

Posudek oponenta diplomové práce

Autor:	Bc. Kateřina Uhrová
Název práce:	<i>Zobecněná symetrie geometrických dat</i>
Studijní program:	Matematika
Studijní obor/specializace:	Učitelství matematiky pro střední školy Matematika–informatika
Oponent práce:	prof. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.

Slovní hodnocení a dotazy:

Předložená diplomová práce autorky Kateřiny Uhrové na téma *Zobecněná symetrie geometrických dat* je v souladu s jejím studijním programem, oborem i specializací, zpracované pojetí odpovídá současnému stavu řešené problematiky a vlastní řešení koresponduje s body vytyčenými v zadání. Přestože práce zapadá odborně zejména do oblasti počítačové grafiky, autorka při jejím zpracování vhodně zúročila obě disciplíny své aprobace a správně se věnovala i didaktické transformaci odborné problematiky do učiva. Jak diplomantka příhodně zmiňuje v úvodu, pojem *symetrie* je termín mimořádně důležitý pro řadu vědeckých disciplín, jde o stále aktuální výzkumné téma a i z tohoto důvodu je užitečné získané výsledky vhodně komunikovat, např. s ohledem na zvýšení zájmu o technické a přírodovědné obory.

Vlastní práce je rozdělena do devíti kapitol (včetně Úvodu a Závěru), dále obsahuje dvě přílohy (v části A je popsána implementace a uživatelské rozhraní) a důležitou součástí je rovněž CD-ROM, kde lze nalézt mj. složku obsahující spustitelný program (včetně popisu změn v převzatém kódu), modely vhodné k testování a ukázkové výsledky provedených testů. Nelze však opomenout ani digitální knihu (pomocný učební text) *Symetrie kolem nás* a materiály vytvořené v DGS GeoGebra, které jsou rovněž výsledkem zpracování diplomového úkolu a autorka je uložila na web; v práci je pak umístěn odkaz. S ohledem na studijní program a obor obsahuje práce de facto dva celky – (i) odborný přínos k tématu detekce symetrií geometrických dat, (ii) návrh možného zařazení uvedeného tematického celku do výuky zejména na střední škole včetně přípravy výukových materiálů. V úvodu sice autorka zmiňuje, že došlo k drobnému odchýlení od zadání – dle mého jde ale spíše jen o změnu důrazu a pojetí, nikoliv o vynechání některého z cílů a práce tak zcela naplňuje (či překračuje) vytyčené zadání. Text je psán srozumitelně a přehledně, je dobře čitelný, použité výsledky jsou přesně citovány, odkazy na literaturu jsou dostatečné (43 referencí). Vysoce hodnotím časté zařazování kvalitních obrázků, jež významně přispívají k osvětlení studovaných témat a k prezentaci výsledků.

Hlavním cílem části z počítačové grafiky (a geometrického modelování) bylo zobecnění metody pro detekci symetrií geometrických objektů z článku [7], jehož spoluautorkou je vedoucí této diplomové práce. Diplomantka při úpravě původní metody intenzivně spolupracovala i s hlavním autorem článku Ing. Hrudou, který jí poskytl svůj zdrojový kód. Ve 2. kapitole jsou prezentovány elementární pojmy týkající se symetrií a jejich grup, jejichž znalost je následně v dalším textu předpokládána. V souladu se zaměřením studijního programu je významná část věnována shodnostem v rovině a prostoru. Zde bych však měl jisté výhrady k použité terminologii (týká se pak, anebo ještě více didakticky orientovaných kapitol), kdy

by bylo vhodné zařazovat platné české pojmy jako souměrnost podle nadroviny či osová souměrnost (vs. reflexní symetrie), složení zobrazení (vs. kompozice), přímá shodnost (vs. rigidní transformace), množina bodů (vs. set bodů) apod. Za ne zcela šťastně zpracovanou považuji kapitolu 2.2, která svým pojetím příliš nezapadá. Více prostoru naopak mohlo být věnováno konečným grupám symetrií (např. v rovině C_n , D_n ; v prostoru pak grupám symetrií pravidelných mnohostěnů). Obsahem kapitoly 3 je stručné shrnutí některých dosavadních výsledků týkajících se detekce symetrií v počítačové grafice. Zde je nutné zdůraznit, že s ohledem na zaměření na aplikace a situace z reálného světa jsou dalším objektem studia nikoliv exaktní, ale aproximační symetrie. Je prezentována metoda z výše zmíněného článku [7], kterou diplomantka rozvíjí. V dalších kapitolách se pak autorka věnuje testování metody (kapitola 4) a příslušných parametrů originálního přístupu a navrhuje vhodné modifikace (kapitoly 5–7). Za přínosné považuji nejen samotné zajímavé výsledky, jichž bylo dosaženo, ale rovněž i podrobné diskuse problematických situací (např. nerovnoměrně vzorkované objekty), a to včetně případů, kdy se nepodařilo původní přístup vylepšit. Za vysoce zajímavou část považuji tu, jež je věnována tzv. lokálním symetriím. Diplomantka vhodně studuje různé druhy vah a věnuje se významnosti vstupních bodů. Po odborné stránce právě v této části lze nalézt vlastní a originální výsledky, které by si jistě zasloužily publikaci. Lze konstatovat, že autorka odvedla opravdu obdivuhodný kus práce, oceňuji, že upravenou metodu testovala v kapitole 7 i na reálných scénách. Získané výsledky navíc dávají velmi dobrý základ i pro další výzkum, např. v oblasti rotačních symetrií.

Jelikož diplomová práce vznikla v rámci studia učitelky orientovaného studijního programu, je naprosto správné a v souladu se zadáním, že závěrečná část práce je věnována problematice souměrností ve výuce matematiky. Diplomantka se nejprve zabývá základními kurikulárními dokumenty a analyzuje obsah a rozsah učiva na různých stupních a typech škol, to vše s ohledem na téma diplomového úkolu. Vlastním přínosem v této oblasti je pak zpracování tematického celku věnovaného symetriím. Autorka navrhuje několik aktivit založených na webových aplikacích, jež byly sloučeny do digitální knihy (je uveden odkaz). Byl využit systém dynamické geometrie GeoGebra, webová aplikace LearningApps a digitální kniha byla vytvořena v aplikaci Book Creator. Už jen samotné propojení těchto nástrojů je inspirativní pro obdobně zaměřené diplomové úkoly. S ohledem na specifika současné doby je adekvátně zmíněna i možnost užití při distanční výuce. Pokud bych měl ke zpracování něco dodat, pak se dle mého mohlo v aktivitách objevit ještě těsnější propojení s odbornou částí diplomové práce, neboť problematika přibližných symetrií a jejich detekce v reálných scénách by žáky rozhodně zaujala. Nepochybně by bylo rovněž zajímavé i ověřené navržených výukových materiálů ve výuce, včetně vyhodnocení, jak žáci reagují. V neposlední řadě se nabízí i provedení možného ověřovacího testu, které ze získaných výsledků žáci ještě (subjektivně) jako symetrie vnímají a které již ne.

Závěrem mám několik následujících dotazů, poznámek či komentářů, ke kterým by se diplomantka měla vyjádřit v rozpravě:

- str. 23: Nesouhlasím s tvrzením, že *přibližnou symetrii nelze definovat*. Přesnější by bylo říci, že existují různé možnosti pojetí. Bylo by vhodné, kdyby se při obhajobě autorka o nějaké takovéto zavedení pokusila. Ostatně používá termín *míra symetrie*, který uvedenou přibližnost v sobě již z podstaty obsahuje.
- str. 24: Zcela nerozumím dělení symetrií ve 3D na reflexní, rotační a rigidní. Jak je to v souladu s třídami uvedenými v kapitole 2.3.2? Má-li jít o kombinaci otočení a posunutí, pak to jednak není základní typ a navíc by bylo nutné dále specifikovat na základě rozkladu na rovinové souměrnosti.
- str. 25 (i jinde): Je nutné opatrně nakládat s termínem *podobnost*, který autorka používá spíše ve významu přibližné shodnosti – oproti tomu podobnost je v geometrii chápána jakožto vlastnost potenciální vzájemné zobrazitelnosti pomocí podobných/ekviformních zobrazení. S tím souvisí i další používané pojmy jako např. *přesnost roviny symetrie*.
- str. 25 (i jinde): Bylo by možné osvětlit, kde se vzala používaná konstanta 2,6 – např. vztah (3.5)? Je možné tuto konstantu měnit? Jaký to má vliv na výsledek?

- Def. 3.5: Spíše bych hovořil o vzdálenosti reprezentantů uvedených rovin v daném modelu, aby nedocházelo k případné záměně se standardní a běžnou euklidovskou vzdáleností dvou rovin ve 3D.
- Obr. 4.3e) (ale např. i 5.2d)): Čím lze vysvětlit uvedené zelené oblasti (body s největší mírou symetrie)? Očekával bych jiné obarvení.
- Obr. 5.3: Vždy se pro danou metodu jedná o první rovinu z výběru? V případě rozdílnosti rovin, pro které pořadí rovin nastává shoda (např. první a druhá rovina)?
- Kap. 6.2 (obr. 6.5, popř. 6.6): Bylo by možné ukázat obrázky s rozdílnými n -sousedstvími, aby bylo vidět význam této charakteristiky?
- Kap. 6.2 (obr. 6.5): Je možné u jednoho modelu dle vlastního výběru ukázat vliv změny směrového vektoru s .
- NĚKTERÉ DALŠÍ PŘIPOMÍNKY: kap. 2.3, úvodní odstavec: *Symetrie může být definována podle typu transformace na . . .* — věta nedává dobrý smysl; str. 20₋₁: středová souměrnost je jen speciálním případem obecné středové shodnosti/otočené souměrnosti (u osové souměrnosti by naopak stálo za to zmínit, že jde o speciální případ rotace kolem osy); str. 21, poslední odstavec: *rotace je ekvivalentní původnímu objektu* — nedává dobrý smysl, dále není pravda, že rovnoběžník nemá žádnou rotační symetrii (středová souměrnost v rovině je speciálním případem rotace o $\pm\pi$); 14₋₉: jesltiže; 21₋₁₁: trasnformací; 22₋₈: dvěmi.

Závěr: Předložená práce autorky Kateřiny Uhrové bez jakýchkoliv pochyb splňuje odborné, obsahové, jazykové i formální požadavky kladené na diplomové práce ve výše uvedeném studijním programu, a proto ji rád doporučuji k obhajobě před státní komisí a navrhuji hodnocení *výborně*.

Plzeň, 14. srpna 2021

.....
 prof. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.
 katedra matematiky FAV ZČU

