Posudek oponenta bakalářské práce

Autor/Autorka	Jan Půlpán
Název práce	Odhady prvního vlastního čísla okrajových úloh
Studijní obor	Matematika a její aplikace
Oponent práce	doc. Ing. Gabriela Holubová, Ph.D.

Splnění cílů práce:

- [ ] nadstandardně
- [x] velmi dobře
- [ ] splněny
- [ ] s výhradami
- [ ] nebyly splněny

Odborný přínos práce:

- [x] nové výsledky
- [ ] netradiční postupy
- [ ] zpracování výsledků z různých zdrojů
- [ ] shrnutí výsledků z různých zdrojů
- [ ] bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

- [ ] vynikající
- [x] velmi dobrá
- [ ] průměrná
- [ ] podprůměrná
- [ ] nevyhovující

Věcné chyby:

- [x] téměř žádné
- [ ] vzhledem k rozsahu přiměřený počet
- [ ] méně podstatné, větší množství
- [ ] podstatnější, větší množství
- [ ] závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

- [ ] vynikající
- [x] velmi dobrá
- [ ] průměrná
- [ ] podprůměrná
- [ ] nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Předkládaná práce se zabývá horními a dolními odhady prvního vlastního čísla Dirichletovy okrajové úlohy pro diferenciální rovnici druhého řádu s váhovou funkcí g(x). Kromě Úvodu a Závěru obsahuje text dvě stěžejní kapitoly. Kapitola 2 obsahuje odvození základních horních a dolních odhadů prvního vlastního čísla pomocí Rayleighova podílu a Piconeho identity (výsledky jsou převzaté, resp. inspirované literaturou). Kapitola 3 shrnuje autorovy vlastní výsledky (a k nim potřebné pojmy a metody), konkrétně aproximaci první vlastní funkce pomocí kubického splinu a výpočet zaručeného horního i dolního odhadu prvního vlastního čísla s využitím intervalové aritmetiky.

Celý text je dobře strukturovaný a velice čtivý, práce obsahuje autorovy původní výsledky. Autor se sice místy dopouští nepřesných formulací (např. vlastní čísla definuje jako reálná, ale vzápětí uvádí jejich reálnost jako vlastnost) nebo neobratných vyjádření (např. „dokázali jsme předpoklad"), ale práce je celkově na velice dobré úrovni jak po stránce obsahové, tak po stránce formální.

V rámci obhajoby prosím o zodpovězení dotazů, které jsou uvedeny v příloze.

Vzhledem k výše uvedenému práci **doporučuji** uznat jako kvalifikační a hodnotím známkou **výborně**.

Datum a podpis:

10. 6. 2019

Dotazy v rámci obhajoby:

1. Oba algoritmy začínají výpočtem aproximace první vlastní funkce a tedy i prvního vlastního čísla. Jak moc se tato hodnota liší od referenční hodnoty u obou testovaných úloh?

2. Při výpočtu dolního odhadu se z technických důvodů volí v krajních bodech intervalu kladná hodnota testovací funkce a záporná hodnota její druhé derivace, přestože přesné řešení má obě tyto hodnoty nulové. Současně je z výsledků patrné, že dolní odhad je dán hodnotami funkce P_v právě blízko krajních bodů daného intervalu, tj. tato úprava značně ovlivňuje výsledek. Experimentálně (pravděpodobně) bylo zjištěno, že vhodnou volbou je posunutí v řádech 10^{-5}, resp. 10^{-9}, a pro druhou derivaci -1. Ale u přesného řešení je poměr funkční hodnoty a druhé derivace u obou testovaných úloh řádově srovnatelný. Jak se chová funkce P_v, pokud necháme u obou korekcí stejný řád?

3. Jaká je souvislost Poincarého nerovnosti a odhadů použitých v práci? Bylo by možné využít Poincarého nerovnost k získání jiného dolního odhadu prvního vlastního čísla pro úlohu s nekonstantní váhovou funkcí g(x)?