Západočeská univerzita v Plzni Fakulta elektrotechnická

# DISERTAČNÍ PRÁCE

Algoritmy řízení trakčního pohonu potlačující elektromagnetický hluk

Ing. Michal Kroneisl

Plzeň 2021



## Disertační práce

## k získání akademického titulu doktor v oboru Elektronika

Ing. Michal Kroneisl

Algoritmy řízení trakčního pohonu potlačující elektromagnetický hluk

**Školitel:** 

Konzultant specialista:

doc. Ing. Pavel Drábek, Ph.D. Ing. Martin Janda, Ph.D.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci vypracoval samostatně a použil jsem prameny, které cituji a uvádím v seznamu literatury. V předložené vědecké práci jsou použity obvyklé vědecké postupy.

V Plzni dne 15.5.2021

.....

podpis

## Poděkování

Tímto bych rád poděkoval svému školiteli doc. Ing. Pavlu Drábkovi, Ph.D. a konzultantovi specialistovi Ing. Martinu Jandovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky v průběhu mé práce.

Dále bych chtěl poděkovat doc. Ing. Václavu Šmídlovi, Ph.D. za četné konzultace týkající se prediktivního řízení a dalších pokročilých matematických metod.

## Anotace

Elektromagnetický hluk je jedna ze složek akustického hluku vyzařovaného elektrickým pohonem, která vzniká v důsledku elektromagnetických sil a vibrací v elektrických strojích a dalších součástech pohonu. Použití střídače v moderních pohonech znamená zanesení nových frekvenčních složek do spektra napětí, proudu i elektromagnetického hluku. Tyto složky vznikají vlivem spínání polovodičových prvků střídače a závisí na způsobu, jakým je střídač řízen. Obvyklý způsob řízení pomocí pulsně šířkové modulace dává pohonu charakteristický zvuk.

Tato práce se zabývá možnostmi, jak lze vhodným řízením střídače a pohonu dosáhnout méně rušivého akustického projevu. Nejprve je popsán vznik hluku při obvyklém způsobu řízení pomocí pulsně šířkové modulace (PWM). Dále se zabýváme náhodnou pulsně šířkovou modulací (RPWM), která vznikla modifikací klasické PWM za účelem snížení hluku pohonu a která již byla v minulosti v literatuře popsána.

Kromě toho jsme navrhli vlastní řídící algoritmy založené na prediktivním řízení, které nahrazují modulaci při řízení střídače a vektorové řízení pohonu. Tyto algoritmy umožňují lépe řídit akustické projevy pohonu, zejména pak potlačit mechanické rezonance konkrétního pohonu.

Všechny algoritmy byly simulovány a testovány na laboratorním pohonu s asynchronním motorem napájeným ze střídače. Zejména prediktivní algoritmy poskytují značnou flexibilitu a lze je tak přizpůsobit i pro jiné pohony se střídavým motorem.

## Klíčová slova

trakční pohon, asynchronní motor, elektromagnetický hluk, PWM, RPWM, prediktivní řízení, FCS-MPC

## Abstract

Electromagnetic noise is an acoustic noise radiated from an electric drive due to electromagnetic forces and vibrations in electric machines and other parts of the electric drive. Using of inverter in modern electric drives brings additional frequency components into voltage, current and electromagnetic frequency spectra. These components appear due to inverter switching and depend on the method which is choosed to control the inverter. Usually the inverter is controlled by Pulse Width Modulation (PWM), which gives the drive the characteristic sound.

In this thesis we examine few control algorithms with an intention to reduce the acoustic noise of the drive. First, we describe the noise and vibrations generation in case of a drive controlled by PWM. Then we deal with Random Pulse Width Modulation (RPWM) techniques, which have been created for reducing the noise of the drive and have been published several times.

Besides the modulation techniques, we have developed control algorithms based on Model Predictive Control (MPC), which substitute modulation for inverter control and Field Oriented Control (FOC) to control the drive. These algorithms allow us to control the acoustic behaviour of the drive and to suppress mechanical resonances.

All control algorithms have been simulated snad tested on laboratory induction motor drive with inverter. MPC algorithms particularly have significant flexibility and are able to be adjusted to any of AC electric drives.

## Key words

Traction Drive, Induction Motor, Electromagnetic Noise, PWM, RPWM, Predictive Control, FCS-MPC

## Seznam symbolů a zkratek

В	magnetická indukce
EI	Expected Improvement (očekávané zlepšení)
$f_{\rm S}$	statorová frekvence
$f_{ m sp}$	spínací frekvence střídače
FCS-MPC	Finite Control Set - Model Predictive Control (prediktivní řízení
	využívající matematický model s konečnou množinou akčních zásahů)
g	ztrátová funkce
$i_{\mathrm{sa}},i_{\mathrm{sb}},i_{\mathrm{sc}}$	fázové proudy motoru
$i_{\mathrm{s}lpha},i_{\mathrm{s}eta}$	statorový proud ve stojícím souřadném systému
$i_{ m sd},i_{ m sq}$	statorový proud v rotujícím souřadném systému
$\hat{i}_{\mathrm{s}}$	predikovaný statorový proud
$L_{\rm p}$	hladina akustického tlaku
$L_{\rm pA}$	hladina akustického tlaku vážená A filtrem
$L_{\rm m}$	hlavní (magnetizační) indukčnost stroje
L <sub>r</sub>	rotorová indukčnost ( $L_{\rm r} = L_{\rm r\sigma} + L_{\rm m}$ )
$L_{ m r\sigma}$	rozptylová indukčnost rotoru
$L_{\mathrm{s}\sigma}$	rozptylová indukčnost statoru
M	hloubka modulace
m	modulační signál
$m_{\mathrm{a}}, m_{\mathrm{b}}, m_{\mathrm{c}}$	modulační signál fáze a, b, c
MPC	Model(-based) Predictive Control (prediktivní řízení využívající
	matematický model)
$p_{\mathrm{a}}$	akustický tlak
$p_{ m m}$	magnetický tlak
$p_{ m p}$	počet pólpárů stroje
PSD	Power Spectrum Density (výkonová spektrální hustota)
PWM	Pulse Width Modulation (pulsně šířková modulace)
R <sub>r</sub>	rotorový odpor přepočtený na stranu statoru
$R_{\rm s}$	statorový odpor
SISO	Single Input Single Output (systém s jedním vstupem a jedním
	výstupem)
$U_{\rm d}$	napětí na stejnosměrné straně střídače
$u_{a0}, u_{b0}, u_{c0}$	fázová napětí střídače
$u_{\mathrm{sa}}, u_{\mathrm{sb}}, u_{\mathrm{sc}}$	fázová napětí motoru
$u_{\mathbf{s}lpha}, u_{\mathbf{s}eta}$	statorové napětí ve stojícím souřadném systému
$u_{ m sd}$ , $u_{ m sq}$	statorové napětí v rotujícím souřadném systému
$T_{S}$	vzorkovací perioda

$T_{ m sp}$	spínací perioda střídače
$\vartheta$	úhel mezi rotorovým tokem a statorem
$\omega_{ m m}$	mechanická úhlová rychlost
$\omega_{\mathrm{r}\Psi}$	úhlová rychlost magnetického toku vůči rotoru
$\omega_{\mathrm{s}\Psi}$	úhlová rychlost magnetického toku vůči statoru
$\omega_{ m S}$	statorová úhlová frekvence
$\omega_{ m sp}$	spínací úhlová frekvence střídače

## Obsah

1	Úvod						
2	Hluł	x elektrického pohonu	11				
	2.1	Elektromagnetický hluk	12				
	2.2	Vliv střídače a pulsně šířkové modulace	14				
		2.2.1 Analýza fázového napětí střídače	16				
		2.2.2 Analýza fázového napětí motoru	20				
		2.2.3 Analýza proudu	24				
		2.2.4 Hluk způsobený modulací	24				
	2.3	Lidský sluch a vnímání hluku	26				
3	Mod	ulační algoritmy potlačující elektromagnetický hluk	30				
	3.1	RPWM s náhodnou spínací frekvencí	30				
	3.2	RPWM s náhodným zpožděním	32				
	3.3	RPWM s náhodnou pozicí pulsu	32				
	3.4	Implementace RPWM	33				
4	Pred	Prediktivní řízení elektromagnetického hluku pohonu 3					
	4.1	FCS-MPC	36				
	4.2	FCS-MPC s tvarováním spektra - jednokroková metoda	39				
	4.3	FCS-MPC s tvarováním spektra - LQ řízení	41				
	4.4	Řízení spínací frekvence u FCS-MPC	43				
5	Měř	ení a experimenty	45				
	5.1	Měřící stanoviště, vybavení a způsob měření	45				
	5.2	Měření rozběhů pohonu	46				
	5.3	Měření ustálených stavů	47				
	5.4	Automatické ladění parametrů FCS-MPC	49				
6	Závě	ér	53				
Se	znam	použité literatury a informačních zdrojů	56				
٨	Мхж	aní rozhěhů nohony	61				
A	Merení rozbehů pohonu						
B	Měř	ení pohonu v ustáleném stavu	66				
	<b>B</b> .1	PWM	66				
	B.2	RPWM I	67				
	B.3	RPWM II	68				
	<b>B.</b> 4	FCS-MPC	69				

	B.5	FCS-MPC s tvarováním spektra	70	
	B.6	FCS-MPC s LQ řízením	71	
	B.7	Měření na pohonu II	72	
	B.8	Měření na pohonu III	73	
С	Vliv	mechanického zatížení pohonu	74	
	<b>C</b> .1	PWM	74	
	C.2	RPWM I	75	
	C.3	FCS-MPC	76	
D	Auto	matizované hledání parametrů FCS-MPC	77	
E	Měřící vybavení			
	E.1	Mikrofonní předzesilovač	81	
F	Štítk	ové hodnoty a parametry použitých strojů	82	

## 1 Úvod

Elektrický pohon má při provozu určité negativní vlivy na své okolí. V případě moderních pohonů se střídači je častým problémem elektromagnetické rušení. To vzniká vlivem spínaní polovodičových prvků ve střídači. Šíří se vodivou cestou (do napájecí sítě či troleje) a vyzařováním v podobě elektromagnetických vln. Elektromagnetické rušení pak ruší další elektronické obvody, ať už jsou součástí daného elektrického pohonu či trakčního vozidla (měřící, řídící a komunikační obvody) nebo jde o jiná zařízení (vozidla) v okolí. V případě pohonů trakčních vozidel je problémem také rušení zabezpečovacího zařízení, zejména kolejových obvodů.

Jiným problémem spojeným s provozem pohonu je akustický hluk. Ten vzniká z různých příčin a šíří se v podobě vibrací jednotlivých konstrukčních částí pohonu a vozidla a následně jako akustická vlna vzduchem. Část hluku vzniká v pohonu (především v motoru) vlivem elektromagnetických sil. Podobně jako v případě elektromagnetického rušení zde hraje roli použití střídače a způsob jeho řízení. Hluk pohonu není problémem z čistě technického hlediska, může však mít nepříznivý dopad na zdraví, komfort a soustředěnost jemu vystavených osob. V případě trakčního vozidla je hluk součástí pracovních podmínek na stanovišti strojvedoucího (řidiče) [8]. Problematika hluku elektrického pohonu je řešena také u vojenských plavidel, zejména pak ponorek, u kterých je žádoucí co nejmenší hluková stopa [3].

Tato práce se zabývá elektromagnetickým hlukem z pohledu řízení pohonu a možnostmi, jak jeho rušivý vliv omezit pomocí různých řídících algoritmů a jejich nastavení. Práce začíná popisem vzniku hluku v případě běžného elektrického pohonu (kapitola 2). Předpokládáme pohon asynchronním motorem, který je napájen z napěť ového střídače řízeného pomocí pulsně šířkové modulace (PWM). Tento druh pohonu je dnes v trakčních vozidlech nejvíce rozšířen, následován pohony se synchronními motory. Kapitola 3 se zabývá modulačními technikami vzniklými modifikací PWM za účelem omezení rušivých akustických projevů pohonu. Tyto modulační algoritmy byly v literatuře už několikrát popsány a věnovali jsme se jim zejména na počátku našeho výzkumu. Poté jsme zabývali vývojem řídících algoritmů založených na prediktivním řízení (konkrétně FCS-MPC), které umožňují lépe řídit akustické projevy pohonu. Tyto algoritmy jsou popsány v kapitole 4.

Všechny uváděné řídící algoritmy byly nasimulovány a ve většina případů také implementovány a otestovány na reálném laboratorním pohonu (kapitola 5).

## 2 Hluk elektrického pohonu

Akustický hluk vzniká v různých částech elektrického pohonu. Kromě motoru mohou být zdroji hluku například převodovka, elektrická výzbroj (transformátory, tlumivky), chlazení pohonu, styk kola s kolejnicí nebo s vozovkou (v případě trakčních vozidel). Z hlediska fyzikálního principu vzniku lze hluk rozdělit do 3 skupin:

- Hluk mechanický vzniká v převodech, ložiskách, vlivem nevyváženosti rotujících částí, nesprávným upevněním stroje, apod.
- Hluk aerodynamický vzniká prouděním vzduchu, zvláště pokud je vzduch využit k chlazení pohonu
- Hluk elektromagnetický vzniká následkem elektromagnetických sil uvnitř elektrického stroje



Obrázek 1: Šíření vibrací a hluku

Elektromagnetický hluk vzniká v každém elektrickém stroji. Vliv na jeho vznik má jak konstrukce stroje (uspořádání magnetického obvodu a vinutí, mechanická konstrukce), tak napájení. Pokud je stroj napájen přímo ze sítě, tedy harmonickým napětím s konstantní amplitudou i frekvencí, bude jeho elektromagnetický hluk záviset na jeho konstrukci a provozních podmínkách (zatížení). V případě napájení motoru ze střídače se navíc objeví vliv proměnných otáček a především se v napětí a proudu objeví další nežádoucí frekvence (harmonické), které se dále promítnou i do elektromagnetického hluku pohonu. Jejich skladba závisí na způsobu řízení střídače (použité modulační strategii či jiného řídícího algoritmu, který modulaci nahrazuje). Kromě motoru může být elektromagnetický hluk generován i dalšími částmi elektrické výzbroje, jako jsou tlumivky, filtry, transformátory a další.

Hluk a vibrace se z míst svého vzniku (motor, převodovka) šíří v zásadě dvěma způsoby - vyzařováním hluku do okolí (vzduchem) a vibracemi mechanických součástí pohonu a poháněného stroje či vozidla (obr. 1). Oba dva způsoby šíření lze omezit - šíření vzduchem například zakrytím (akustickou izolací) zdrojů hluku, šíření mechanickými vibracemi vhodnou konstrukcí (uchycení motoru, použití pružných prvků, apod.).

#### 2.1 Elektromagnetický hluk

Příčinou vzniku elektromagnetického hluku jsou elektromagnetické síly uvnitř elektrického stroje. Tyto síly jsou způsobeny magnetickým tokem, který prochází jednotlivými částmi magnetického obvodu. Magnetický tok může být vybuzen buď permanentními magnety nebo vinutím, kterým prochází proud. V případě strojů bez permanentních magnetů (např. asynchronních strojů nebo synchronních a stejnosměrných strojů s budícím vinutím) vzniká hluk pouze v případě, že je stroj napájen z elektrického zdroje. Naproti tomu stroje s permanent-ními magnety (např. PMSM) mohou vytvářet elektromagnetický hluk i bez napájení. Moderní elektrické stroje a pohony jsou optimalizovány s cílem dosáhnout co největší hustoty výkonu a účinnosti. S tím souvisí větší magnetická indukce ve stroji a také menší mechanická tuhost následkem úspory materiálu. Obojí přispívá ke zvýšení vibrací a hluku stroje.

V magnetickém obvodu elektrického stroje se vyskytují 3 druhy magnetických sil. Ve vzduchové mezeře mezi statorem a rotorem vznikají magnetické síly, které jsou úměrné druhé mocnině magnetické indukce  $(B^2)$ . U nepřesyceného magnetického obvodu tyto síly působí na rozhraní magnetického materiálu se vzduchem. Uvnitř částí částí magnetického obvodu působí magnetostrikce (úměrná  $B^2$ ), která způsobuje smršť ování materiálu (řádově o jednotky mikrometrů na metr). Na vodiče v drážkách působí Lorentzova síla (úměrná BI). Protože magnetická indukce v drážkách je relativně malá, lze tuto sílu obvykle zanedbat. Princip vzniku hluku v závislosti na napájení stroje je schematicky znázorněn na obr. 2. Předpokládáme v tomto případě stroj bez permanentních magnetů (např. asynchronní motor).



Obrázek 2: Vznik vibrací a elektromagnetického hluku

Pokud neuvažujeme vliv zkosení drážek, mění se magnetická indukce v čase a po obvodu vzduchové mezery:

$$b(\alpha,t) = b_{s}(\alpha,t) + b_{r}(\alpha,t) = (F_{s}(\alpha,t) + F_{r}(\alpha,t))\Lambda(\alpha,t)$$
(1)

kde  $b_s$  a  $b_r$  jsou magnetické indukce statoru a rotoru,  $F_s$  a  $F_r$  jsou magnetomotorická napětí statoru a rotoru a  $\Lambda$  je magnetická vodivost vzduchové mezery. Magnetická indukce vytváří magnetický tlak mezi statorem a rotorem. Zanedbáme-li tečnou složku magnetické indukce

a uvažujeme pouze normálovou složku (tzn. předpokládáme, že magnetické siločáry jsou kolmé k povrchu statoru a rotoru [16]), bude pro magnetický tlak platit:

$$p_{\rm r}(\alpha,t) = \frac{b^2(\alpha,t)}{2\mu_0} \tag{2}$$

Za *b* dosadíme z rovnice (1):

$$p_{\mathbf{r}}(\alpha,t) = \frac{1}{2\mu_0} \left( F_{\mathbf{s}}(\alpha,t) + F_{\mathbf{r}}(\alpha,t) \right)^2 \Lambda^2(\alpha,t) =$$
$$= \frac{b_{\mathbf{s}}^2(\alpha,t) + 2b_{\mathbf{s}}(\alpha,t)b_{\mathbf{r}}(\alpha,t) + b_{\mathbf{r}}^2(\alpha,t)}{2\mu_0}$$
(3)

Z výrazu vidíme, že magnetický tlak se skládá ze 3 složek:

- $b_{\rm s}^2(\alpha,t)/(2\mu_0)$  je složka vzniklá magnetickým polem statoru
- $2b_s(\alpha,t)b_r(\alpha,t)/(2\mu_0)$  je složka vzniklá interakcí magnetického pole statoru a magnetického pole rotoru
- $b_r^2(\alpha,t)/(2\mu_0)$  je složka vzniklá magnetickým polem rotoru

Magnetická indukce statoru i rotoru obsahuje časové a prostorové harmonické. Vlivem drážek na statoru a rotoru se v permeanci vzduchové mezery  $\Lambda$  objevují obvodové harmonické, které se promítají do magnetické indukce (popsáno již v [18]). Přes magnetomotorické napětí se do mangetické indukce dostávají časové harmonické v proudu, zejména při napájení ze střídače. Díky nelineární závislosti magnetického tlaku  $p_r$  na magnetické indukci tyto složky mezi sebou interagují a vytvářejí další frekvence v elektromagnetických silách a hluku. V magnetickém tlaku se například vždy objevuje dvojnásobek statorové frekvence ( $2f_s$ ). Hluk způsobený touto základní harmonickou nelze omezit jinak, než za cenu snížení maximálního momentu stroje (odbuzením).

Z hlediska směru působení lze síly ve vzduchové mezeře rozdělit na radiální a tangenciální. Radiální síly způsobují deformaci statoru a značnou měrou se podílí na elektromagnetickém hluku. Tangenciální síly vytvářejí moment stroje, obsahují však také harmonické, které způsobují zvlnění momentu a přispívají k vibracím a hluku. Radiální síly mezi statorem a rotorem jsou nejen časově proměnné, ale vytvářejí také prostorové vlny, které rotují po obvodu vzduchové mezery stroje. Radiální magnetický tlak je pak sumou vln různých řádů a frekvencí:

$$p_{\mathbf{r}}(t,\alpha) = \sum_{r,\omega} P_{r,\omega} \cos(\omega t - r\alpha + \phi_{r,\omega})$$
(4)

kde  $r \in \{0, 1, 2, ...\}$  je řád magnetické síly. Řád síly závisí na příčině vzniku dané síly (statorové a rotorové harmonické nebo jejich kombinace, časové harmonické ze střídače či z meziobvodu) a určuje tvar, do kterého je magnetický obvod deformován (obr. 3). Například



režimy 3 a 4

Obrázek 3: Radiální vibrační módy magnetického jádra [5]

síly způsobené střídačem řízeným pomocí pulsně šířkové modulace (PWM) mají řád r = 0 nebo r = 2p, kde p je počet pólpárů [5] [19].

Hlavním zdrojem vibrací je konstrukce statoru [5]. Stator si lze zjednodušeně představit jako dutý válec. Toto těleso má vlastní tvary různých řádů v radiálním a axiálním směru (obr. 4), přičemž každému tvaru přísluší vlastní frekvence. Pokud se ve frekvenčním spektru magnetických sil objeví frekvence blízká některé z vlastních frekvencí stroje, dochází k vybuzení rezonance, což se projeví zvýšením akustického hluku pohonu. Pro úplnost lze zmínit existenci tangenciálních módů statoru [9], které se uplatňují díky působení tangenciálních sil (momentu a jeho zvlnění).

Kromě deformací statoru se na hluku menší měrou podílí deformace rotoru (zejména ohyb). Díky nepřesnosti při výrobě a opotřebování během provozu vznikají v motoru odchylky rozměrů a uložení jednotlivých součástí - například statická a dynamická excentricita nebo šikmé uložení rotoru [26].

Vibrace a hluk pohonu jsou rovněž teplotně závislé. Vlivem ohřevu dochází například ke snížení vlastních frekvencí (-20 % při 100 °C) a zvýšení tlumení (+30 % při 100 °C) [23]. Vliv na hluk má také změna směru otáčení motoru (přesněji momentu), což díky zkosení drážek změní směr axiální síly působící na rotor.

#### 2.2 Vliv střídače a pulsně šířkové modulace

U moderních trakčních a průmyslových pohonů se nejčastěji používá asynchronní motor s kotvou nakrátko, méně často pak motor synchronní. Abychom tyto motory mohli řídit v celém rozsahu otáček, je třeba měnit frekvenci a velikost přiváděného napětí. Proto bývá



Obrázek 4: Vlastní tvary kostry různých radiálních (m) a axiálních (n) řádů [5]

součástí pohonu střídač, obvykle napěť ový. Výstupní fázové napětí střídače se nemění spojitě, ale nabývá konečného počtu hodnot – v případě nejčastějšího dvouúrovňového střídače je na výstup připojen buď kladný nebo záporný pól stejnosměrného zdroje. Pro dosažení požadované velikosti napětí (co do střední hodnoty) je střídač řízen například pulsně šířkovou modulací (PWM). Její princip (znázorněný na obr. 5) spočívá v komparaci modulačních signálů  $m_a$ ,  $m_b$ ,  $m_c$  s nosným pilovým signálem. Díky tomu, že je pilový signál po částech lineární, je střední hodnota výstupního napětí v dané spínací periodě úměrná modulačnímu signálu za předpokladu, že se modulační signál drží v rozsahu pilového signálu (jinak dochází k přemodulování a neplatí již linearita mezi modulačním signálem a střední hodnotou výstupního signálu). Výstup každého komparátoru (obr. 6) pak řídí jeden půlmůstek střídače.

Existují i jiné způsoby řízení střídače, například vektorová modulace. Modulace lze také rozlišit na synchronní nebo asynchronní, podle toho, zda je poměr spínací a statorové frekvence celým číslem či nikoliv.



Obrázek 5: Třífázový střídač řízený pulsně šířkovou modulací

#### 2.2.1 Analýza fázového napětí střídače

Předpokládáme skalární pulsně šířkovou modulaci. Existuje několik způsobů analytického odvození jejího frekvenčního spektra. Níže uvedený výpočet spektra fázového napětí střídače pomocí Besselových funkcí je převzatý z [20]. Z něho je dále vypočítáno spektrum fázového napětí motoru a spektrum proudu. Jiný způsob odvození založený na dvourozměrné Fourierově transformaci lze nalézt v [12].

Fázové napětí střídače  $u_{a0}$  nabývá v průběhu jedné spínací periody  $T_{sp}$  dvou hodnot:  $U_d/2$  a  $-U_d/2$ . Časové okamžiky  $t_1$  a  $t_2$ , kdy dochází ke změně výstupního napětí, jsou dány koincidencí pilového signálu a modulačního signálu  $m_a$ . Pro tyto časové okamžiky platí:

$$t_1 = -\frac{T_{\rm sp}}{4}(1+m_{\rm a})$$
(5)

$$t_2 = -\frac{T_{\rm sp}}{4}(1+m_{\rm a}) \tag{6}$$

kde  $T_{sp}$  je perioda nosného signálu. Fázové napětí střídače lze rozložit do Fourierovy řady:

$$u_{a0}(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_{sp}t) + b_n \sin(n\omega_{sp}t)$$
(7)

Vypočítáme koeficient  $a_0$ :

$$a_{0} = \frac{1}{T_{\rm sp}} \int_{-\frac{T_{\rm sp}}{2}}^{\frac{T_{\rm sp}}{2}} u_{\rm a0}(t) dt = \frac{U_{\rm d}}{2T_{\rm sp}} \left( \int_{-\frac{T_{\rm sp}}{2}}^{t_{1}} -1 dt + \int_{t_{1}}^{t_{2}} 1 dt + \int_{t_{2}}^{\frac{T_{\rm sp}}{2}} -1 dt \right) = \frac{U_{\rm d}}{2T_{\rm sp}} \left( -[t]_{-T_{\rm sp}/2}^{t_{1}} + [t]_{t_{1}}^{t_{2}} - [t]_{t_{2}}^{-T_{\rm sp}/2} \right) =$$



Obrázek 6: Třífázový střídač a pulsně šířková modulace jedné fáze

$$= \frac{U_{\rm d}}{2T_{\rm sp}} \left( \frac{T_{\rm sp}}{4} (1+m_{\rm a}) - \frac{T_{\rm sp}}{2} + \frac{T_{\rm sp}}{4} (1+m_{\rm a}) + \frac{T_{\rm sp}}{4} (1+m_{\rm a}) - \frac{T_{\rm sp}}{2} + \frac{T_{\rm sp}}{4} (1+m_{\rm a}) \right) =$$

$$= \frac{U_{\rm d}}{2T_{\rm sp}} \left( T_{\rm sp} (1+m_{\rm a}) - T_{\rm sp} \right)$$

$$a_0 = \frac{U_{\rm d}}{2} m_{\rm a}$$
(8)

Pro koeficienty  $a_n$  platí:

$$a_{n} = \frac{2}{T_{\rm sp}} \int_{-\frac{T_{\rm sp}}{2}}^{\frac{T_{\rm sp}}{2}} u_{\rm a0}(t) \cos(n\omega_{\rm sp}t) dt =$$

$$= \frac{U_{\rm d}}{T_{\rm sp}} \left( \int_{-\frac{T_{\rm sp}}{2}}^{t_{1}} -\cos(n\omega_{\rm sp}t) dt + \int_{t_{1}}^{t_{2}} \cos(n\omega_{\rm sp}t) dt + \int_{t_{2}}^{\frac{T_{\rm sp}}{2}} -\cos(n\omega_{\rm sp}t) dt \right) =$$

$$= \frac{U_{\rm d}}{T_{\rm sp}} \left( -\left[\sin(n\omega_{\rm sp}t)\right]_{-T_{\rm sp}/2}^{t_{1}} + \left[\sin(n\omega_{\rm sp}t)\right]_{t_{1}}^{t_{2}} - \left[\sin(n\omega_{\rm sp}t)\right]_{t_{2}}^{-T_{\rm sp}/2} \right) =$$

$$= \frac{U_{\rm d}}{T_{\rm sp}} \frac{1}{n\omega_{\rm sp}} \left( 4\sin\left(n\frac{\pi}{2}(1+m_{\rm a})\right) - 2\sin(n\pi) \right)$$

$$a_{n} = \frac{U_{\rm d}}{T_{\rm sp}} \frac{4}{n\omega_{\rm sp}} \sin\left(n\frac{\pi}{2}(1+m_{\rm a})\right) \right)$$
(9)

Za úhlovou spínací frekvenci $\omega_{\rm sp}$ dosadíme

$$\omega_{\rm sp} = \frac{2\pi}{T_{\rm sp}} \tag{10}$$



Obrázek 7: Besselovy funkce 1. druhu

Tím získáme výsledný vztah pro koeficienty  $a_n$ :

$$a_n = \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{n} \sin\left(n\pi \frac{1+m_{\rm a}}{2}\right) \tag{11}$$

Jelikož je průběh na obr. 6 sudou funkcí, pro koeficienty  $b_n$  platí:

$$b_n = 0 \tag{12}$$

Dosazením koeficientů do rovnice (7) dostaneme:

$$u_{a0}(t) = \frac{U_{d}}{2}m_{a} + \frac{2U_{d}}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\left(n\pi\frac{1+m_{a}}{2}\right)\cos\left(n\omega_{sp}t\right)$$
(13)

V případě střídače není modulační signál  $m_{\rm a}$  konstantou, ale funkcí času:

$$m_{\rm a}(t) = M\cos\left(\omega_{\rm S}t\right) \tag{14}$$

kde M je hloubka modulace v rozsahu 0 až 1 a  $\omega_s$  je modulační (statorová) frekvence. Dosazením do rovnice (13) získáme:

$$u_{a0}(t) = \frac{U_{d}}{2}M\cos(\omega_{S}t) + \frac{2U_{d}}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\pi}{2}M\cos(\omega_{S}t)\right)\cos(n\omega_{sp}t)$$
(15)

Použijeme pravidlo pro sinus součtu:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \tag{16}$$

a výraz dále upravíme:

$$u_{a0}(t) = \frac{U_{d}}{2} M \cos(\omega_{S} t) + \frac{2U_{d}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2} M \cos\left(\omega_{S} t\right)\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2} M \cos\left(\omega_{S} t\right)\right) \right) \cos\left(n\omega_{sp} t\right)$$
(17)

Tento výraz rozložíme pomocí Besselových funkcí. Obecně platí:

$$\cos(x\cos A) = J_0(x)\cos(0) - 2J_2(x)\cos(2A) + 2J_4(x)\cos(4A) - \dots$$
(18)

$$\sin(x\cos A) = 2J_1(x)\cos(A) - 2J_3(x)\cos(3A) + 2J_5(x)\cos(5A) - \dots$$
(19)

kde  $J_n$  jsou Besselovy funkce 1. druhu a *n*-tého řádu (viz obr. 7). Pokud za x a A dosadíme tyto výrazy:

$$x = \frac{n\pi}{2}M\tag{20}$$

$$A = \omega_{\rm S} t \tag{21}$$

dostaneme:

$$u_{a0}(t) = \frac{U_d}{2} M \cos(\omega_s t) +$$

$$+ \frac{2U_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_0\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) +$$

$$+ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) 2J_1\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(\omega_s t\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) -$$

$$- \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) 2J_2\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(2\omega_s t\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) -$$

$$- \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) 2J_3\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(3\omega_s t\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) +$$

$$+ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) 2J_4\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(4\omega_s t\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) +$$

$$+ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) 2J_5\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(5\omega_s t\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) - \dots \right)$$
(22)

Dále použijeme vzorec pro součin kosinů:

$$\cos(A)\cos(B) = \frac{1}{2}(\cos(A+B) + \cos(A-B))$$
 (23)

a tím získáme konečný výraz pro fázové napětí střídače  $u_{a0}$ :

$$u_{a0}(t) = \frac{U_{d}}{2} M \cos(\omega_{s} t) + + \frac{2U_{d}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_{0}\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(n\omega_{sp}t\right) + + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_{1}\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left(\cos\left((n\omega_{sp}+\omega_{s})t\right) + \cos\left((n\omega_{sp}-\omega_{s})t\right)\right) - - \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_{2}\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left(\cos\left((n\omega_{sp}+2\omega_{s})t\right) + \cos\left((n\omega_{sp}-2\omega_{s})t\right)\right) - - \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_{3}\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left(\cos\left((n\omega_{sp}+3\omega_{s})t\right) + \cos\left((n\omega_{sp}-3\omega_{s})t\right)\right) + + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_{4}\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left(\cos\left((n\omega_{sp}+4\omega_{s})t\right) + \cos\left((n\omega_{sp}-4\omega_{s})t\right)\right) + + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_{5}\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left(\cos\left((n\omega_{sp}+5\omega_{s})t\right) + \cos\left((n\omega_{sp}-5\omega_{s})t\right)\right) - \dots\right)$$
(24)

Ze vztahu je zřejmé, že frekvenční spektrum napětí je složené z frekvencí, jež jsou součtovými a rozdílovými složkami spínací frekvence střídače (a nosné frekvence PWM)  $\omega_{sp}$ a statorové (modulační) frekvence  $\omega_s$ . Spektrum obsahuje pouze kosinové složky, velikost některých z nich je uvedena v tab. 2. Ze všech možných kombinací spínací a statorové frekvence se ve spektru reálně vyskytují pouze některé: okolo lichých násobků spínací frekvence se nachází sudé násobky statorové frekvence a okolo sudých násobků spínací frekvence liché násobky statorové frekvence. Kombinace ostatních frekvencí mají nulovou amplitudu a tudíž se ve spektru neobjevují (viz tab. 2). Dvojice frekvencí vyskytující se symetricky okolo násobku spínací frekvence mají rovněž stejnou amplitudu. Za zmínku stojí také fakt, že velikost jednotlivých frekvenčních složek závisí pouze na napájecím napětí  $U_d$  a hloubce modulace M. Naopak nezávisí na konkrétních hodnotách spínací a statorové frekvence. Zvýšením spínací frekvence se tak nesníží harmonické zkreslení napětí, pouze se jednotlivé harmonické ve frekvenčním spektru odsunou do vyšších frekvencí, kde se více uplatní rozptylová indukčnost napájeného stroje.

#### 2.2.2 Analýza fázového napětí motoru

Z hlediska napájeného motoru nejsou důležitá fázová napětí střídače, ale fázová napětí motoru. Jelikož střed vinutí motoru (v případě zapojení do trojúhelníku pouze pomyslný) není galvanicky spojen se středem stejnosměrného zdroje, napětí mezi těmito body není nulové. Pro fázová napětí motoru platí:

$$u_{\rm sa} = \frac{1}{3} \left( 2u_{\rm a0} - u_{\rm b0} - u_{\rm c0} \right) \tag{25}$$

Frekvence	Velikost	
$\omega_{ m S}$	$a_{0,1} = rac{U_{\mathrm{d}}}{2}M$	
$\omega_{ m sp}$	$a_{1,0} = \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{1} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) J_0\left(\frac{\pi}{2}M\right)$	$= \frac{2U_{\rm d}}{\pi} J_0\left(\frac{\pi}{2}M\right)$
$\omega_{ m sp}\pm\omega_{ m S}$	$a_{1,\pm 1} = 0$	
$\omega_{ m sp}\pm 2\omega_{ m S}$	$a_{1,\pm 2} = -\frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{1} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) J_2\left(\frac{\pi}{2}M\right)$	$= -\frac{2U_{\rm d}}{\pi} J_2\left(\frac{\pi}{2}M\right)$
$\omega_{ m sp} \pm 3\omega_{ m S}$	$a_{1,\pm 3} = 0$	
$\omega_{\rm sp} \pm 4\omega_{\rm S}$	$a_{1,\pm4} = \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{1} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) J_4\left(\frac{\pi}{2}M\right)$	$= \frac{2U_{\rm d}}{\pi} J_4\left(\frac{\pi}{2}M\right)$
$\omega_{ m sp} \pm 5\omega_{ m S}$	$a_{1,\pm 5} = 0$	
$2\omega_{ m sp}$	$a_{2,0} = 0$	
$2\omega_{ m sp}\pm\omega_{ m S}$	$a_{2,\pm 1} = \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{2} \cos(\pi) J_1(\pi M)$	$= - \tfrac{U_{\rm d}}{\pi} J_1\left(\pi M\right)$
$2\omega_{\rm sp} \pm 2\omega_{\rm S}$	$a_{2,\pm 2} = 0$	
$2\omega_{\rm sp} \pm 3\omega_{\rm S}$	$a_{2,\pm3} = -\frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{2} \cos(\pi) J_3(\pi M)$	$=rac{U_{\mathrm{d}}}{\pi}J_{3}\left(\pi M ight)$
$2\omega_{\rm sp} \pm 4\omega_{\rm S}$	$a_{2,\pm4} = 0$	
$3\omega_{ m sp}$	$a_{3,0} = \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) J_0\left(\frac{3\pi}{2}M\right)$	$= -\frac{2U_{\rm d}}{3\pi} J_0\left(\frac{3\pi}{2}M\right)$
$3\omega_{ m sp}\pm\omega_{ m S}$	$a_{3,\pm 1} = 0$	
$4\omega_{ m sp}$	$a_{4,0} = 0$	
$4\omega_{\rm sp} \pm \omega_{\rm S}$	$a_{4,\pm 1} = \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \frac{1}{4} \sin(2\pi) J_1(2\pi M)$	$= -\frac{U_{\rm d}}{2\pi} J_1\left(2\pi M\right)$

Tabulka 2: Frekvenční složky fázového napětí střídače  $(u_{a0})$  a jejich velikosti

$$u_{\rm sb} = \frac{1}{3} \left( 2u_{\rm b0} - u_{\rm c0} - u_{\rm a0} \right) \tag{26}$$

$$u_{\rm sc} = \frac{1}{3} \left( 2u_{\rm c0} - u_{\rm a0} - u_{\rm b0} \right) \tag{27}$$

kde  $u_{a0}$ ,  $u_{b0}$  a  $u_{c0}$  jsou fázová napětí střídače a  $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$  a  $u_{sc}$  fázová napětí motoru. Pro výpočet spektra fázového napětí motoru je tedy třeba znát spektra všech 3 fázových napětí střídače. Postup odvození spekter napětí  $u_{sb}$  a  $u_{sc}$  je stejný jako v případě  $u_{sa}$ , liší se pouze modulační signál. Modulační signály zbylých 2 fází vyjádříme jako:

$$m_{\rm b}(t) = M \cos\left(\omega_{\rm S} t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{28}$$

$$m_{\rm c}(t) = M \cos\left(\omega_{\rm S} t + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{29}$$

Již uvedeným postupem získáme rozklad napětí  $u_{sb}$  na jednotlivé frekvenční složky:

$$\begin{aligned} u_{b0}(t) &= \frac{U_{d}}{2} M \cos \left( \omega_{\rm S} t - \frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \frac{2U_{d}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sin \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{0} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \cos \left( n\omega_{\rm sp} t \right) + \\ &+ \cos \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{1} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} + \omega_{\rm S} \right) t - \frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - \omega_{\rm S} \right) t + \frac{2\pi}{3} \right) \right) - \\ &- \sin \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{2} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} + 2\omega_{\rm S} \right) t - 2\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - 2\omega_{\rm S} \right) t + 2\frac{2\pi}{3} \right) \right) - \\ &- \cos \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{3} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} + 3\omega_{\rm S} \right) t - 3\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - 3\omega_{\rm S} \right) t + 3\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \sin \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{4} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} + 4\omega_{\rm S} \right) t - 4\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - 4\omega_{\rm S} \right) t + 4\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - 4\omega_{\rm S} \right) t - 5\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - 5\omega_{\rm S} \right) t - 5\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{\rm sp} - 5\omega_{\rm S} \right) t + 5\frac{2\pi}{3} \right) \right) - \dots \right) \end{aligned}$$
(30)

Analogický vztah platí i pro fázi c:

$$\begin{aligned} u_{c0}(t) &= \frac{U_{d}}{2} M \cos \left( \omega_{S} t + \frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \frac{2U_{d}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sin \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{0} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \cos \left( n\omega_{sp} t \right) + \\ &+ \cos \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{1} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{sp} + \omega_{S} \right) t + \frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{sp} - \omega_{S} \right) t - \frac{2\pi}{3} \right) \right) - \\ &- \sin \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{2} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{sp} + 2\omega_{S} \right) t + 2\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{sp} - 2\omega_{S} \right) t - 2\frac{2\pi}{3} \right) \right) - \\ &- \cos \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{3} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{sp} + 3\omega_{S} \right) t + 3\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{sp} - 3\omega_{S} \right) t - 3\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \sin \left( \frac{n\pi}{2} \right) J_{4} \left( \frac{n\pi}{2} M \right) \left( \cos \left( \left( n\omega_{sp} + 4\omega_{S} \right) t + 4\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{sp} - 4\omega_{S} \right) t - 4\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{sp} - 4\omega_{S} \right) t - 5\frac{2\pi}{3} \right) \right) + \\ &+ \cos \left( \left( n\omega_{sp} - 5\omega_{S} \right) t - 5\frac{2\pi}{3} \right) - \dots \right)$$
(31)

Z rovnic je zřejmé, že fázový posun modulačního signálu se projeví nejen fázovým posunem u statorové frekvence, ale i u všech dalších frekvenčních složek, které jsou z této frekvence odvozeny. S využitím rovnic (25), (26) a (27) vypočítáme fázové napětí motoru:

$$\begin{split} u_{\rm sa}(t) &= \frac{U_{\rm d}}{2} M \cos\left(\omega_{\rm S} t\right) + \\ &+ \frac{2U_{\rm d}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_0\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \cos\left(n\omega_{\rm sp}t\right) + \\ &+ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_1\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left( \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+\omega_{\rm S}\right)t\right) + \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-\omega_{\rm S}\right)t\right)\right) - \\ &- \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_2\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left( \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+2\omega_{\rm S}\right)t\right) + \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-2\omega_{\rm S}\right)t\right)\right) + \\ &+ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_4\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left( \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+4\omega_{\rm S}\right)t\right) + \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-4\omega_{\rm S}\right)t\right)\right) + \\ &+ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_5\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left( \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+5\omega_{\rm S}\right)t\right) + \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-5\omega_{\rm S}\right)t\right)\right) - \\ &- \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) J_7\left(\frac{n\pi}{2}M\right) \left( \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+7\omega_{\rm S}\right)t\right) + \cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-7\omega_{\rm S}\right)t\right)\right) + \end{split}$$

$f_{\rm sp}$		$f_{\rm sp}\pm 2f_{\rm S}$		$f_{\rm sp}\pm 4f_{\rm S}$		$f_{sp} \pm 6f_S$	
	$2f_{\rm sp} \pm f_{\rm S}$		$2f_{sp} \pm 3f_{s}$		$2f_{\rm sp}\pm 5f_{\rm S}$		
3€se		$3f_{\rm sp}\pm 2f_{\rm S}$		$3f_{\rm sp} \pm 4f_{\rm S}$		$3f_{sp} \pm 6f_{s}$	
	$4f_{\rm sp} \pm f_{\rm S}$		$4f_{sp} \pm 3f_{s}$		$4f_{\rm sp} \pm 5f_{\rm S}$		
5 fsq		$5f_{\rm sp}\pm 2f_{\rm S}$		$5f_{\rm sp} \pm 4f_{\rm S}$		$5f_{sp} \pm 6f_{s}$	
	$6f_{\rm sp} \pm f_{\rm S}$		$6f_{sp} \pm 3f_{S}$		$6f_{\rm sp} \pm 5f_{\rm S}$		
7.fsg		$7f_{ m sp}\pm 2f_{ m S}$		$7f_{\rm sp} \pm 4f_{\rm S}$		$7f_{sp} \pm 6f_{s}$	
	$8f_{\rm sp} \pm f_{\rm S}$		$8f_{sp} \pm 3f_{s}$		$8f_{\rm sp} \pm 5f_{\rm S}$		•.
:		•		•			

Tabulka 4: Frekvence vyskytující se ve fázovém napětí střídače a fázovém napětí motoru vlivem PWM (přeškrtnuté frekvence se v motoru neobjeví)

$$+\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)J_{8}\left(\frac{n\pi}{2}M\right)\left(\cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+8\omega_{\rm S}\right)t\right)+\cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-8\omega_{\rm S}\right)t\right)\right)-\\-\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)J_{10}\left(\frac{n\pi}{2}M\right)\left(\cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}+10\omega_{\rm S}\right)t\right)+\cos\left(\left(n\omega_{\rm sp}-10\omega_{\rm S}\right)t\right)\right)-\ldots\right)$$
(32)

Některé frekvenční složky (odvozené z násobků  $3\omega_s$ ) mají ve všech třech fázích střídače stejný (nulový) fázový posun, takže se navzájem odečtou a ve fázovém napětí motoru se neobjeví. Zbylé frekvence se vyskytují ve fázovém napětí motoru se stejnou velikostí i fází, jako ve fázovém napětí střídače. Přehled frekvencí, které se objevují ve spektru napětí, jsou v tab. 4. Ukázka vypočítaných spekter napětí je na obr. 8.

#### Analýza proudu 2.2.3

Frekvenční spektrum proudu lze teoreticky odvodit ze spektra fázového napětí motoru. Uvažujemeli ideální asynchronní motor, bude proud obsahovat stejné frekvence napětí. Velikost jednotlivých složek lze určit pomocí impedance asynchronního motoru vypočítané podle náhradního schématu pro vyšší harmonické (obr. 10).

#### Hluk způsobený modulací 2.2.4

Jak bylo uvedeno v kapitole 2.1, v magnetické indukci ve vzduchové mezeře se objevují časové a prostorové harmonické, které jsou způsobeny jak konstrukcí stroje (drážky statoru a rotoru), tak i časovými harmonickými v proudu. Díky nelineární závislosti magnetického tlaku na indukci všechny tyto složky mezi sebou interagují. Ve spektru vibrací a hluku se objevují kombinace drážkových harmonických, kombinace harmonických v proudu s dráž-

2021



Obrázek 8: Spektra napětí  $u_{a0}$  a  $u_{sa}$  vypočítaná analyticky ( $f_{sp} = 2$  kHz,  $f_S = 50$  Hz,  $U_d = 560$  V, M = 1)



Obrázek 9: Spektrum proudu vypočítané analyticky ( $f_{sp} = 2 \text{ kHz}, f_{S} = 50 \text{ Hz}, U_{d} = 560 \text{ V}, M = 1, 1.$  harmonická oříznuta)



Obrázek 10: Náhradní schéma asynchronního motoru pro obecnou frekvenci $\omega$ 



Obrázek 11: Detail spektra proudu a hluku v okolí jedno- a dvojnásobku spínací frekvence PWM,  $f_{sp} = 4 \text{ kHz}$ ,  $f_{s} = 25 \text{ Hz}$  (změřeno).

kovými harmonickými a kombinace různých harmonických v proudu [19]. Z hlediska časových harmonických v proudu, které vznikají činností střídače a které nás nejvíce zajímají, je významná zejména jejich interakce se základní harmonickou. Na obr. 11 je vidět porovnání změřeného spektra hluku se spektrem proudu v okolí spínací frekvence a jejího dvojnásobku. Lze si povšimnout, že frekvence vyskytující se v hluku jsou oproti spektru proudu posunuty o  $\pm f_s$ .

#### 2.3 Lidský sluch a vnímání hluku

Lidský sluch je jedním ze smyslů, které slouží k vnímání fyzikálních stimulů z vnějšího prostředí. Akustický tlak vzduchu se dostává zvukovodem k bubínku. Sluchové kůstky představují systém nerovnoramenných pák, který mechanicky převádí tlak vzduchu z bubínku do kapalného prostředí vnitřního ucha [10] (dochází k impedančnímu přizpůsobení mezi vzduchem a kapalinou). V hlemýždi vnitřního ucha je umístěn vlastní sluchový orgán (tzv. Cortiho orgán), jehož součástí jsou vláskové buňky, které přeměňují proudění kapaliny na nervové vzruchy. Zvuky o různé frekvenci jsou převáděny v různých částech hlemýždě - dochází tak k frekvenční analýze zvukového signálu.

Zvuk se v hmotném prostředí šíří v podobě akustické vlny. Hustota tohoto prostředí se mění spolu s akustickým tlakem. Akustický tlak ( $p_a$ ) je superponován na statický tlak v prostředí (atmosférický tlak v případě vzduchu). Obvykle se při měření inzenzity zvuku neudává jako lineární veličina, ale místo toho se používá hladina akustického tlaku (označení  $L_p$  nebo SPL z anglického Sound Pressure Level), která je definována jako:

$$L_{\rm p} = 20\log\frac{p_{\rm a}}{p_0} \,[\rm dB] \tag{33}$$

kde  $p_a$  je efektivní hodnota atmosférického tlaku a  $p_0$  je referenční hodnota (obvykle práh slyšitelnosti, tedy  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  Pa).

Vztah mezi intenzitou fyzikálního stimulu a vnímanou intenzitou podnětu není lineární. Tento vztah popisuje Fechnerův zákon, který platí obecně i pro jiné lidské smysly:

$$P = k \ln \frac{S}{S_0} \tag{34}$$

kde P je vnímaná intenzita podnětu, S je intenzita fyzikálního stimulu a  $S_0$  je prahová (referenční) hodnota. Pokud je fyzikálním stimulem akustický tlak, pak je vnímaná intenzita podnětu úměrná hladině akustického tlaku ( $L_p$ ). To však platí pouze při určité frekvenci. Lidský sluch má výraznou frekvenční závislost, která navíc závisí na hlasitosti. Proto byla zavedena veličina "subjektivní hlasitost", jejíž jednotkou je 1 fón (1 Ph). Ta je definována tak, že pro tón o frekvenci 1 kHz se rovná hladině akustického tlaku v dB. Pro ostatní frekvence vztah mezi těmito veličinami vyjadřují křivky stejné hlasitosti. Poprvé tyto křivky experimentálně určili Fletcher a Munson [11], později také Robinson a Dadson [21] a další. Poslední verzi nalezneme v revidovaném mezinárodním standardu ISO 226:2003 [14] (obr. 12).

Pro měření hlasitosti se v technické praxi používají váhové filtry, které aproximují frekvenční závislost lidského sluchu. Mezinárodní stadard IEC 61672:2003 [13] definuje 4 typy lineárních filtrů označené jako písmeny A, B, C a D. Na obr. 13 jsou jejich frekvenční přenosy v porovnání s převrácenými isofonami podle standardu ISO 226.

Hlasitost sama o sobě nestačí k popisu toho, jak bude člověk zvuk daný skutečně vnímat. Například pískání komára může mít menší hlasitost než déšť, přesto ho většina lidí bude vnímat jako více rušivý zvuk. Z těchto důvodů byla definována řada psychoakustických veličin s cílem popsat další vlastnosti měřeného zvuku.

Plochost spektra (anglicky Spectral Flatness Measure - SFM) souvisí s tonalitou zvuku.



Obrázek 12: Křivky stejné subjektivní hlasitosti (isofony) dle standardu ISO 226:2003 [14]



Obrázek 13: Frekvenční charakteristiky váhových filtrů A, B, C, D v porovnání odezvou lidského sluchu podle ISO 226:2003 při hlasitostech 40, 60 a 80 Ph

Je definována jako poměr geometrického a aritmetického průměru frekvenčního spektra:

$$SFM = \frac{\sqrt[N]{\prod_{n=0}^{N-1} FFT(p_{a}, n)}}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} FFT(p_{a}, n)}$$
(35)

Tato veličina udává, zda má měřený zvuk charakter spíše tónu (spektrum obsahuje špičky) nebo šumu (spektrum je více ploché). SFM nabývá hodnot od 0 do 1, přičemž SFM = 0 má čistý tón (harmonický signál) a SFM = 1 má bílý šum.

Další psychoakustickou veličinou je hrubost (anglicky Roughness). Její jednotkou je asper. Pokud se ve spektru nacházejí dvě frekvence blízko sebe, má obálka časového průběhu zvuku proměnnou velikost jako při amplitudové modulaci. S rostoucí vzdáleností obou frekvencí se hrubost zvětšuje, největší je při 70 Hz, poté opět klesá. Podobnou veličinou je fluktuační síla (Fluctuation strength), která se uplatní při pomalejších změnách obálky (modulační frekvence do 20 Hz). Ostrost (Sharpness) je veličina, která vyjadřuje obsah vyšších frekvencí ve zvuku.

V této práci jsme k vyhodnocení hlasitosti pohonu využili hladinu akustického tlaku váženou filtrem A (bude dále označována jako  $L_{pA}$ ). Tento filtr je nejčastěji používaným filtrem v hlukoměrech a na rozdíl od jiných filtrů více tlumí nízké frekvence, čímž lépe odpovídá lidskému vnímání hlasitosti pro hlasitosti okolo 60 Ph (obr. 13). "Pískavý" zvuk pohonu způsobený pulsně šířkovou modulací vykazuje vysokou tonalitu a hrubost, což je dáno soustředěním energie do určitých frekvencí, které jsou seskupené v okolí násobků spínací frekvence. Algoritmy, které budou popisovány v této práci si kromě snížení hlasitosti kladou za cíl zvýšit hodnotu SFM (tedy snížit tonalitu).

29

### 3 Modulační algoritmy potlačující elektromagnetický hluk

Nevýhodou klasické pulsně šířkové modulace je, že ve frekvenčních spektrech napětí, proudu i hluku je energie soustředěna pouze do určitých frekvencí, které jsou dány kombinacemi statorové a spínací frekvence. S cílem vyřešit tento problém vznikly různé modifikace PWM. Jejich společným rysem je náhodná změna parametrů nosného signálu v čase. Tyto modulační algoritmy se nejčastěji označují jako RPWM (Random Pulse Width Modulation - náhodná pulsně šířková modulace). Podle toho, který parametr nosného signálu se náhodně mění, rozlišujeme například RPWM s náhodnou spínací frekvencí, RPWM s náhodným zpožděním, RPWM s náhodnou pozicí pulsu a další. Přestože se nosný signál mění, pro zachování lineární závislosti výstupního napětí na modulačním signálu musí být časový průběh nosného signálu po částech lineární [12]. Přehled různých verzí RPWM lze nalézt v [24] nebo v [17].



Obrázek 14: Nosný (pilový) signál modulačního algoritmu RPWM I



Obrázek 15: Nosný (pilový) signál modulačního algoritmu RPWM I.

#### 3.1 RPWM s náhodnou spínací frekvencí

Modulační algoritmy s náhodnou spínací frekvencí byly popsány již mnohokrát [7], [6], [3], [15], [2]. V [25] je tento algoritmus popsán pod názvem RPWM I, kde se jedná o modifikaci vektorové modulace. V našem případě jsme stejný princip aplikovali na skalární (nevektorovou) modulaci s obdobnými výsledky. Algoritmus funguje tak, že se délka spínací periody (frekvence) mění náhodně v čase. Délku jednotlivých spínacích period určí algoritmus podle

posloupnosti nahodných čísel, která jsou předem vygenerována na počítači a uložena v tabulce v řídícím procesoru. V případě skalární modulace odpovídá spínací periodě perioda nosného (pilového) signálu (obr. 14). Počet čísel v tabulce je konečný, když algoritmus doběhne na konec tabulky, začíná znovu od začátku. Frekvence, se kterou se tabulka náhodných čísel opakuje, ( $f_{tab}$ ) je základní harmonickou nosného signálu (obr. 15). Čím větší je délka tabulky, tím je nižší frekvence  $f_{tab}$  a tím hustěji jsou frekvenční složky rozloženy ve spektru napětí. Výsledný signál pak má nižší tonalitu - jeho spektrum se s rostoucí délkou tabulky blíží spektru šumu.



Obrázek 16: Frekvenční spektrum fázového napětí motoru ( $u_{sa}$ ) a statorového proudu ( $i_{sa}$ ) pro klasickou PWM:  $f_{sp} = 4$  kHz,  $f_{s} = 25$  Hz,  $U_{d} = 560$  V, M = 1 (simulace střídače a motoru).



Obrázek 17: Frekvenční spektrum  $u_{sa}$  a  $i_{sa}$  pro RPWM s náhodnou spínací frekvencí (RPWM I):  $f_{sp} = 2 - 6$  kHz,  $f_{s} = 25$  Hz,  $U_{d} = 560$  V, M = 1 (simulace).

Příklad frekvenčního spektra napětí při použití RPWM s náhodnou spínací frekvencí je na obr. 17. V tomto případě obsahuje tabulka náhodných čísel 500 hodnot a spínací frekvence je rozmítána v rozsahu 2 až 6 kHz. Ve frekvenčním spektru napětí a proudu se však objevují frekvence nejen v tomto rozsahu, ale také mimo něj (spektrum se "rozlévá"). Podobně, pokud by spínací frekvence byla rozmítána v nespojitém intervalu, takže bychom určitý rozsah frekvencí vynechali, spektrum se "vleje" i do této mezery. Tento fakt omezuje možnosti tvarování spektra, například z důvodu potřeby vyhnout se vybuzení vlastních mechanických frekvencí motoru.



Obrázek 18: Nosný (pilový) signál modulačního algoritmu RPWM II



Obrázek 19: Frekvenční spektrum  $u_{sa}$  a  $i_{sa}$  pro RPWM s náhodným zpožděním (RPWM II):  $f_{sp(stř)} = 4$  kHz,  $f_s = 25$  Hz,  $U_d = 560$  V, M = 1 (simulace).

#### 3.2 RPWM s náhodným zpožděním

U tohoto algoritmu zůstává konstantní vzorkovací frekvence. Spínací perioda je však vůči vzorkovací periodě zpožděna a toto zpoždění se náhodně mění (obr. 18). Frekvence nosného signálu tak kolísá, její střední hodnota ( $f_{sp(stř)}$ ) však odpovídá vzorkovací frekvenci. Pod názvem RPWM II je tento algoritmus ukázán v [25] (ve vektorové variantě). Frekvenční spektra napětí a proudu ze simulace jsou na obr. 19. Spektra jsou přibližně podobné, jako v případě algoritmu RPWM I, u RPWM II jsou ve spektru navíc špičky v okolí střední spínací frekvence.

#### 3.3 RPWM s náhodnou pozicí pulsu

U tohoto modulačního algoritmu je spínací frekvence konstantní, náhodně se však mění pozice pulsu uvnitř spínací periody. Algoritmus je popsán například v [4], realizovat ho lze také ve vektorové variantě [1]. V případě skalární varianty to znamená, že se mění poměr vzestupné a sestupné části nosného pilového signálu. Tím se posouvá pozice horního vrcholu pily a záporného pulsu ve fázovém napětí. Nezávisle na spínací frekvenci lze definovat relativní pozici pulsu:

$$p_{\mathbf{r},k} = \frac{t_{\uparrow,k}}{T_{\mathrm{sp}}} \tag{36}$$

kde  $t_{\uparrow}$  je délka vzestupné části pilového signálu (dle obr. 20). Frekvenční spektrum napětí a proudu ze simulace je na obr. 21. Ačkoliv je spektrum více ploché ve srovnání s PWM, stále obsahuje špičky v okolí násobků spínací frekvence. Lze tedy předpokládat, že při použití tohoto modulačního algoritmu bude pohon produkovat větší hluk, než při použití RPWM I nebo RPWM II.



Obrázek 20: RPWM s náhodnou pozicí pulsu



Obrázek 21: Frekvenční spektrum  $u_{sa}$  a  $i_{sa}$  pro RPWM s náhodnou pozicí pulsu:  $f_{sp} = 4$  kHz,  $f_{s} = 25$  Hz,  $U_{d} = 560$  V, M = 1 (simulace).

#### 3.4 Implementace RPWM

Generování PWM signálů pro řízení střídače probíhá v PWM modulu řídícího mikroprocesoru. Pilový signál je realizován obousměrným čítačem, jehož vstupní signál je odvozený od hodinového signálu procesoru. Pro snížení frekvence vstupního signálu čítače je mezi oscilátor a PWM modul vřazena předdělička s nastavitelným dělícím poměrem. Pro jemné nastavení spínací frekvence slouží tzv. PERIOD registr, který určuje maximální hodnotu, do které čítač inkrementuje. Při jejím dosažení se přepne směr čítání (v případě symetrického pilového signálu) nebo se čítač vynuluje (v případě nesymetrického pilového signálu). Výstupní signál PWM je generován komparací aktuální hodnoty čítače s hodnotou nastavenou v COMPARE registru, která odpovídá modulačnímu signálu. S přihlédnutím k výsledkům simulací byly k implementaci a testování na reálném pohonu vybrány modulační algoritmy RPWM I a RPWM II. V obou případech je třeba každou spínací periodu  $T_{sp}$  (např. v dolním vrcholu pily) nastavit jiný sklon pilového signálu (viz obr. 14 a 18). Ten však lze v procesoru změnit pouze velmi hrubě změnou dělícího poměru předděličky. Proto je použit konstantní dělící poměr a namísto změny sklonu pily algoritmus nastavuje horní vrchol piloveho signalu (hodnotu v PERIOD registru). Pro zachování požadované střední hodnoty výstupního signálu je potřeba úměrně rozkmitu pily zvětšit či zmenšit také hodnotu uloženou v COMPARE registru (viz obr. 22).



Obrázek 22: Implementace RPWM v mikroprocesoru se symetrickým pilovým signálem

### 4 Prediktivní řízení elektromagnetického hluku pohonu

Prediktivní řízení s matematickým modelem (MPC neboli Model Predictive Control) představuje alternativu k obvykle používané lineární regulaci s PI regulátory. Na rozdíl od PI regulátoru, jehož akční zásah je daný dosavadním časovým průběhem regulační odchylky, prediktivní řízení vybírá nejvhodnější akční zásah, který vede k dosažení požadovaného stavu v budoucnu, pomocí matematického modelu. Ačkoliv je princip prediktivního řízení znám již několik desetiletí, v řízení výkonových měničů a elektrických pohonů se uplatňuje až v posledních letech [22]. Dříve tomu bránila velká výpočetní náročnost, která zůstává i dnes limitujícím faktorem při implementaci prediktivních algoritmů (například u víceúrovňových měničů nebo v případě delšího predikčního horizontu). Výhodou prediktivního řízení je mimo jiné rychlá odezva a snadné zahrnutí nelinearit do modelu. Pro predikci stavu systému využívá MPC obvyklý diskrétní stavový model:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \tag{37}$$

Pro výběr optimálního akčního zásahu je definována ztrátová funkce *g*, která v případě MPC s délkou horizontu 1 zahrnuje stav a možné akční zásahy:

$$g = g(x_k, u_k) \tag{38}$$

Výběr optimálního akčního zásahu znamená minimalizaci ztrátové funkce:

$$u_k = \arg\min_{u_k \in \mathcal{U}} g(x_{k+1}, u_k) \tag{39}$$

kde  $\mathcal{U}$  je množina možných akčních zásahů. V případě FCS-MPC je tato množina konečná.



Obrázek 23: Princip MPC [22]

#### 4.1 FCS-MPC

Námi navržené a testované řídící algoritmy jsou založeny na FCS-MPC (řízení s matematickým modelem a konečnou množinou akčních zásahů). Množinu akčních zásahů v tomto případě tvoří všechny realizovatelné vektory výstupního napětí střídače, které odpovídají spínacím kombinacím tranzistorů ve střídači (obr. 24). V případě třífázového dvouúrovňového napěť ového střídače máme k dispozici  $2^3 = 8$  spínacích kombinací  $S_i \in S =$  $\{+--, ++-, -+, -++, --+, +++, ---\}$ , kde + značí sepnutý horní tranzistor v půlmůstku (S1, S3 nebo S5) a – značí sepnutý dolní tranzistor (S2, S4 nebo S6). Ze všech možných kombinací  $S_i$  je v každém kroku vybrána taková kombinace  $S^*$ , pro kterou je ztrátová funkce minimální:

$$S^* = \arg\min_{S_i \in S} g(x_{\text{pred}}, S_i), \tag{40}$$

kde  $x_{pred} = f(x_k, S_i)$  je predikovaný stav systému v kroku, kdy se algoritmem vybíraný akční zásah projeví v systému (v případě FCS-MPC s horizontem 1 predikujeme ve skutečnosti o 2 kroky dopředu – 1. krok je "predikce" kompenzující dopravní zpoždění mezi měřením a akčním zásahem a je počítána pro akční zásah z minulého kroku a teprve 2. krok je skutečná predikce počítaná pro celou množinu spínacích kombinací).

Jako matematický model systému používáme model asynchronního motoru v rotující souřadné soustavě [27]. Jako stavové veličiny byly zvoleny statorový proud  $i_s = [i_{sd}, i_{sq}]$ a rotorový magnetický tok  $\Psi_r = [\Psi_{rd}, \Psi_{rq}]$ . Osa d rotující souřadné soustavy je svázána s magnetickým tokem rotoru, takže platí  $\Psi_{rq} = 0$ . Pro model spojitý v čase platí tyto rovnice:

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{sd}}}{\mathrm{d}t} = -\alpha i_{\mathrm{sd}} + \omega_{\mathrm{s}\Psi} i_{\mathrm{sq}} + \beta \Psi_{\mathrm{rd}} + \delta u_{\mathrm{sd}},\tag{41}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{sq}}}{\mathrm{d}t} = -\omega_{\mathrm{s}\Psi}i_{\mathrm{sd}} - \mu i_{\mathrm{sd}} - \eta\omega_{\mathrm{s}\Psi}\Psi_{\mathrm{rd}} + \delta u_{\mathrm{sq}},\tag{42}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{rd}}}{\mathrm{d}t} = R_{\mathrm{r}}\frac{L_{\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{r}}}i_{\mathrm{sd}} - \frac{R_{\mathrm{r}}}{L_{\mathrm{r}}}\Psi_{\mathrm{rd}},\tag{43}$$



Obrázek 24: Třífázový dvouúrovňový napěť ový střídač - realizovatelné vektory výstupního napětí
kde koeficienty  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\mu$  a  $\eta$  jsou konstanty vypočítané z parametrů stroje:

$$\alpha = \frac{R_{\rm s} + R_{\rm r} \left(L_{\rm m}^2/L_{\rm r}^2\right)}{\lambda} \qquad \qquad \delta = \frac{1}{\lambda} \qquad \qquad \eta = \frac{L_{\rm m}/L_{\rm r}}{\lambda} \\ \beta = \frac{R_{\rm r} \left(L_{\rm m}/L_{\rm r}^2\right)}{\lambda} \qquad \qquad \mu = \frac{R_{\rm s}}{\lambda} \qquad \qquad \lambda = L_{\rm s\sigma} + L_{\rm r\sigma} \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm r}}$$

a "koeficient"  $\omega_{s\Psi}$  je úhlová rychlost rotorového toku (a tedy i rotující souřadné soustavy) vůči statoru (stojící souřadné soustavě). Pro tuto rychlost platí:

$$\omega_{\mathrm{s}\Psi} = p_{\mathrm{p}}\omega_{\mathrm{m}} + \omega_{\mathrm{r}\Psi},\tag{44}$$

kde  $\omega_{r\Psi}$  je úhlová rychlost rotoru vůči rotorovému toku. Za  $\omega_{r\Psi}$  dosadíme výraz

$$\omega_{\mathrm{r}\Psi} = i_{\mathrm{sq}} \frac{R_{\mathrm{r}}}{L_{\mathrm{r}}} \frac{L_{\mathrm{m}}}{\left|\overline{\Psi_{\mathrm{r}}}\right|} \tag{45}$$

Celou rovnici (44) integrujeme podle času a za magnetický tok dosadíme  $|\overline{\Psi_r}| = \Psi_{rd}$ :

$$\vartheta = \int_{t} \left( p_{\rm p} \omega_{\rm m} + i_{\rm sq} \frac{R_{\rm r}}{L_{\rm r}} \frac{L_{\rm m}}{\Psi_{\rm rd}} \right) \mathrm{d}t \tag{46}$$

S využítím rovnosti  $\omega_{s\Psi} dt = d\vartheta$  lze rovnice (41) a (42) přepsat do tvaru:

$$\mathbf{d}i_{\mathrm{sd}} = \left(-\alpha i_{\mathrm{sd}} + \beta \Psi_{\mathrm{rd}} + \delta u_{\mathrm{sd}}\right) \mathbf{d}t \qquad \qquad +i_{\mathrm{sq}} \mathbf{d}\vartheta, \tag{47}$$

$$di_{sq} = (-\mu i_{sq} + \delta u_{sq}) dt \qquad + (-i_{sd} - \eta \Psi_{rd}) d\vartheta,$$
(48)

Zde vidíme, že změna statorového proudu závisí jak na časové změně magnetického toku, tak i na změně polohy toku vůči statoru.

Pro implementaci v procesoru je model diskretizován použitím Eulerovy aproximace s vzorkovací periodou  $T_s$ . V každém kroku řídícího algoritmu (k) je nejprve estimován magnetický tok rotoru a jeho poloha vůči stojícímu souřadnému systému:

$$\hat{\Psi}_{\rm rd,k} = \hat{\Psi}_{\rm rd,k-1} + \left( R_{\rm r} \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm r}} i_{\rm sd,k-1} - \frac{R_{\rm r}}{L_{\rm r}} \hat{\Psi}_{\rm rd,k-1} \right) T_{\rm S},\tag{49}$$

$$\vartheta_k = \vartheta_{k-1} + \left( p_p \omega_{\mathrm{m},k} + i_{\mathrm{sq},k-1} \frac{R_\mathrm{r}}{L_\mathrm{r}} \frac{L_\mathrm{m}}{\Psi_{\mathrm{rd},k}} \right) T_\mathrm{S},\tag{50}$$

K predikci statorového proudu jsou použity diskretizované rovnice (47) a (48). Statorový proud je predikován na 2 kroky dopředu. První "predikce" slouží ke kompenzaci dopravního zpoždění mezi měřením a akčním zásahem a počítá se z předchozího akčního zásahu  $[u_{\text{sd},k-1}, u_{\text{sq},k-1}]$ :

$$\hat{i}_{\mathrm{sd},k+1} = i_{\mathrm{sd},k} + \left(-\alpha i_{\mathrm{sd},k} + \beta \hat{\Psi}_{\mathrm{rd},k} + \delta u_{\mathrm{sd},k-1}\right) T_{\mathrm{S}} \qquad \qquad + i_{\mathrm{sq},k} \Delta \vartheta, \tag{51}$$



Obrázek 25: Frekvenční spektrum fázového napětí motoru a proudu pro základní FCS-MPC (simulace)



Obrázek 26: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC (změřeno na pohonu I-B)

$$\hat{i}_{\mathrm{sq},k+1} = i_{\mathrm{sq},k} + \left(-\mu i_{\mathrm{sq},k} + \delta u_{\mathrm{sq},k-1}\right) T_{\mathrm{S}} \qquad - \left(i_{\mathrm{sd},k} + \eta \hat{\Psi}_{\mathrm{rd},k}\right) \Delta \vartheta, \qquad (52)$$

Teprve druhá predikce je počítána pro všechny možné akční zásahy (vektory statorového napětí  $u_s$  převedené do rotujícího souřadného systému):

$$\hat{i}_{\mathrm{sd},k+2} = i_{\mathrm{sd},k+1} + \left( -\alpha i_{\mathrm{sd},k+1} + \beta \hat{\Psi}_{\mathrm{rd},k} + \delta \boldsymbol{u}_{\mathrm{sd},k} \right) T_{\mathrm{S}} \qquad \qquad + i_{\mathrm{sq},k+1} \Delta \vartheta, \tag{53}$$

$$\hat{i}_{\mathrm{sq},k+2} = i_{\mathrm{sq},k+1} + \left(-\mu i_{\mathrm{sq},k+1} + \delta \boldsymbol{u}_{\mathrm{sq},k}\right) T_{\mathrm{S}} \qquad -\left(i_{\mathrm{sd},k+1} + \eta \hat{\Psi}_{\mathrm{rd},k}\right) \Delta \vartheta, \qquad (54)$$

Stále tedy platí, že prediktivní řízení pracuje s horizontem 1. Nejvhodnější akční zásah je pak vybrán minimalizací ztrátové funkce, která má pro nejjednodušší řízení zahrnující pouze regulaci proudu (current tracking) tento tvar:

$$g_{is}(x_{\text{pred}}, S_i) = \left| i_{\text{sd}}^* - \hat{i}_{\text{sd},k+2}(S_i) \right|^2 + \left| i_{\text{sq}}^* - \hat{i}_{\text{sq},k+2}(S_i) \right|^2,$$
(55)

kde  $i_{s}^{*} = \left[i_{sd}^{*}, i_{sq}^{*}\right]$  je požadovaný vektor statorového proudu.

Pomocí FCS-MPC lze dosáhnout relativně plochého spektra proudu (viz obr. 26), které se blíží spektru bílého šumu. To však vede k vybuzení mechanických rezonancí, které jsou rozpoznatelné ve spektru hluku. Například na obr. 26 lze vidět mechanickou rezonanci na 5400 Hz.

38



Obrázek 27: Model vzniku elektromagnetického hluku

#### 4.2 FCS-MPC s tvarováním spektra - jednokroková metoda

Základní FCS-MPC algoritmus (se ztrátovou funkcí (55)) dokáže vytvořit poměrně ploché spektrum proudu ve srovnání s PWM, avšak plochost spektra hluku zhoršují mechanické rezonance. Stejný problém se vyskytoval rovněž u RPWM. Oproti RPWM má FCS-MPC tu výhodu, že přidáním dalších členů do ztrátové funkce lze rozšiřovat množství veličin, které jsou při hledání optimálního akčního zásahu zohledněny.

Pro optimalizaci řízení z hlediska hluku je použit matematický model aproximující mechanickou a akustickou odezvu pohonu (obr. 27), jehož výstup je přidán do ztrátové funkce. Vytvořit takový model, který by přesně popisoval vznik elektromagnetického hluku, je velmi obtížné a implementovat takový model do řízení pohonu v reálném čase je prakticky nemožné. Proto jsme zvolili jednodušší přístup, kdy předpokládáme lineární závislost hluku na proudu a aproximujeme ji několika filtry.<sup>1</sup> Na obr. 28 je ukázána aproximace přenosu hluku u motoru Siemens 11 kW. Za přenos hluku je považován poměr spektra změřeného akustického tlaku a tokotvorné složky proudu  $i_{sd}$ , která je vypočítána ze změřených fázových proudů. K identifikaci byl použit základní FCS-MPC algoritmus se ztrátovou funkcí dle rov. (55). Na obr. 28 vpravo dole vidíme přenos a jeho aproximaci dvěma číslicovými filtry. Byly použity filtry s nekonečnou impulsní odezvou (IIR), které mají obecně přenos:

$$F(z) = \frac{\sum_{i=0}^{n} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{n} a_i z^{-i}}$$
(56)

V našem případě jsme použily filtry 2. řádu. Pro výstup filtru (filtrovaný proud) platí:

$$\hat{i}_{sd(f),k+2}(S_i) = b_0 \hat{i}_{sd,k+2}(S_i) + b_1 \hat{i}_{sd,k+1} + b_2 i_{sd,k} - a_1 \hat{i}_{sd(f),k+1}(S_{opt,k-1}) - a_2 \hat{i}_{sd(f),k}(S_{opt,k-2})$$
(57)

kde  $S_{opt,k-1}$  a  $S_{opt,k-2}$  jsou předchozí spínací kombinace. Filtry byly navrženy pomocí "Filter Design & Analysis Tool" v Matlabu. Červený filtr je pásmová propust typu Čebyšev 2. řádu s propustným pásmem 4800 až 5800 Hz při -8 dB. Tento filtr aproximuje mecha-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Jak už bylo řečeno v kap. 2.1, je závislost hluku na proudu nelineární, jelikož magnetický tlak je úměrný druhé mocnině magnetické indukce. Teoreticky se tak frekvenční složky v proudu a indukci násobí "všechny se všemi". Pokud však budeme předpokládat, že nevýraznější frekvenční složka je základní harmonická, budou všechny ostatní frekvenční složky interagovat především s touto složkou. To způsobí, že frekvenční složky vyskytující se v proudu budou v hluku posunuty o  $\pm f_S$  (jak bylo ukázáno pro PWM v kap. 2.2.4). Jestliže je frekvenční spektrum proudu relativně ploché (jako tomu je v případě FCS-MPC), posun frekvencí v řádu desítek Hz je proti tomu zanedbatelný.



Obrázek 28: Identifikace přenosu hluku pro pohon I (motor Siemens 11 kW). Spektrum změřeného fázového proudu  $i_{sa}$  (vlevo nahoře), spektrum proudu rozloženého na tokotvortnou a momentotvornou složku  $i_{sd}$  a  $i_{sq}$  (vpravo nahoře), spektrum změřeného hluku  $p_a$  (vlevo dole), přenos hluku a jeho aproximace filtry (vpravo dole).

nickou rezonanci statoru vyskytující se na 5300 Hz. Žlutý filtr je pásmová propust 2. řádu typu Butterworth s propustným pásmem 8200 až 10000 Hz při -3 dB. Tento filtr aproximuje odezvu pohonu na frekvence 8 až 11 kHz. V tomto případě se jedná o pohon s motorem Siemens 11 kW (pohon I).

Na obr. 29 vlevo je ukázána obdobná aproximace pro motor Siemens 4 kW (pohon II). Zde byly použity pásmové propusti 2. řádu, konkrétně typ Čebyšev pro pásmo 6700 až 9200 Hz (-6 dB) a typ Butterworth pro pásmo 12400 až 13600 Hz. U posledního motoru Siemens 15 kW (pohon III) byly použity fitry 2. řádu typu Butterworth s pásmy 4200 až 4800 Hz (-3 dB) a 7000 až 8300 Hz (-3 dB).



Obrázek 29: Aproximace přenosu hluku pro pohony II (motor Siemens 4 kW, obr. vlevo) a III (motor Siemens 15 kW, obr. vpravo).



Obrázek 30: FCS-MPC s 1-krokovým tvarováním spektra

Ztrátová funkce je rozšířena o výstupy z modelu:

$$g_{1s}(x_{\text{pred}}, S_i) = g_{is}(x_{\text{pred}}, S_i) + \lambda_1 \left| \hat{i}_{\text{sd}(f1), k+2}(S_i) \right|^2 + \lambda_2 \left| \hat{i}_{\text{sd}(f2), k+2}(S_i) \right|^2,$$
(58)

Řízení se snaží tvarováním spektra proudu minimalizovat akustickou odezvu. Zároveň je však třeba regulovat proud podle požadavku (current tracking). Výsledné řízení je tedy vždy kompromisem mezi požadavky, které představují jednotlivé členy ve ztrátové funkci. Vliv jednotlivých členů při řízení určují váhové koeficienty  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ . Jejich správné naladění je důležité nejen pro optimální řízení z hlediska hluku, ale také pro správnou funkci pohonu.

## 4.3 FCS-MPC s tvarováním spektra - LQ řízení

Algoritmus popsaný v kap. 4.2 predikuje hluk pohonu na horizontu 1. Pokud by měl predikovat hluk na delším horizontu, značně by tím narostly výpočetní nároky. Jinou možnost představuje kombinace FCS-MPC s lineárně kvadratickým regulátorem (LQR). V tomto případě je akustická odezva pohonu aproximována stavovým modelem, jehož vstupem je proud  $i_{sd}$  a výstupem aproximace akustického tlaku  $p_a$ :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bi_{\mathrm{sd},k}$$

$$p_{\mathrm{a},k} = Cx_k + Di_{\mathrm{sd},k}$$
(59)

Akustický model je SISO systém, který je již popsaný přenosovou funkcí (56). S využitím koeficientů přenosové funkce získáme ekvivalentní stavovou reprezentaci (obr. 31) v řiditelném kanonickém tvaru:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 & b_{n-1} - a_{n-1} b_0 & \cdots & b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} b_0 \end{bmatrix}$$

S cílem potlačit akustickou odezvu minimalizujeme druhou mocninu výstupu, tedy  $p_a^2$ , pro kterou platí<sup>2</sup>:

$$p_{a}^{2} = \left(x^{T}C^{T} + i_{sd}D^{T}\right)\left(Cx + Di_{sd}\right) =$$

$$= x^{T}\underbrace{C^{T}C}_{Q}x + i_{sd}\underbrace{D^{T}C}_{N}x + x^{T}\underbrace{C^{T}D}_{N}i_{sd} + i_{sd}\underbrace{D^{T}D}_{R}i_{sd}$$
(60)

Minimalizace odezvy na nekonečném horizontu znamená minimalizovat ztrátovou funkci J, jejímž argumentem je optimální proud  $i_{sd(opt)}$ :

$$J(i_{\rm sd(opt)}) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( x^T Q x + 2x^T N i_{\rm sd(opt)} + R i_{\rm sd(opt)}^2 \right)$$
(61)

Ta představuje kritérium pro návrh statové zpětné vazby (L), která je nalezena v Matlabu pomocí funkce dlqr. Pro optimální akční zásah pak platí:

$$i_{\rm sd(opt),k} = Lx_k \tag{62}$$

Díky tomu, že se jedná o stavový regulátor, je v řídícím procesoru třeba implementovat pouze matice A, B a L. Matice C a D jsou využity pouze pro návrh regulátoru. Stavový model aproximuje akustickou odezvu pohonu pouze v okolí jedné vlastní frekvence. Je možné použít i více stavových modelů paralelně. Odchylky proudů od optimálních hodnot (z hlediska odezvy daného stavového modelu) jsou přidány do ztrátové funkce prediktivního řízení. Pro 2 stavové modely (obdoba 2 filtrů u jednokrokového algoritmu) vypadá ztrátová funkce ná-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Vstup systému (obecně vektor) je v našem případě proud  $i_{sd}$ , tedy skalár, proto na rozdíl od matic není v rovnicích transponovaný.



Obrázek 31: LQ řízení

sledovně:

$$g_{\text{LQ}}(x_{\text{pred}}, S_i) = g_{is}(x_{\text{pred}}, S_i) + \lambda_1 \left| i_{\text{sd(opt)}1} - \hat{i}_{\text{sd}, k+2}(S_i) \right|^2 + \lambda_2 \left| i_{\text{sd(opt)}2} - \hat{i}_{\text{sd}, k+2}(S_i) \right|^2$$
(63)

Řídící algoritmus zohledňuje jak odchylku od požadovaného proudu  $i_s^*$  zahrnutou ve funkci  $g_{is}(...)$ , tak odchylku od optimální hodnoty proudu z hlediska hluku  $i_{sd(opt)}$ . Odchylky jsou vždy v kvadrátu, čímž je zajištěna větší citlivost na extrémní odchylky od požadovaného stavu. Váha obou akustických modelů je opět určena koeficienty  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ .

#### 4.4 Řízení spínací frekvence u FCS-MPC

Na hodnotě spínací frekvence závisí mimo jiné zvlnění proudu a spínací ztráty ve střídači. Z hlediska zvlnění proudu je výhodné mít co nejvyšší spínací frekvenci, z hlediska omezení spínacích ztrát tranzistorů naopak spínací frekvenci co nejnižší.

V případě FCS-MPC není spínací frekvence konstantní, algoritmus přepíná vektory napětí poměrně nahodile. To je výhodné z hlediska hluku, protože to vede na ploché spektrum proudu a do jisté míry i hluku. Pro porovnání s PWM a dalšími modulačními technikami je možné vyhodnocovat střední spínací frekvenci střídače, kterou definujeme jako:

$$f_{\rm sp(st\check{r})} = \frac{1}{6} \frac{n_{\rm kom}}{\Delta t} = \frac{1}{6} \frac{n_{\rm kom,a} + n_{\rm kom,b} + n_{\rm kom,c}}{\Delta t}$$
(64)

kde  $n_{\text{kom,a}}$ ,  $n_{\text{kom,b}}$  a  $n_{\text{kom,c}}$  je počet komutací jednotlivých půlmůstků (fází) střídače za časový interval  $\Delta t \geq T_s$ . Počet komutovaných půlmůstků za jednu vzorkovací periodu ( $\Delta t = T_s$ ) může nabývat hodnot 0 až 3. Při přepínání mezi nenulovými vektory napětí odpovídá počet komutovaných půlmůstků úhlu, který oba vektory v komplexní rovině svírají (obr. 24). Např. k přechodu mezi sousedními vektory je třeba přepnout 1 půlmůstek, k přechodu mezi protějšími vektory se pak přepínají všechny 3 půlmůstky. Pokud je střední



Obrázek 32: FCS-MPC s LQ řízením

spínací frekvence vyhodnocována v reálném čase každou spínací periodu  $T_s$ , je třeba pro získání prakticky použitelné hodnoty  $f_{sp(stř)}$  výsledek rovnice (64) filtrovat dolní propustí.

Prediktivní algoritmy se ztrátovou funkcí (55), (58) nebo (63) řídí spínání střídače pouze s ohledem na regulaci proudu a akustických projevů pohonu. Spínací frekvence zde není nijak řízena a spolehlivě je omezena pouze vzorkovací frekvencí. Při vzorkovací frekvenci v řádech desítek kHz to může vést na poměrně značné spínací frekvence a ztráty. Měřením bylo zjištěno, že střední spínací frekvence závisí výrazně na otáčkách a to tak, že se zvyšujícími se otáčkami se frekvence snižuje. Aby v nízkých otáčkách nebyla spínací frekvence příliš vysoká, lze spínací frekvenci řízením omezit například přidáním penalizace komutace každého půlmůstku do ztrátové funkce:

$$g_{\rm sp}(x_{\rm pred}, S_i) = g_{\rm x}(x_{\rm pred}, S_i) + \lambda_{\rm sp} n_{\rm kom}(S_{i,k-1}, S_{i,k})$$
(65)

kde  $g_x(...)$  je stávající ztrátová funkce z rovnice (55), (58) nebo (63) a  $n_{kom}(...)$  je funkcí stávající a nové spínací kombinace. Hodnotu váhového koeficientu  $\lambda_{sp}$  lze nastavovat například podle otáček motoru tak, aby byla střední spínací frekvence udržena na požadované hodnotě.

44

## 5 Měření a experimenty

### 5.1 Měřící stanoviště, vybavení a způsob měření

Všechny dosud uvedené algoritmy byly otestovány na reálných pohonech. Byla provedena měření v ustálených stavech a měření při rozběhu. Funkční schéma měřícího stanoviště je na obr. 33. Při měření byl měřen a zaznamenáván hluk, fázový proud do motoru a signály z čidla otáček. Hluk byl snímán kapacitním mikrofonem Behringer ECM8000. K zesílení signálu byl použit mikrofonní předzesilovač vlastní výroby (schéma v Příloze E.1), který za-jišť uje napájení mikrofonu stejnosměrným napětím 48 V, zesílení a úpravu signálu. Jádrem předzesilovače je integrovaný obvod THAT1510, který zesiluje symetrický signál z mikrofonu a převádí ho na nesymetrický. Předzesilovač obsahuje volitelný anti-aliasingový filtr. K měření proudu byly použity proudové sondy Tektronix TCP404XL s příslušnými zesilovači TCPA400. Rozsah sond byl snížen z 500 na 50 A. Otáčky byly měřeny inkrementálním čidlem (IRC). Měřené veličiny (analogové i digitální) byly zaznamenávány DAQ zařízením typu USB-6356 (M32 MS) BNC od firmy National Instruments, které bylo připojeno k po-čítači. Konfigurace zařízení, spouštění měření a příjem dat byly prováděny automaticky po-mocí skriptu v Matlabu. Při měření ustálených stavů bylo použito obdélníkové okno o délce



Obrázek 33: Kompletní měřící stanoviště hluku

10 s. Ze změřených proudů a hluku byla vypočítána spektrální výkonová hustota (PSD) pomocí Welchovy metody. Při měření rozběhů pohonu byla použita série překrývajících se von Hannových oken.

Měření byla prováděna na těchto pohonech:

- Pohon I-A soustrojí Siemens 11 kW + zatěžovací dynamo
- Pohon I-B soustrojí Siemens 11 kW + zatěžovací dynamo, soustrojí odstíněné akustickou izolací
- Pohon II motor Siemens 4 kW
- Pohon III motor Siemens 15 kW

Všechny pohony mají vlastní chlazení ventilátorem. V případě pohonu I-A a I-B je asynchronní stroj spojen do soustrojí se stejnosměrným strojem, který slouží jako zatěžovací dynamo. Velikost mechanického zatížení je regulována budícím proudem  $I_b$ , při nízkých otáčkách je požadovaného zatížení dosaženo snížením velikosti brzdového odporu  $R_{br}$ . Štítkové hodnoty a parametry náhradního schématu pro jednotlivé pohony jsou uvedeny v Příloze F. Většina měření byla provedena na pohonu I-B. Pohony II a III byly použity pouze pro srovnání některých měření.

## 5.2 Měření rozběhů pohonu

Rozběhy byly měřeny na pohonu I-B bez zatížení, přičemž rozběh z 0 na 750 ot./min. trval 30 s. Poté byly tranzistory ve střídači vypnuty a pohon setrvačností doběhl. Měření bylo provedeno pro metody PWM, RPWM I, RPWM II, FCS-MPC a FCS-MPC s jednokrokovým tvarováním spektra. Příklad spektra hluku pro PWM je na obr. 34. Grafy se spektry proudu a hluku v závislosti na čase pro všechny metody lze nalézt v Příloze A. V případě PWM jsou na grafech zřetelně vidět frekvence vzniklé interakcí spínací a statorové frekvence, které při rozběhu tvoří "V-křivky". V případě RPWM I je spektrum proudu i hluku více ploché, ve spektru hluku výrazně vystupuje mechanická rezonance v okolí 5300 Hz. RPWM II se od RPWM I liší přítomností V-křivek v okolí střední spínací frekvence  $f_{sp(stř)}$  v proudu i hluku. U algoritmů FCS-MPC pak lze pozorovat rozdíl mezi základním FCS-MPC a FCS-MPC s jednokrokovým tvarováním spektra, kdy je mechanická rezonance více potlačena. U všech měření po vypnutí střídače proud a převážná část elektromagnetického hluku zanikají a ve spektru hluku převažuje hluk mechanický a aerodynamický.



Obrázek 34: Ukázka frekvenčního spektra hluku rozbíhajícího se pohonu. Otáčky 0 – 750 ot./min., střídač řízen pomocí PWM při  $f_{sp} = 4 \text{ kHz}$ . Změřeno na pohonu I-B.

### 5.3 Měření ustálených stavů

Měření ustálených stavů byla prováděna vždy při konstantních otáčkách, zatížení a nastavení (např. váhových koeficientů). Všechny použité metody řízení byly otestovány při 250, 500 a 750 ot./min. Větší otáčky nebyly měřeny z důvodu velké hlučnosti ventilátoru a také kvůli nutnosti odbuzovat motor, což by snížilo elektromagnetický hluk. Frekvenční spektra hluku a proudu pro všechny měřené metody jsou na obr. 35. Tyto výsledky byly změřeny na pohonu I při 750 ot./min bez zatížení. Kompletní výsledky pro všechny metody a pro různé otáčky a bez mechanického zatížení jsou v Příloze B. V grafech jsou uvedeny příslušné hodnoty hladiny akustického tlaku vážené A-filtrem ( $L_{pA}$ ) a plochosti spektra (SFM). Naměřené hodnoty jsou shrnuty v tab. 5. Hlasitost se měnila v rozmezí 66 až 70 dB (pro 750 ot./min.). Vyjdeme-li z klasické PWM coby výchozího stavu, vycházejí metody RPWM I a RPWM II a FCS-MPC bez tvarování spektra poněkud hůře, což je dáno rozprostřeným spektrem, které snáze vybudí mechanickou rezonanci. V případě FCS-MPC s tvarováním spektra je tato rezonance do jisté míry potlačena, takže hlasitost vychází opět nižší. Při nižších otáčkách mají modulace (PWM, RPWM I a RPWM II) nižší hlasitost v porovnání s prediktivním řízením, což je dané zřejmě schopností "jemněji" regulovat napětí (modulace, byť s řádově nižší vzorkovací frekvencí, je schopna vytvořit kratší napěťový impuls, než FCS-MPC). Pokud jde o plochost spektra (SFM), tak nejhůře vychází klasická PWM. Určité zlepšení představují RPWM I a RPWM II i FCS-MPC, kdy je však plochost spektra limitována rezonancí.



Obrázek 35: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro různé řídící algoritmy (změřeno na pohonu I-B při 750 ot./min.)

	L <sub>pA</sub>			SFM		
otáčky [ot./min.]	250	500	750	250	500	750
PWM	62,9	67,4	67,8	0,360	0,361	0,363
RPWM I	68,6	70,7	69,0	0,338	$0,\!357$	0,391
RPWM II	67,2	69,7	68,8	0,374	0,380	0,391
FCS-MPC	73,9	72,9	70,2	0,330	0,366	0,413
FCS-MPC + 1-krok	70,0	70,1	66,3	0,453	0,475	0,536
FCS-MPC + LQ	68,9	69,3	66,8	0,440	0,458	0,490

Tabulka 5: Výsledky měření pro různé metody a otáčky

Výrazně lepší hodnoty dosahuje FCS-MPC s tvarováním spektra, kde je špička ve spektru hluku potlačena. V Přílohách B.7 a B.8 jsou výsledky pro pohony II a III. Také zde se ukazuje, že prediktivní algoritmy mají přínos spíše z hlediska zvětšení plochosti spektra (SFM) než z hlediska snížení hlasitosti.

Dále byl zkoumán vliv zatížení. Ukázalo se, že vliv zatížení na hlučnost pohonu není příliš výrazný a v porovnání s vlivem otáček ho lze zanedbat. Grafy s naměřenými frekvenčními spektry jsou v Příloze C.

#### 5.4 Automatické ladění parametrů FCS-MPC

Použitím FCS-MPC s jednokrokovým tvarováním spektra dokážeme vytvořit poměrně ploché spektrum hluku a potlačit mechanické rezonance. Podmínkou je však správné nastavení váhových koeficientů  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  ve váhové funkci (58). Optimální nastavení těchto parametrů závisí na konkrétním pohonu a na aktuálním pracovním bodě (zejména na otáčkách). V případě 2 parametrů lze tyto najít manuálním zadáváním a měřením. Jiná možnost je použít měřící skript, který hledá optimální nastavení v určitém rozsahu parametrů automaticky.

Pro nalezení optimálního nastavení je nutné kvantifikovat požadavky na řídící algoritmus. Za tímto účelem jsme definovali ztrátovou funkci popisující akustické chování pohonu ACC (ACoustic Cost):

$$ACC(\lambda_1, \lambda_2) = L_{pA} - 20SFM + 200I_{a,zkres},$$
(66)

která zahrnuje kromě hladiny akustického tlaku  $L_{pA}$  a plochosti spektra SFM také zkreslení proudu  $I_{a,zkres}$ , což je efektivní hodnota proudu pro frekvence od 70 Hz do 20 kHz vypočítaná ze spektra. Zkreslení proudu je uvažováno z toho důvodu, že při příliš vysoké penalizaci filtrů  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  ve ztrátové funkci (58) může dojít k negativnímu ovlivnění regulace proudu  $i_s$ , což se projeví ve frekvenčním spektru. Na rozdíl od běžně užívaného THD (Total Harmonic Distortion) není  $I_{a,zkres}$  vztažena k základní harmonické proudu, která se mění v



Obrázek 36: Automatizované hledání optimálního nastavení koeficientů  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  (pohon I-A, 750 ot./min.).

závislosti na zatížení pohonu. Na obr. 36 vidíme závislost jednotlivých veličin a výsledné funkce ACC na nastavení koeficientů  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ . Váhový koeficient  $\lambda_1$  nabývá hodnot 0 až 10<sup>4</sup>,  $\lambda_2$  se mění od 0 do 10<sup>3</sup>. Prostor koeficientů  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  není prohledáván spojitě, ale v předem daných bodech (viz grafy). Na výsledcích je vidět, že se zvětšující se penalizací se zmenšuje akustický tlak  $L_{pA}$  a zvyšuje plochost spektra SFM, což je následek potlačení mechanické rezonance. Od určité hodnoty váhových koeficientů však začne také prudce stoupat zkreslení proudu  $I_{a,zkres}$  (tedy obsah "vyšších harmonických"). Optimální nastavení koeficientů  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ pro dané otáčky pohonu nalezneme v okolí minima ztrátové funkce ACC. Tento příklad byl změřen při 750 ot./min a bez zatížení. Při jiných otáčkách se tvar měřených funkcí včetně ACC poněkud liší, stejně jako poloha optimálních koeficientů. Výsledky měření pro různé otáčky jsou uvedeny v Příloze D. Efektivnější a přesnější způsob hledání optimálního nastavení představuje Bayesovská optimalizace (obr. 37). Bodů [ $\lambda_1, \lambda_2$ ], které je možné nastavit je



Obrázek 37: Automatické hledání optimálních parametrů  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  pomocí Bayesovské optimalizace (pohon I-B, 750 ot./min.). ACC představuje minimalizovanou funkci, EI (Expected Improvement) je očekávané zlepšení.

v daném prostoru více, nejsou však zkoušeny všechny kombinace, ale jsou vybírány pouze takové, které algoritmus vyhodnotí jako užitečné pro nalezení minima funkce ACC. Na začátku jsou změřeny 4 pevně umístěné body v rozích prohledávaného prostoru. Podle nich je vypočítána předpokládaná podoba funkce ACC. Dále je vyhodnocena funkce EI (Expected Improvement), která udává, kde lze očekávat zlepšení. Maximum funkce EI určuje bod, který je proměřen v následující iteraci. Po proměření dalšího bodu je znovu vypočítán předpokládaný tvar funkce ACC a funkce EI pro další iteraci. Minimum z odhadnuté funkce ACC je označené červeným křížkem a při správné funkci vyhledávajícho algoritmu jeho poloha konverguje k optimálnímu nastavení.

## 6 Závěr

Tato práce se zabývá způsoby řízení elektrického pohonu se střídačem a jejich vlivem na akustický hluk pohonu. Nejprve jsou popsány příčiny a principy vzniku hluku v elektrickém pohonu. Podrobněji je popsán elektromagnetický hluk, který vzniká vlivem elektromagnetických sil v motoru. Ten je kromě konstrukce stroje ovlivněn také napájením a v případě napájení ze střídače jeho řízením. První část práce popisuje situaci v případě pohonu s asynchronním motorem, který je napájen z napěť ového střídače řízeného pomocí pulsně šířkové modulace (PWM). Tento způsob řízení představuje výchozí stav, se kterým jsou porovnávány další zkoumané metody. Pro porovnávání různých řídících algoritmů pohonu byl změřen jeho hluk a k jeho vyhodnocení byly použity psychoakustické veličiny: hladina akustického tlaku váženého filrem A ( $L_{pA}$ ) a "plochost spektra" (SFM), která vyjadřuje tonalitu zvuku. Obě tyto veličiny lze snadno vyhodnocovat a poskytují nám informaci nejen o intenzitě měřeného hluku, ale částečně také o jeho charakteru a frekvenčním spektru.

Při použití PWM pro řízení střídače se v hluku objevují frekvenční složky vzniklé modulací. Tím se zvýší hlasitost pohonu a také tonalita – z pohonu se šíří "pískavý" zvuk. Jednou z možností, jak snížit tonalitu hluku, je použít náhodnou pulsně šířkovou modulaci (RPWM). Ta byla již v literatuře mnohokrát a v různých variantách popsána. V této práci jsme zkoumali RPWM s náhodnou spínací frekvencí (RPWM I, kap. 3.1), RPWM s náhodným zpožděním (RPWM II, kap. 3.2) a RPWM s náhodnou pozicí pulsu (kap. 3.3). Tyto modulační algoritmy byly nasimulovány a byla vypočítána frekvenční spektra napětí a proudu. Pro implementaci a měření na reálném pohonu byly vybrány RPWM s náhodnou spínací frekvencí (RPWM I) a RPWM s náhodným zpožděním (RPWM II). Výsledky měření obou metod jsou v Přílohách B.2 a B.3. RPWM s náhodnou pozicí pulsu vykazuje špičky ve frekvenčních spektrech napětí a proudu, podobně jako PWM. Lze tedy předkládat, že by tato metoda nevedla k tak výrazném snížení tonality v porovnání se standardní PWM, jako je tomu u předešlých dvou verzí RPWM. Proto tato metoda na reálném pohonu testována nebyla.

Pomocí RPWM lze dosáhnout poměrně ploché spektrum napětí i proudu, v případě RPWM I dokonce bez jakýchkoliv špiček. Díky tomuto rozprostřenému spektru však může docházet k vybuzení mechanické rezonance, což lze u Pohonu I sledovat okolo 5300 Hz (viz Příloha B.2). Problémem je, že pokud se spínací frekvence pohybuje v určitém rozsahu (např. 2 – 6 kHz), frekvenční spektrum nekopíruje daný rozsah, ale "rozlévá" se okolo. Možnosti, jak spektrum tvarovat, jsou tím pádem omezené. Nelze například potlačit rezonanci jednoduše tím, že by se frekvence v jejím okolí ze spektra vyřadily.

Jiný přístup k řešení problému je založen na využití prediktivního řízení, konkrétně pak algoritmu FCS-MPC. Tento algoritmus využívá matematického modelu motoru (v našem případě asynchronního) v rotujícím souřadném systému (dq) k predikci statorového proudu. Predikce je v každém kroku počítána pro všechny realizovatelné vektory napětí (6 nenulových a 1-2 nulové vektory v případě dvouúrovňového třífázového střídače). Prostřednictvím

minimalizace ztrátové funkce je pak vybrán vždy takový napěťový vektor, který vede k nejmenší odchylce statorového proudu od požadované hodnoty. Tím, že řídící algoritmus přímo nastavuje vektor fázového napětí střídače, nahrazuje tento způsob řízení modulaci.

Použitím FCS-MPC v základní variantě (popsána v kap. 4.1) dosáhneme relativně plochého spektra proudu. Tím je ovšem vybuzena mechanická rezonance, podobně jako v případě RPWM. Proto je ztrátová funkce prediktivního řízení rozšířena o výstup matematického modelu popisující akustický projev pohonu (kap. 4.2). Minimalizace ztrátové funkce pak znamená také minimalizaci akustického projevu. Namodelovat přesně vznik hluku v závislosti na napájení motoru by bylo v reálném čase dosti obtížné. Proto je přenos z proudu na hluk aproximován lineárním modelem popsaným přenosovou funkcí. Ten aproximuje vždy okolí jedné mechanické rezonance a lze jich použít i více zároveň (v našem případě byly použity 2 modely). Jako modely byly použity pásmové propusti 2. řádu. Minimalizací jejich výstupů ve ztrátové funkci je možné tvarovat frekvenční spektrum proudu, tak, že jsou v něm potlačeny frekvence, které by mohly vybudit rezonanci. Tím je snížena intenzita hluku ( $L_{pA}$ ) a také je snížena tonalita (tj. zvýšena plochost spektra SFM).

Pokud ztrátová funkce obsahuje více členů, nelze vždy minimalizovat všechny. Váhu jednotlivých členů při hledání optimálního akčního zásahu potom určují váhové koeficienty. V našem případě je třeba najít kompromis mezi regulací statorového proudu  $(i_{sd}, i_{sq})$  a potlačením mechanické rezonance. Pokud je mechanická rezonance potlačena příliš, frekvenční spektrum je vytlačeno do okolí (především do nižších frekvencí) a zhorší se tím regulace proudu. Váhu jednotlivých modelů, které aproximují akustickou odezvu pohonu, určují ve ztrátové funkci koeficienty  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  (rov. (58) u jednokrokového řízení nebo (63) u LQ řízení).

Pro nalezení optimálního nastavení váhových koeficientů je třeba definovat veličiny, pomocí kterých se posuzuje chování pohonu v závislosti na nastavení. Proto byla definována akustická ztrátová funkce (Acoustic Cost Function neboli ACC), která v sobě zahrnuje intenzitu hluku  $L_{pA}$ , plochost spektra SFM a zkreslení statorového proudu  $I_{a,zkres}$ . Jak se jednotlivé veličiny i ACC mění v závislosti na nastavení ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ) a pro různé otáčky pohonu je ukázáno v Příloze D. Z provedených měření lze říci, že s větší penalizací akustické odezvy se snižuje hluk pohonu a zvětšuje plochost spektra, což je obojí žádoucí. Od určité hodnoty koeficientů  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  se však začne prudce zvyšovat zkreslení proudu, což je dáno jeho nekvalitní regulací. Ve spektru proudu se toto projeví výrazným zvýšením hustoty energie v nižších frekvencích (řádově stovkách Hz). Minimum funkce ACC a tedy optimální nastavení se tedy nachází v oblasti, kde je snížena hlasitost a zvýšena plochost spektra, ale zároveň ještě nedochází k výraznému zkreslení proudu.

Hledat optimální nastavení váhových koeficientů lze také pomocí Bayesovské optimalizace. V tomto případě nejsou proměřovány předem dané kombinace  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , ale po každém měření je vypočítána předpokládaná podoba funkce  $ACC(\lambda_1, \lambda_2)$  a také je vyhodnocena funkce  $EI(\lambda_1, \lambda_2)$ , která udává, kde lze očekávat největší zlepšení. Díky tomu je možné nalézt optimální nastavení během menšího počtu iterací (jednotlivých měření) a také přesněji. Ukázka nalezení optimálního nastavení pomocí Bayesovské optimalizace je na obr. 37.

Ze všech testovaných metod (PWM, RPWM I, RPWM II, základní FCS-MPC, FCS-MPC s jednokrokovým modelem a FCS-MPC s LQ řízením) se jako nejlepší ukázalo FCS-MPC s jednokrokovým modelem. Přínos nespočívá ani tak ve snížení hlasitosti (tam nebylo v porovnání s PWM dosaženo většího rozdílu, v nejnižších otáčkách bývají prediktivní algoritmy na tom spíše hůře), ale v dosažení nejvíce plochého spektra hluku.

## Seznam použité literatury a informačních zdrojů

- Accardo, L., Fioretto, M., Giannini, G., aj.: Techniques of PWM space vector modulation for the reduction of magnetic acoustic noise in traction motor. *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006. SPEEDAM 2006.*, 2006: s. 1084–1089.
- [2] Bhattacharya, S., Mascarella, D., Joos, G., aj.: A discrete random PWM technique for acoustic noise reduction in electric traction drives. 2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2015: s. 6811–6817.
- [3] Borisov, K., Calvert, T. E., Kleppe, J. A., aj.: Experimental investigation of a naval propulsion drive model with the PWM-based attenuation of the acoustic and electromagnetic noise. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, ročník 53, č. 2, 2006: s. 450–457.
- [4] Boudouda, A., Boudjerda, N., Melit, M., aj.: Optimized RPWM technique for a Variable Speed Drive using induction motor. *International Symposium on Electromagnetic Compatibility-EMC EUROPE*, 2012: s. 1–6.
- [5] Bouzek, L.: *Elektromagnetické pole, síly, chvění a hluk v elektrických strojích*. Disertační práce. Západočeská univerzita, 2014.
- [6] Boys, J. T., Andrews, M.: Random PWM inverter drive systems: theory and practice. Proceedings of IECON'93-19th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, 1993: s. 695–700.
- [7] Boys, J. T., Handley, P.: Spread spectrum switching: low noise modulation technique for PWM inverter drives. *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, ročník 139, č. 3, 1992: s. 252–260.
- [8] Danzer, J.: Elektrická trakce 9. Řízení vozidel. Západočeská univerzita, 2004.
- [9] Devillers, E., Hecquet, M., Le Besnerais, J., aj.: Tangential effects on magnetic vibrations and acoustic noise of induction machines using subdomain method and electromagnetic vibration synthesis. 2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC), 2017: s. 1–8.
- [10] Druga, R., Grim, M., Smetana, K.: Anatomie periferního nervového systému. Galén, 2013, ISBN 978-80-7262-970-1.
- [11] Fletcher, H., Munson, W. A.: Loudness, its definition, measurement and calculation. *Bell System Technical Journal*, ročník 12, č. 4, 1933: s. 377–430.

- [12] Holmes, D. G., Lipo, T. A.: Pulse width modulation for power converters: principles and practice, ročník 18. John Wiley & Sons, 2003.
- [13] 61672:2003: Electroacoustics–Sound Level Meters. Standard, International Electrotechnical Commission (IEC), 2003.
- [14] 226:2003: Acoustics Normal equal-loudness-level contours. Standard, International Organization for Standardization (ISO), Geneva, CH, Srpen 2003.
- [15] Lanfranchi, V., Friedrich, G., Le Besnerais, J., aj.: Spread spectrum strategies study for induction motor vibratory and acoustic bahevior. *IECON 2006-32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, 2006: s. 1423–1428.
- [16] Le Besnerais, J., Lanfranchi, V., Hecquet, M., aj.: Characterization and reduction of audible magnetic noise due to PWM supply in induction machines. *IEEE Transactions* on *Industrial Electronics*, ročník 57, č. 4, 2009: s. 1288–1295.
- [17] Lee, K., Shen, G., Yao, W., aj.: Performance Characterization of Random Pulse Width Modulation Algorithms in Industrial and Commercial Adjustable-Speed Drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 53, č. 2, 2017: s. 1078–1087.
- [18] Liwschitz, M.: Field harmonics in induction motors. *Electrical Engineering*, ročník 61,
   č. 11, 1942: s. 797–803.
- [19] Lo, W., Chan, C. C., Zhu, Z.-Q., aj.: Acoustic noise radiated by PWM-controlled induction machine drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, ročník 47, č. 4, 2000: s. 880–889.
- [20] Milanovič, M., Mihalič, F., Nastran, J.: *Močnostna elektronika*. Univerza v Mariboru, 2010, ISBN 978-961-248-058-5.
- [21] Robinson, D. W., Dadson, R. S.: A re-determination of the equal-loudness relations for pure tones. *British Journal of Applied Physics*, ročník 7, č. 5, 1956: str. 166.
- [22] Rodríguez, J., Cortés, P.: *Predictive control of power converters and electrical drives*, ročník 40. John Wiley & Sons, 2012.
- [23] Tan-Kim, A., Lanfranchi, V., Legranger, J., aj.: Influence of temperature on the vibroacoustic behavior of claw-pole alternators. 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2014: s. 1628–1634.
- [24] Trzynadlowski, A. M., Blaabjerg, F., Pedersen, J. K., aj.: Random pulse width modulation techniques for converter-fed drive systems-A review. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 30, č. 5, 1994: s. 1166–1175.

- [25] Trzynadlowski, A. M., Borisov, K., Li, Y., aj.: Mitigation of electromagnetic interference and acoustic noise in vehicular drives by random pulse width modulation. *Power Electronics in Transportation*, 2004, 2004: s. 67–71.
- [26] Šobra, J.: Dynamické chování konstrukčních částí elektrických strojů. Disertační práce. Západočeská univerzita, 2018.
- [27] Zeman, K., Peroutka, Z., Janda, M.: Automatická regulace pohonů. Západočeská univerzita, 2004, ISBN 978-80-7043-350-8.

# Seznam publikací a výstupů studenta vztahujících se k disertační práci

- [A1] Janda, M., Kroneisl, M.: Hluk trakčního pohonu přehled řešení používaných ve světě.
   Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2013, 20 s.
- [A2] Kroneisl, M.: Eliminace elektromagnetického hluku elektrického pohonu. In *Elektro-technika a informatika 2014. Část 2, Elektronika.* Západočeská univerzita v Plzni, 2014, s. 33–36, ISBN: 978-80-261-0366-0
- [A3] Kroneisl, M.: Optimalizace PWM z hlediska elektromagnetického hluku. In *Elektro-technika a informatika 2015. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika.* Západočeská univerzita v Plzni, 2015, s. 161–164, ISBN: 978-80-261-0514-5
- [A4] Kroneisl, M.: Mikrofonní předzesilovač pro měření hluku. Funkční vzorek. 2015.
- [A5] Kroneisl, M., Janda, M.: Použití pseudonáhodné PWM pro snížení hluku pohonu. In *Elektrické pohony : XXXIV. konference (ELPO 2015)*. Česká elektrotechnická společnost, Praha, 2015, s. 1–5, ISBN: 978-80-02-02592-4
- [A6] Kroneisl, M.: Measurement and evaluation of electromagnetic noise. In *International Conference on Applied Electronics (AE 2016) : proceedings*. IEEE, Piscataway, 2016, s. 131–134, ISBN: 978-80-261-0601-2, ISSN: 1803-7232
- [A7] Kroneisl, M.: Měření a vyhodnocování elektromagnetického hluksu. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2016.
- [A8] Janda, M., Kroneisl, M.: Akustický model pohonu I. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2016.
- [A9] Janda, M., Kroneisl, M.: Akustický model pohonu. In *Elektrické pohony : XXXV. konference (ELPO 2017)*. Plzeň: Česká elektrotechnická společnost ČSVTS, 2017, s. 1–3, ISBN: 978-80x02-02724-9

- [A10] Kroneisl, M.: Využití FCS-MPC pro potlačení elektromagnetického hluku pohonu 1. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A11] Kroneisl, M.: Teze disertační práce: Algoritmy řízení trakčního pohonu potlačující elektromagnetický hluk. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A12] Janda, M., Kroneisl, M., Šmídl, V.: Srovnání řídících algoritmů pohonu z hlediska elektromagnetického hluku. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A13] Kroneisl, M.: Potlačení elektromagnetického hluku pohonu pomocí FCS-MPC. In Elektrotechnika a informatika 2017. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika. Západočeská univerzita v Plzni, 2017, s. 125–128, ISBN: 978-80-261-0712-5
- [A14] Kroneisl, M.: Analytický výpočet spektra proudu asynchronního motoru řízeného PWM. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A15] Kroneisl, M. Využití FCS-MPC pro potlačení elektromagnetického hluku pohonu 2. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
- [A16] Kroneisl, M., Janda, M.: Využití FCS-MPC pro potlačení elektromagnetického hluku pohonu – nastavení parametrů. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2018.
- [A17] Kroneisl, M.: Nastavení parametrů prediktivního řízení pro potlačení elektromagnetického hluku pohonu. In *Elektrotechnika a informatika 2018. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Západočeská univerzita v Plzni, 2018, s. 65–68, ISBN: 978-80-261-0785-9
- [A18] Kroneisl, M., Šmídl, V., Peroutka, Z.: Adaptation of predictive acoustic noise control of IM drive to variable operating conditions. In *Proceedings PRECEDE 2019 : 2019 IEEE International Symposium on Predictive Control of Electrical Drives and Power Electronics (PRECEDE)*. IEEE, Piscataway, 2019, s. 329–334, ISBN: 978-1-5386-9414-5
- [A19] Kroneisl, M., Šmídl, V.: Prediktivní řízení elektromagnetického hluku pohonu. Výzkumná zpráva. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [A20] Kroneisl, M., Šmídl, V., Peroutka, Z., Janda, M.: Predictive control of IM drive acoustic noise. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. IEEE, Piscataway, 2020, roč. 67, č. 7, s. 5666–5676, ISSN: 0278-0046
- [A21] Kroneisl, M., Šmídl, V.: Bayesian Optimization of FCS-MPC Parameters for Reduction of Induction Motor Electromagnetic Noise. In *Proceedings ISIE 2020 : 2020 IEEE 29th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. IEEE, Piscataway, 2020, s. 271–276, ISBN: 978-1-7281-5635-4

[A22] Kroneisl, M., Šmídl, V.: Auto-commissioning of Acoustic Control of IM Drive Using Bayesian Optimization. In EPE 2020 : The 22nd European Conference on Power Electronics and Applications EPE'20 ECCE Europe. 2020.

## Ostatní publikace a výstupy studenta

[B1] Janda, M., Blahník, V., Kroneisl, M.: Control theory : basic course. Pilsen : Škoda Electric, a.s.; University of West Bohemia. Faculty of electrotechnical engineering. Department of Electromechanics and Power Electronics, 2014, 67 s.

# A Měření rozběhů pohonu



Obrázek 38: Rozběh 0 – 750 ot./min. pro PWM,  $f_{sp} = 4 \text{ kHz}$ . Frekvenční spektrum proudu (nahoře) a hluku (dole). Změřeno na pohonu I-B.



Obrázek 39: Rozběh 0 – 750 ot./min. pro RPWM I,  $f_{sp} = 2 - 6$  kHz. Frekvenční spektrum proudu (nahoře) a hluku (dole). Změřeno na pohonu I-B.



Obrázek 40: Rozběh 0 – 750 ot./min. pro RPWM II,  $f_{sp(stř)} = 4$  kHz. Frekvenční spektrum proudu (nahoře) a hluku (dole). Změřeno na pohonu I-B.



Obrázek 41: Rozběh 0 – 750 ot./min. pro FCS-MPC. Frekvenční spektrum proudu (nahoře) a hluku (dole). Změřeno na pohonu I-B.



Obrázek 42: Rozběh 0 – 750 ot./min. pro FCS-MPC s 1krokovým tvarováním spektra,  $\lambda_1 = 1000$ ,  $\lambda_2 = 30$ . Frekvenční spektrum proudu (nahoře) a hluku (dole). Změřeno na pohonu I-B.

## B Měření pohonu v ustáleném stavu

## B.1 PWM



Obrázek 43: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon I-B, 250 ot./min.)



Obrázek 44: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon I-B, 500 ot./min.)



Obrázek 45: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon I-B, 750 ot./min.)

## **B.2 RPWM I**



Obrázek 46: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM I (pohon I-B,  $f_{sp} = 2 - 6$  kHz, 250 ot./min.)



Obrázek 47: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM I (pohon I-B,  $f_{\rm sp}=2-6$  kHz, 500 ot./min.)



Obrázek 48: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM I (pohon I-B,  $f_{sp} = 2 - 6$  kHz, 750 ot./min.)

## **B.3 RPWM II**



Obrázek 49: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM II (pohon I-B,  $f_{\rm sp(stř)}=4$  kHz, 250 ot./min.)



Obrázek 50: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM II (pohon I-B,  $f_{sp(str)} = 4$  kHz, 500 ot./min.)



Obrázek 51: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM II (pohon I-B,  $f_{sp(str)} = 4$  kHz, 750 ot./min.)

## **B.4 FCS-MPC**



Obrázek 52: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC (pohon I-B, 250 ot./min.)



Obrázek 53: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC (pohon I-B, 500 ot./min.)



Obrázek 54: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC (pohon I-B, 750 ot./min.)

## **B.5** FCS-MPC s tvarováním spektra



Obrázek 55: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC s tvarováním spektra,  $\lambda_1 = 1000$ ,  $\lambda_2 = 30$  (pohon I-B, 250 ot./min.)



Obrázek 56: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC s tvarováním spektra,  $\lambda_1 = 1000$ ,  $\lambda_2 = 30$  (pohon I-B, 500 ot./min.)



Obrázek 57: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC s tvarováním spektra,  $\lambda_1 = 1000$ ,  $\lambda_2 = 30$  (pohon I-B, 750 ot./min.)

## B.6 FCS-MPC s LQ řízením



Obrázek 58: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC s LQ řízením,  $\lambda_1 = 0,1, \lambda_2 = 1$  (pohon I-B, 250 ot./min.)



Obrázek 59: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC s LQ řízením,  $\lambda_1 = 0, 1, \lambda_2 = 1$  (pohon I-B, 500 ot./min.)



Obrázek 60: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC s LQ řízením,  $\lambda_1 = 0,1$ ,  $\lambda_2 = 1$  (pohon I-B, 750 ot./min.)

## B.7 Měření na pohonu II



Obrázek 61: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon II, 750 ot./min.)



Obrázek 62: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$  (pohon II, 750 ot./min.)



Obrázek 63: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC s tvarováním spektra,  $\lambda_1 = 300$ ,  $\lambda_2 = 30$  (pohon II, 750 ot./min.)
### B.8 Měření na pohonu III



Obrázek 64: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro základní FCS-MPC,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$  (pohon III, 750 ot./min.)



Obrázek 65: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC s tvarováním spektra,  $\lambda_1 = 300$ ,  $\lambda_2 = 300$  (pohon III, 750 ot./min.)

**PWM** 

**C.1** 

## C Vliv mechanického zatížení pohonu

#### 80 $L_{pA} = 67.4 \text{ dB}$ 20 SFM = 0.408 $\begin{array}{cc} PSD \left( p_{\rm a} \right) \left[ {\rm dB} \right] \\ {}^{\rm O} & {}^{\rm O} & {}^{\rm O} \\ \end{array}$ PSD $(I_{sa})$ [dB]0 -20 -40 -60 0 0 12 16 20 0 20 4 8 4 8 12 16 f [kHz] $f \, [\rm kHz]$

Obrázek 66: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 0 %)



Obrázek 67: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 25 %)



Obrázek 68: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro PWM (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 50 %)

### C.2 RPWM I



Obrázek 69: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM I (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 0 %)



Obrázek 70: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM I (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 25 %)



Obrázek 71: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro RPWM I (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 50 %)

### C.3 FCS-MPC



Obrázek 72: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 0 %)



Obrázek 73: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 25 %)



Obrázek 74: Frekvenční spektrum fázového proudu a hluku pro FCS-MPC (pohon I-A, 750 ot./min., zatížení 50 %)



# D Automatizované hledání parametrů FCS-MPC

Obrázek 75: Chování pohonu při různém nastavení parametrů (pohon I-A, 150 ot./min.)



Obrázek 76: Chování pohonu při různém nastavení parametrů (pohon I-A, 250 ot./min.)



Obrázek 77: Chování pohonu při různém nastavení parametrů (pohon I-A, 500 ot./min.)



Obrázek 78: Chování pohonu při různém nastavení parametrů (pohon I-A, 750 ot./min.)

# E Měřící vybavení

### E.1 Mikrofonní předzesilovač



Obrázek 79: Schéma mikrofonního předzesilovače pro měření hluku

# F Štítkové hodnoty a parametry použitých strojů

Výrobce:	Siemens	Тур:	1LA7163-4AA60-Z
Štítkové hodnoty:		Parametry náhradního schématu:	
		(odhad ze štítkových hodnot pro Y)	
Výkon:	11 kW <b>při</b> 1460 ot./min.	$R_{\rm s}$	$1{,}173\Omega$
Napětí:	$400 / 690  { m V}  ({\bigtriangleup} / { m Y})$	$L_{\mathrm{s}\sigma}$	$11,\!27~\mathrm{mH}$
Proud:	21,5 / 12,4 A ( $\triangle$ /Y)	$L_{\rm m}$	$187{,}08\mathrm{mH}$
Účiník:	0,84	$L_{r\sigma}$	$11,\!27~\mathrm{mH}$
Frekvence:	$50 \mathrm{Hz}$	$R_{ m r}$	$1{,}133\Omega$

### Tabulka 6: Štítkové hodnoty a parametry náhradního schématu motoru pro pohon I-A a I-B

Tabulka 7: Štítkové hodnoty a parametry náhradního schématu motoru pro pohon II

Výrobce:	Siemens	Тур:	1LE1001-1BB22-2
Štítkové hodnoty:		Parametry náhradního schématu:	
		(dle výrobce, pro jmenovitý skluz)	
Výkon:	4 kW <b>při</b> 1460 ot./min.	$R_{\rm s}$	$1{,}581\Omega$
Napětí:	400 V (Y)	$L_{\mathrm{s}\sigma}$	$13,94\mathrm{mH}$
Proud:	8,2 A	$L_{\rm m}$	$171,\!85\mathrm{mH}$
Účiník:	0,81	L <sub>r</sub>	$5,88~\mathrm{mH}$
Frekvence:	$50 \mathrm{Hz}$	R <sub>r</sub>	$0,\!690~\Omega$

Výrobce:	Siemens	Тур:	1LE1001-1DB42-2
Štítkové hodnoty:		Parametry náhradního schématu:	
		(dle výrobce, pro jmenovitý skluz)	
Výkon:	15 kW <b>při</b> 1475 ot./min.	$R_{\rm s}$	$0,264\Omega$
Napětí:	400 V (Y)	$L_{\mathrm{s}\sigma}$	$3,\!979~\mathrm{mH}$
Proud:	28 A	$L_{\rm m}$	$61,\!12\mathrm{mH}$
Účiník:	0,85	$L_{r\sigma}$	$2,483 \mathrm{mH}$
Frekvence:	$50~{ m Hz}$	R <sub>r</sub>	$0,\!156\Omega$