

## Posudek vedoucího bakalářské práce

Autor: Petra Štumpfová  
Název práce: Fučíkovo spektrum pro úlohy s nelokálními okrajovými podmínkami  
Studijní obor: Matematika a její aplikace  
Vedoucí práce: Ing. Petr Nečas, Ph.D.

---

Splnění cílů práce:	splněno
Odborný přínos práce:	nové výsledky
Matematická (odborná) úroveň:	průměrná
Věcné chyby:	závažnější
Grafická, jazyková a formální úroveň:	velmi dobrá
Přístup autora k řešení práce:	podstatnější zásahy vedoucího

---

Autorka se v práci zabývá studiem okrajové úlohy

$$\begin{cases} u''(x) + \alpha u^+(x) - \beta u^-(x) = 0, & x \in (0, 1), \\ u(0) = 0, \int_0^1 \int_0^x u(t) dt dx = 0, \end{cases}$$

a zkoumá její Fučíkovo spektrum, tj. hledá množinu všech dvojic  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ , pro které má tato okrajová úloha netriviální řešení. Tato okrajová úloha je zajímavá tím, že jí odpovídající lineární operátor nemá žádné reálné vlastní číslo a Fučíkovo spektrum tak neobsahuje žádný bod na diagonále  $\alpha = \beta$ . Autorce se v práci podařilo

1. sestavit implicitní popis Fučíkova spektra (lemma 2, lemma 3 a věta 1),
2. najít parametrizaci části Fučíkova spektra ve čtvrtém kvadrantu  $\alpha\beta$  roviny (věta 2).

Text předkládané práce obsahuje několik nových výsledků a je dobře strukturovaný. Při čtení práce však kazí celkový velmi dobrý dojem některé závažnější věcné chyby. Připomínky a otázky:

1. Některé části textu a odvození by měly být více rozepsány. Chybí podrobnější odvození tvaru funkční hodnoty  $H(z)$  v (2.27). Je podmínka  $\mathcal{C} \geq 1$  v (3.4) skutečně splněna? Na straně 19 chybí odvození hodnot  $\mathcal{P} = -12$  a  $\mathcal{Q} = -6\pi$ . Chybí výpočet limity funkce  $\mathcal{F} = \mathcal{F}(s)$  pro  $s \rightarrow -\infty$  na straně 34.
2. V první části důkazu lemmatu 1 jsou na první pohled chybná vyjádření primitivní funkce i její střední hodnoty. Jednotlivá vyjádření totiž obsahují druhé odmocniny ze záporných hodnot.
3. První část důkazu věty 1 na straně 23 je nepřehledná a zcela chybí odkazy na (2.16) a (2.21). V rámci důkazu dále vůbec není jasné, proč je volena hodnota parametru  $p$  v závislosti na  $a$  a  $b$ . V samotném závěru důkazu je na straně 25 chybné odvození tvaru funkční hodnoty  $H(z)$  pro  $\frac{\pi}{a} \leq z \leq T$ .

4. V závěru důkazu lemmatu 7 je definována funkce  $\mathcal{K} = \mathcal{K}(s)$  pro  $s < 0$ , jejíž funkční hodnota představuje reálné řešení kubické rovnice (3.1) v závislosti na  $s$ . Zdůvodnění této skutečnosti na straně 30 je nesrozumitelné a navíc je vyjádření hodnoty  $\mathcal{C}$  pomocí  $\mathcal{P}$  a  $\mathcal{Q}$  v (1.13) chybné.
5. V důkazu lemmatu 8 zdůvodňujete, že zobrazení  $\phi$  zobrazuje prvky svého definičního oboru do množiny  $(-\infty, 0) \times (-\infty, 0)$ . Jak zdůvodníte, že tato množina je právě jeho oborem hodnot?

Bakalářská práce Petry Štumpfové naplňuje zadání práce, obsahuje nové výsledky, které obohacují množinu již známých Fučíkových spekter s implicitním popisem. Od autorky této práce jsem očekával větší samostatnost při plnění jednotlivých dílčích úkolů a doufal jsem, že text práce bude sepsán s větší matematickou korektností a pečlivostí. Doporučuji bakalářskou práci uznat jako práci kvalifikační a vzhledem k výše uvedeným připomínkám navrhuji hodnocení známkou

**dobře.**

V Plzni, 19. srpna 2019

Ing. Petr Nečesal, Ph.D.  
KMA FAV ZČU