

Bistabilní soustavy a jejich dynamické projevy

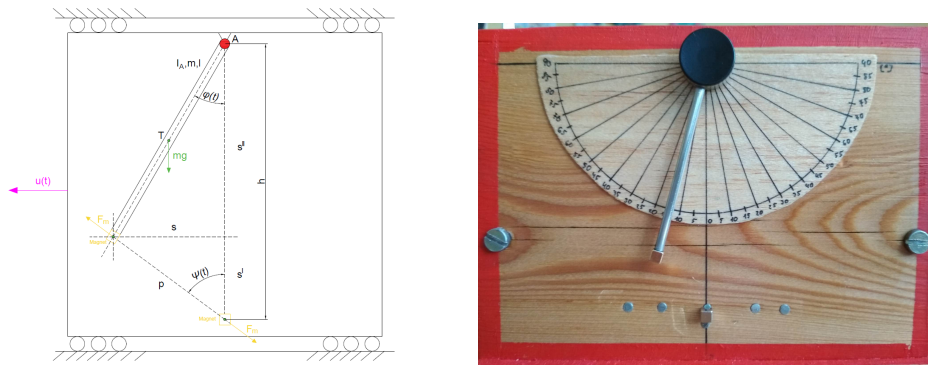
Václav Steinbach¹, Miroslav Byrtus²

1 Úvod

Bistabilita je vlastnost mechanických soustav, která je přítomna v řadě aplikací, např. mechanické přepínače nebo postkritický stav vzpěru nosníku, kdy soustava zaujímá staticky jednu ze stabilních rovnovážných poloh. Zajištění bistability je dáno přítomností geometrické nebo materiálové nelinearity v soustavě. Při vhodném naladění parametrů se ukazuje, že nelineární odezva takové soustavy na vnější buzení může obsahovat sub- ultraharmonické rezonance (Mann a Owens (2010)). Tyto vlastnosti lze s výhodou využít např. v oblasti energy harvesting (Vocca et al. (2018)).

2 Modelování a dynamická analýza

Zde je pozornost zaměřena na modelování a dynamickou analýzu bistabilní soustavy, která je tvořena kyvadlem, na jehož konci je připevněn permanentní magnet. Druhý magnet je připevněn k základně (bázi). Póly magnetů jsou orientovány tak, aby se magnety odpuzovaly (viz Obr. 1). Báze je buzena kinematicky harmonickým pohybem. Matematický model uvedený



Obrázek 1: Kinematické schéma soustavy (vlevo), fotografie demonstrátoru (vpravo)

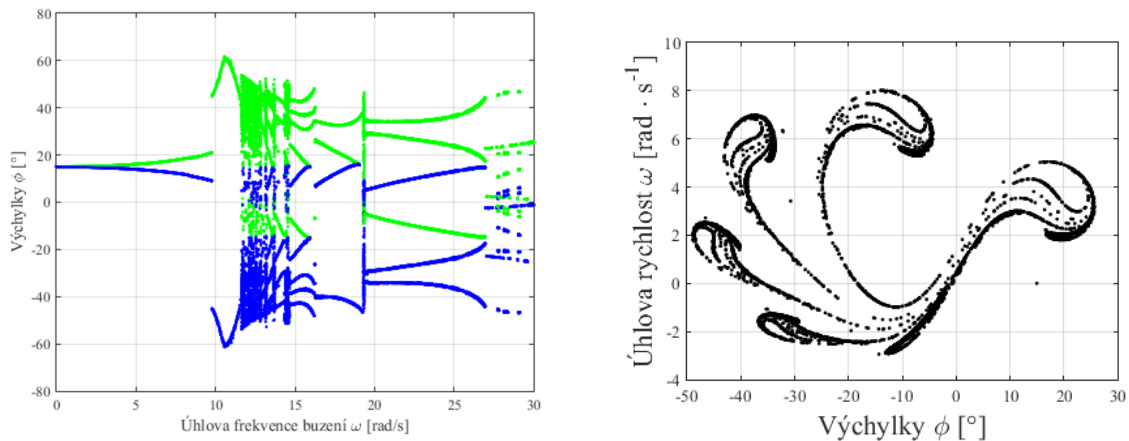
soustavy lze zapsat pomocí nelineární diferenciální rovnice druhého řádu ve tvaru

$$\ddot{\varphi} + 2D\Omega\dot{\varphi} + \Omega^2 \sin \varphi = f_m(\varphi)l \cos \psi \sin \varphi + U \frac{\Omega^2}{g} \omega^2 \cos \omega t \sin \varphi, \quad (1)$$

kde D je poměrný útlum, Ω je vlastní frekvence přidružené lineární soustavy, $f_m(\varphi)$ značí velikost nelineární magnetické síly mezi póly permanentních magnetů, U a ω jsou amplituda a kruhová frekvence buzení. Úhel ψ je patrný z Obr. 1.

¹ student bakalářského studijního programu Počítačové modelování v technice, obor Počítačové modelování, e-mail: vstein@students.zcu.cz

² ZČU v Plzni, FAV, Katedra mechaniky, e-mail: mbyrtus@kme.zcu.cz



Obrázek 2: Bifurkační diagram odezvy kyvadla se dvěma magnety (vlevo), vybraný chaotický atraktor (vpravo)

Dynamická analýza byla zaměřena na sledování kvalitativních změn v odezvě soustavy za předpokladu kinematického buzení pohybem báze. Tyto změny jsou zachyceny pomocí bifurkačního diagramu, v němž jsou vykresleny extrémní úhlové výchylky (maxima zeleně, minima modře) v závislosti na frekvenci buzení. Ze sestaveného diagramu (Obr. 2 vlevo) lze identifikovat: periodickou odezvu pro $\omega \in \langle 0; 9,8 \rangle$, která skokem přechází v rezonanční periodický pohyb a ten zaniká přechodem do chaotické oblasti pro $\omega \approx 11,5$. Dále následuje série bifurkací zdvojením periody s přechody přes chaotické oblasti a opět návrat k periodické odezvě. V oblastech s chaotickou odezvou lze pomocí tzv. Poincarého zobrazení identifikovat existenci a strukturu tzv. chaotických atraktorů. Na Obr. 2 vpravo je ukázána struktura chaotického atraktoru pro $\omega = 14,5$ rad/s.

3 Závěr

Byl vytvořen matematický model bistabilní kinematicky buzené soustavy, kde bistabilitu zajišťuje přítomnost permanentních magnetů. Výpočtovou analýzou byla provedena kvalitativní analýza odezvy soustavy na harmonické kinematické buzení. Parametry výpočtového modelu byly voleny tak, aby odpovídaly parametrům zkonstruovaného demonstrátoru (viz Obr. 1 vpravo). Tento demonstrátor umožňuje experimentálně zjišťovat různé kvalitativní změny v odezvě soustavy pro různé frekvence buzení. V dalším budou provedena měření s cílem ověřit platnost výsledků získaných na výpočtových modelech.

Poděkování

Příspěvek vznikl za podpory projektu SGS-2019-009.

Literatura

- Vocca, H., Neri, I., Travasso, F., Gammaitoni, L., (2018) Kinetic energy harvesting with bistable oscillators, *Applied Energy*, Volume 97, pp. 771-776.
- Mann, B.P., Owens, B.A., (2010) Investigations of a nonlinear energy harvester with a bistable potential well, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 329, Issue 9, pp. 1215-1226.