kostry vysokorychlostní jednotky II. Západočeská univerzita v Plzni, 2018.
- [A44] VEG, L. ŠESTÁK, M. Měření oteplovací zkoušky pro vyhodnocení přestupu tepla z vinutí do zbytku stroje (DC test) WIKOV\_v2. Západočeská univerzita v Plzni, 2020.
- [A45] VEG, L. PECHÁNEK, R. Teplotní výpočty upravené kostry a motoru vysokorychlostní pohonné jednotky. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A46] VEG, L. ZAVŘEL, Oteplovací zkouška kostry vysokorychlostního stroje (měření I. a II.). Západočeská univerzita v Plzni, 2018.

# Seznam autorovo funkčních vzorků a prototypů

- [FV1] VEG, L., ČEJKA, B. Stojan pro experimentální vysokootáčkový demonstrátor s permanentními magnety YASA. 2019.
- [FV2] VEG, L., FRANK, Z. ČEJKA, B. Stojany pro experimentální vysokootáčkový demonstrátor s permanentními magnety BRUSA. 2019.
- [FV3] VEG, L., PECHÁNEK, R. Kostra elektrického stroje se specifickým designem chladicích žeber pro kompaktní pohonnou jednotku. 2018.
- [FV4] VEG, L., FRANK, Z. Přípravek na měření přídavných ztrát způsobených technologií výroby. 2020.
- [FV5] VEG, L., ČEJKA, B. Stojan pro experimentální vysokootáčkový demonstrátor s permanentními magnety. 2019.
- [FV6] VEG, L., Stojany pro experimentální vysokootáčkový demonstrátor s permanentními magnety BRUSA, osová výška 400 mm. 2020.

# PŘÍLOHY

# Rovnice popisující analytický model vysokootáčkového synchronního stroje s PM.

Část hřídele:

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} + \frac{T_1(t) - T_2(t)}{R_{1,2}} + \frac{T_{amb}(t) - T_1(t)}{R_{1,amb}} = \Delta P_1(t)$$
(0.1)

$$C_2 \frac{dT_2}{dt} + \frac{T_1(t) - T_2(t)}{R_{1,2}} + \frac{T_2(t) - T_{19}(t)}{R_{2,19}} + \frac{T_2(t) - T_3(t)}{R_{2,3}} = \Delta P_2(t)$$
(0.2)

$$C_{3}\frac{dT_{3}}{dt} + \frac{T_{2}(t) - T_{3}(t)}{R_{2,3}} + \frac{T_{3}(t) - T_{21}(t)}{R_{3,21}} + \frac{T_{3}(t) - T_{4}(t)}{R_{3,4}} = \Delta P_{3}(t)$$
(0.3)

$$C_4 \frac{dT_4}{dt} + \frac{T_3(t) - T_4(t)}{R_{3,4}} + \frac{T_4(t) - T_5(t)}{R_{4,5}} + \frac{T_4(t) - T_7(t)}{R_{4,7}} = \Delta P_4(t)$$
(0.4)

$$C_5 \frac{dT_2}{dt} + \frac{T_4(t) - T_5(t)}{R_{4,5}} + \frac{T_5(t) - T_6(t)}{R_{5,6}} + \frac{T_5(t) - T_{22}(t)}{R_{5,22}} = \Delta P_5(t)$$
(0.5)

$$C_6 \frac{dT_6}{dt} + \frac{T_5(t) - T_6(t)}{R_{5,6}} + \frac{T_6(t) - T_{20}(t)}{R_{6,20}} = \Delta P_6(t)$$
(0.6)

Část rotoru:

$$C_{7}\frac{dT_{7}}{dt} + \frac{T_{4}(t) - T_{7}(t)}{R_{4,7}} + \frac{T_{7}(t) - T_{8}(t)}{R_{7,8}} + \frac{T_{7}(t) - T_{21}(t)}{R_{7,21}} + \frac{T_{7}(t) - T_{22}(t)}{R_{7,22}} = \Delta P_{7}(t)$$
(0.7)

$$C_8 \frac{dT_8}{dt} + \frac{T_8(t) - T_{21}(t)}{R_{8,21}} + \frac{T_8(t) - T_{22}(t)}{R_{8,22}} + \frac{T_8(t) - T_{10}(t)}{R_{8,10}} + \frac{T_8(t) - T_{12}(t)}{R_{8,12}} = \Delta P_8(t)$$
(0.8)

Část statoru:

$$C_9 \frac{dT_9}{dt} + \frac{T_9(t) - T_{10}(t)}{R_{9,10}} + \frac{T_9(t) - T_{16}(t)}{R_{9,10}} = \Delta P_9(t)$$
(0.9)

$$C_{10}\frac{dT_{10}}{dt} + \frac{T_9(t) - T_{10}(t)}{R_{9,10}} + \frac{T_8(t) - T_{10}(t)}{R_{8,10}} + \frac{T_{10}(t) - T_{11}(t)}{R_{10,11}} + \frac{T_{10}(t) - T_{12}(t)}{R_{10,12}}$$
(0.10)  
=  $\Delta P_{10}(t)$ 

$$C_{11}\frac{dT_{11}}{dt} + \frac{T_{10}(t) - T_{11}(t)}{R_{10,11}} + \frac{T_{11}(t) - T_{15}(t)}{R_{11,15}} = \Delta P_{11}(t)$$
(0.11)

$$C_{13}\frac{dT_{13}}{dt} + \frac{T_{12}(t) - T_{13}(t)}{R_{12,13}} + \frac{T_{13}(t) - T_{14}(t)}{R_{13,14}} + \frac{T_{13}(t) - T_{15}(t)}{R_{13,15}} + \frac{T_{13}(t) - T_{16}(t)}{R_{13,16}}$$
(0.12)  
=  $\Delta P_{13}(t)$ 

Ložiskové štíty a ložiska:

$$C_{17}\frac{dT_{17}}{dt} + \frac{T_{14}(t) - T_{17}(t)}{R_{14,17}} + \frac{T_{16}(t) - T_{17}(t)}{R_{16,17}} + \frac{T_{17}(t) - T_{19}(t)}{R_{17,19}} = \Delta P_{17}(t)$$
(0.13)

$$C_{18}\frac{dT_{18}}{dt} + \frac{T_{11}(t) - T_{18}(t)}{R_{11,18}} + \frac{T_{14}(t) - T_{18}(t)}{R_{14,18}} + \frac{T_{18}(t) - T_{20}(t)}{R_{18,20}} = \Delta P_{18}(t)$$
(0.14)

$$C_{19}\frac{dT_{19}}{dt} + \frac{T_2(t) - T_{19}(t)}{R_{2,19}} + \frac{T_{17}(t) - T_{19}(t)}{R_{17,19}} = \Delta P_{19}(t)$$
(0.15)

$$C_{20}\frac{dT_{13}}{dt} + \frac{T_6(t) - T_{20}(t)}{R_{6,20}} + \frac{T_{18}(t) - T_{20}(t)}{R_{18,20}} = \Delta P_{20}(t)$$
(0.16)

Vnitřní vzduch:

$$C_{15} \frac{dT_{15}}{dt} + \frac{T_5(t) - T_{15}(t)}{R_{5,15}} + \frac{T_7(t) - T_{15}(t)}{R_{7,15}} + \frac{T_8(t) - T_{15}(t)}{R_{8,15}} + \frac{T_{11}(t) - T_{15}(t)}{R_{11,15}} + \frac{T_{13}(t) - T_{15}(t)}{R_{13,15}} + \frac{T_{14}(t) - T_{15}(t)}{R_{14,15}} + \frac{T_{14}(t) - T_{18}(t)}{R_{14,18}} = \Delta P_{15}(t)$$
(0.17)

$$C_{16} \frac{dT_{16}}{dt} + \frac{T_3(t) - T_{16}(t)}{R_{3,16}} + \frac{T_7(t) - T_{16}(t)}{R_{7,16}} + \frac{T_8(t) - T_{16}(t)}{R_{8,16}} + \frac{T_9(t) - T_{16}(t)}{R_{9,16}} + \frac{T_{13}(t) - T_{16}(t)}{R_{13,16}} + \frac{T_{14}(t) - T_{16}(t)}{R_{14,16}} + \frac{T_{16}(t) - T_{17}(t)}{R_{16,17}} = \Delta P_{16}(t)$$
(0.18)

Kostra:

$$C_{14} \frac{dT_{14}}{dt} + \frac{T_{13}(t) - T_{14}(t)}{R_{13,14}} + \frac{T_{14}(t) - T_{15}(t)}{R_{14,15}} + \frac{T_{14}(t) - T_{16}(t)}{R_{14,16}} + \frac{T_{14}(t) - T_{17}(t)}{R_{14,17}} + \frac{T_{14}(t) - T_{18}(t)}{R_{14,18}} = \Delta P_{14}(t)$$
(0.19)

# Vyjádření tepelných odporů

$$R_{(1,\text{okol}i)} = \frac{1}{\alpha_{\text{okol}i} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\text{h}\check{i}i\text{del}}}{2} \cdot L_{\text{konce}}}$$
(0.20)

$$R_{(1,2)} = \frac{\frac{\underline{L}_{\text{konce}}}{2}}{\lambda_{\text{h}\check{r}\acute{f}del} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{h}\check{r}\acute{f}del}^{2}} + \frac{\frac{\underline{L}_{\text{lo}\check{z}iska}}{2}}{\lambda_{\text{h}\check{r}\acute{f}del} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{h}\check{r}\acute{f}del}^{2}}$$
(0.21)

$$R_{(2,3)} = \frac{\frac{\underline{L}_{\text{ložiska}}}{2}}{\lambda_{\text{hřídel}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{hřídel}}^2} + \frac{\frac{\underline{L}_{\text{hřídel}-in}}{2}}{\lambda_{\text{hřídel}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{hřídel}-in}^2}$$
(0.22)

$$R_{(2,19)} = \frac{\frac{D_{h\check{r}\acute{i}del}}{2}}{\lambda_{h\check{r}\acute{i}del} \cdot \pi \cdot \frac{D_{h\check{r}\acute{i}del}}{2} \cdot L_{lo\check{z}iska}} + \frac{\frac{D_{lo\check{z}iska_{vn\check{e}}\check{j}\check{s}i}}{2} - D_{h\check{r}\acute{i}del}}{\lambda_{lo\check{z}} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{lo\check{z}iska_{vn\check{e}}\check{j}\check{s}i}}{2} - \frac{h_{lo\check{z}}}{2}}{2}\right) \cdot L_{lo\check{z}iska}}$$
(0.23)

$$R_{(3,4)} = \frac{\frac{L_{h\check{r}\acute{f}del} - in}{2}}{\lambda_{h\check{r}\acute{f}del} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{h\check{r}\acute{f}del}^{2}} + \frac{\frac{L_{paketu}}{2}}{\lambda_{h\check{r}\acute{f}del} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{h\check{r}\acute{f}del}^{2}}$$
(0.24)

$$R_{(3,15)} = \frac{\frac{D_{\text{h}\check{r}\acute{f}del}}{2}}{\lambda_{\text{h}\check{r}\acute{f}del} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\text{h}\check{r}\acute{f}del}}{2} \cdot L_{in}} + \frac{1}{\alpha_{\text{h}\check{r}\acute{f}del-vzd} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\text{h}\check{r}\acute{f}del}}{2} \cdot L_{in}}$$
(0.25)

$$R_{(4,5)} = \frac{\frac{\underline{L_{h\check{r}\acute{f}del}-in}}{2}}{\lambda_{h\check{r}\acute{f}del} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{h\check{r}\acute{f}del}^{2}} + \frac{\frac{\underline{L_{paketu}}}{2}}{\lambda_{h\check{r}\acute{f}del} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{h\check{r}\acute{f}del}^{2}}$$
(0.26)

$$R_{(4,7)} = \frac{\frac{D_{h\check{r}idel}}{2}}{\lambda_{h\check{r}idel} \cdot \pi \cdot \frac{D_{h\check{r}idel}}{2} \cdot L_{in}} + \frac{\frac{D_{PM} - D_{h\check{r}idel}}{2}}{3 \cdot \lambda_{rjho} \cdot \frac{D_{h\check{r}idel} \cdot \pi}{2} \cdot l_{fe}}$$
(0.27)

$$R_{(5,6)} = \frac{\frac{\underline{L}_{\text{ložiska}}}{2}}{\lambda_{\text{hřídel}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{hřídel}}^{2}} + \frac{\frac{\underline{L}_{\text{hřídel}-in}}{2}}{\lambda_{\text{hřídel}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{hřídel}-in}^{2}}$$
(0.28)

$$R_{(5,16)} = \frac{\frac{D_{h\check{r}idel}}{2}}{\lambda_{h\check{r}idel} \cdot \pi \cdot \frac{D_{h\check{r}idel}}{2} \cdot L_{in}} + \frac{1}{\alpha_{h\check{r}idel-vzd} \cdot \pi \cdot \frac{D_{h\check{r}idel}}{2} \cdot L_{in}}$$
(0.29)

$$R_{(6,20)} = \frac{\frac{D_{h\check{r}idel}}{2}}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{D_{lo\check{z}iska_{vn\check{e}j\check{s}i}} - D_{h\check{r}idel}}{2}}{\frac{1}{2}}$$
(0.30)

$$\lambda_{h\check{r}\acute{f}del} \cdot \pi \cdot \frac{D_{h\check{r}\acute{f}del}}{2} \cdot L_{lo\check{z}iska} \qquad \lambda_{lo\check{z}iska} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{lo\check{z}iska_{vn\check{e}}\check{j}\check{s}\acute{f}}}{2} - \frac{h_{lo\check{z}}}{2}\right) \cdot L_{lo\check{z}iska}$$

$$R_{(7,8)} = \frac{\frac{D_{\rm PM} - D_{\rm h\check{r}\check{f}del}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm rjho} \cdot \frac{D_{\rm h\check{r}\check{f}del} \cdot \pi}{2} \cdot l_{\rm fe}} + \frac{\frac{D_{\rm rotor} - D_{\rm PM}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm PM} \cdot \frac{D_{\rm PM} \cdot \pi}{2} \cdot l_{\rm fe}}$$
(0.31)

$$R_{(7,15)} = \frac{\frac{L_{\text{paketu}}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\text{rjho}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_{\text{PM}}^2 - D_{\text{hřídel}}^2\right)} + \frac{1}{\alpha_{\text{paket-vzd}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_{\text{PM}}^2 - D_{\text{hřídel}}^2\right)}$$
(0.32)

$$R_{(7,16)} = \frac{\frac{L_{\text{paketu}}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\text{rjho}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_{\text{PM}}^2 - D_{\text{hřídel}}^2\right)} + \frac{1}{\alpha_{\text{paket-vzd}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_{\text{PM}}^2 - D_{\text{hřídel}}^2\right)}$$
(0.33)  
$$L_{\text{paketu}}$$

$$R_{(8,15)} = \frac{\frac{-paketu}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm PM} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{\rm rotor}^2 - D_{\rm PM}^2)} + \frac{1}{\alpha_{\rm paket-vzd} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{\rm rotor}^2 - D_{\rm PM}^2)}$$
(0.34)  
$$L_{\rm paketu}$$

$$R_{(8,16)} = \frac{\frac{D_{\text{paketu}}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\text{PM}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{\text{rotor}}^2 - D_{\text{PM}}^2)} + \frac{1}{\alpha_{\text{paket-vzd}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{\text{rotor}}^2 - D_{\text{PM}}^2)}$$
(0.35)

$$R_{(8,10)} = \frac{\frac{h_{\rm PM}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm PM} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm rotor}}{2} \cdot L_{\rm paket}} + \frac{\frac{D_{\rm rotor} - D_{\rm PMhorni}}{2}}{\lambda_{\rm iso} \cdot \frac{D_{\rm PM} \cdot \pi}{2} \cdot l_{\rm fe}} + \frac{1}{\alpha_{\rm vzd} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm rotor}}{2} \cdot L_{\rm fe}} + \frac{\frac{1}{\alpha_{\rm vzd} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm rotor}}{2} \cdot L_{\rm fe}}}{\alpha_{\rm stat.od vzd.m.} \cdot \pi \cdot \frac{b_{d} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}} + \frac{\frac{h_{\rm dr}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm vin-r} \cdot \pi \cdot \frac{b_{d} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}}$$
(0.36)

$$R_{(8,12)} = \frac{\frac{h_{\rm PM}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm PM} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm rotor}}{2} \cdot L_{\rm paket}} + \frac{\frac{D_{\rm rotor} - D_{\rm PMhorni}}{2}}{\lambda_{\rm iso} \cdot \frac{D_{\rm PM} \cdot \pi}{2} \cdot l_{\rm fe}} + \frac{1}{\alpha_{\rm vzd} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm rotor}}{2} \cdot L_{\rm fe}}$$
(0.37)  
$$+ \frac{1}{\alpha_{\rm stat.od vzd.m.} \cdot \pi \cdot \frac{b_{\rm zubu} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}} + \frac{\frac{h_{\rm zubu}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm vin-r} \cdot \pi \cdot \frac{b_{\rm zubu} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}}$$
$$R_{(9,10)} = \frac{L_{\rm paketu}}{3 \cdot \lambda_{\rm vin-a} \cdot h_{\rm dr} \cdot b_{\rm dr} \cdot \frac{Q}{2} \cdot k_{\rm plneni} \, dr.} + \frac{L_{\rm cela}}{3 \cdot \lambda_{\rm vin-a} \cdot h_{\rm dr} \cdot b_{\rm dr} \cdot \frac{Q}{2} \cdot k_{\rm plneni} \, dr.}$$
(0.38)  
$$R_{(9,15)} = \frac{\frac{D_{\rm \check{c}elo}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm sin\check{s}} \cdot \frac{Q_{\rm \check{c}elo} \cdot L_{\rm \check{c}elo}}{2} \cdot \frac{Q}{4}} + \frac{1}{\alpha_{\rm sr2} \cdot Q_{\rm \check{s}elo} \cdot \frac{1}{2}}$$
(0.39)

$$R_{(10,11)} = \frac{L_{\text{paketu}}}{3 \cdot \lambda_{\text{vin-a}} \cdot h_{\text{dr}} \cdot b_{\text{dr}} \cdot Q \cdot k_{\text{plneni dr.}}} + \frac{L_{\text{cela}}}{3 \cdot \lambda_{\text{vin-a}} \cdot h_{\text{dr}} \cdot Q \cdot k_{\text{plneni dr.}}}$$

$$R_{(11,16)} = \frac{\frac{D_{\check{c}elo}}{2}}{3 \cdot \lambda_{ekv\check{c}} \cdot \frac{O_{\check{c}elo} \cdot l_{\check{c}elo}}{2} \cdot \frac{Q}{4}} + \frac{1}{\alpha_{vzd2} \cdot O_{\check{c}elo} \cdot l_{\check{c}elo} \cdot \frac{Q}{4}}$$
(0.40)

$$R_{(10,13)} = \frac{\frac{h_{\rm dr}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm vin-r} \cdot \pi \cdot \frac{b_{d2} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}} + \frac{h_{\rm iso}}{\lambda_{\rm iso} \cdot \pi \cdot \frac{b_{d2} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}}$$
(0.41)

$$+ \frac{\frac{1}{2}}{3 \cdot \lambda_{\text{Fer-r}} \cdot \pi \cdot \frac{(D_e - \frac{h_{\text{jho}}}{2})}{2} \cdot L_{\text{fe}}}$$

$$h_{\text{iho}} \qquad h_{\text{why}}$$

$$R_{(12,13)} = \frac{\frac{n_{\rm jho}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm Fe-r} \cdot \pi \cdot \frac{(D_e - \frac{h_{\rm jho}}{2})}{2} \cdot L_{\rm fe}} + \frac{\frac{n_{\rm zubu}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\rm vin-r} \cdot \pi \cdot \frac{b_{\rm zubu} \cdot Q}{2} \cdot L_{\rm fe}}$$
(0.42)

$$R_{(13,14)} = \frac{\frac{h_{jho}}{2}}{3 \cdot \lambda_{Fe-r} \cdot \pi \cdot \frac{(D_e - \frac{h_{jho}}{2})}{2} \cdot L_{fe}} + \frac{\frac{h_{kostry}}{2}}{\lambda_{kostry} \cdot S_{kostry}}$$
(0.43)

$$R_{(14,\text{amb})} = \frac{1}{\alpha_{\text{kostry}} \cdot S_{\text{kostry}}} + \frac{\frac{h_{\text{kostry}}}{2}}{\lambda_{\text{kostry}} \cdot S_{\text{kostry}}}$$
(0.44)

$$R_{(14,15)} = \frac{1}{\alpha_{\rm vzd3} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm e}}{2} \left(\frac{L_{\rm kostry} - L_{\rm paket}}{2}\right)}$$
(0.45)

$$R_{(14,16)} = \frac{1}{\alpha_{\rm vzd3} \cdot \pi \cdot \frac{D_{\rm e}}{2} (\frac{L_{\rm kostry} - L_{\rm paket}}{2})}$$
(0.46)

$$R_{(14,17)} = \frac{\frac{h_{\text{kostry}}}{2}}{\lambda_{\text{kostry}} \cdot S_{\text{kostry}}} + \frac{\frac{D_1}{2} - (h_{\text{lož}})}{\lambda_{\text{ložs}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b_{\text{štít1}}} \cdot \ln \frac{D_1}{D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}}}$$
(0.47)

$$R_{(14,18)} = \frac{\frac{h_{\text{kostry}}}{2}}{\lambda_{\text{kostry}} \cdot S_{\text{kostry}}} + \frac{\frac{D_1}{2} - (h_{\text{lož}})}{\lambda_{\text{ložs}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b_{\text{štít2}}} \cdot \ln \frac{D_1}{D_{\text{ložiska}_{\text{vnějši}}}}$$
(0.48)

$$R_{(15,17)} = \frac{\frac{L_{\text{ložiska}}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\text{ložš}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}}^2)} + \frac{1}{\alpha_{\text{vzd3}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}}^2)}$$
(0.49)  
$$L_{\text{ložiska}}$$

$$R_{(16,18)} = \frac{\frac{D_{102ISKa}}{2}}{3 \cdot \lambda_{\text{ložš}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}}^2)} + \frac{1}{\alpha_{\text{vzd3}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}}^2)}$$
(0.50)

$$R_{(17,19)} = \frac{\frac{D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}} - D_{\text{hřídel}}}{2}}{\lambda_{\text{lož}} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}} - \frac{h_{\text{lož}}}{2}}{2}\right) \cdot L_{\text{ložiska}}} + \frac{\frac{D_1}{2} - (h_{\text{lož}})}{\lambda_{\text{ložš}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b_{\text{štít}}}}$$

$$\cdot \ln \frac{D_1}{D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}}}$$
(0.51)

$$R_{(18,20)} = \frac{\frac{D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}} - D_{\text{hřídel}}}{2}}{\lambda_{\text{lož}} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{\text{ložiska}_{\text{vnější}}} - \frac{h_{\text{lož}}}{2}}{2}\right) \cdot L_{\text{ložiska}}} + \frac{\frac{D_1}{2} - (h_{\text{lož}})}{\lambda_{\text{lož}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b_{\text{štít}}}} + \frac{\ln \frac{D_1}{2} - (h_{\text{lož}})}{\lambda_{\text{lož}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b_{\text{stít}}}}$$

$$(0.52)$$



Obr. 86 Lokalizace výpočetních bodů náhradní tepelné sítě