ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

DĚLITELNOST NA 2. STUPNI ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Michaela Táborová

Učitelství pro 2. stupeň ZŠ, obor matematika a biologie

Vedoucí práce: PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D.

Plzeň 2022

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, 28. dubna 2022

....

vlastnoruční podpis

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala panu PhDr. Lukášovi Honzíkovi, Ph.D. za jeho cenné rady, věcné připomínky, trpělivost, vstřícnost, čas věnovaný konzultacím a odborné vedení mé diplomové práce. Dále děkuji rodičům a přátelům, kteří mě podporovali po celou dobu mého studia.

OBSAH

ÚVOD

Matematika patří mezi nejdůležitější předměty vyučované na základních i středních školách, a to i přesto, že využití některých jejích tematických celků v praktickém životě nemusí být na první pohled patrné. Naopak u některých jiných témat je provázanost s reálným světem zřejmá. Mezi tato témata náleží i dělitelnost přirozených čísel, které je věnovaná tato diplomová práce.

V řadě situací je třeba umět určit, zda je dané přirozené číslo dělitelné jiným přirozeným číslem, v jiných situacích musíme určit největší společný dělitel nebo nejmenší společný násobek dvou či více přirozených čísel. Tomu odpovídá i skutečnost, že v učebnicích je výklad tématu doplněn širokou škálou ilustračních příkladů a slovních úloh. Při jejich řešení lze často vystačit i jen s logickým úsudkem, na jehož základě je možné v daném příkladu (nebo i v reálné situaci) nalézt správný výsledek. Není to však pravidlem a zmíněný postup může být značně neefektivní, což dokazuje i následující, řekněme „naivní“, přístup k řešení dané motivační úlohy.

MOTIVAČNÍ PŘÍKLAD:

Zahrádkář Martin má dvě bedny ovoce. V jedné bedně je 70 jablek a ve druhé je 28 hrušek. Ovoce chce rozdělit do co nejvíce stejných balíčků, které chce prodat na farmářském trhu. Kolik vytvoří celkem balíčků? Kolik jablek a kolik hrušek může dát do jednoho balíčku, aby žádné ovoce nezbylo?

Řešení: Hledají se možnosti, jak lze rozdělit ovoce do balíčků, aby žádné ovoce nezbylo.

Nejprve zkusíme metodou pokus – omyl dosadit prvních pár přirozených čísel za počet balíčků. Když vydělíme počet jablek, tedy číslo 70 počtem balíčků, získáme celkový počet jablek v jednom balíčku. Ze 70 jablek lze vytvořit:

1 balíček se 70 jablky – $70 : 1 = \underline{70\ (zbytek\ 0)}$

2 balíčky s 35 jablky – $70 : 2 = \underline{35\ (zbytek\ 0)}$

3 balíčky nelze vytvořit – $70 : 3 = 23\ (zbytek\ 1)$

4 balíčky nelze vytvořit – $70 : 4 = 17\ (zbytek\ 2)$

5 balíčků se 14 jablky – $70 : 5 = 1\underline{4\ (zbytek\ 0)}$

6 balíčků nelze vytvořit – $70 : 6 = 11\ (zbytek\ 4)$

7 balíčků s 10 jablky – $70 : 10 = \underline{7\ (zbytek\ 0)}$

dále …

10 balíčků se 7 jablky – $70 : 7 = \underline{10\ (zbytek\ 0)}$

14 balíčků s 5 jablky – $70 : 14 = \underline{5(zbytek\ 0)}$

7 balíčků s 10 jablky – $70 : 10 = \underline{7\ (zbytek\ 0)}$

35 balíčků s 2 jablky – $70 : 35 = \underline{2\ (zbytek\ 0)}$

70 balíčků s 1 jablkem – $70 : 70 = \underline{1\ (zbytek\ 0)}$

Stejným způsobem lze zjistit, po kolika hruškách je možné vytvořit balíčky.

1 balíček s 28 hruškami – $28 : 1 = \underline{28\ (zbytek\ 0)}$

2 balíčky s 14 hruškami – $28 : 2 = \underline{14\ (zbytek\ 0)}$

3 balíčky nelze vytvořit – $28 : 3 = 8\ (zbytek\ 2)$

4 balíčky se 14 hruškami – $28 : 4 = \underline{7\ (zbytek\ 0)}$

dále …

7 balíčků se 4 hruškami – $28 : 7 = \underline{4\ (zbytek\ 0)}$

14 balíčků se 2 hruškami – $28 : 14 = \underline{2\ (zbytek\ 0)}$

28 balíčků se 1 hruškou – $28 : 28 = \underline{1\ (zbytek\ 0)}$

Nyní zkontrolujeme počet balíčků, do kterých je možné dát jablka i hrušky tak, aby žádné z nich nepřebývalo. Vycházejí tři možnosti rozdělení ovoce. Jedná se tedy o 2 balíčky, 7 balíčků a 14 balíčků.

– 2 balíčky: v každém je 25 jablek a 14 hrušek

– 7 balíčků: v každém je 10 jablek a 4 hrušky

– 14 balíčků: v každém je 5 jablek a 2 hrušky

Závěr motivačního příkladu: Ze zadání víme, že Martin měl za úkol rozdělit ovoce do co nejvíce stejných balíčků, proto odpověď na motivační příklad je následující. Martin rozdělil ovoce do 14 balíčků, do každého balíčku dal 5 jablek a 2 hrušky.

Diplomová práce *Dělitelnost na 2. stupni ZŠ* je členěná do tří hlavních kapitol. Jak je již z tohoto titulu patrné, tak dílčím cílem práce je představit čtenáři tematický celek dělitelnosti a definovat pojmy, které jsou s tímto tématem spojeny. Konkrétně se jedná o dělitele, násobek, prvočíslo, číslo složené, znaky dělitelnosti, kritéria dělitelnosti, největší společný dělitel a nejmenší společný násobek. Tyto pojmy jsou stanovené na základě platného kurikulárního dokumentu České republiky – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.

Nejrozsáhlejší část této práce je věnována zkoumání tematického celku ve vybraných učebnicích pro základní školy. K porovnání je vybráno šest učebnic, které byly vydány v průběhu minulých několika desítek let. Zároveň se v práci vyskytují zkoumané učebnice od pěti různých českých nakladatelství. Hlavním cílem praktické části diplomové práce je analýza pojetí zpracování tematického celku dělitelnosti ve vybraných učebnicích matematiky pro základní školy.

Do subjektivního hodnocení je zahrnuto několik kritérií. Prvním z nich je obsah učebnice, který zjišťuje, zda je v učebnici všechno učivo, jež je definováno RVP ZV. Dále je brán ohled na srozumitelnost textu učebnice, a to jak definic, tak procvičovacích příkladů. Dalšími kritérii pro analýzu učebnic jsou struktura učebnice, grafická podoba, zařazení motivačních příkladů a shrnutí učiva v rámci ucelených kapitol učebnice. Poslední kritérium zahrnuté do výsledného zhodnocení je možnost doplňkových výukových materiálů v podobě pracovních sešitů či online materiálů.

1 ZAVEDENÍ RELACE DĚLITELNOSTI A SOUVISEJÍCÍCH POJMŮ

Dělitelnost je úzce spojena s několika základními pojmy, které je nutno na úvod vysvětlit. Mezi tyto pojmy lze zařadit rozdíl mezi prvočíslem a číslem složeným, dále pojem dělitel, násobek, rozklad čísla na součin prvočísel, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel a kritéria dělitelnosti. Učivo zlomků je též spjato s pojmem dělitelnosti, jelikož operace, které se u zlomků provádí, bývají často žákům vysvětlovány jako jednoduché dělení.

1.1 DĚLITELNOST

Na základní škole je dělitelnost probírána v číselném oboru přirozených čísel, a proto bude i definice dělitelnosti vyjádřena v tomto oboru. Obecnou definici pro dělitelnost většina autorů uvádí následujícím způsobem.

Definice 1: Nechť $a, b \in N$. Řekneme, že $\boldsymbol{a}$ **dělí** $\boldsymbol{b}$ (a je dělitel b, nebo b je násobek a) právě tehdy, když existuje prvek $x \in N$ takový, že $a \cdot x = b$.

Relaci dělitelnosti lze symbolicky zapsat $a|b$, nebo $a : b$ (v případě základní školy). [3]

Tato definice se na základních školách většinou neuvádí. Žákům je dělitelnost vysvětlována na konkrétních příkladech ve spojitosti s pojmem dělitel či násobek, které budou více rozepsány v následujících podkapitolách.

1.2 DĚLITEL, PRVOČÍSLO, ČÍSLO SLOŽENÉ

Je vhodné připomenout, jaký vztah má dělitel v operaci dělení s ostatními prvky. Výsledek po operaci dělení se nazývá podíl a další dva prvky se nazývají dělenec a dělitel.

$$195 : 15 = 13$$

DĚLENEC DĚLITEL PODÍL

Dělenec může být libovolné přirozené číslo nebo nula, kdežto dělitel může být pouze libovolné přirozené číslo, protože nulou dělit nelze v rámci přirozených čísel.

Definice 2: **Dělitel** daného přirozeného čísla je každé přirozené číslo, kterým je dané přirozené číslo dělitelné beze zbytku. Každé přirozené číslo větší než 1 má alespoň dva dělitele – číslo 1 a sebe samo.

Dělitel je tedy číslo, které beze zbytku dělí číslo jiné. Slouží zejména k tomu, aby bylo možné rozdělit čísla na menší skupiny, které jsou zcela totožné. Vznikne několik skupin, které mají stejný počet prvků.

- Příklad 1: Vypiš všechny dělitele čísla 12.

  Snadnou metodou, jak zjistit všechny dělitele daného čísla, je pokus. Vezmeme množinu všech přirozených čísel od 1 do 12 a vyzkoušíme, zda daná čísla jsou děliteli čísla 12.

  $12 : 1 = \underline{\underline{12}}$

  $12 : 2 = 5 \text{ zbytek } 2$

  $12 : 3 = \underline{\underline{4}}$

  $12 : 4 = \underline{3}$

  $12 : 5 = 2 \text{ zbytek } 2$

  $12 : 6 = \underline{\underline{2}}$

  $12 : 7 = 1 \text{ zbytek } 5$

  $12 : 8 = 1 \text{ zbytek } 4$

  $12 : 9 = 1 \text{ zbytek } 3$

  $12 : 10 = 1 \text{ zbytek } 2$

  $12 : 11 = 1 \text{ zbytek } 1$

  $12 : 12 = \underline{\underline{1}}$

  Děliteli čísla 12 jsou čísla $1, 2, 3, 4, 6, 12$.

Tento postup je však velmi zdlouhavý, proto by pro žáky bylo efektivnější, kdyby tento postup procvičili na pár příkladech, poté již zjišťovali dělitele zpaměti a psali pouze výsledky.

- Příklad 2: Zjisti, zda je číslo 456 dělitelné číslem 3 beze zbytku.

  Při řešení výše zmíněného příkladu je možné vyjít rovnou ze zadání, jelikož ono samotné radí, jakým způsobem se má postupovat. Když se má zjistit, zda je jedno číslo dělitelné druhým, tak se jednoduše provede se písemné dělení těchto dvou čísel. Vzhledem k tomu, že se má zjistit, zda je číslo 456 dělitelné číslem 3, tak se písemné dělení provede tak, že číslo 456 se vydělí číslem 3. Výsledné číslo je podíl těchto dvou čísel.

  $456 : 3 = \underline{\underline{152}}$
  15
  $\;06$
  $\;\;0$ (zbytek)

  Zkouška:

  $$\begin{array}{r} 152 \\ \underline{\cdot \;\; 3} \\ 456 \end{array}$$

Po písemném dělení jsme zjistili, že výsledek vyšel beze zbytku, tudíž lze závěrem konstatovat, že číslo 456 dělitelné číslem 3 beze zbytku a podíl zadaných čísel je číslo 152.

- Příklad 3: Zjisti, zda je číslo 3285 dělitelné číslem 13 beze zbytku.

$$3285 : 13 = \underline{\underline{252}}$$

$$068$$

$$035$$

9 (zbytek)

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 252 \\ \underline{\cdot\ 13} \\ 756 \\ \underline{252} \\ 3276 \end{array} \Rightarrow 3276 + 9 = 3285$$

V tomto příkladu výsledek po dělení nevyšel beze zbytku, proto číslo 3285 není dělitelné číslem 13.

Výpočet příkladu 2 a 3 by pro žáky základní školy neměl být vůbec problém, protože se jedná o opakování z prvního stupně. V rámci relace dělitelnosti se žáci setkávají též s pojmy prvočíslo a složené číslo. Pro žáky je rozdíl mezi těmito dvěma pojmy důležitý zejména proto, aby pochopili princip rozkladu složeného čísla v součin prvočísel. Ve spojitosti s relací dělitelnosti je rozklad prvku v součin prvočísel podstatný pro počítání nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele.

Definice 3: **Prvočíslo** je takové přirozené číslo $n \geq 2$, které kromě sebe samého a jedničky nemá žádné přirozené dělitele.

Definice 4: Libovolné přirozené číslo a se nazývá **složené číslo**, pokud má více než 2 dělitele.

- Příklad 4: Která z uvedených čísel $13, 15, 27, 29, 41, 45, 53, 62, 83$ jsou prvočísla a proč?

  Jak již bylo uvedeno prvočísla jsou čísla, která mají pouze 2 dělitele (jedničku a sebe samo). Žáci z prvního stupně ZŠ znají malou násobilku (násobky od 1 do 10), proto pro by pro ně mělo být snadné rozhodnout, zda složené číslo má alespoň 3 dělitele.

Tabulka 1: Řešení příkladu 4: Prvočísla a složená čísla

ČÍSLO	DĚLITELÉ	PRVOČÍSLO/SLOŽENÉ ČÍSLO
13	$1, 13$	prvočíslo
15	$1, 3, 5, 15$	složené číslo
27	$1, 3, 9, 27$	složené číslo
29	$1, 29$	prvočíslo
41	$1, 41$	prvočíslo
45	$1, 3, 5, 9, 15$	složené číslo
53	$1, 53$	prvočíslo
62	$1, 2, 31, 62$	složené číslo
83	$1, 83$	prvočíslo

V tabulce 1 jsou uvedeny čísla, která dělí zadané číslo beze zbytku. Pokud má číslo více jak dva dělitele, pak je zadané číslo složené.

1.3 NÁSOBEK

Jak je již výše uvedeno v definici 1, násobkem a je číslo b, právě tehdy když existuje $x \in N$ takové, že $a \cdot x = b$. Jednoduše lze žákům vysvětlit, že násobek libovolného čísla je možné získat vynásobením tohoto čísla jiným číslem, přičemž nejmenší násobek každého čísla je právě číslo samotné [13]. Následující příklady znázorňují vzájemný vztah násobku a dělitele.

- Příklad 5: Rozhodni o pravdivosti tvrzení.

a) 144 je násobkem 8.

Zda je číslo 144 násobkem čísla 8 lze zjistit dvěma způsoby.

První způsob je výčet prvků násobků čísla 8. První prvek je číslo 8 a každému dalšímu prvku se přičte též číslo 8. Tento postup je zbytečně zdlouhavý. Pokud by se měl zjišťovat násobek většího čísla (např. čtyřciferného), tato metoda by rozhodně nebyla vhodná.

$$\{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112, 120, 128, 136, 144, \dots\}$$

Druhým způsobem, jak zjistit, zda je dané číslo násobkem jiného, je klasické písemné dělení. Tento postup je rychlejší.

$144 : 8 = \underline{\underline{18}}$

64

0

Výsledkem dělení je podíl beze zbytku, tudíž na závěr lze konstatovat, že číslo 144 je násobkem čísla 8.

b) 52 je dělitelem 6723.

V případě zjištění dělitele zadaného čísla je to jednoduché, rovnou se provede písemné dělení.

$6723 : 52 = \underline{\underline{129}}$

152

483

15 (zbytek)

Druhé tvrzení platné není, protože podíl vyšel se zbytkem.

c) 986 je násobkem šestinásobku 35.

V tomto případě se nejprve musí zjistit šestinásobek čísla 35 a následně provést písemné dělení.

$6 \cdot 35 = 210$

$986 : 210 = \underline{\underline{4}}$

146 (zbytek)

Opět vyšel výsledek se zbytkem, proto dané tvrzení není pravdivé.

d) 86 je dělitelem 1290.

Výsledek posledního příkladu lze vypočítat opět písemným dělením.

$1290 : 86 = \underline{\underline{15}}$

430

0

Podíl vyšel beze zbytku, tudíž zadané tvrzení je pravdivé.

1.4 ZNAKY DĚLITELNOSTI

Znaky dělitelnosti patří mezi základní učivo, které by si žáci na ZŠ měli osvojit. Používají se zejména k rozhodnutí o tom, zda je libovolné přirozené číslo dělitelné jiným přirozeným číslem beze zbytku. V souvislosti s dělitelností je také možné rozhodovat o číslech ve smyslu, zda jsou sudá či lichá.

Definice 5: Libovolné číslo a se nazývá **sudé**, pokud po dělení dvěma je zbytek 0.

$$a = 2 \cdot x$$

Definice 6: Libovolné číslo a se nazývá **liché**, pokud po dělení dvěma je zbytek 1.

$$a = 2 \cdot x + 1$$

- Příklad 6: Rozhodni, zda jsou čísla 97, 213, 8942 a 368 sudá nebo lichá.

  Nejsnazší řešení těchto příkladů je opět použití písemného dělení. Druhou možností je použití definice o sudosti či lichosti čísel.

  a) číslo 97

  I. $97 : 2 = \underline{\underline{48}}$

  17

  1 (zbytek)

  II. $a = 2 \cdot x + 1$

  $97 = 2 \cdot x + 1$

  $96 = 2x$

  $\underline{\underline{x = 48}}$

  $97 = 2 \cdot 48 + 1$

  Číslo 97 je liché.

  b) číslo 213

  I. $213 : 2 = \underline{\underline{106}}$

  01

  13

  1 (zbytek)

  II. $a = 2 \cdot x + 1$

  $213 = 2 \cdot x + 1$

  $212 = 2x$

  $\underline{\underline{x = 106}}$

  $213 = 2 \cdot 106 + 1$

  Číslo 213 je liché.

c) číslo 8942

I. $8942 : 2 = \underline{\underline{4471}}$

09

14

02

0 (zbytek)

II. $a = 2 \cdot x$

$8942 = 2 \cdot x$

$\underline{\underline{x = 4471}}$

$8942 = 2 \cdot 4471$

Číslo 8942 je sudé.

d) číslo 358

I. $358 : 2 = \underline{\underline{179}}$

15

18

0 (zbytek)

II. $a = 2 \cdot x$

$358 = 2 \cdot x$

$\underline{\underline{x = 179}}$

$358 = 2 \cdot 179$

Číslo 358 je sudé.

Bereme-li v potaz, že dělitelnost je obsahem učiva 6. ročníku, je jasné, že žáci nejsou schopni zjistit sudost či lichost čísla pomocí definice. Tento postup vede na elementární lineární rovnici, jež je obsahem učiva až 8. ročníku.

1.5 KRITÉRIA DĚLITELNOSTI

Mezi základní kritéria dělitelnosti přirozených čísel, která se učí žáci na základní škole, se řadí dělitelnost dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, šesti, osmi, devíti a desíti. V následující části je zmíněno několik vět, které tyto kritéria vysvětlují. Důkazy vět jsou převzaty z vyučovaného předmětu Matematika s didaktikou 2 na Pedagogické fakultě ZČU v Plzni od kolegyně Pěchoučkové.

<u>Věta 1:</u> Číslo x je **dělitelné dvěma** právě tehdy, když má na místě jednotek jedno z číslic 0, 2, 4, 6 nebo 8.

Pozn.: Z věty vyplývá, že libovolné číslo je dělitelné dvěma, pokud dané číslo je sudé.

<u>Důkaz</u>: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, x_1 desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + \; x_n \cdot 10^n$

Vytkneme číslo 10 z pozice desítek, stovek, tisíců, …

$$x = x_0 + 10 \cdot \underbrace{(x_1 + x_2 \cdot 10 + x_3 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-1})}_{y}$$

Ze závorky $x_1 + x_2 \cdot 10 + x_3 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-1}$ lze získat číslo y.

$$x = x_0 + 10 \cdot y$$

$$x = x_0 + 2 \cdot 5 \cdot y$$

Z důkazu plyne, jestliže číslo x_0 je sudé, pak původní číslo x je dělitelné dvěma.

- Příklad 7: Ověř, zda jsou čísla 2549 a 836 dělitelná dvěma.

  a) Použije se postup, který popisuje sama věta 1. Zkontroluje se pozice jednotek a pokud se na tomto místě nachází číslice 0, 2, 4, 6 nebo 8, pak je dané číslo dělitelné dvěma. Číslo 2549 má na místě jednotek 9, proto zadané číslo není dělitelné dvěma.

  b) Stejný postup se použije i v případě čísla 836. Toto číslo má na místě jednotek číslici 6, proto dané číslo je dělitelné dvěma.

Věta 2: Číslo x je **dělitelné třemi** právě tehdy, když je dělitelný třemi součet čísel zapsaných jeho jednotlivými ciframi, tzv. ciferný součet.

Důkaz: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, x_1 desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + x_n \cdot 10^n$$

Žádná mocnina 10^n není dělitelná třemi, proto je nezbytné zápis mocniny upravit.

konkrétně:	obecně:
$10 = 3 \cdot 3 + 1$	$3y_1 + 1$
$100 = 3 \cdot 33 + 1$	$3y_2 + 1$
$1000 = 3 \cdot 333 + 1$	$3y_3 + 1$

Obecný zápis lze dosadit do původního zápisu čísla x.

$$x = x_0 + x_1 \cdot (3y_1 + 1) + x_2 \cdot (3y_2 + 1) + x_3 \cdot (3y_3 + 1) + \cdots + x_n \cdot (3y_n + 1)$$

$$x = x_0 + 3x_1 \cdot y_1 + x_1 + 3x_2 \cdot y_2 + x_2 + 3x_3 \cdot y_3 + x_3 + \cdots + 3x_n \cdot y_n + x_n$$

$$x = \underbrace{(x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)}_{ciferný\ součet} + 3 \cdot \underbrace{(x_1 \cdot y_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + \cdots + a_n \cdot x_n)}_{y}$$

Z důkazu plyne, je-li ciferný součet čísla x dělitelný třemi, pak je číslo dělitelné třemi.

- Příklad 8: Ověř, zda jsou čísla 3627 a 5075 dělitelná třemi.

  a) V případě dělitelnosti třemi věta 2 říká, že se musí spočítat ciferný součet, pokud je toto nově vzniklé číslo dělitelné třemi, pak i zadané číslo je dělitelné třemi.

  $3627 \Rightarrow 3 + 6 + 2 + 7 = \underline{18}$ (ciferný součet)

  $18 : 3 = \underline{\underline{6}} \Rightarrow$ 18 je dělitelné třemi beze zbytku, proto i číslo 3627 je dělitelné třemi.

  b) $5075 \Rightarrow 5 + 0 + 7 + 5 = \underline{17}$ (ciferný součet)

  $17 : 3 = \underline{\underline{5\ (zbytek\ 2)}} \Rightarrow$ 17 není dělitelné třemi beze zbytku, proto i číslo 5075 není dělitelné třemi.

Věta 3: Číslo x je **dělitelné čtyřmi** právě tehdy, když je čtyřmi dělitelné jeho poslední dvojčíslí.

Důkaz: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, x_1 desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + x_n \cdot 10^n$$

Vytkneme číslo 10^2 z pozice stovek, tisíců, desetitisíců, …

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + 10^2 \cdot \underbrace{(x_2 + x_3 \cdot 10 + x_4 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-2})}_{y}$$

Ze závorky $x_2 + x_3 \cdot 10 + x_4 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-2}$ získáváme číslo y.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + 100 \cdot y$$

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + 4 \cdot 25 \cdot y$$

Z toho plyne, je – li číslo $x_0 + x_1 \cdot 10$ dělitelné čtyřmi, pak původní číslo x je také dělitelné čtyřmi.

- Příklad 9: Ověř, zda jsou čísla 2549 a 836 dělitelná čtyřmi.

  a) U čísla 2549 se zkontroluje poslední dvojčíslí a určí se, zda je dělitelné čtyřmi.

  $49 : 4 = \underline{\underline{12\ (zbytek\ 1)}} \Rightarrow$ 49 není dělitelné čtyřmi beze zbytku, tudíž ani 2549 není dělitelné čtyřmi.

b) Stejnou metodu použijeme i u čísla 836.

$36 : 4 = \underline{\underline{9}} \Rightarrow 36$ je dělitelné čtyřmi beze zbytku, tím pádem i 836 je dělitelné čtyřmi.

<u>Věta 4:</u> Číslo x je **dělitelné pěti** právě tehdy, když na místě jednotek nachází jedno z číslic 0 nebo 5.

<u>Důkaz</u>: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, x_1 desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + x_n \cdot 10^n$

Vytkneme číslo 10 z pozice desítek, stovek, tisíců, …

$x = x_0 + 10 \cdot \underbrace{(x_1 + x_2 \cdot 10 + x_3 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-1})}_{y}$

Ze závorky $x_1 + x_2 \cdot 10 + x_3 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-1}$ lze získat číslo y.

$x = x_0 + 10 \cdot y$

$x = x_0 + 2 \cdot 5 \cdot y$

Z důkazu plyne, jestliže číslo x_0 je dělitelné pěti, pak i původní číslo x je dělitelné pěti.

- <u>Příklad 10:</u> Ověř, zda jsou čísla 5476 a 2450 dělitelná pěti.

  a) Opět se zkontroluje místo jednotek a pokud se na tomto místě nachází číslice 0 nebo 5, pak je dané číslo dělitelné pěti. Číslo 5476 má na místě jednotek 6, proto toto číslo není dělitelné pěti.

  b) Naopak číslo 2450 má na místě jednotek 0, tudíž je dělitelné pěti.

<u>Věta 5:</u> Číslo x je **dělitelné šesti** právě tehdy, když je zároveň dělitelné dvěma a třemi.

Pozn.: Důkazy dělitelnosti dvěma a třemi jsou uvedeny výše v textu, proto není nutné je uvádět znovu.

- <u>Příklad 11:</u> Ověř, zda jsou čísla 5076 a 23407 dělitelná šesti.

  a) Aby se ověřilo, zda je číslo dělitelné šesti, je potřeba zjistit dvě podmínky, tedy zda je číslo dělitelné dvěma a zároveň třemi. Pokud jsou splněny obě podmínky zároveň, pak je číslo opravdu dělitelné šesti.

I. V prvním kroku se u čísla 5076 ověří dělitelnost dvěma.

K ověření dělitelnosti dvěma je možné využít kritérium, které bylo zmíněno již výše. Stačí pouze ověřit číslici na místě jednotek. Pokud je daná číslice sudá, pak je číslo dělitelné dvěma.

Na místě jednotek čísla 5076 je sudé číslo 6, tudíž číslo 5076 je dělitelné dvěma.

II. V následujícím kroku se prověří dělitelnost třemi.

$5076 \Rightarrow 5 + 0 + 7 + 6 = \underline{18}$ (ciferný součet)

$18 : 3 = \underline{\underline{9}} \Rightarrow$ Ciferný součet je dělitelný třemi, proto i 5076 je dělitelné třemi.

Ověřili jsme platnost obou podmínek, tudíž lze na závěr konstatovat, že původní číslo 5076 je dělitelné šesti.

b) Nyní se využije stejný algoritmus jako v předchozím příkladu.

I. Číslo 23407 má na místě jednotek liché číslo 7, tudíž zadané číslo není dělitelné dvěma.

Nyní lze již konstatovat, že zadané číslo není dělitelné šesti, protože jedna ze dvou nutných podmínek není splněna.

<u>Věta 6:</u> Číslo x je **dělitelné osmi** právě tehdy, když je osmi dělitelné poslední trojčíslí.

<u>Důkaz</u>: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, x_1 desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + x_n \cdot 10^n$$

Vytkneme číslo 10^3 z pozice tisíců, desetitisíců, …

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + 10^3 \cdot \underbrace{(x_3 + x_4 \cdot 10 + x_5 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-3})}_{y}$$

Ze závorky $x_3 + x_4 \cdot 10 + x_5 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-3}$ získáváme číslo y.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + 10^3 \cdot y$$

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 125 \cdot y$$

Z důkazu plyne, jestliže číslo $x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 100$ dělitelné osmi, pak původní číslo x je také dělitelné osmi.

- Příklad 12: Ověř, zda jsou čísla 845 a 1640 dělitelná osmi.

  a) Opět se vyjde ze znění věty dělitelnosti osmi, tedy zjistí se, zda poslední trojčíslí je dělitelné osmi beze zbytku.

  $845 : 8 = \underline{\underline{105}}$

  04

  45

  5 (zbytek)

  Číslo 845 není dělitelné osmi.

  b) Znovu se použije stejný algoritmus. Vezme se poslední trojčíslí čísla 1640.

  $640 : 8 = \underline{\underline{80}}$

  00

  0

  Podíl posledního trojčíslí vyšel beze zbytku, tedy 1640 dělitelné osmi.

Věta 7: Číslo x je **dělitelné devíti** právě tehdy, když je dělitelný devíti součet čísel zapsaných jeho jednotlivými ciframi, tzv. ciferný součet.

Důkaz: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, x_1 desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + x_n \cdot 10^n$$

Žádná mocnina 10^n není dělitelná devíti, proto je nutné zápis mocniny upravit.

konkrétně:	obecně:
$10 = 9 \cdot 1 + 1$	$9y_1 + 1$
$100 = 9 \cdot 11 + 1$	$9y_2 + 1$
$1000 = 9 \cdot 111 + 1$	$9y_3 + 1$

Obecný zápis lze dosadit do původního zápisu čísla x.

$$x = x_0 + x_1 \cdot (9y_1 + 1) + x_2 \cdot (9y_2 + 1) + x_3 \cdot (9y_3 + 1) + \cdots + x_n \cdot (9y_n + 1)$$

$$x = x_0 + 9x_1 \cdot y_1 + x_1 + 9x_2 \cdot y_2 + x_2 + 9x_3 \cdot y_3 + x_3 + \cdots + 9x_n \cdot y_n + x_n$$

$$x = \underbrace{(x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)}_{ciferný\ součet} + 9 \cdot \underbrace{(x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_3 + \cdots + x_n \cdot y_n)}_{y}$$

Z důkazu plyne, je-li ciferný součet čísla x dělitelný devíti, pak je číslo dělitelné devíti.

- Příklad 13: Ověř, zda jsou čísla 22374 a 1163 dělitelná devíti.

  a) Obdobně jako u příkladu dělitelnosti třemi i v tomto případě je potřeba spočítat ciferný součet zadaného čísla. Pokud bude dělitelný devíti, pak i zadaná čísla jsou dělitelná devíti.

  $22374 \Rightarrow 2 + 2 + 3 + 7 + 4 = \underline{18}$ (ciferný součet)

  $18 : 9 = \underline{\underline{2}} \Rightarrow$ 18 je dělitelné devíti beze zbytku, proto i 22374 je dělitelné devíti.

  b) Znovu se aplikuje stejný postup u následujícího čísla.

  $1163 \Rightarrow 1 + 1 + 6 + 3 = \underline{11}$ (ciferný součet)

  $11 : 9 = \underline{\underline{1\ (zbytek\ 2)}} \Rightarrow$ 11 není dělitelné devíti beze zbytku, tudíž ani 1163 není dělitelné devíti.

<u>Věta 8:</u> Číslo x je **dělitelné deseti** právě tehdy, když má na místě jednotek číslici 0.

<u>Důkaz</u>: Mějme číslo x, které má x_0 jednotek, $x_1$desítek, x_2 stovek, x_3 tisíců atd.

$$x = x_0 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 10^2 + x_3 \cdot 10^3 + \cdots + x_n \cdot 10^n$$

Vytkneme číslo 10 z pozice desítek, stovek, tisíců, …

$$x = x_0 + 10 \cdot \underbrace{(x_1 + x_2 \cdot 10 + x_3 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-1})}_{y}$$

Ze závorky $x_1 + x_2 \cdot 10 + x_3 \cdot 10^2 + \cdots + x_n \cdot 10^{n-1}$ lze získat číslo y.

$$x = x_0 + 10 \cdot y$$

Z důkazu plyne, jestliže číslo x_0 je dělitelné deseti, pak původní číslo x je dělitelné deseti.

- Příklad 14: Ověř, zda jsou čísla 635 a 3080 dělitelná deseti.

  a) Opět postačí zkontrolovat číslici na místě jednotek, pokud na této pozici je 0, pak je číslo dělitelné deseti.

  Číslo 635 má na místě jednotek 5, tedy není dělitelné deseti.

  b) Oproti předchozímu příkladu číslo 3080, má na pozici jednotek 0, proto je tedy dělitelné deseti.

Série příkladů 7–14 dokázala, že lze pomocí znaků dělitelnosti přirozených čísel snadno zjistit, zda je dané číslo dělitelné jiným přirozeným číslem bez obtížného počítání.

1.6 NEJVĚTŠÍ SPOLEČNÝ DĚLITEL

Dalším obsahem učiva v rámci tematického celku dělitelnosti je téma společného dělitele a největšího společného dělitele. Tyto dva pojmy jsou velmi podobné, ale přesto je mezi nimi zásadní rozdíl, a proto by se neměly rozhodně zaměňovat. V první řadě, než je žákům vysvětlováno učivo o společných dělitelích či největším společným děliteli, je potřeba, aby jednoznačně rozpoznali rozdíl mezi prvočíslem a číslem složeným (viz. definice 3 a 4). Dále je také potřeba, aby měli osvojen algoritmus rozkladu čísla v součin prvočísel.

Definice 7: Jsou-li $a_1, a_2, \dots, a_n$ libovolné prvky z N. Číslo $d \in N$ se nazývá **společný dělitel** prvků právě tehdy, když $d|a_1, d|a_2, \dots, d|a_n$.

Jinak řečeno společný dělitel dvou a více přirozených čísel je tedy nějaké přirozené číslo, kterým lze beze zbytku vydělit všechna zadaná přirozená čísla.

Definice 8: Nechť $a_1, \dots, a_n \in N$, číslo $D \in N$ se nazývá **největší společný dělitel** prvků $a_1, \dots, a_n$ právě tehdy, když platí:

1. $D|a_1 \wedge D|a_2 \wedge \dots \wedge D|a_n$,
2. $\forall d \in N: (d|a_1 \wedge d|a_2 \wedge \dots \wedge d|a_n) \Rightarrow d|D$.

Označení: D nebo $D(a_1, \dots, a_n)$.

Největší společný dělitel dvou a více přirozených čísel je číslo D, které je největší ze všech společných dělitelů těchto čísel. Číslo D vzniká jako součin všech společných prvočísel, které jsou zahrnuty v jednotlivých rozkladech na prvočísla zadaných čísel. Pro lepší pochopení bude uveden konkrétní příklad.

- Příklad 15: Pepík rozdělil mezi své kamarády rovným dílem sladkosti – 24 sušenek a 36 bonbonů. Kolik mohlo být kamarádů? Kolik mohlo být nejvíce kamarádů?

  Úkolem je určit možnosti rozdělení dvou druhů sladkostí mezi neznámý počet kamarádů. Sladkosti se mají rozdělit rovným dílem, tudíž žádné nezbydou. Výsledkem budou čísla, která budou určovat počet kamarádů, které Pepík má a mezi něž mohl rozdělit sladkosti. V první části řešení se zjistí možný počet kamarádů a bude možné odpovědět na první otázku ze zadání. Ve druhé části se určí největší možný počet kamarádů.

1. ČÁST: Určí se všechny dělitele čísel 24 a 36, zjistíme jejich společné dělitele.

– číslo 24 má dělitele: $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$ → 24 sušenek lze rozdělit $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$ kamarádům

– číslo 36 má dělitele: $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ → 36 bonbonů lze rozdělit $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ kamarádům

– čísla 24 a 36 mají společné dělitele: $1, 2, 3, 4, 6, 12$ → počet kamarádů mohl být $1, 2, 3, 4, 6, 12$

Pepík mohl sladkosti rozdělit mezi $1, 2, 3, 4, 6$ nebo 12 kamarádů.

2. ČÁST: Určí se největšího společného dělitele čísel 24 a 36 a tím získáme největší možný počet kamarádů.

I. ZPŮSOB: Naváže se na první část řešení příkladu 14. Ze společných dělitelů čísel 24 a 36 určíme to, které je největší.

– čísla 24 a 36 mají největšího společného dělitele: 12 → počet kamarádů mohl být nejvíce 12.

II. ZPŮSOB: Čísla 24 a 36 se rozloží na součin prvočísel, určí se část, kterou mají oba prvočíselné rozklady společné a na závěr se tato čísla vynásobí.

$24 = 2 \cdot \underline{\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 3}}$

$36 = \underline{\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 3}} \cdot 3$

$D(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{12}}$

Největší počet kamarádů mohl být 12.

Motivační příklad 15 by sloužil žákům k tomu, aby si zopakovali, co znamená pojem dělitel, jaký je rozdíl mezi společným dělitelem a největším společným dělitelem. Algoritmus určení největšího společného dělitele dvou a více čísel je uveden ve 2. části řešení příkladu II. způsob. Z hlediska času je tento algoritmus samozřejmě více efektivnější, proto stačí ukázat a vysvětlit žákům zjištění největšího společného dělitele metodou společných dělitelů pouze na jednom či dvou vzorových příkladech. V rámci procvičování hledání největšího společného dělitele se žáci již zaměřují na zmíněný algoritmus.

Může nastat případ, kdy dvě a více čísel mají největšího společného dělitele pouze číslo 1. Čísla, která mají největšího společného dělitele číslo 1, se nazývají **nesoudělná čísla**. Naopak čísla, jejichž největší společný dělitel je číslo různé od 1, se nazývají **čísla soudělná**. Ta mají kromě 1 ještě alespoň jednoho společného dělitele [3].

1.7 NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Jak již bylo výše uvedeno s pojmem dělitelnost je spojeno mnoho dalších pojmů, mezi něž lze zařadit také společný násobek a nejmenší společný násobek. Stejně jako v případě předchozí části, která se věnovala zavedení společného dělitele a největšího společného dělitele prvků, tak i v této části textu budou vysvětleny podobné pojmy společný násobek a nejmenší společný násobek.

Definice 9: Jsou-li $a_1, a_2, \dots, a_n$ přirozená čísla, pak přirozené číslo N se nazývá **společný násobek** čísel právě tehdy, když $a_1|N \wedge a_2|N \wedge \dots \wedge a_n|N$.

Libovolné číslo, které je násobkem dvou a více čísel, se nazývá společný násobek těchto čísel [13].

Definice 10: Nechť $a_1, a_2, \dots, a_n$ jsou přirozená čísla, pak číslo *n* se nazývá **nejmenší společný násobek** čísel $a_1, a_2, \dots, a_n$ právě tehdy, když platí:

1. $a_1|n \wedge a_2|n \wedge \dots \wedge a_n|n$,
2. $\forall N \in N: (a_1|N \wedge a_2|N \wedge \dots \wedge a_n|N) \Rightarrow n|N$.

Označení: n nebo $n(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Nejmenším společným násobkem dvou a více čísel je nejmenší číslo N, které je těmito čísly dělitelné [5].

Příklad 15: Honzík dostal za úkol vydláždit pozemek tvaru čtverce. Obklady jsou tvaru obdélníka o rozměrech 25 cm a 20 cm. Jaký je nejmenší možný rozměr pozemku?

Nejprve je nutné si uvědomit, co máme počítat. Máme zjistit nejmenší možný rozměr čtvercového pozemku, který lze vydláždit obdélníkovými obklady zadaných rozměrů.

Příklad lze řešit dvěma způsoby. První z nich je spíše ilustrační a slouží k lepšímu pochopení spojitosti mezi pojmy násobek, společný násobek a nejmenší společný násobek. Druhý způsob je již ten, se kterým klasicky žáci počítají obdobné typy příkladů na základní škole.

1. ZPŮSOB: Zjistí se výčtem prvků prvních pár násobků čísel 25 a 20. V následujícím kroku se z výčtu prvků vybere nejmenší číslo, které je obsaženo v obou výčtech prvků.

   – číslo 25 má násobky: $25, 50, 75, \underline{100}, 125, 150, 175, \ldots$

   – číslo 20 má násobky: $20, 40, 60, 80, \underline{100}, 120, 140, 160, 180, \ldots$

   – čísla 25 a 20 mají nejmenší společný násobek: 100

2. ZPŮSOB: Čísla 25 a 20 se rozloží na součin prvočísel, z obou rozkladů se určí část, která je obsažena v obou rozkladech. Tato prvočísla se sepíšou a k nim se přidají prvočísla, která zbývají v obou rozkladech. Na závěr se prvočísla spolu vynásobí.

   $25 = 5 \cdot \underline{\mathbf{5}}$

   $20 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{\mathbf{5}}$

   $n(20, 25) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \underline{\mathbf{5}} = \underline{\underline{100}}$

Nejmenší možný čtvercový rozměr pozemku je $100\ cm^2$.

2 CHARAKTERISTIKA TEMATICKÉHO CELKU V SOUVISLOSTI S RVP A ŠVP

Vzdělávání v České republice je definováno systémem základních kurikulárních dokumentů, které jsou vytvářeny na státní a školní úrovni. Všechny tyto dokumenty jsou veřejné.

V systému kurikulárních dokumentů státní úroveň znázorňují rámcové vzdělávací programy (dále jen RVP), které určují základní úroveň vzdělávání v rámci věkové úrovně žáků – předškolní, základní a střední vzdělávání. RVP mohou být také zaměřeny na umělecké, jazykové či sportovní školy, proto těchto vzdělávacích programů je velké množství. RVP byly začleněny do českého vzdělávání školským zákonem č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání [10]. Rámcový vzdělávací program pro základní školy prošel v minulých letech revizí a autoři provedli několik zásadních změn. Nové RVP ZV je platné od roku 2021 a nejdéle od 1. 9. 2024 z něj musí vycházet všechny základní školy v ČR.

Školní úroveň představují školní vzdělávací programy (dále jen ŠVP), které si každá škola vytváří sama na základě RVP pro daný stupeň vzdělávání [10]. Obrázek 1 zobrazuje propojení systému kurikulárních dokumentů v rámci státní a školní úrovně.

Obrázek 1: Systém kurikulárních dokumentů v ČR [10]

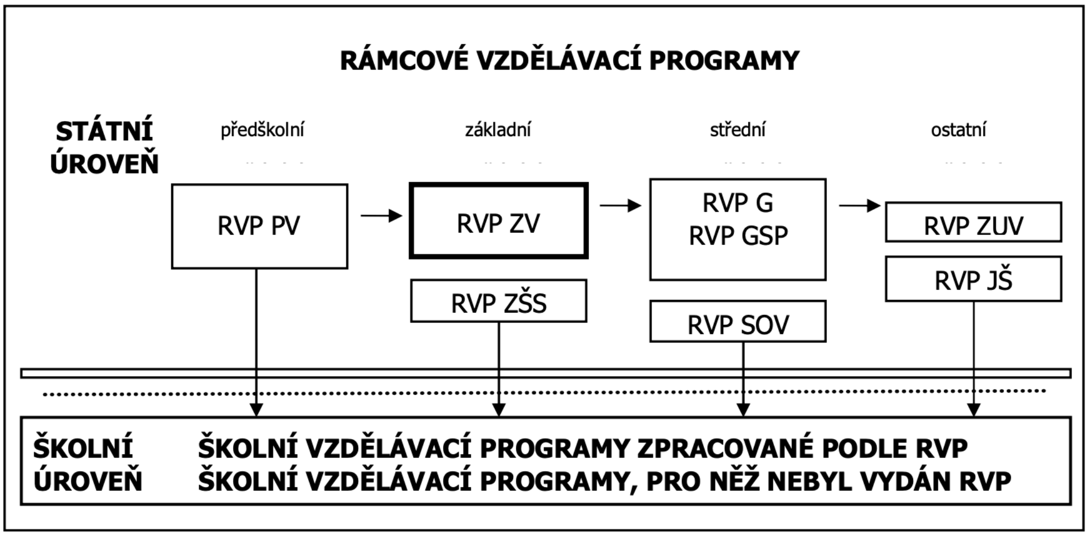


Schéma 1 – Systém kurikulárních dokumentů

Legenda: RVP PV – Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání; RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání; RVP ZŠS – Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělání základní škola speciální; RVP G – Rámcový vzdělávací program pro gymnázia; RVP GSP – Rámcový vzdělávací program pro gymnázia se sportovní přípravou; RVP DG – Rámcový vzdělávací program pro dvojjazyčná gymnázia; RVP SOV – Rámcové vzdělávací programy pro střední odborné vzdělávání; RVP ZUV – Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání; RVP JŠ – Rámcový vzdělávací program pro jazykové školy s právem státní jazykové zkoušky

2.1 RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Podle autorů [14] „Rámcové vzdělávací programy musí odpovídat nejnovějším poznatkům vědních disciplín, jejichž základy a praktické využití má vzdělávání zprostředkovat, a pedagogiky a psychologie o účinných metodách a organizačním uspořádání vzdělávání přiměřeně věku a rozvoji vzdělávaného.“

Obsah RVP ZV je členěn do čtyř částí (A, B, C, D). Část A vymezuje RVP ZV v systému kurikulárních dokumentů. Část B je věnována charakteristice základního vzdělávání – definuje povinnost školní docházky, organizaci základního vzdělávání, hodnocení výsledků vzdělávání a podmínky získání stupně vzdělávání a ukončení základního vzdělávání. Část C je obsahově nejdelší, protože obsahuje pojetí a cíle základního vzdělávání, charakteristiku klíčových kompetencí, všechny vzdělávací oblasti, průřezová témata a rámcový učební plán. Poslední část D je věnována vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, vzdělávání žáků nadaných a mimořádně nadaných, dále podmínky pro uskutečňování RVP ZV (materiální, personální, hygienické, organizační a jiné podmínky) a v poslední řadě jsou zde uvedeny zásady pro zpracování, vyhodnocování a úpravy školního vzdělávacího programu.

Hlavním významem RVP ZV je stanovit standartní úroveň vzdělávání pro všechny absolventy. Vycházejí z koncepce společného a celoživotního vzdělávání a klíčových kompetencích. Ty by měly sloužit k provázanosti vzdělávacího obsahu a uplatnění nově získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě. Jsou to obecné schopnosti, kterých žáci dosahují v průběhu vzdělávání. Řadí se mezi ně kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské, kompetence pracovní a nově zařazená kompetence digitální.

Celkový vzdělávací obsah, resp. učivo základního vzdělávání je rozděleno do devíti vzdělávacích oblastí. Každý vzdělávací obor obsahuje konkrétní vzdělávací obsah daného oboru, ve kterém jsou stanoveny očekávané výstupy. Ty představují učivo, jež by měli žáci ovládat po dokončení konkrétního tematického celku. Na druhou stranu očekávané výstupy pomáhají učiteli ke správnému formulování hlavního cíle a dílčích cílů výuky [10].

2.1.1 MATEMATIKA A JEJÍ APLIKACE

Je nutné mít povědomí alespoň o malé matematické gramotnosti, jelikož matematika provází člověka po celý život. Každý si musí umět spočítat např. kolik zaplatí za nákup v obchodě, jaké jsou měsíční náklady na živobytí, nebo kolik metrů pletiva je potřeba na oplocení pozemku. Z toho důvodu se matematika na základních školách vyučuje v každém ročníku a v dalších stupních vzdělávání pokračuje podle zaměřenosti oboru.

Žáci by si měli během studia osvojit různé matematické pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a samozřejmě jejich správné užití. Měli by porozumět základním myšlenkovým postupům matematiky a vzájemným vztahům.

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je členěna do čtyř tematických okruhů – Číslo a početní operace na 1. stupni ZŠ střídá Číslo a proměnná na 2. stupni, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

V rámci tematického okruhu Číslo a proměnná si žáci osvojují několik aritmetických operací, zejména provádět základní početní operace (sčítání, odčítání, násobení, dělení atd.). Dále žáci musí porozumět algoritmům (pochopit postup dané operace) či využít operaci při řešení konkrétního příkladu z reálného života neboli významově porozumět. Žáci odhadují, měří, vypočítávají či zaokrouhlují číselné údaje. Učí se matematizovat reálné situace a řešit je [10].

Pro výuku matematiky kteréhokoliv tematického okruhu je nezbytné, aby teorie byla vždy propojována s praxí. Učitel by měl uvádět příklady z reálného života pro snazší pochopení žáků, poté by měli být žáci schopni analogicky vyřešit podobný příklad. Nástroj k pochopení daného učiva je neustálé opakování. V matematice je velmi důležité, aby žáci pochopili jednoduché učivo, protože zvláštně v tomto vědním oboru jedno učivo vychází ze druhého a často na sebe navazuje.

Konkrétním příkladem na provázanost učiva v dělitelnosti by mohlo být, že se žáci nejdříve učí rozeznat rozdíl mezi prvočíslem a číslem složeným. Když si osvojí tuto dovednost, tak se učí kritéria dělitelnosti, jimiž mohou zjišťovat, jakým číslem je složené číslo dělitelné. Dále jsou schopni využít rozdíl mezi prvočísly a složenými čísly k rozkladu složeného čísla na součin prvočísel. V návaznosti na studium jmenovaného učiva jsou poté žáci schopni pochopit algoritmus největšího společného děliteli či nejmenšího společného násobku a jejich užití.

Obrázek 2: RVP ZV – Tematický okruh Číslo a proměnná 1. část [10]

2. stupeň

ČÍSLO A PROMĚNNÁ

Očekávané výstupy

žák

M-9-1-01	***provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu***
M-9-1-02	***zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulátor***
M-9-1-03	***modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel***
M-9-1-04	***užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek–část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)***
M-9-1-05	***řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů***
M-9-1-06	***řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)***
M-9-1-07	***matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním***

Obrázek 3: RVP ZV – Tematický okruh Číslo a proměnná 2. část [10]

M-9-1-08	***formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav***
M-9-1-09	***analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel***

Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:

žák

M-9-1-01p	*písemně sčítá, odčítá, násobí a dělí víceciferná čísla, dělí se zbytkem*
M-9-1-01p	*pracuje se zlomky a smíšenými čísly, používá vyjádření vztahu celek–část (zlomek, desetinné číslo, procento)*
M-9-1-01p	*čte desetinná čísla, zná jejich zápis a provádí s nimi základní početní operace*
M-9-1-02p	*provádí odhad výsledku, zaokrouhluje čísla*
M-9-1-02p	*píše, čte, porovnává a zaokrouhluje čísla v oboru do 1 000 000*
M-9-1-05p	*používá měřítko mapy a plánu*
M-9-1-06p	*řeší jednoduché úlohy na procenta*
-	*zvládá orientaci na číselné ose*

Učivo

- **dělitelnost přirozených čísel** – prvočíslo, číslo složené, násobek, dělitel, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel, kritéria dělitelnosti
- **celá čísla** – čísla navzájem opačná, číselná osa
- **desetinná čísla, zlomky** – rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě; převrácené číslo, smíšené číslo, složený zlomek
- **poměr** – měřítko, úměra, trojčlenka
- **procenta** – procento, promile; základ, procentová část, počet procent; jednoduché úrokování
- **mocniny a odmocniny** – druhá mocnina a odmocnina
- **výrazy** – číselný výraz a jeho hodnota; proměnná, výrazy s proměnnými, mnohočleny
- **rovnice** – lineární rovnice, soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými

Obrázky 2 a 3 jsou převzaté z RVP ZV, představují tematický okruh Číslo a proměnná na 2. stupni ZŠ., který navazuje na tematický okruh Číslo a početní operace na 1. stupni ZŠ. Jak je již výše uvedeno v každém tematickém okruhu jsou očekávané výstupy, které jsou zvýrazněny tučně a kurzívou. Součástí tohoto okruhu je také učivo dělitelnost a všechny související pojmy.

Dělitelnost se vyučuje zpravidla v 6. ročníku základních škol, avšak jestli v prvním nebo druhém pololetí, může být na každé škole rozdílné. Každá škola si vytváří svůj školní vzdělávací plán, z něj následně tematické plány, které se tím pádem mohou lišit.

2.2 ŠKOLNÍ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM

Školní vzdělávací program je kurikulární dokument, který představuje v systému kurikulárních dokumentů školní úroveň, jak již bylo výše zmíněno. ŠVP si každá škola vytváří dle platného RVP. Pro účely této diplomové práce bylo vybráno ŠVP 21. ZŠ Plzeň, kterou jsem navštěvovala v rámci souvislé praxe. 21. ZŠ Plzeň patří mezi jednu z velkých škol v Plzni. Škola poskytuje vzdělání od 1. do 9. ročníku. Tato základní škola je zaměřená na rozšířenou výuku cizích jazyků. Již od prvního ročníku mají mezi povinnými předměty zařazen anglický jazyk a v šestém ročníku si volí druhý cizí jazyk (německý nebo francouzský). Žákům bývá nabízen ještě třetí volitelný cizí jazyk – ruština.

Vybrané ŠVP je zpracováno na dvě stě osmdesáti pěti stránkách a je rozděleno do šesti kapitol. V první kapitole jsou popsány identifikační údaje, konkrétně název ŠVP *Brána jazyků otevřená*, údaje o škole (název a adresa školy, jméno ředitele, kontakty atd.), zřizovatel a platnost dokumentu. Druhá kapitola je věnována charakteristice školy z hlediska úplnosti a velikosti školy, umístění školy, charakteristiky žáků, podmínek školy, vlastního hodnocení školy, oblasti autoevaluace, cílů a podmínek autoevaluace, nástrojů autoevaluace, časového rozvržení autoevaluačních činností, spolupráce s dalšími institucemi, forem spolupráce se zákonnými zástupci a dalších sociálních partnerů, charakteristiky pedagogického sboru, dlouhodobých projektů či mezinárodní spolupráci [1].

Třetí část obsahuje konkrétní charakteristiku ŠVP. V této části lze též nalézt popsání výchovných a vzdělávacích strategií, které propojují klíčové kompetence se vzděláváním. Dále je zde rozebráno zabezpečení výuky žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, žáků nadaných a mimořádně nadaných, zejména pravidla a průběh tvorby, realizace a vyhodnocování plánu pedagogické podpory a individuálního vzdělávacího plánu. Na závěr je v tabulce přehledně uvedeno začlení průřezových témat po jednotlivých ročnících a ve vyučovacích předmětech. Mezi průřezová témata se řadí Osobnostní a sociální výchova (OSV), Výchova demokratického občana (VDO), Výchova k myšlení v evropských a globálních souvislostech (EGS), Multikulturní výchova (MuV), Environmentální výchova (EnV) a Mediální výchova (MeV). Do vyučovacího předmětu matematika je integrováno pouze jedno téma napříč všemi ročníky – OSV. Zmíněné průřezové téma obsahuje následujících tematické okruhy: rozvoj schopnosti poznávání, sebepoznání a sebepojetí, kreativita, komunikace, kooperace a kompetice či řešení problémů a rozhodovací dovednosti. Zařazení průřezových témat do výuky je důležité, protože žáci díky nim propojují několik témat dohromady a zároveň tím rozvíjejí více svoje dovednosti, schopnosti a vědomosti.

Čtvrtou kapitolu ŠVP 21. ZŠ představuje učební plán a přehled celkové časové dotace jednotlivých vyučovaných předmětů (obrázek 4) [1]. Učební plán je školní dokument, v němž je učivo uspořádané do konkrétních tematických celků a obsahuje časovou dotaci těchto celků [19]. Předmět matematika spadá do vzdělávací oblasti RVP Matematika a její aplikace, časová dotace na prvním stupni je 20+3 hodin a na druhém stupni 15+1 hodin [1].

Obrázek 4: ŠVP 21. ZŠ – Učební plán časová dotace [1]

Vzdělávací oblast	**Předmět**	**1. stupeň**					**Dotace**	**2. stupeň**				**Dotace**
		1. ročník	**2. ročník**	**3. ročník**	**4. ročník**	**5. ročník**	**1. stupeň**	**6. ročník**	**7. ročník**	**8. ročník**	**9. ročník**	**2. stupeň**
Jazyk a jazyková komunikace	Anglický jazyk	0+2	0+2	3	3+1	3+1	**9+6**	3	3+1	3+1	3+1	**12+3**
	Český jazyk	7+1	7+2	7+1	6+1	6+1	**33+6**	4	4	4	3+1	**15+1**
	Další cizí jazyk • Německý jazyk • Francouzský jazyk							2+2	2+1	1+2	1+2	**6+7**
Matematika a její aplikace	Matematika	4	4	4+1	4+1	4+1	**20+3**	4	4	4	3+1	**15+1**
Informační a komunikační technologie	Informatika					1	**1**				1	**1**
Člověk a jeho svět	Člověk a jeho svět				3	3+1	**6+1**					
	Prvouka	2	2	2			**6**					
Člověk a společnost	Dějepis							2	2	2	1+1	**7+1**
	Výchova k občanství							1	1	1	1	**4**
Člověk a příroda	Fyzika							1	2	1	2	**6**
	Chemie									2	2	**4**
	Přírodopis							1+1	2	1+1	1	**5+2**

Nejobsáhlejší je pátá kapitola, která charakterizuje všechny vyučované předměty na škole. Poslední kapitolou ŠVP je hodnocení výsledků vzdělávání žáků, které definuje způsoby a kritéria hodnocení. 21. ZŠ využívá klasickou pětistupňovou klasifikační stupnici ve všech ročnících [1].

2.2.1 PŘEDMĚT MATEMATIKA

Jak již bylo výše uvedeno, matematika zastává na základních školách velkou část vzdělávání žáků. V této části bude charakteristika předmětu matematika zaměřena pouze na 2. stupeň ZŠ, jelikož tam spadá učivo dělitelnost.

Vyučovací předmět matematika se na 2. stupni ZŠ vyučuje v 6. ročníku v minimální časové dotaci 4 hodiny týdně, stejně tak v 7. ročníku i 8. ročníku. V 9. ročníku má matematika minimální časovou dotaci 3 hodiny týdně, ale v tomto ročníku je kromě toho navíc přidaná 1 disponibilní hodina.

K realizaci výuky je z hlediska výukového prostředí využívána klasická třída či počítačová učebna. Během výuky jsou učitelem a žáky využívány dostupné materiální vyučovací pomůcky a učitel střídá ve výuce několik organizačních forem (frontální výuku, individualizovanou výuku či skupinovou práci) či výukových metod, aby vyučování bylo dynamické a žáci byli zaktivizováni. Žáci jsou hodnoceni klasifikací v podobě známkování.

Obrázek 5: ŠVP 21. ZŠ – Vyučovací předmět Matematika – dělitelnost [1]

Matematika	**6. ročník**
Výchovné a vzdělávací strategie	• Kompetence k učení • Kompetence k řešení problémů • Kompetence komunikativní
Učivo	**ŠVP výstupy**
- desetinná čísla, zlomky - znázorňování kladných desetinných čísel a kladných desetinných zlomků na číselné ose - porovnávání kladných desetinných čísel a kladných desetinných zlomků - sčítání, odčítání, násobení, dělení kladných desetinných čísel	M-9-1-01 - provádí početní operace v oboru kladných desetinných čísel a kladných desetinných zlomků
- zaokrouhlování výsledků - odhady výsledků s danou přesností	M-9-1-02 - zaokrouhluje a provádí odhady výsledků s danou přesností
- dělitelnost přirozených čísel - násobek, dělitel - kritéria dělitelnosti - prvočíslo a číslo složené - nejmenší společný násobek - největší společný dělitel	M-9-1-03 - modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel
- slovní úlohy na kladná desetinná čísla a desetinné zlomky a na dělitelnost přirozených čísel	M-9-1-09 - řeší jednoduché problémy, v nichž využívá matematický aparát v oboru přirozených čísel a kladných desetinných čísel a desetinných zlomků
- rovinné útvary - přímka, polopřímka, úsečka, úhel, trojúhelník	M-9-3-02 - charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- velikost úhlu, druhy úhlů, měření úhlu úhloměrem, součet a rozdíl velikosti úhlu	M-9-3-03 - určuje velikost úhlu měřením a výpočtem
- obvod a obsah čtverce a obdélníku	M-9-3-04 - odhaduje a vypočítá obvod a obsah čtverce a obdélníku
- rýsování přímek, polopřímek, úseček, čtverce, obdélníku, trojúhelníku	M-9-3-06 - sestrojí základní rovinné útvary
- osová souměrnost	M-9-3-08 - sestrojí obraz rovinného útvaru v osové souměrnosti, určí osově souměrný útvar
- krychle, kvádr	M-9-3-09 - určuje základní prostorové útvary

Obrázek 6: ŠVP 21. ZŠ – Vyučovací předmět Matematika [1]

Matematika	6. ročník	
- povrch a objem krychle a kvádru		M-9-3-10 - vypočítá povrch a objem krychle a kvádru
- síť krychle a kvádru		M-9-3-11 - sestrojí síť krychle a kvádru
- obraz jednoduchých těles v rovině		M-9-3-12 - načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
- slovní úlohy na povrch a objem krychle a kvádru		M-9-3-13 - řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického potenciálu
- číselné a logické řady - číselné a obrázkové analogie - netradiční slovní úlohy (zaměřené především na dělitelnost v oboru přirozených čísel) řešené výpočtem nebo logickou úvahou		M-9-4-01 - užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
- netradiční konstrukční úlohy - netradiční geometrické úlohy řešené výpočtem nebo logickou úvahou (zaměřené především na trojúhelníky, krychli a kvádr)		M-9-4-02 - řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí
Průřezová témata, přesahy, souvislosti		
OSOBNOSTNÍ A SOCIÁLNÍ VÝCHOVA - Rozvoj schopností poznávání		
řešení problémů (řešení slovních úloh na kladná desetinná čísla a desetinné zlomky a na dělitelnost přirozených čísel) řešení problémů (řešení slovních úloh na povrch a objem krychle a kvádru) cvičení smyslového vnímání, pozornosti, soustředění, řešení problémů (řešení netradičních slovních úloh) cvičení smyslového vnímání, pozornosti, soustředění, řešení problémů (řešení netradičních konstrukčních slovních úloh)		

Obrázky 5 a 6 představují učební osnovy předmětu matematika pro 6. ročník, kam spadá též téma dělitelnost. Do tohoto tématu náleží učivo: dělitelnost přirozených čísel, násobek, dělitel, kritéria dělitelnost, prvočíslo a číslo složené, nejmenší společný násobek a největší společný dělitel. Očekávaný výstup po zvládnutí daného učiva je takový, že žák modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel. Na základně učebních osnov je tvořen časově tematický plán předmětu.

2.2.2 TEMATICKÝ PLÁN

Dalším kurikulárním dokumentem je časově tematický plán, který vychází z učebních plánů základní školy, a představuje celoroční rozvržení učiva. Do tematických celků jsou rozděleny učební osnovy vyučovacího předmětu. Tematický plán obsahuje název a ročník vyučovacího předmětu, tematický celek a počet hodin. Rovněž může obsahovat vzdělávací cíle, poznámky, základní pojmy, název školy či jména vyučujících atd. [19]. V tematickém plánu nebývá běžně uvedeno nakladatelství učebnice, nebo učebnice sama, která je k výuce využívána. Protože se tento plán nazývá také časově tematicky, bývá v něm uveden časový úsek plánovaného splnění konkrétního tematického celku. Nejčastěji je učivo rozděleno do měsíců, méně častější je rozdělení do týdnů nebo čtrnáctidenních úseků [12].

Plánování tematického plánu není úplně jednoduché. Učitel k jeho tvorbě potřebuje vědět několik faktorů:

- rozvrh hodin daného ročníku, aby věděl, které dny bude učit
- kalendář, aby zjistil, které dny budou státní svátky
- dokument MŠMT *Organizace školního roku v základních školách, středních školách, základních uměleckých školách a konzervatořích* určující plánované prázdniny

- harmonogram školního roku vymezující plánované školní akce např. školní výlety, lyžařský výcvik, ředitelská volna atd.

Na základě těchto faktorů je učitel schopen zjistit skutečný počet vyučovacích hodin a rozplánovat učivo do příslušných tematických celků a sestavit výsledný tematický plán [9].

Učitelé používají tematický plán především jako pomůcku při plánování výuky a kontrolu, zda se stíhá probrat všechno učivo podle plánu [12]. Tento dokument není povinný, ale na většině základních škol se zpracovává na základě požadavku vedení školy. Jinak tomu není ani v případě 21. ZŠ, která časově tematické plány má zpracované pro všechny předměty na každý školní rok.

Na obrázku 7 je výňatek z časově tematického plánu pro vyučovací předmět matematika téma dělitelnost. Všechno učivo týkající se dělitelnosti bylo naplánováno zhruba na 4 týdny v měsících prosinec až leden. Výuka dělitelnosti probíhala od 13. 12. 2021 do 17. 1. 2022, přičemž v tomto období proběhly i vánoční prázdniny. Učivo vychází ze ŠVP z očekávaných výstupů, v rámci tohoto tématu jsou použity klíčové kompetence k učení (v obrázku 7 zastoupeno zkratkou KU), k řešení problému (KŘP) a komunikativní (KK). Také je začleněné průřezové téma Osobností a sociální výchova (OSV), díky kterému rozvíjejí žáci své logické myšlení řešením problémových situacích (slovních úloh zaměřených na dělitelnost).

Obrázek 7: Časově tematický plán 21. ZŠ – předmět Matematika – dělitelnost [1]

Časově tematický plán na školní rok 2021/2022

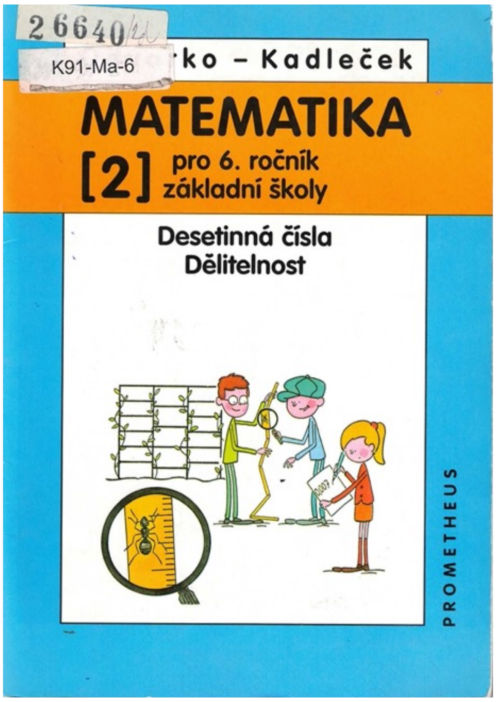
Vyučovací předmět: **Matematika**

Období: 3.
Ročník: 6.
Časová dotace: 4 hodiny týdně

Časové období	Učivo	KK	Průřezová témata	Poznámky
Prosinec	- dělitelnost přirozených čísel - násobek, dělitel - kritéria dělitelnosti prvočíslo a číslo složené - největší společný dělitel	KU KŘP KK		
Leden	- nejmenší společný násobek - slovní úlohy na dělitelnost přirozených čísel - netradiční slovní úlohy (zaměřené především na dělitelnost v oboru přirozených čísel) řešené výpočtem nebo logickou úvahou	KU KŘP KK	OSV1/1 řešení problémů (řešení slovních úloh na dělitelnost přirozených čísel)	
	- rovinné útvary - přímka, polopřímka, úsečka, úhel, trojúhelník - velikost úhlu, druhy úhlů, měření úhlu úhloměrem			

Vedle časově tematického plánu je pro organizaci výuky poměrně důležitá volba učebnic a pracovních sešitů, které mohou učiteli pomoci při realizaci výuky. Vybraná základní škola využívá při výuce matematiky sérii učebnic od nakladatelství Prometheus. Autory učenic jsou doc. RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc. a doc. RNDr. Jiří Kadleček, CSc. Témata dělitelnost a desetinná čísla jsou zpracována ve 2. dílu ze série učebnic pro 6. ročník základních škol. Ukázka obálky učebnice je znázorněna na obrázku 8. Podrobnější rozbor učebnice bude popsán v následující kapitole.

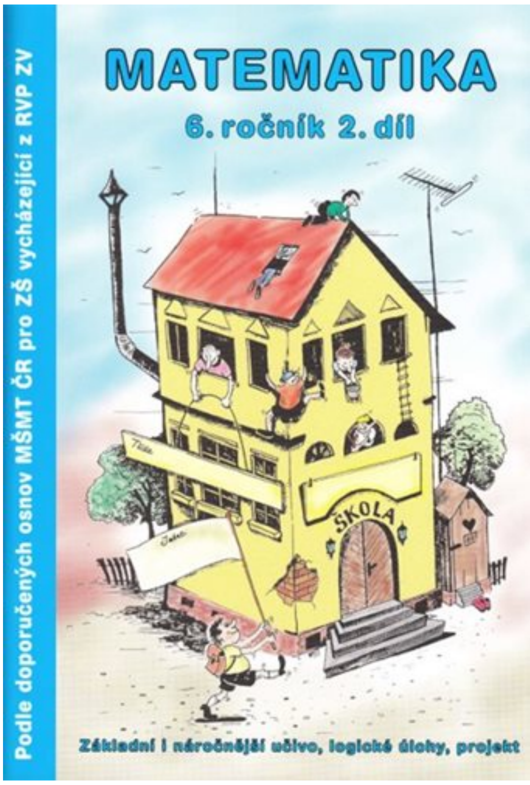
Obrázek 8: Titulní obálka učebnice Matematika [2] pro 6. ročník základní školy – Desetinná čísla, Dělitelnost [15]



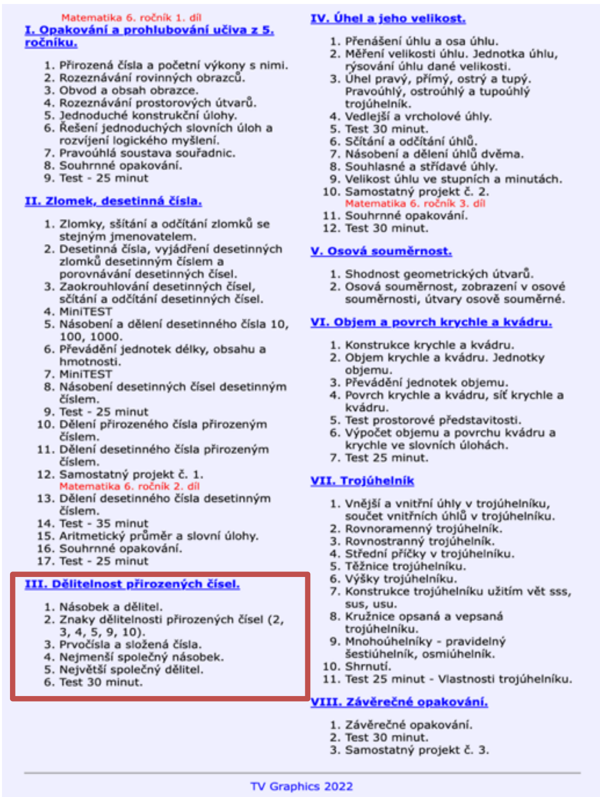
Další didaktickou pomůckou je pracovní sešit doplňující učebnici, díky němuž žáci mohou procvičovat nové učivo. Učitelé a žáci 21. ZŠ využívají pracovní sešity od nakladatelství TV Graphics, autory jsou Mgr. Slavomír Kočí, Mgr. Ladislav Kočí a Mgr. Bohumil Procházka. Pro 6. ročník je vytvořena série tří pracovních sešitů, dělitelnost se nachází ve druhém dílu, obálka pracovního sešitu je zobrazena na obrázku 9.

Všechno učivo související s dělitelností přirozených čísel stanovené RVP ZV (prvočíslo, číslo složené, násobek, dělitel, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel a kritéria dělitelnosti) je obsažené ve zmíněném pracovním sešitě, právě proto lze také konstatovat, že pracovní sešit je vytvořen v souladu s RVP ZV. Výhodou pracovní sešitu je jeho online dostupnost na internetové adrese https://2pir.eu/6r_msmt.php, proto jeho internetovou podobu využívají učitelé na 21. ZŠ ve výuce. Obsah pracovního sešitu je na obrázku 10.

Obrázek 9: Pracovní sešit Matematika 6. ročník 2. díl [11]



Obrázek 10: Pracovní sešit Matematika 6. ročník 2. díl – obsah [11]



Matematika 6. ročník 1. díl

I. Opakování a prohlubování učiva z 5. ročníku.

1. Přirozená čísla a početní výkony s nimi.
2. Rozeznávání rovinných obrazců.
3. Obvod a obsah obrazce.
4. Rozeznávání prostorových útvarů.
5. Jednoduché konstrukční úlohy.
6. Řešení jednoduchých slovních úloh a rozvíjení logického myšlení.
7. Pravoúhlá soustava souřadnic.
8. Souhrnné opakování.
9. Test - 25 minut

II. Zlomek, desetinná čísla.

1. Zlomky, sšítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem.
2. Desetinná čísla, vyjádření desetinných zlomků desetinným číslem a porovnávání desetinných čísel.
3. Zaokrouhlování desetinných čísel, sčítání a odčítání desetinných čísel.
4. MiniTEST
5. Násobení a dělení desetinného čísla 10, 100, 1000.
6. Převádění jednotek délky, obsahu a hmotnosti.
7. MiniTEST
8. Násobení desetinných čísel desetinným číslem.
9. Test - 25 minut
10. Dělení přirozeného čísla přirozeným číslem.
11. Dělení desetinného čísla přirozeným číslem.
12. Samostatný projekt č. 1.

Matematika 6. ročník 2. díl

13. Dělení desetinného čísla desetinným číslem.
14. Test - 35 minut
15. Aritmetický průměr a slovní úlohy.
16. Souhrnné opakování.
17. Test - 25 minut

III. Dělitelnost přirozených čísel.

1. Násobek a dělitel.
2. Znaky dělitelnosti přirozených čísel (2, 3, 4, 5, 9, 10).
3. Prvočísla a složená čísla.
4. Nejmenší společný násobek.
5. Největší společný dělitel.
6. Test 30 minut.

IV. Úhel a jeho velikost.

1. Přenášení úhlu a osa úhlu.
2. Měření velikosti úhlu. Jednotka úhlu, rýsování úhlu dané velikosti.
3. Úhel pravý, přímý, ostrý a tupý. Pravoúhlý, ostroúhlý a tupoúhlý trojúhelník.
4. Vedlejší a vrcholové úhly.
5. Test 30 minut.
6. Sčítání a odčítání úhlů.
7. Násobení a dělení úhlů dvěma.
8. Souhlasné a střídavé úhly.
9. Velikost úhlu ve stupních a minutách.
10. Samostatný projekt č. 2.

Matematika 6. ročník 3. díl

11. Souhrnné opakování.
12. Test 30 minut.

V. Osová souměrnost.

1. Shodnost geometrických útvarů.
2. Osová souměrnost, zobrazení v osové souměrnosti, útvary osově souměrné.

VI. Objem a povrch krychle a kvádru.

1. Konstrukce krychle a kvádru.
2. Objem krychle a kvádru. Jednotky objemu.
3. Převádění jednotek objemu.
4. Povrch krychle a kvádru, síť krychle a kvádru.
5. Test prostorové představitosti.
6. Výpočet objemu a povrchu kvádru a krychle ve slovních úlohách.
7. Test 25 minut.

VII. Trojúhelník

1. Vnější a vnitřní úhly v trojúhelníku, součet vnitřních úhlů v trojúhelníku.
2. Rovnoramenný trojúhelník.
3. Rovnostranný trojúhelník.
4. Střední příčky v trojúhelníku.
5. Těžnice trojúhelníku.
6. Výšky trojúhelníku.
7. Konstrukce trojúhelníku užitím vět sss, sus, usu.
8. Kružnice opsaná a vepsaná trojúhelníku.
9. Mnohoúhelníky - pravidelný šestiúhelník, osmiúhelník.
10. Shrnutí.
11. Test 25 minut - Vlastnosti trojúhelníku.

VIII. Závěrečné opakování.

1. Závěrečné opakování.
2. Test 30 minut.
3. Samostatný projekt č. 3.

TV Graphics 2022

3 ANALÝZA POJETÍ TEMATICKÉHO CELKU VE VYBRANÝCH UČEBNICÍCH

Jak uvádí autor v [19] na straně 118: „Vyučování představuje specifický druh lidské činnosti, spočívající ve vzájemné součinnosti učitele a žáků, která směřuje k určitým cílům.“ Jedná se o složitý proces, který je tvořen několika složkami: cíl vyučování, obsah vyučování, součinnost učitele a žáka, metody výuky, organizační formy výuky, materiální didaktické prostředky, podmínky, za nichž vyučování probíhá, výsledky výuky a aktéři vyučovacího procesu [9].

Učitel ve své profesi využívá značné množství materiálních didaktických prostředků, které mu usnadňují přípravu na vyučování a práci samotnou. Materiální didaktické prostředky zahrnují všechno, co učitel může využívat při vzdělávacím procesu kromě samotné řeči. Tyto prostředky lze dělit na didaktické techniky a učební pomůcky.

Dle autorek [9] na straně 178: „Didaktická technika je soubor vizuálních, auditivních, audiovizuálních a jiných přístrojů a technických systémů vyžívaných k vyučovacím účelům. Jedná se o zařízení, které je potřebné pro prezentaci pomůcky.“ Nejčastěji používanou didaktickou technikou je bez pochyby tabule (dřevěná či bílá), která slouží k zápisu různých informací. V současnosti je velkým trendem užívání interaktivní tabule, k ní je ovšem potřeba navíc počítač a dataprojektor.

Učební pomůcky jsou předměty, které vypovídají o konkrétní didaktické informaci. Řadí se mezi ně např. originální předměty, modely (3D vzor geometrických těles), elektronické textové učební pomůcky (prezentace, webové stránky s online příklady na procvičování) či tištěné textové pomůcky (učebnice, pracovní sešity, pracovní listy atd.) [9].

Učebnice, pracovní sešity a listy jsou významnými didaktickými pomůckami ve všech vyučovaných předmětech na základní škole. Pro učitele je důležité mít kvalitní učebnici, kterou může využívat jako osnovu a která bude sloužit nejen jemu, ale i žákům. Z toho důvodu bude v následující kapitole analyzováno téma dělitelnost v učebnicích pro základní školy. Zkoumané učebnice jsou vybrány od více autorů a různých nakladatelství v rámci několika let (1995–2020).

Tabulka 2: Přehled analyzovaných učebnic pro základní školy

Nakladatelství	Vzorek	Název	Rok vydání
Fortuna	1. učebnice	Matematika pro šestou třídu 1. díl	1995
Prometheus	2. učebnice	Matematika [2] pro 6. ročník základní školy – Desetinná čísla, Dělitelnost	1997
Fortuna	3. učebnice	Matematika pro šestý ročník základní školy	1998
Fraus	4. učebnice	Matematika 6 – Aritmetika	2007
SPN – pedagogické nakladatelství a.s.	5. učebnice	Matematika 6 pro základní školy – aritmetika	2019
Vydavatelství Taktik	6. učebnice	Hravá matematika 6 – Aritmetika	2020

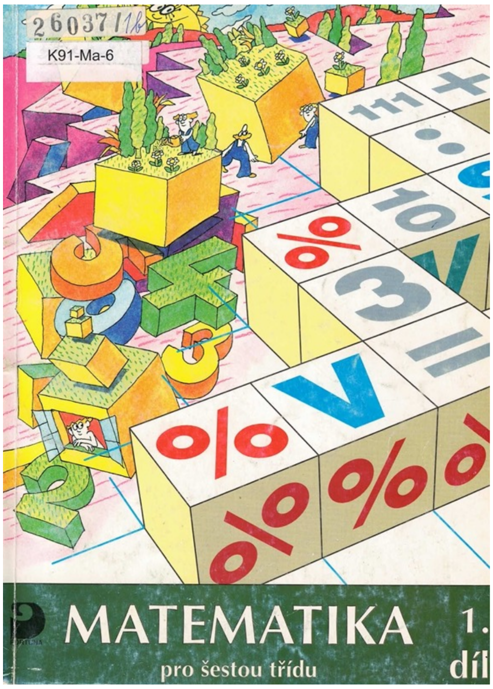
3.1 MATEMATIKA PRO ŠESTOU TŘÍDU 1. DÍL

První zkoumaná učebnice byla vydána v nakladatelstvím Fortuna, jež sídlí v Praze od roku 1990. Je zaměřené především na vydávání učebnic pro základní školy, střední školy, knihy pro rekvalifikaci, sebevzdělávání, kariérní postup a další odborné publikace. Cílem nakladatelství je publikovat hodnotné učebnice, které budou sloužit žákům k vyhledávání informací, učení vzájemných vztahů mezi různými tematickými celky a také se využívají k ověřování nově nabytých vědomostí a jejich opakování. Učebnice by měly sloužit učitelům ke zlehčení práce při přípravě na vyučování [6].

Fortuna publikovala dvě učebnice matematiky pro 6. ročník, které byly použity k analýze tematického celku dělitelnosti. Jedna z učebnic je popsána v následující části a druhá je blíže specifikována v kapitole 3.3.

Pracovní učebnici s názvem Matematika pro šestou třídu 1. díl zpracovali prof. RNDr. Jiří Cihlář, CSc. a PaedDr. Milan Zelenka. V roce 1994 byla tato učebnice schválena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) a poté byla začleněna do seznamu učebnice pro ZŠ [4]. Náhled titulní obálky učebnice představuje obrázek 11. Nejedná se o klasický druh učebnice, ve které lze nalézt úvodní příklad, poučku či definici a následně příklady k procvičování, ale tato učebnice je nazvána pracovní učebnicí, jak již bylo výše zmíněno. Dalo by se jednoduše říci, že toto vydání je učebnice spojená s pracovním sešitem dohromady, což je velký rozdíl oproti ostatním analyzovaným učebnicím.

Obrázek 11: Titulní obálka učebnice Matematika pro šestou třídu 1. díl [4]



Obsah učebnice je rozdělen do čtyř kapitol: dělitelnost, mnohoúhelníky, racionální čísla a práce s daty. Na konci učebnice jsou uvedeny výsledky příkladů. Kapitola dělitelnost obsahuje následující učivo: násobek, dělitel, znaky dělitelnosti (sudost a lichost čísel, kritéria dělitelnosti třemi, čtyřmi, pěti, šesti, sedmi, osmi, devíti, desíti), prvočísla a čísla složená, rozklad čísla na součin prvočísel, nejmenší společný násobek a největší společný dělitel. V této učebnici není uvedené pravidlo pro kritérium dělitelnosti dvěma. Avšak toto kritérium souvisí se sudostí čísla, která v učebnici vysvětlena je, tudíž tento nedostatek lze opomenout. Navíc je zde uvedeno kritérium dělitelnosti sedmi, které není zahrnuto mezi běžně vyučovaná kritéria dělitelnosti, jelikož je náročné. V porovnání s dnešním RVP ZV, které učivo na základních školách jednoznačně určuje očekávanými výstupy, lze konstatovat, že v pracovní učebnici byly uvedeny a definovány všechny opěrné pojmy týkající se dělitelnosti. Učebnice je tedy v souladu s RVP a mohla by se v současnosti používat ve výuce z hlediska obsahové stránky.

V této publikaci není všechno učivo (násobek, dělitel, kritéria dělitelnosti atd.) tematického celku dělitelnosti odděleno nadpisy. Z toho důvodu je obtížné se v ní orientovat a působí velmi nepřehledně. Nelze tedy jednoznačně říci, že se v učebnici nachází motivační příklad, který celé téma uvádí před definováním klíčových pojmů. Učebnice působí více jako pracovní sešit, ve kterém jsou uvedeny definice.

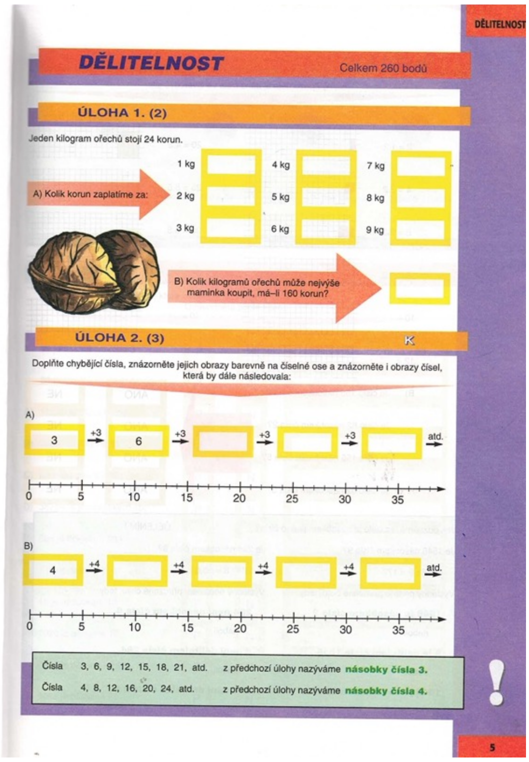
Definice pojmů jsou většinou vysvětleny na konkrétním vzorovém příkladu, díky němuž žáci učivo snadněji pochopí. Vzhledem k tomu, že je učebnice vytvořena spíše k samostatné práci žáků, je u každého tematické celku uvedeno maximální bodové hodnocení, konkrétně pro kapitolu dělitelnosti je maximální počet bodů stanoven na 260. Body od jedné do deseti jsou rozděleny mezi jednotlivé úlohy, jedním bodem jsou ohodnoceny jednoduché úlohy a deseti body jsou obodovány naopak nejsložitější. Dle mého názoru bodové ohodnocení úloh není znakem pro náročnost příkladů, ale je spíše spojeno s délkou řešení.

Příklady v učebnici jsou označeny dle obtížnosti. Neoznačené žádným symbolem jsou dle autorů jednodušší. Úlohy označené jedním otazníkem jsou náročnější a příklady označené dvěma otazníky jsou velmi náročné. Jednoduché příklady jsou zadány zejména frázemi „vypište“, „zjistěte“, „znázorněte“ atd., na druhou stranu složitější příklady jsou zadány v podobě slovních úloh, ale není to pravidlem. V učebnici je celkem 49 příkladů.

Další zvláštností této učebnice je zařazení úloh pod označením „hra“. V kapitole o dělitelnosti lze nalézt dvě tyto úlohy. Znění jedné z nich v [4] ze strany 23 je následující: „Každý žák hodí dvacetkrát kostkou. Při každém hodu si zaznamená, zda padlo prvočíslo, nebo číslo složené, nebo číslo jedna. Na tabuli pak zapíše, kolikrát každý případ nastal. Potom zjistíte součty výsledků za celou třídu. Odpovězte na tyto otázky: Jaký je celkový počet hodů? Kolikrát celkem padlo prvočíslo? Kolikrát celkem padlo číslo složené? Kolikrát celkem padlo číslo jedna? Vyjádřete zlomkem a desetinným číslem, jakou část z celkového počtu hodů tvoří jednotlivé případy? Proč jsou tyto vypočítané hodnoty blízké číslům $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$?“ Myslím si, že aktivizující úlohy jsou důležité, protože díky nim střídají žáci činnosti ve výuce a je tedy větší šance, že udrží pozornost a že se během vyučování nezačnou nudit.

Učebnice je graficky zpracována zvláštním způsobem. Najde se v ní mnoho barev a zvýraznění určující každé něco rozdílného. Některé stránky učebnice působí barevně až přehlcené, což by mohlo snadněji odvádět žákovu pozornost. Jak je patrné na obrázku 12, příklady jsou v oranžovém rámečku označené tučně fialovou barvou. U každého příkladu je uvedeno pořadové číslo úlohy a počet bodů. Vzhledem k tomu, že tato učebnice pravděpodobně slouží i jako pracovní sešit, je u všech příkladů vždy připravené místo, kam se doplňuje řešení. Konkrétně v případě vybrané ukázky na obrázku 12 by řešení žáci psali do předem připravených žlutých rámečků. Barva textu je klasickou černou barvou. Definice jsou vždy zvýrazněné rámečkem se zelenou výplní.

Obrázek 12: Ukázka z pracovní učebnice Matematika pro šestou třídu 1. díl [4]



K této učebnici není vytvořený pracovní sešit, nicméně z výše uvedeného je patrné, že to není žádný problém vzhledem k pojetí samotné knihy. Praktické příklady značně převažují nad teoretickými poučkami a definicemi.

3.2 MATEMATIKA [2] PRO 6. ROČNÍK ZÁKLADNÍ ŠKOLY – DESETINNÁ ČÍSLA, DĚLITELNOST

Další nakladatelství, jež vydalo učebnici matematiky, která byla použita k analýze, je nakladatelství Prometheus. V roce 1993 bylo toto nakladatelství založeno a stejně jako předchozí nakladatelství Fortuna má své sídlo v Praze. Prometheus vydává kompletní série učebnic matematiky a také fyziky jak pro základní školy, tak střední školy. Všechny učebnice, které jsou publikované tímto nakladatelstvím, jsou zpracovány tak, aby byly v souladu s RVP ZV v případě učebnic určených pro základní školy. Nakladatelství není zaměřeno pouze na učebnice, ale vydává mimo jiné i pracovní sešity dále také metodické příručky pro učitele ke konkrétním učebnicím, nebo jiné odborné knihy [17].

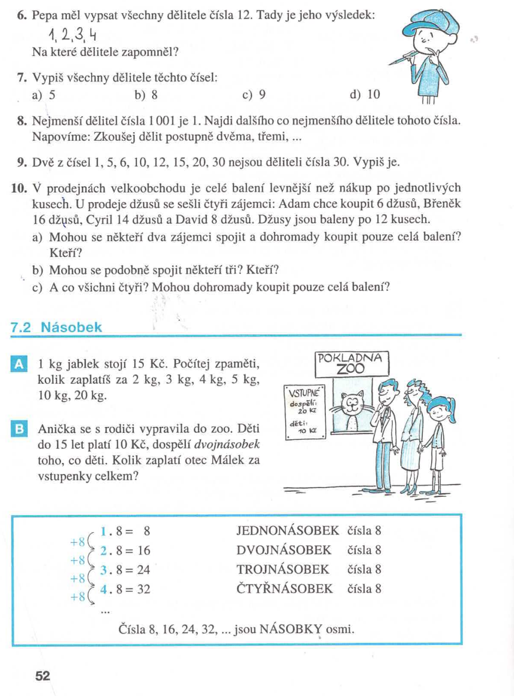
Autory druhé analyzované učebnice jsou doc. RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc. a doc. RNDr. Jiří Kadleček, CSc. V roce 1996 MŠMT ČR schválilo zpracování této knihy podle učebních osnov vzdělávacího programu ZÁKLADNÍ ŠKOLA a o rok později byla zařazena do seznamu učebnic pro základní školy [15]. Obálka učebnice je uvedena v kapitole 2.2.2 na obrázku 8.

Jak již bylo výše zmíněno, právě tuto učebnici využívají učitelé na 21. ZŠ. Autoři sepsali tři díly učebnice pro 6. ročník, 1. díl Opakování z aritmetiky a geometrie, 2. díl Desetinná čísla, Dělitelnost a 3. díl Úhel trojúhelník, osová souměrnost, krychle a kvádr je věnován geometrii.

Zkoumaná učebnice je rozdělena do devíti kapitol. V závěru učebnice jsou navíc uvedeny výsledky příkladů. Tématu dělitelnost jsou věnovány dvě velké kapitoly. První z nich se nazývá Dělitel a násobek. Zahrnuje výuku o pojmech dělitel, násobek a kritéria dělitelnosti dvěma, třemi, pěti a deseti. V souvislosti s tradičním vyučováním dělitelnosti přirozených čísel na základních školách je třeba vytknout, že v této učebnici chybí kritéria dělitelnosti čtyřmi, šesti, osmi a devíti. Tento nedostatek je napraven v pracovním sešitě, což bude podrobněji rozebráno v další části textu. Druhá kapitola zahrnuje učivo největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku a spolu s tím další související pojmy (prvočísla, čísla složená, společné dělitelé a společné násobky).

Tato učebnice neobsahuje typicky vyřešené motivační příklady, které jsou složené ze zadání, zápisu, řešení a odpovědi. Naopak úvodní motivační příklady jsou pojaty velmi netradičním způsobem – jsou nejčastěji označeny písmeny od A do G. Většinou se jedná o typy příkladů, jakou jsou např. slovní úlohy, v nichž je položeno několik otázek, na které mají žáci odpovědět, a díky kterým postupně sami dojdou ve spolupráci s učitelem k výkladu nového učiva. Ukázku jednoho netradičního motivačního příkladu zobrazuje obrázek 13 (příklad A a B).

Obrázek 13: Motivační příklad z učebnice Matematika [2] pro 6. ročník základní školy – Desetinná čísla, Dělitelnost [15]



6. Pepa měl vypsat všechny dělitele čísla 12. Tady je jeho výsledek:

1, 2, 3, 4

Na které dělitele zapomněl?

7. Vypiš všechny dělitele těchto čísel:
a) 5 b) 8 c) 9 d) 10

8. Nejmenší dělitel čísla 1 001 je 1. Najdi dalšího co nejmenšího dělitele tohoto čísla. Napovíme: Zkoušej dělit postupně dvěma, třemi, ...

9. Dvě z čísel 1, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 nejsou děliteli čísla 30. Vypiš je.

10. V prodejnách velkoobchodu je celé balení levnější než nákup po jednotlivých kusech. U prodeje džusů se sešli čtyři zájemci: Adam chce koupit 6 džusů, Břeněk 16 džusů, Cyril 14 džusů a David 8 džusů. Džusy jsou baleny po 12 kusech.
a) Mohou se někteří dva zájemci spojit a dohromady koupit pouze celá balení? Kteří?
b) Mohou se podobně spojit někteří tři? Kteří?
c) A co všichni čtyři? Mohou dohromady koupit pouze celá balení?

7.2 Násobek

A 1 kg jablek stojí 15 Kč. Počítej zpaměti, kolik zaplatíš za 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg, 10 kg, 20 kg.

B Anička se s rodiči vypravila do zoo. Děti do 15 let platí 10 Kč, dospělí *dvojnásobek* toho, co děti. Kolik zaplatí otec Málek za vstupenky celkem?

1 . 8 = 8	JEDNONÁSOBEK čísla 8
+8 → 2 . 8 = 16	DVOJNÁSOBEK čísla 8
+8 → 3 . 8 = 24	TROJNÁSOBEK čísla 8
+8 → 4 . 8 = 32	ČTYŘNÁSOBEK čísla 8
+8 → ...	

Čísla 8, 16, 24, 32, ... jsou NÁSOBKY osmi.

52

V ideálním případě by žáci nejdříve počítali příklad A, ze kterého by částečně získali povědomí o násobcích. Pokud mají vypočítat cenu např. 2 kg jablek, musí cenu za 1 kg vynásobit číslem 2. Stejně by postupovali i v počítání 3 kg, 4 kg jablek atd. Nové poznatky z příkladu A by aplikovali na příklad B a byli by schopni vypočítat správný výsledek. Celý motivační příklad by zakončili vysvětlením pojmem násobek.

Dle mého názoru je zařazení těchto typů motivačních příkladů dobré pro větší rozvoj žákova myšlení a obecně vede k větší samostatnosti. Jiný typ motivačního příkladu (zahrnující zadání, zápis, řešení, případně odpověď) je v učebnici také. Konkrétně se jedná o algoritmus počítání největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku.

Ve dvou kapitolách o dělitelnosti je celkem 42 příkladů značených od A do G. Po úvodních příkladech následuje poučka konkrétního pojmu a jeho vysvětlení a na závěr příklady určené k procvičení nového učiva, kterých je ve dvou zmíněných kapitolách celkem 96. Zadání příkladů se střídá. Některé příklady jsou zadané jako slovní úloha, jiné naopak i jednodušeji např. v [14] strana 58 příklad 5a „Zapiš největší dvojciferné číslo, které je sudé.“ Náročnost příkladů nelze na první pohled snadno určit, jelikož komplexnější příklady nejsou označeny žádným speciálním symbolem, jako tomu bylo v předchozí učebnici. Přesto příklady jsou vymyšleny tak, aby v rámci výuky obohatily žákovy vědomosti a schopnosti.

Učebnice není vzhledově příliš atraktivní, jelikož je v ní využita pouze černá barva textu a modrá barva nadpisů. Navzdory tomu je učebnice graficky dobře zpracovaná a její rozložení usnadňuje žákovu a učitelovu orientaci. Definice a výklad nového pojmu jsou označeny ohraničeným modrým rámečkem či rámečkem s modrou výplní. Nadpis kapitol je od textu odlišen stylem – barva, velikost písma a tučné zvýraznění.

Jak již bylo výše zmíněno, autoři učebnic vytvořili též pracovní sešity k této sérii učebnic matematiky, avšak zpracování je odlišné od klasických pracovních sešitů, do nichž žáci řeší různé typy příkladů. Pracovní sešit z matematiky – Soubor úloh pro 6. ročník základní školy od autorů Odvárka a Kadlečka připomíná více sbírku úloh, jak je již patrné ze samotného názvu knihy. V návaznosti na výše uvedený text je potřeba zmínit, že pracovní sešit je obohacen o kritéria dělitelnosti čtyřmi, šesti, osmi a devíti, jež v učebnici chybí. Doplnění pracovního sešitu ovšem nenahrazuje chybějící téma v učebnici, jelikož pracovní sešit není vždy povinnou využívanou didaktickou pomůckou na základních školách. Oproti ostatním učebnicím je v pracovním sešitu přidáno ještě kritérium dělitelnosti dvaceti pěti a stem.

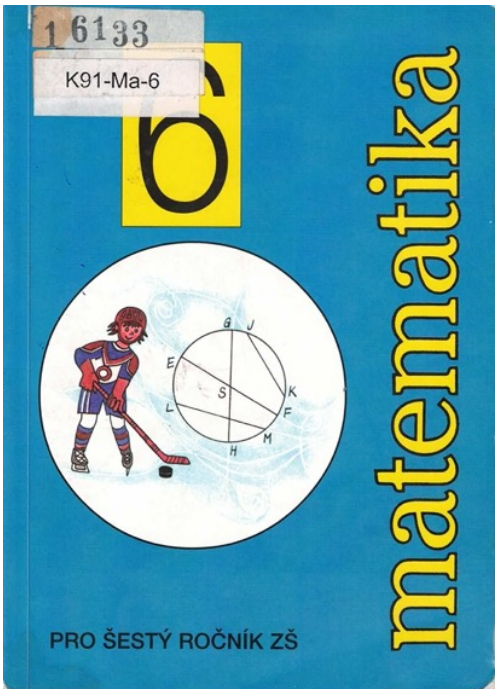
3.3 MATEMATIKA PRO ŠESTÝ ROČNÍK ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Následující učebnice byla vydána nakladatelstvím Fortuna, které bylo blíže představeno v kapitole 3.1. Autory učebnice jsou PaedDr. Jana Coufalová, CSc., Mgr. Šárka Pěchoučková, Mgr. Miroslav Lávička a RNDr. Jiří Potůček, CSc. Učebnice byla schválena MŠMT roku 1998 a následně byla přidána do rejstříku učebnic pro základní školy [5]. Titulní obálku učebnice ztvárňuje obrázek 14, ale je potřebné zmínit, že se jedná o první vydání učebnice.

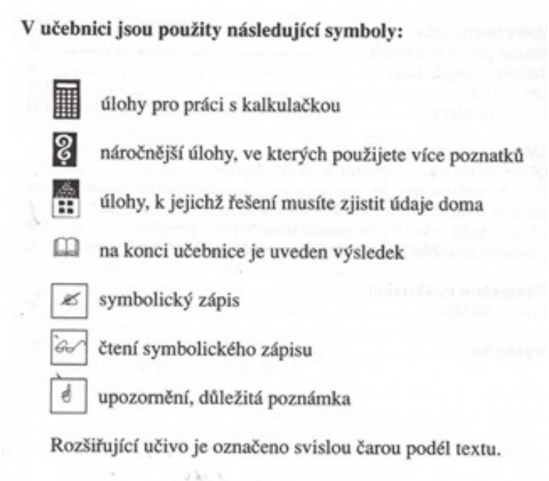
Učebnice je členěna do devíti kapitol, přičemž šest kapitol představuje konkrétní tematické celky (jedním z nich je též tematický celek dělitelnost přirozených čísel). První kapitola je věnována opakování učiva z 5. ročníku, předposlední kapitola závěrečnému opakování a v poslední kapitole jsou uvedeny výsledky příkladů z učebnice.

Pro přehlednost a lepší orientaci v učebnici samotné je na začátku uveden seznam použitých symbolů, které se v učebnici objevují. Jednotlivé symboly a jejich význam je uveden na obrázku 15.

Obrázek 14: Titulní obálka učebnice Matematika pro 6. ročník základní školy [5]



Obrázek 15: Pomocné symboly použité v učebnici [5]


V učebnici jsou použity následující symboly:

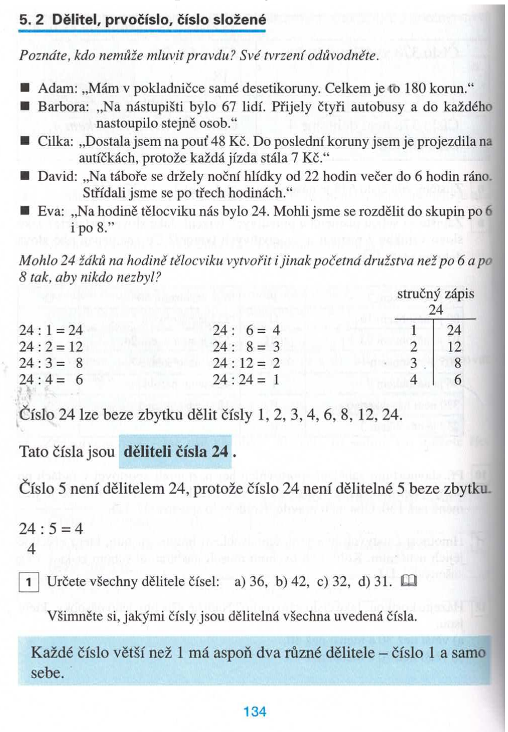
- úlohy pro práci s kalkulačkou
- náročnější úlohy, ve kterých použijete více poznatků
- úlohy, k jejichž řešení musíte zjistit údaje doma
- na konci učebnice je uveden výsledek
- symbolický zápis
- čtení symbolického zápisu
- upozornění, důležitá poznámka

Rozšiřující učivo je označeno svislou čarou podél textu.

V několika menších kapitolách jsou vysvětleny pojmy týkající se dělitelnosti (násobek, dělitel, prvočíslo, číslo složené, znaky dělitelnosti – dělitelnost dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, šesti, devíti a deseti, dále rozklad čísla na součin prvočísel, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel a krácení zlomků). V učebnici chybí definování kritéria dělitelnosti osmi. Tato učebnice byla vydána dříve, než bylo schváleno RVP ZV, podle něhož se řídí dnešní školství. I přes tento fakt je v učebnici zastoupeno všechno učivo, jež je definováno v RPV ZV v souvislosti s učivem dělitelnosti a očekávanými výstupy.

Každé téma začíná motivačním příkladem, který na úvod představuje učivo, o kterém budou následující stránky učebnice. U příkladů je uvedeno vždy zadání, zápis, případně ilustrační obrázek a nechybí ani řešení. Konkrétní motivační příklad z této učebnice znázorňuje obrázek 16. Příklad je spojen s učivem o děliteli, prvočísle a čísle složeném, jak již napovídá nadpis kapitoly.

Obrázek 16: Motivační příklad z Matematika pro šestý ročník základní školy [5]



5. 2 Dělitel, prvočíslo, číslo složené

Poznáte, kdo nemůže mluvit pravdu? Své tvrzení odůvodněte.

- Adam: „Mám v pokladničce samé desetikoruny. Celkem je to 180 korun."
- Barbora: „Na nástupišti bylo 67 lidí. Přijely čtyři autobusy a do každého nastoupilo stejně osob."
- Cilka: „Dostala jsem na pouť 48 Kč. Do poslední koruny jsem je projezdila na autíčkách, protože každá jízda stála 7 Kč."
- David: „Na táboře se držely noční hlídky od 22 hodin večer do 6 hodin ráno. Střídali jsme se po třech hodinách."
- Eva: „Na hodině tělocviku nás bylo 24. Mohli jsme se rozdělit do skupin po 6 i po 8."

Mohlo 24 žáků na hodině tělocviku vytvořit i jinak početná družstva než po 6 a po 8 tak, aby nikdo nezbyl?

24 : 1 = 24
24 : 2 = 12
24 : 3 = 8
24 : 4 = 6

24 : 6 = 4
24 : 8 = 3
24 : 12 = 2
24 : 24 = 1

stručný zápis

24	
1	24
2	12
3	8
4	6

Číslo 24 lze beze zbytku dělit čísly 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Tato čísla jsou **děliteli čísla 24**.

Číslo 5 není dělitelem 24, protože číslo 24 není dělitelné 5 beze zbytku.

24 : 5 = 4
4

1 Určete všechny dělitele čísel: a) 36, b) 42, c) 32, d) 31.

Všimněte si, jakými čísly jsou dělitelná všechna uvedená čísla.

Každé číslo větší než 1 má aspoň dva různé dělitele – číslo 1 a samo sebe.

134

Uvedený motivační příklad je, dle mého názoru, sestaven tak, aby si žáci v úvodu kapitoly připomněli a zopakovali dělení beze zbytku. Všechna tvrzení v motivačním příkladu navádí k tomu, aby žáci provedli podíl dvou čísel a zjistili, zda je dané číslo dělitelné druhým beze zbytku. Konkrétně v případě prvního tvrzení v [5] strana 134 (obrázek 16): „Adam: Mám v pokladničce samé desetikoruny. Celkem je to 180 korun."

- <u>Řešení</u>:

  $mince \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 10\ koruny$

  $\underline{celkem \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 180\ korun}$

  $180 : 10 = 18\ (zbytek\ 0)$

  Podíl je beze zbytku, tedy Adamovo tvrzení je pravdivé.

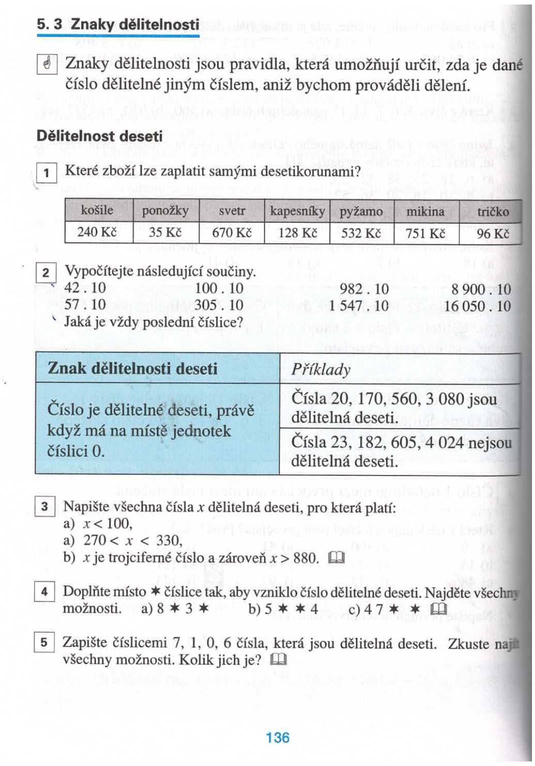
Stejným způsobem by se postupovalo i v řešení dalších tvrzení. Obdobným způsobem jsou uvedeny i další motivační příklady v ostatních kapitolách, díky kterým si žáci zopakují již osvojené učivo, nebo se seznámí s učivem, o němž se budou následně učit. Tyto příklady jsou většinou vyřešené, jelikož slouží i jako vzorové příklady pro žáky.

Po motivačním příkladu následuje již téma samotné. Jsou zde uvedeny definice či poučky, které by si měli žáci zapamatovat. Ty jsou, dle mého názoru, jednoznačné a dobře srozumitelné. Následuje série příkladů sloužící k pochopení, ukotvení a procvičení daného učiva. Většina příkladů z celkového počtu 123 je uvedena od nejjednodušších, v nichž je uplatňováno méně početních prvků, a postupují ke složitějším, u nichž je potřeba použít více poznatků žáka. Složitější příklady jsou označeny speciálním symbolem (otazníkem), který označuje komplikovanější příklad, ve kterém je nutno použít více nabytých vědomostí. Tyto úlohy jsou určeny tedy zejména k tomu, aby žáci byli schopni propojit staré a nové učivo.

Druh zadání příkladů je rozdílný. U jednoduchých úloh se jedná spíše o typy příkladů „vypiš“, „urči“, „najděte“ atd. Konkrétním příkladem je např. v [5] strana 147 příklad 2: „Určete první tři společné násobky čísel: a) 3, 4, b) 5, 6, c) 2, 7, d) 4, 6“. Těmito příklady si žáci procvičí především princip počítání daného učiva. Nejedná se o komplexní příklady, u kterých by měli využít více znalostí a vědomostí z předchozího studia. Naopak náročnější příklady jsou zadány např. jako slovní úloha v [5] strana 149 příklad 14: „Tři auta vozila z pískovny písek na stavbu dálnice. Každé jezdilo na jiný úsek stavby, proto se první vracelo 40 minut, druhé za hodinu a třetí dokonce za 1 hodinu 20 minut. V kolik hodin se auta opět potkají v pískovně, když se naposledy setkala v 8 hodin?“ Při řešení slovních úloh se musí dodržovat základní pravidla, propojuje se teoretická znalost s praktickým využitím, proto mohou být slovní úlohy pro žáky obtížnější.

Po grafické stránce je učebnice zpracována velmi jednoduše. V učebnici je použito málo barev. Text je klasicky černou barvou, nadpisy kapitol jsou také černě, a navíc zvýrazněné tučně s modrým podtržením. Pro představu použití grafického zpracování učebnice je níže uveden obrázek 17. Na obrázky je také použita pouze modrá či černá barva. Definice a poučky jsou vždy ve vybarveném modrém rámečku zřejmě proto, aby bylo na první pohled viditelné, co je v konkrétní kapitole důležité a co si mají žáci zapamatovat a naučit.

Obrázek 17: Grafická ukázka učebnice [5]



5. 3 Znaky dělitelnosti

Znaky dělitelnosti jsou pravidla, která umožňují určit, zda je dané číslo dělitelné jiným číslem, aniž bychom prováděli dělení.

Dělitelnost deseti

1 Které zboží lze zaplatit samými desetikorunami?

košile	ponožky	svetr	kapesníky	pyžamo	mikina	tričko
240 Kč	35 Kč	670 Kč	128 Kč	532 Kč	751 Kč	96 Kč

2 Vypočítejte následující součiny.
42 . 10   100 . 10   982 . 10   8 900 . 10
57 . 10   305 . 10   1 547 . 10   16 050 . 10
Jaká je vždy poslední číslice?

Znak dělitelnosti deseti	*Příklady*
Číslo je dělitelné deseti, právě když má na místě jednotek číslici 0.	Čísla 20, 170, 560, 3 080 jsou dělitelná deseti.
	Čísla 23, 182, 605, 4 024 nejsou dělitelná deseti.

3 Napište všechna čísla x dělitelná deseti, pro která platí:
a) $x < 100$,
a) $270 < x < 330$,
b) x je trojciferné číslo a zároveň $x > 880$.

4 Doplňte místo ✶ číslice tak, aby vzniklo číslo dělitelné deseti. Najděte všechny možnosti. a) 8 ✶ 3 ✶ b) 5 ✶ ✶ 4 c) 4 7 ✶ ✶

5 Zapište číslicemi 7, 1, 0, 6 čísla, která jsou dělitelná deseti. Zkuste najít všechny možnosti. Kolik jich je?

136

Učebnice pro 6. ročník základní školy náleží do série učebnic, které slouží k výuce matematiky na 2. stupni základních škol. Učebnice jsou vydané i pro 7. – 9. ročník. Pro tuto ucelenou řadu učebnice není vytvořena série pracovních sešitů, přestože série učebnic navazuje na řadu učebnic pro 1. stupeň základních škol, pro které pracovní sešity vytvořené jsou. Dle mého názoru není absence pracovních sešitů velká překážka, jelikož v samotné učebnici je velké množství příkladů, které slouží k procvičování, a tím pádem nahrazují funkci pracovního sešitu.

V případě srovnání teoretické a praktické části učebnice je na první pohled očividné, že převažuje praktická stránka. Učebnice disponuje daleko větším množstvím praktických příkladů oproti definicím a poučkám.

3.4 MATEMATIKA 6 – ARITMETIKA

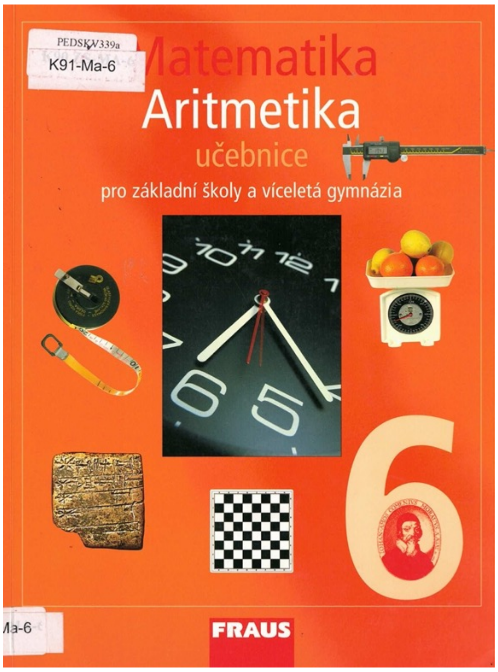
V pořadí čtvrtá zkoumaná učebnice byla vydaná nakladatelstvím Fraus, které vzniklo v roce 1990 v Plzni. Dle nakladatelství mají jejich vydané knihy žáky především motivovat k rozvoji myšlení, bádání jak ve školním prostředí, tak následně i v osobním životě. Fraus je velmi inovativní nakladatelství vydávající nejen ucelené řady tištěných učebnic, pracovní sešity, příručky pro učitele, ale také interaktivní a hybridní učebnice či pracovní sešity. Vydává učebnice pro základní školy, víceleté gymnázia, střední školy a též pro jazykové školy.

S rozvojem vzdělávání je mnoho výukových materiálů převedeno do digitální podoby, aby bylo více dostupné pro všechny uživatele [7].

V průběhu let bylo nakladatelství organizátorem několika projektů, díky kterým je snadnější do škol zavádět modernější didaktické postupy, technologie, využívat více online učebnice či výukové materiály místo tištěné formy didaktických pomůcek. V rámci těchto projektů lze jmenovat VZDĚLÁVÁNÍ21, Flexibooks, Škola s nadhledem nebo internetový portál Fred [7].

Autory učebnice jsou RNDr. Helena Binterová, doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc. a prof. RNDr. Pavel Tlustý. V roce 2007 byla učebnice s platnou šestiletou doložkou schválena MŠMT a přidána do seznamu učebnic pro základní školy. Obrázek 18 představuje náhled obálky této učebnice [2].

Obrázek 18: Titulní obálka učebnice Matematika 6 – Aritmetika [2]



V úvodu učebnice je uvedena legenda symbolů, které jsou v učebnici použity pro snadnější orientaci stejně jako v učebnici od autorů Coufalové, Pěchoučkové, Lávičky a Potůčka.

Probírané učivo související s dělitelností je obsaženo v jedné souhrnné kapitole nazvané dělitelnost přirozených čísel z celkových pěti kapitol učebnice. Touto kapitolou se žáci naučí pojmy dělitel, násobek, vlastnosti dělitelnosti představující kritéria dělitelnosti přirozených čísel (konkrétně dělitelnost dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, devíti a deseti), dále rozdíl mezi prvočísly a čísly složenými, největší společný dělitel či nejmenší společný násobek. I v této učebnici nejsou uvedena všechna kritéria dělitelnosti, konkrétně chybí kritérium dělitelnosti šesti a osmi. RVP ZV bylo již platné v době publikování této učebnice, proto by učivo této učebnice mělo být v souladu s RVP ZV a podle výše uvedeného, tomu opravdu tak je.

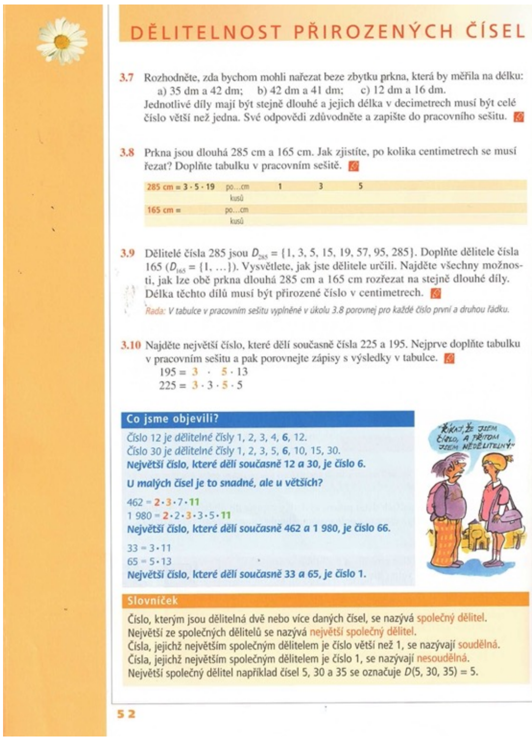
Při bližším prozkoumání autorka nenalezla v každém tématu klasický motivační příklad zahrnující zadání, zápis, řešení a odpověď, který by žákům uvedl následné probírané učivo. Nicméně i tato učebnice obsahuje řešené příklady, které jsou označeny symbolem „žárovka – vysvětlení“ usnadňující pochopení daného učiva. Vyřešené příklady jsou v kapitole o dělitelnosti přirozených čísel pouze tři.

Každá část obsahuje celou řadu příkladů, díky kterým je možné ověřit znalosti žáků a také je prohloubit. Autoři učebnice dále také přidali příklady označené zvláštními symboly („brýle – zamysli se“, „oko – pozorování“ či „pavučina – hledání souvislostí“) doplňující příklady určené k procvičení. Celkový počet příkladů k procvičení učiva je 44.

Jako v ostatních učebnicích i v této je zadání příkladů rozmanité, některé příklady jsou zadány frázemi např. „napište“, „rozhodněte“, nebo „vypočítej“, jiné naopak slovní úlohou. Druh zadání příkladů se v průběhu kapitoly střídá, stejně tak jejich náročnost. Obecně jsou v úvodu nového učiva zařazeny méně náročné příklady a dále se jejich náročnost zvyšuje. Není to však vždy pravidlem. Důkazem je slovní úloha 1.10 v [2] strana 40: „Chceme odměřit 450 ml mléka a 900 ml vody odměrkou s objemem 150 ml. Kolikrát naplníte odměrku mlékem a kolikrát vodou? Jaký celkový objem tekutiny přelijte? Kolika odměrkami přelijete celkový objem tekutiny?“ Tato úloha by pro žáky neměla být náročná, jelikož v předchozím studiu měli zvládnout dělení přirozených čísel. Úloha je zaměřená spíše na prohloubení poznatků o dělitelnosti součtu a součinu. V některých příkladech se vyskytuje navíc poznámka „rada“, která čtenáři napovídá v postupu řešení dané úlohy, nebo odkazuje na určité příklady v pracovním sešitě, které rozšiřují učivo učebnici.

V porovnání s předchozími analyzovanými učebnicemi, je tato odlišná ve způsobu vysvětlení nových pojmů. Definici označenou „slovníček“ předchází série příkladů a speciální část „Co jsme objevili?“ (obrázek 19). Způsob odvozování od konkrétního příkladu k obecné definici by měl vést ke snadnějšímu pochopení učiva a zároveň rozvoji logického myšlení žáků. Tento princip odvozování je pro žáky rozhodně efektivnější v rámci učiva, protože si snadněji zapamatují poučku, kterou sami odvodili s pomocí učitele.

Obrázek 19: Ukázka z učebnice Matematika 6 – Aritmetika [2]



DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL

3.7 Rozhodněte, zda bychom mohli nařezat beze zbytku prkna, která by měřila na délku:
a) 35 dm a 42 dm; b) 42 dm a 41 dm; c) 12 dm a 16 dm.
Jednotlivé díly mají být stejně dlouhé a jejich délka v decimetrech musí být celé číslo větší než jedna. Své odpovědi zdůvodněte a zapište do pracovního sešitu.

3.8 Prkna jsou dlouhá 285 cm a 165 cm. Jak zjistíte, po kolika centimetrech se musí řezat? Doplňte tabulku v pracovním sešitě.

285 cm = 3 · 5 · 19	po...cm	1	3	5
	kusů			
165 cm =	po...cm			
	kusů			

3.9 Dělitelé čísla 285 jsou $D_{285} = \{1, 3, 5, 15, 19, 57, 95, 285\}$. Doplňte dělitele čísla 165 ($D_{165} = \{1, \ldots\}$). Vysvětlete, jak jste dělitele určili. Najděte všechny možnosti, jak lze obě prkna dlouhá 285 cm a 165 cm rozřezat na stejně dlouhé díly. Délka těchto dílů musí být přirozené číslo v centimetrech.
Rada: V tabulce v pracovním sešitu vyplněné v úkolu 3.8 porovnej pro každé číslo první a druhou řádku.

3.10 Najděte největší číslo, které dělí současně čísla 225 a 195. Nejprve doplňte tabulku v pracovním sešitu a pak porovnejte zápisy s výsledky v tabulce.
$195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$
$225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

Co jsme objevili?

Číslo 12 je dělitelné čísly 1, 2, 3, 4, **6**, 12.
Číslo 30 je dělitelné čísly 1, 2, 3, 5, **6**, 10, 15, 30.
Největší číslo, které dělí současně 12 a 30, je číslo 6.

U malých čísel je to snadné, ale u větších?

$462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$
$1\,980 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$
Největší číslo, které dělí současně 462 a 1 980, je číslo 66.

$33 = 3 \cdot 11$
$65 = 5 \cdot 13$
Největší číslo, které dělí současně 33 a 65, je číslo 1.

Slovníček

Číslo, kterým jsou dělitelná dvě nebo více daných čísel, se nazývá společný dělitel.
Největší ze společných dělitelů se nazývá největší společný dělitel.
Čísla, jejichž největším společným dělitelem je číslo větší než 1, se nazývají soudělná.
Čísla, jejichž největším společným dělitelem je číslo 1, se nazývají nesoudělná.
Největší společný dělitel například čísel 5, 30 a 35 se označuje $D(5, 30, 35) = 5$.

52

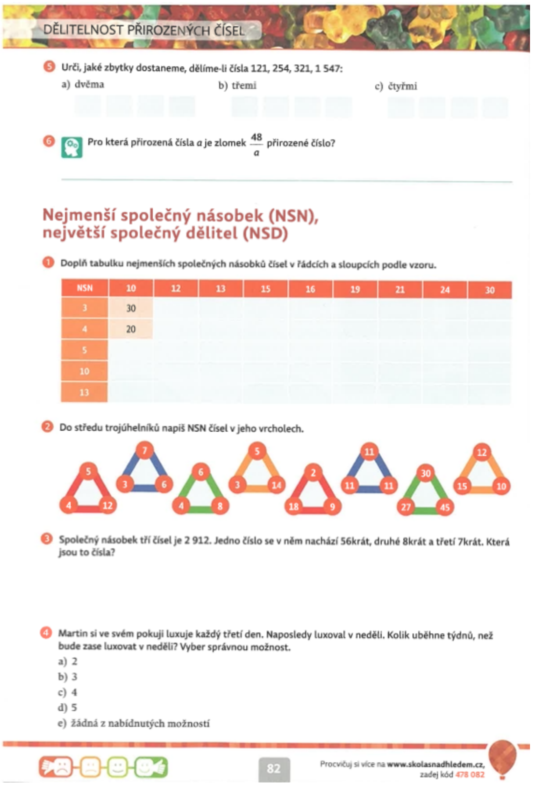
Učebnice je vzhledově o něco více atraktivnější než předchozí učebnice. Na první pohled je přehledná. Nadpisy jsou odlišeny jiným stylem písma od normálního textu, tudíž je snadné se v ní orientovat. Učebnice není zbytečně přehlcena barevnými kombinacemi, tím pádem by pro žáky mohla být vhodnou učební pomůckou. Jak již bylo výše zmíněno, autoři do učebnice vložili oddíl „Co jsme objevili?", jež je graficky vždy označen modře a „slovníček" vysvětlující nové učivo, který je v oranžovém rámečku. Některé úlohy jsou doplněny o barevné ilustrace, které usnadňují představu probíraného učiva. Jako v předchozích vybraných učebnicích i v této převažují příklady k procvičování nad definicemi.

Nakladatelství Fraus vydalo v roce 2007 jak kompletní sérii učebnic matematiky pro druhý stupeň základní škol a víceletých gymnázií, tak pracovní sešity, jejichž funkce je zejména procvičovací. Jako doplněk ke studiu se v pracovních sešitech se nachází příloha obsahující přehled učiva, slouží jako přehledný výukový materiál, v němž je podstatné učivo shrnuto na jednom místě. V pracovním sešitě je mnoho příkladů zaměřených na téma dělitelnost, které se liší v typu zadání úlohy či náročností.

Na začátku kapitoly 3.4 bylo zmíněno, že nakladatelství Fraus je organizátorem projektu Škola s nadhledem. V rámci tohoto projektu vznikl nový hybridní pracovní sešit vydaný v roce 2019, který je propojen s webovým portálem wwww.skolasnadhledem.cz. Novinka v podobě hybridního pracovního sešitu je velkou výhodou pro žáky, kteří mohou své znalosti ještě dále prohlubovat, procvičovat a ověřovat i v rámci online interaktivních cvičení, ve kterých získají okamžitou zpětnou vazbu svých znalostí.

Jak je patrné z obrázku 20, pracovní sešit obsahuje mnoho příkladů zadaných jinou formou než v učebnici. Jde zejména zábavnou formou (obrázky, doplňovačky, tabulky), dále schémata či slovní úlohy. Navíc jsou zde zařazeny náročnější úlohy, které jsou vyznačené speciálním symbolem. Přínosem je také tabulka sebehodnocení v podobě smajlíků, kterou si mohou žáci individuálně vyplnit. Sebehodnocení je dobré hlavně pro seberozvoj, aby se žáci naučili hodnotit z pohledu vlastních znalostí bez ohledu na to, jak jsou klasifikováni ve škole.

Obrázek 20: Ukázka z pracovního sešitu Matematika 6 s nadhledem 2v1 [22]



DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL

5 Urči, jaké zbytky dostaneme, dělíme-li čísla 121, 254, 321, 1 547:

a) dvěma b) třemi c) čtyřmi

6 Pro která přirozená čísla a je zlomek $\frac{48}{a}$ přirozené číslo?

Nejmenší společný násobek (NSN), největší společný dělitel (NSD)

1 Doplň tabulku nejmenších společných násobků čísel v řádcích a sloupcích podle vzoru.

NSN	10	12	13	15	16	19	21	24	30
3	30								
4	20								
5									
10									
13									

2 Do středu trojúhelníků napiš NSN čísel v jeho vrcholech.

5, 4, 12 · 7, 3, 6 · 6, 4, 8 · 5, 3, 14 · 2, 18, 9 · 11, 11, 11 · 30, 27, 45 · 12, 15, 10

3 Společný násobek tří čísel je 2 912. Jedno číslo se v něm nachází 56krát, druhé 8krát a třetí 7krát. Která jsou to čísla?

4 Martin si ve svém pokuji luxuje každý třetí den. Naposledy luxoval v neděli. Kolik uběhne týdnů, než bude zase luxovat v neděli? Vyber správnou možnost.

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) žádná z nabídnutých možností

82

Procvičuj si více na www.skolasnadhledem.cz, zadej kód 478 082

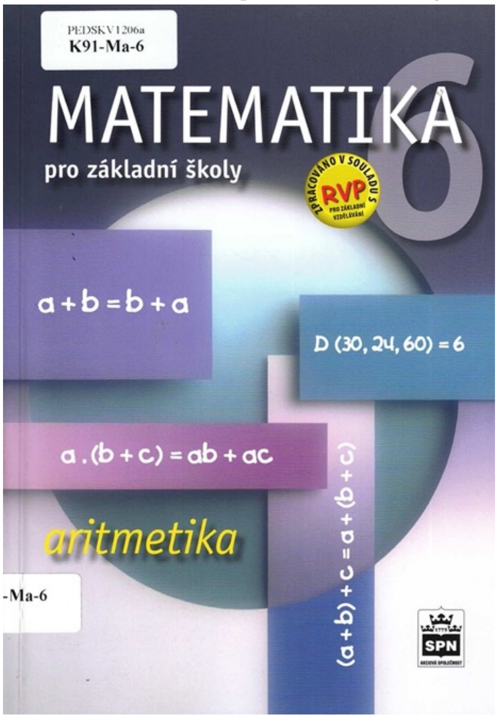
3.5 MATEMATIKA 6 PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLY – ARITMETIKA

Učebnici Matematika 6 pro základní školy – aritmetika vydalo vydavatelství SPN – pedagogické nakladatelství a. s., které vzniklo v roce 1994 v Praze. Čtvrté nakladatelství zmíněné v této kvalifikační práci má dlouholetou historii, která sahá až do dob Marie Terezie. V průběhu let se název několikrát změnil, dříve bylo toto nakladatelství známo např. pod názvem Státní pedagogické nakladatelství. Jako ostatní výše zmíněná nakladatelství publikuje nejen učebnice pro základní a střední školy, ale také knihy pro veřejnost.

V roce 2021 proběhla velká změna a několik českých nakladatelstvích se stalo vzájemnými partnery. Nakladatelství Fortuna zmíněné v kapitole 3.1 se spojilo s SPN – pedagogickým nakladatelstvím a. s., nakladatelstvím České geografické společnosti s. r. o. a Kartografie Praha a. s. [20].

Autory učebnice Matematika 6 pro základní školy – aritmetika jsou prof. RNDr. Zdeněk Půlpán, CSc. a Mgr. Michal Čihák, Ph.D. Jejich kniha byla vydána poprvé v roce 2007 nakladatelstvím SPN a. s. s platnou doložkou schválenou MŠMT na 6 let. V roce 2013 byla doložka MŠMT prodloužena opět o dalších 6 let. [18] Pro účely této diplomové práce byla vybrána nejnovější verze učebnice z roku 2019 zobrazena na obrázku 21.

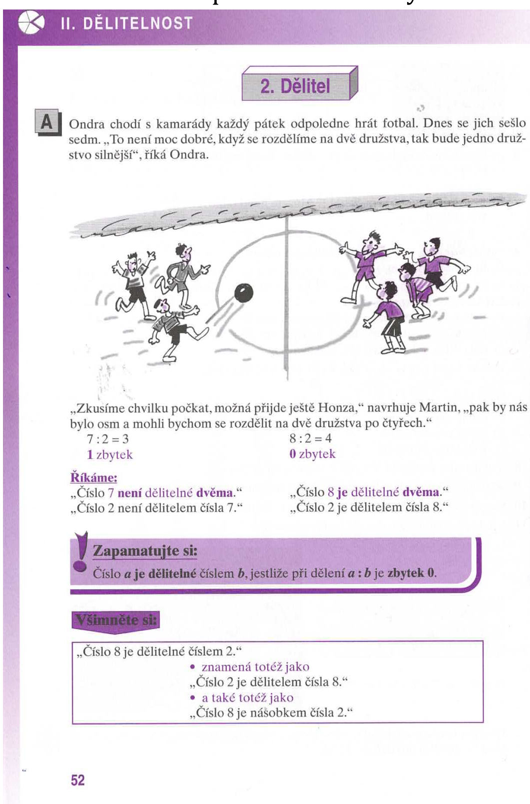
Obrázek 21: Titulní obálka učebnice Matematika 6 pro základní školy – aritmetika [18]



Obsah učebnice je rozdělen do šesti kapitol: I. opakování, II. dělitelnost, III. desetinná čísla, IV. jednotky délky, hmotnosti a obsahu, V. násobení a dělení desetinných čísel a VI. závěrečné opakování. V závěru učebnice jsou výsledky příkladů z jednotlivých kapitol. Jelikož téma dělitelnost zahrnuje podkapitoly násobek, dělitel, dělitelnost dvěma, třemi, pěti, devíti a deseti, prvočísla, čísla složená, společní dělitelé včetně největšího společného dělitele a společné násobky včetně nejmenšího společného násobku, je učebnice v souladu s RVP ZV. I přesto že v učebnici jsou všechny důležité pojmy stanovené RVP ZV definované očekávanými výstupy, tak v učebnici scházejí kritéria dělitelnosti čtyřmi, šesti a osmi.

Jednotlivá témata v kapitole o dělitelnosti jsou rozdělena do částí označených písmeny abecedy (viz obrázek 22). Střídání písmen abecedy naznačuje střídání výkladu nového učiva a cvičení určených k procvičování. Interpretace nového učiva zahrnuje motivační příklad, jež je též možné vidět na následujícím obrázku, a další doplňkové úkoly či příklady. Úloha obsahuje zadání, ilustrační obrázek a řešení, které vede žáky k novým poznatkům o konkrétní matematické problematice. Dle mého názoru je motivační příklad srozumitelný, žáci by si z něj měli zopakovat rozdíl dělení beze zbytku oproti dělení se zbytkem a zároveň tento příklad uvádí do nové problematiky o děliteli přirozeného čísla.

Obrázek 22: Motivační příklad z Matematika 6 pro základní školy – aritmetika [18]


II. DĚLITELNOST

2. Dělitel

A Ondra chodí s kamarády každý pátek odpoledne hrát fotbal. Dnes se jich sešlo sedm. „To není moc dobré, když se rozdělíme na dvě družstva, tak bude jedno družstvo silnější“, říká Ondra.

„Zkusíme chvilku počkat, možná přijde ještě Honza,“ navrhuje Martin, „pak by nás bylo osm a mohli bychom se rozdělit na dvě družstva po čtyřech.“

7 : 2 = 3 | 8 : 2 = 4
1 zbytek | **0** zbytek

Říkáme:

„Číslo 7 **není** dělitelné **dvěma**.“ | „Číslo 8 **je** dělitelné **dvěma**.“
„Číslo 2 není dělitelem čísla 7.“ | „Číslo 2 je dělitelem čísla 8.“

Zapamatujte si:
Číslo ***a*** **je dělitelné** číslem ***b***, jestliže při dělení ***a* : *b*** je **zbytek 0**.

Všimněte si:

„Číslo 8 je dělitelné číslem 2.“
- znamená totéž jako

„Číslo 2 je dělitelem čísla 8.“
- a také totéž jako

„Číslo 8 je násobkem čísla 2.“

52

Znění definic a pouček stejně jako v ostatních zkoumaných učebnicích navazuje na motivační příklad. Mimo definice jsou v této učebnici oddíly „Všimněte si:“, ve kterých jsou uvedeny doplňkové informace a poznatky propojující více znalostí.

Po motivačním příkladu a definici následuje část „Cvičení“ zaměřená na procvičení nového učiva a upevnění nově nabytých poznatků. Příkladů určených k procvičení je v kapitole o dělitelnosti celkem 97. Zároveň je v této kapitole 16 doplňkových příkladů, které rozšiřují motivační příklad. Příklady jsou většinou uvedeny od nejjednodušších po nejsložitější. Snadnější příklady jsou nejčastěji zadány frázemi „určete“, „najděte“ či „zjistěte“ atd. Konkrétní příklad jednoduššího typu je v [18] strana 63 příklad 1: „Která z následujících čísel jsou prvočísla? Proč? $3, 5, 15, 19, 21, 22, 31, 36, 43, 49$.“ Slovní úlohy jsou sestaveny tak, aby žákům pomohly v rozvoji matematického a logického myšlení. V učebnici jsou zastoupeny jak jednodušší slovní úlohy – např. v [18] strana 55 příklad 17: „Ve třídě je 15 lavic, za každou mohou sedět dva žáci. Kolik může být ve třídě žáků, aby žádný z nich neseděl sám?“ tak obtížnější slovní úlohy označené symbolem hvězdička v [18] strana 73 příklad 7: „Lukáš s Jitkou dostali za úkol nakoupit občerstvení na školní závody. Lukáš, který kupoval jen samé limonády po 22,50 Kč, zaplatil u pokladny stejnou částku jako Jitka, která kupovala jen samé obložené housky po 25 Kč. Kolik limonád a obložených housek mohli nakoupit? Jaká byla celková cena nákupu?“

Grafická podoba učebnice je obdobná jako u učebnice autorů Coufalové, Pěchoučkové, Lávičky a Potůčka či učebnice napsaná autory Odvárkem a Kadlečkem. V knize se objevuje málo barev, konkrétně černá, šedá a fialová. Barevné zvýraznění je použité i v motivačních či vzorových příkladech, v nichž jsou zdůrazněny výsledky řešení či významné pojmy. Nadpisy jsou odlišeny stylem písma a vždy se nachází v šedém rámečku (obrázek 22). Definice jsou ve fialovém rámečku označené výrazem „Zapamatujte si:“ a další matematické poznatky se nachází v rámečku s fialovým ohraničením. Díky dobrému grafickému zpracování, značení a obsahovému rozložení je snadné se v učebnici orientovat pro všechny uživatele.

Matematika 6 pro základní školy – aritmetika je jedním ze dvou dílů učebnic matematiky pro 6. ročník vydané nakladatelstvím SPN a. s., druhý díl je specializovaný na geometrii. Ve stejné podobě (rozdělení aritmetika a geometrie) jsou napsány i ostatní učebnice věnované 7. – 9. ročníku. Ke všem učebnicím aritmetiky (popřípadě algebry) a geometrie pro všechny ročníky jsou vydané i pracovní sešity. Stejnojmenný pracovní sešit Matematika 6 pro základní školy – aritmetika zpracovaly autorky Mgr. Jitka Boušková a Mgr. Milena Brzoňová.

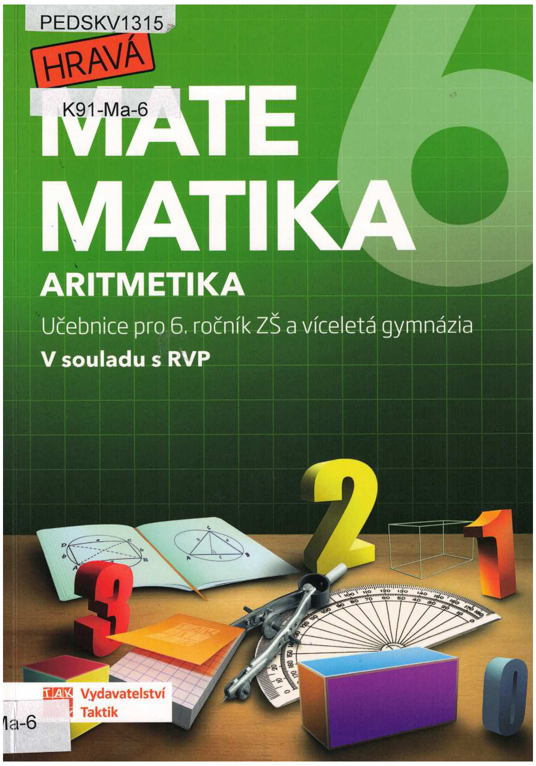
Pracovní sešit obsahuje kompletní učivo dělitelnosti. Na několika stránkách je mnoho příkladů k opakování a obohacení učiva. V tomto pracovním sešitě jsou navíc přidané úlohy označené „Pro bystré hlavy“, které jsou brány jako rozšiřující učivo či logicky složitější příklady. Tento pracovní sešit je další vhodnou didaktickou pomůckou, která by mohla doplňovat výuku, jelikož se v něm nachází jak podobné typy příkladů z učebnice, tak i odlišně zadané.

3.6 HRAVÁ MATEMATIKA 6 – ARITMETIKA

Učebnice s názvem Hravá matematika 6 – Aritmetika je šestou učebnicí, která byla použita k analýze pojetí tematického celku dělitelnost. Byla vydaná Vydavatelství Taktik, které vzniklo v roce 2007 na Slovensku. Do České republiky expandovalo o rok později a své sídlo má v Praze. Stejně jako předchozí vydavatelství, tak i Taktik vydává učebnice pro základní školy, víceletá gymnázia a střední školy. Mimo učebnice publikuje též pracovní sešity, elektronické studijní materiály či sbírky úloh k příjimacím zkouškám. Autoři se snaží držet krok s dobou a vydávat stále aktualizované verze učebnic, které pomáhají jak učitelům, tak žákům [23].

Autory šesté učebnice jsou Mgr. Blanka Matasová, Mgr. Irena Štaffová, Mgr. Milan Pobořil, Ph.D., Mgr. Kamil Šrubař, Mgr. Jiří Vojta a Ing. Monika Součková. První vydání Hravé matematiky je z roku 2019, avšak v následující kapitole je analyzované druhé vydání z roku 2020. V tomto roce učebnice byla schválena MŠMT s platnou doložkou, jež je platná šest let. Titulní obálka učebnice je viditelná na obrázku 23. Učebnice Hravá matematika 6 – Aritmetika je specializovaná pouze na aritmetiku a pro 6. ročník je vydaný i druhý díl Hravá matematika 6 – Geometrie [13].

Obrázek 23: Titulní obálka učebnice Hravá matematika 6 – Aritmetika [13]

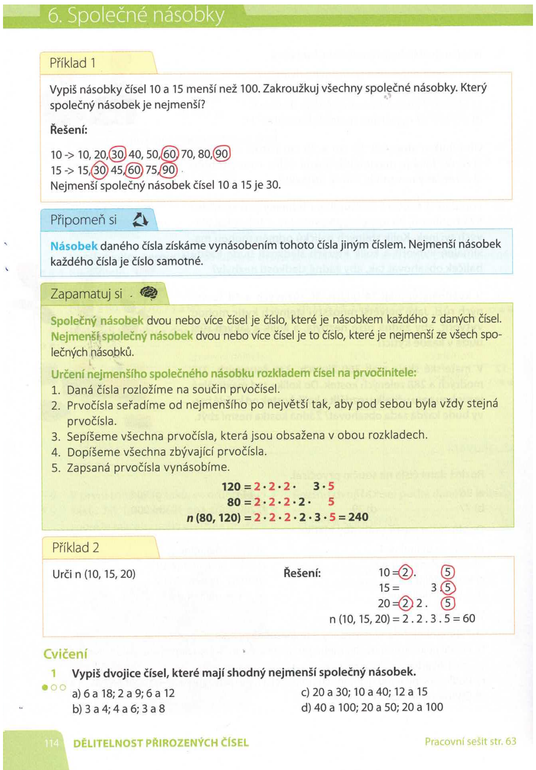


Učebnice je rozdělena do tří velkých částí. První je věnována opakování z 5. ročníku, druhá desetinným číslům a třetí dělitelnosti přirozených čísel. V závěru učebnice jsou uvedeny výsledky úloh. Pro snadnější orientaci v učebnici je třetí část rozvržena do dalších devíti kapitol. Šest kapitol zahrnuje učivo z RVP ZV (konkrétně dělitel, násobek, kritéria dělitelnosti dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, osmi, devíti a deseti, dále prvočísla a čísla složená, společní dělitelé, největší společný dělitel a na závěr společné násobky s nejmenším společným násobkem). Z výčtu chybějící kritérium dělitelnosti šesti je vysvětleno v souvislosti s pravidlem dělitelnosti součinu. Zbývající tři kapitoly jsou věnovány souhrnnému opakování dělitelnosti přirozených čísel, kontrolní tematické práci a projektu nazvané rodné číslo. Učebnice Hravá matematika 6 – Aritmetika je zpracována v souladu s RVP ZV, jelikož obsahuje všechny pojmy učiva.

Každá ze šesti kapitol věnována jednomu z výše zmíněných témat obsahuje úvodní motivační příklad včetně zadání, řešení odpovědi, popřípadě názorného obrázku konkretizující daný příklad. Motivační příklady jsou zpracovány tak, aby zároveň sloužily jako vzorové příklady. Motivační příklady jsou od zbývajících procvičovacích příkladů odlišeny značením. Jsou uvedeny názvem „Příklad 1“ a jejich počet je v kapitolách různý, neboť závisí na počtu vysvětlovaných pojmů v dané části.

Obrázek 24 zobrazuje 2 motivační příklady definující pojmy společný násobek a nejmenší společný násobek. V motivačním příkladu 1 je vyřešeno, jak se zjistí nejmenší společný násobek čísel bez použití algoritmu, což by pro žáky mělo být více názornější oproti konstatování a naučení algoritmu nazpaměť. Příklad je jednoduchý, dobře pochopitelný a mimo jiné také názorný.

Obrázek 24: Motivační příklad z Hravá matematika 6 – Aritmetika [13]



6. Společné násobky

Příklad 1

Vypiš násobky čísel 10 a 15 menší než 100. Zakroužkuj všechny společné násobky. Který společný násobek je nejmenší?

Řešení:

10 -> 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90
15 -> 15, 30, 45, 60, 75, 90
Nejmenší společný násobek čísel 10 a 15 je 30.

Připomeň si

Násobek daného čísla získáme vynásobením tohoto čísla jiným číslem. Nejmenší násobek každého čísla je číslo samotné.

Zapamatuj si

Společný násobek dvou nebo více čísel je číslo, které je násobkem každého z daných čísel. **Nejmenší společný násobek** dvou nebo více čísel je to číslo, které je nejmenší ze všech společných násobků.

Určení nejmenšího společného násobku rozkladem čísel na prvočinitele:

1. Daná čísla rozložíme na součin prvočísel.
2. Prvočísla seřadíme od nejmenšího po největší tak, aby pod sebou byla vždy stejná prvočísla.
3. Sepíšeme všechna prvočísla, která jsou obsažena v obou rozkladech.
4. Dopíšeme všechna zbývající prvočísla.
5. Zapsaná prvočísla vynásobíme.

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \quad 3 \cdot 5$$
$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \quad 5$$
$$n\,(80, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

Příklad 2

Urči n (10, 15, 20)

Řešení:

10 = 2 . 5
15 = 3 . 5
20 = 2 . 2 . 5
n (10, 15, 20) = 2 . 2 . 3 . 5 = 60

Cvičení

1 **Vypiš dvojice čísel, které mají shodný nejmenší společný násobek.**

a) 6 a 18; 2 a 9; 6 a 12
b) 3 a 4; 4 a 6; 3 a 8
c) 20 a 30; 10 a 40; 12 a 15
d) 40 a 100; 20 a 50; 20 a 100

114 DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL Pracovní sešit str. 63

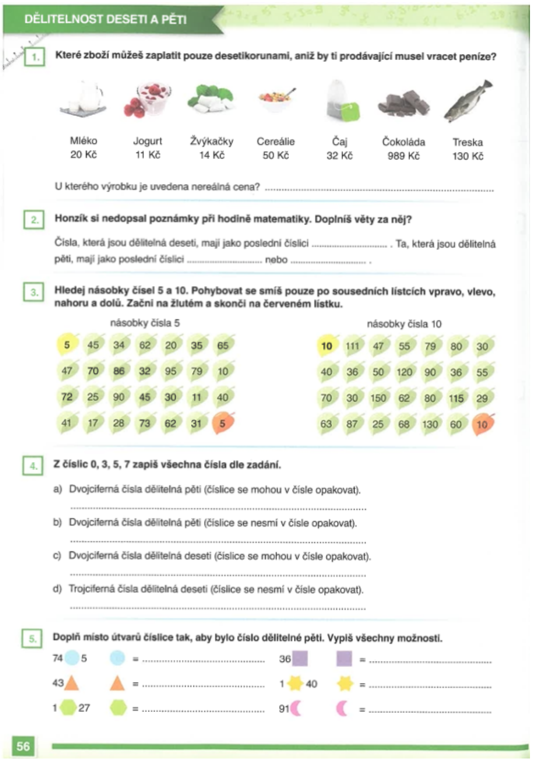
Po motivačním příkladu vždy následuje výklad nového učiva, konkrétně společný násobek a nejmenší společný násobek na obrázku 24. V rámci výkladu nového tématu je ve většině kapitol zařazena část „Připomeň si" obsahující již probrané učivo, jejíž znalost je podmínkou pro to nové. Jelikož učivo v matematice na sebe často navazuje a postupně se rozšiřuje, tak je tato část velmi vhodnou pomůckou pro žáky, ať už pro zopakování učiva, nebo pro případné doplnění zapomenutých informací. Definice jsou jako v ostatních analyzovaných učebnicích obecně srozumitelné. V některých je navíc přidán další řešený příklad pro názorné vysvětlení definice, např. algoritmus určení nejmenšího společného násobku rozkladem čísel na prvočinitele (obrázek 24).

V učebnici je celkem 99 procvičujících příkladů, které se liší svou náročností. Autoři využili možnosti označení náročnosti příkladů ve formě vyplněných zelených koleček u každého příkladu. Nejjednodušší úlohy jsou dle autorů učebnice označené jedním kolečkem, střední obtížnost značí dvě kolečka a tři kolečka znamenají nejtěžší obtížnost. Úlohy nejsou seřazeny jednoznačně od nejjednodušších po nejtěžší, ale náročnost příkladů se v průběhu kapitol střídá. Mění se i způsob zadání příkladů skrz obtížnost příkladů. Znění příkladů určených k zapamatování či porozumění učiva je uvedeno frázemi „ověř“, „urči“, „zjisti“, „vypiš“ atd., avšak v tomto typu příkladu jsou zastoupeny všechny úrovně náročnosti. Podobně i slovní úlohy jsou označeny jako méně náročné i obtížné zřejmě proto, aby žáci mohli v průběhu studia stále rozvíjet své matematické znalosti. Mimo klasické úlohy jsou zde zařazeny i jiné typy příkladů, zejména doplňování tabulek, rozhodnutí o pravdivosti tvrzení či spojování dvou tvrzení.

Na první pohled je učebnice graficky více atraktivní než ostatní učebnice. Tematické celky učebnic jsou barevně rozlišeny, kapitola týkající se dělitelnosti je zelenou barvou. Vzhledem k tomu, že všechny opěrné pojmy související s dělitelností jsou rozděleny do samostatných očíslovaných kapitol a tematické celky jsou barevně odlišné, tak je velmi snadné se v učebnici orientovat. Motivační příklady jsou vždy označeny žlutým rámečkem bez výplně s nadpisem „Příklad“. Část „Připomeň si“ je vždy v rámečku s modrým pozadím a výklad nového učiva v části „Zapamatuj si“ je v rámečku se zeleným pozadím. Autoři do učebnice zařadili ještě navíc zajímavosti související s probíraným učivem, které se vždy nachází v rámečku se žlutou výplní. Text v definicích je většinou též odlišen stylem písma od ostatního textu.

K učebnici Hravá matematika 6 – Aritmetika existuje i pracovní sešit, který obsahuje jak procvičovací příklady k učivu z výše analyzované učebnice, tak příklady z druhého dílu geometrie. Přílohou pracovního sešitu je souhrn definic, pouček a přehled probíraného učiva v 6. ročníku. Příklady v pracovním sešitu jsou jiné od příkladů uvedených v učebnici a celkem se v pracovním sešitě nachází 55 úloh. Podobně jako pracovní sešit vydaný nakladatelstvím Fraus, tak i součástí tohoto jsou různé typy příkladů, které jsou připraveny zábavnější formou pro žáky (obrázek 25). Některé příklady jsou označeny symbolem dvou ozubených koleček, které předpovídají vyšší náročnost daného příkladu. Konkrétně v tematickém celku dělitelnosti jsou tyto příklady zařazeny celkem tři. K učebnici a pracovnímu sešitu Hravá matematika 6 je navíc vydán Početník, který je určen k důkladnějšímu prohloubení a ukotvení učiva matematiky

Obrázek 25: Ukázka z pracovního sešitu Hravá matematika 6 [8]



DĚLITELNOST DESETI A PĚTI

1. Které zboží můžeš zaplatit pouze desetikorunami, aniž by ti prodávající musel vracet peníze?

Mléko 20 Kč, Jogurt 11 Kč, Žvýkačky 14 Kč, Cereálie 50 Kč, Čaj 32 Kč, Čokoláda 989 Kč, Treska 130 Kč

U kterého výrobku je uvedena nereálná cena? ....

2. Honzík si nedopsal poznámky při hodině matematiky. Doplníš věty za něj?

Čísla, která jsou dělitelná deseti, mají jako poslední číslici .... Ta, která jsou dělitelná pěti, mají jako poslední číslici .... nebo ....

3. Hledej násobky čísel 5 a 10. Pohybovat se smíš pouze po sousedních lístcích vpravo, vlevo, nahoru a dolů. Začni na žlutém a skonči na červeném lístku.

násobky čísla 5

5	45	34	62	20	35	65
47	70	86	32	95	79	10
72	25	90	45	30	11	40
41	17	28	73	62	31	5

násobky čísla 10

10	111	47	55	79	80	30
40	36	50	120	90	36	55
70	30	150	62	80	115	29
63	87	25	68	130	60	10

4. Z číslic 0, 3, 5, 7 zapiš všechna čísla dle zadání.

a) Dvojciferná čísla dělitelná pěti (číslice se mohou v čísle opakovat).
....
b) Dvojciferná čísla dělitelná pěti (číslice se nesmí v čísle opakovat).
....
c) Dvojciferná čísla dělitelná deseti (číslice se mohou v čísle opakovat).
....
d) Trojciferná čísla dělitelná deseti (číslice se nesmí v čísle opakovat).
....

5. Doplň místo útvarů číslice tak, aby bylo číslo dělitelné pěti. Vypiš všechny možnosti.

74 5 = ... 36 = ...
43 = ... 1 40 = ...
1 27 = ... 91 = ...

56

3.7 ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ ANALÝZY

Po provedení analýzy jednotlivých učebnic se stanovilo pro celkové shrnutí šest základních kritérií, podle nichž se vyhodnotila kvalita učebnice pro využití ve výuce. V tabulce 3 jsou subjektivně obodovány jednotlivá kritéria, 0 – nejméně, 1 – průměrně, 2 – nejvíce.

Tabulka 3: Vyhodnocení výsledků analyzovaných učebnic

Vzorek	Obsah v návaznosti na RVP ZV	Srozumitelnost textu	Struktura učebnice	Grafická podoba	Motivační příklad, shrnutí kapitol	Pracovní sešit, online materiály
1. učebnice	2	2	0	0	0	0
2. učebnice	1	2	1	2	2	1
3. učebnice	2	2	1	1	2	0
4. učebnice	2	2	2	2	2	2
5. učebnice	1	2	2	2	2	1
6. učebnice	2	2	2	2	2	2

Vysvětlivky: 1. učebnice: Matematika pro šestou třídu 1. díl, 2. učebnice: Matematika [2] pro 6. ročník základní školy – Desetinná čísla, Dělitelnost, 3. učebnice: Matematika pro šestý ročník základní školy, 4. učebnice: Matematika 6 – Aritmetika, 5. učebnice: Matematika 6 pro základní školy – aritmetika, 6. učebnice: Hravá matematika 6 – Aritmetika

První kritérium obsah v návaznosti na RVP ZV bylo splněno téměř ve všechno učebnicích. Ať už byly učebnice vydány před či po zavedení RVP ZV, tak v každé je vždy obsaženo základní učivo týkající se dělitelnosti. Základní pojmy násobek, dělitel, kritéria dělitelnosti, prvočíslo, složené číslo, největší společný dělitel a nejmenší společný násobek jsou vždy učebnicích vysvětleny. Jediné, v čem se každá učebnice liší, je počet kritérií dělitelnosti. V učebnici Matematika [2] pro 6. ročník základní školy – Desetinná čísla, Dělitelnost jsou uvedena pouze 4 kritéria dělitelnosti, zbývající jsou doplněna v pracovním sešitě. Naopak v první učebnici jsou uvedena všechna základní kritéria dělitelnosti, která se běžně ve školách vyučují. Je nutné zmínit, že v RVP ZV nejsou konkrétně jmenována kritéria, která by měla být zahrnuta do výuky. Nicméně běžně vyučovaná jsou kritéria dělitelnosti dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, šesti, osmi, devíti a desíti. Kritéria se sice vzájemně prolínají. Např. kritérium dělitelnost šesti vychází z předpokladu, že je číslo dělitelné dvěma a zároveň třemi. Proto by se teoreticky mohlo z učebnic vynechat. V tomto případě není zaručené, že by si každý žák v tak nízkém věku uvědomil, že je třeba ověřit dvě kritéria současně. Z toho důvodu byly v této části zhodnocení ubrány body druhé učebnici (4 kritéria dělitelnosti) a páté učebnici (5 kritérií dělitelnosti). Správnost definic a způsob vysvětlení učiva také měly váhu v bodování této kategorie.

Způsob vysvětlení učiva je také v některých učebnicích rozdílný. V učebnici od nakladatelství Fraus je nové učivo odvozeno na několika příkladech a shrnuto ve speciální části „Co jsme objevili?“. Až poté je zmíněna definice nového pojmu, což může vést žáky k rozvoji kritického myšlení a generalizování, které je v matematice velmi důležité. V porovnání s ostatními učebnice je tento způsob vysvětlování unikátní.

Další zvláštnost související s obsahem učiva použili autoři Matasová a kol. v učebnici Hravá matematika 6. Před uvedením definice nového pojmu uvádějí v části „Připomeň si“ nejdříve probrané učivo, které je nutné znát pro pochopení nových pojmů.

Jak je z tabulky patrné, je v každé učebnici text srozumitelný a jasný. Definice a poučky nového učiva jsou ve všech učebnicích stanovené podobně. Vzhledem k tomu, že definice a poučky jsou všeobecně známá fakta, která se nemění, je tento výsledek správný. Je nutné zmínit, že srozumitelnost textu je vnímána velmi subjektivně. Autorka nemá dlouholetou praxi v oboru, a proto nedokáže odhadnout, zda je zadání příkladů pro žáky těžké. Tato skutečnost může zkreslovat celková subjektivní hodnocení druhého kritéria.

Struktura učebnic se již mírně odlišuje. Učebnice vydané pře rokem 2000 nejsou strukturované buď vůbec, nebo jen částečně. Z toho důvodu je první učebnice obodována 0 body. Učebnice od autorů Cihláře a Zelenky není přehledná či rozdělena do kapitol podle učiva, proto je velmi obtížné se v ní orientovat. Druhá a třetí učebnice již členění do kapitol obsahuje, avšak v porovnání s dalšími třemi učebnicemi je struktura průměrná, proto 1 bod v tabulce 3. Rozdíl v dalších učebnicích např. od SPN – pedagogického nakladatelství a.s. je ten, že učebnice autorů Půlpána a Čiháka obsahuje navíc označené definice a poučky speciálním nadpisem. Stejně tomu je i v případě učebnice od nakladatelství Fraus či Vydavatelství Taktik. Nejlépe strukturované učebnice byly ohodnoceny 2 body.

Čtvrtým kritériem zhodnocení je grafická podoba učebnice. Každá je zpracovaná jiným způsobem. V jedné je použito mnoho barev, které ubírají na celkovém dojmu učebnice, v jiné naopak jsou použity pouze dvě barvy. Zpracování učebnic dle barev je ve většině učebnic kladně hodnoceno. Pouze první zkoumaná učebnice, která je barevně velmi překombinovaná, působí z hlediska celkového dojmu chaoticky. Proto v této části hodnocení získala 0 bodů Celkový grafický dojem ovlivňují také ilustrace, které doplňují příklady. Bodové hodnocení bylo ovlivněno i tímto faktorem. Ve třetí analyzované učebnici se objevuje nejméně ilustračních obrázků v tematickém celku dělitelnost v porovnání s ostatními učebnicemi od jiných autorů. Z toho důvodu má třetí učebnice 1 bod.

Ve výuce je důležité vysvětlení nového učiva, procvičování, ale také závěrečné opakování. Bod 0 obdržela učebnice, ve které není žádný motivační příklad či shrnutí učiva. Pokud v učebnici byl buď pouze motivační příklad, nebo shrnutí, tak získala 1 bod. Když v učebnici byly zastoupeny motivační příklady i shrnutí, žádný bod se neubral. Většina analyzovaných učebnic obsahuje motivační či vzorové příklady, které přibližují probírané učivo. Pojetí motivačního příkladu je rozdílné v každé učebnici. Učebnice autorů Odvárka a Kadlečka neobsahuje vyřešené příklady, naopak několik příkladů vede k odvození definice. Učebnice Půlpána a Čiháka obsahuje motivační příklady i s jejich řešením, stejně tomu je i v případě šesté učebnice. Ve druhé až šesté analyzované učebnici je shrnuto učivo v závěru dané kapitoly, nebo je součástí závěrečného opakování. Motivační příklady a shrnutí učiva na závěr kapitoly se nenachází opět jen v první učebnici.

Poslední kritérium souvisí s doplňkovými didaktickými pomůckami. Mezi učebnicemi se objevily takové, ke kterým není vytvořený pracovní sešit ani online výukové materiály. Konkrétně se jedná o první a třetí učebnici, tudíž v tabulce 3 je uvedeno 0 bodů.

Průměrné hodnocení (1 bod) mají druhá a pátá učebnice, ke kterým je vydán pouze pracovní sešit, ale neexistují výukové materiály dostupné na internetu. A na závěr 3 body obdržely zbývající učebnice (čtvrtá a šestá), ke kterým jsou k dispozici jak pracovní sešity, tak i výukové online materiály.

Vzhledem k výše uvedenému zhodnocení lze na závěr vyvodit následující. Na základě stanovených kritérií a podle subjektivního zhodnocení výsledků analýzy učebnic jsou nejvhodnějšími didaktickými pomůckami do výuky následující učebnice: čtvrtá učebnice v tabulce 3 s názvem Matematika 6 – Aritmetika od nakladatelství Fraus a šestá učebnice Hravá matematika 6 – Aritmetika od Vydavatelství Taktik.

ZÁVĚR

Učební pomůcky jsou nedílnou součástí vzdělávání. Autorka si toto téma vybrala z toho důvodu, že pro učitele je nezbytné umět vybrat vhodnou učebnici do výuky. Pedagogovi usnadňuje přípravu na vyučovací hodinu a žákům slouží jako zdroj informací. Existuje mnoho faktorů, které nelze opomenout při výběru učebnice.

Diplomová práce byla členěna do tří kapitol. V první kapitole byl zaveden pojem relace dělitelnosti a souvisejících pojmů vymezených v RVP ZV. Byly definovány následující pojmy: dělitel, násobek, znaky dělitelnosti, kritéria dělitelnosti (dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, šesti, osmi, devíti a desíti), největší společný dělitel a nejmenší společný násobek. Všechny matematické pojmy byly vysvětleny na praktických příkladech, se kterými se mohou žáci setkat na základní škole. Ve druhé kapitole byly blíže charakterizovány kurikulární dokumenty v České republice. Relace dělitelnosti byla specifikována v souvislosti s těmito dokumenty. Poslední kapitola byla věnována praktické části práce. Hlavním cílem práce byla analýza pojetí zpracování tematického celku dělitelnosti ve vybraných učebnicích matematiky pro základní školy.

Autorka stanovila kritéria, která zahrnula do výsledné analýzy. Podle jejího subjektivního názoru se učebnice výrazně neodlišovaly po obsahové stránce v souvislosti s RVP ZV, srozumitelnosti textu, struktuře učebnic, grafické podobě, zařazení motivačních příkladů a shrnutí probíraného učiva. Učebnice se naopak výrazněji lišily v doplňkových výukových materiálech, mezi něž jsou řazeny pracovní sešity či online materiály.

Vraťme se nyní k motivačnímu příkladu, který byl řešen v úvodní části, a to ne právě efektivním způsobem. S užitím znalostí a dovedností popsaných a zavedených v první kapitole, především pak Euklidova algoritmu pro určení největšího společného dělitele přirozených čísel, lze řešení daného příkladu zefektivnit a zkrátit následujícím způsobem.

<u>MOTIVAČNÍ PŘÍKLAD:</u>

Zahrádkář Martin má dvě bedny ovoce. V jedné bedně je 70 jablek a ve druhé je 28 hrušek. Ovoce chce rozdělit do co nejvíce stejných balíčků, které chce prodat na farmářském trhu. Kolik vytvoří celkem balíčků? Kolik jablek a kolik hrušek může dát do jednoho balíčku, aby žádné ovoce nezbylo?

Řešení: Pomocí algoritmu největšího společného dělitele se získá počet balíčků, které Martin potřebuje k rozdělení ovoce. Čísla 70 a 28 stačí rozložit na součin prvočísel, určit společnou část zahrnutou v obou prvočíselných rozkladech a stejné části vynásobit.

$$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$D(70, 28) = 2 \cdot 7 = 14$$

Nyní zbývá jen vypočítat, kolik jablek a kolik hrušek má být v každém balíčku. Jednoduše se počet ovoce vydělí počtem balíčků.

jablka – $70 : 14 = 5$

hrušky – $28 : 14 = 2$

Závěr motivačního příkladu: Martin rozdělil ovoce do 14 balíčků, do každého balíčku dal 5 jablek a 2 hrušky.

SHRNUTÍ

Diplomová práce na téma *Dělitelnost na 2. stupni ZŠ* se zabývá relací dělitelnosti v oboru přirozených čísel. Práce je členěná do tří kapitol. Teoretická část práce je vymezena v první a druhé kapitole. V první kapitole jsou definovány pojmy související s relací dělitelnosti, které jsou součástí učiva na základní škole. Ve druhé kapitole je tematický celek dělitelnosti charakterizován v souvislosti s kurikulárními dokumenty v České republice. Praktická část diplomové práce se zabývá analýzou učebnic. Zpracování tematického celku dělitelnosti je zkoumáno v šesti učebnicích pro základní školy. Učebnice byly vydány v průběhu několika let u pěti různých nakladatelství.

RESUMÉ

The master thesis on *Divisibility at the 2nd grade of primary school* deals with the relation of divisibility in the field of natural numbers. The thesis is divided into three chapters. The theoretical part of the thesis is defined in the first and second chapters. The first chapter defines the concepts related to the divisibility relation that are part of the primary school curriculum. In the second chapter, the thematic unit of divisibility is characterized in the context of curricular documents in the Czech Republic. The practical part of the thesis deals with the analysis of textbooks. The treatment of the thematic unit of divisibility is examined in six textbooks for primary schools. The textbooks were published over several years by five different publishers.

SEZNAM LITERATURY

[1] 21. ZŠ Plzeň, 2020. *Školní vzdělávací program – Brána jazyků otevřená 20/21* [online]. Plzeň: 21. ZŠ Plzeň. [cit. 20. 2. 2022]. Dostupné z: https://www.21zsplzen.cz/dokumenty/ke_stazeni/svp/svp-brana-jazyku-otevrena-2020.pdf

[2] BINTEROVÁ, Helena, FUCHS, Eduard. a TLUSTÝ, Pavel, 2007. *Matematika 6 – Aritmetika*. 1. vyd. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7238-654-3

[3] BLAŽEK, Jaroslav, KOMAN, Milan, VOJTÁSKOVÁ, Blanka, 1982. A*lgebra a teoretická aritmetika II. díl.* 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství.

[4] CIHLÁŘ, Jiří, ZELENKA, Milan, 1995. *Matematika pro šestou třídu, 1. díl.* 2. vyd. Praha: Nakladatelství Fortuna. ISBN 80-71-68-266-7

[5] COUFALOVÁ, Jana a kol., 1998. *Matematika pro šestý ročník základní školy.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Fortuna. ISBN 80-7168-588-7

[6] *Fortuna*, 2022. [online]. Praha: Nakladatelství Fortuna. [cit. 20. 3. 2022]. Dostupné z: http://fortuna.cz/nakladatelstvi/

[7] *Fraus*, 2022. [online]. Plzeň: Fraus. [cit. 7. 4. 2022]. Dostupné z: fraus.cz/cs/o-nas/30-let-inovace

[8] HERMOCHOVÁ, Dana a kol., 2018. *Hravá matematika 6 – pracovní sešit*. 3. vyd. Praha: Vydavatelství Taktik International s.r.o. ISBN 978-80-7563-133-6

[9] CHOCHOLOUŠKOVÁ, Zdeňka, HAJEROVÁ MÜLLEROVÁ, Lenka, 2019. *Didaktika biologie ve vztahu mezi obecnou a oborovou didaktikou.* 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni. ISBN 978-80-261-0846-7

[10] JEŘÁBEK, Jaroslav, TUPÝ, Jan a kol., 2021. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. [cit. 15. 2. 2022]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/

[11] Kočí Slavomír, 2022. *Matematika 6* ročník [online]. Nový Malín: TV Graphics. [cit. 3. 3. 2022]. Dostupné z: https://2pir.eu/6r_msmt.php

[12] LOŇKOVÁ, Pavlína, 2019. *Tematické plány* [online]. Brno: 27. 8. 2019 [cit. 22. 2. 2022]. Dostupné z: https://www.pancelcino.cz/tematicke-plany/

[13] MATASOVÁ, Blanka a kol., 2020. *Hravá matematika 6 – Aritmetika*. 2. vyd. Praha: Vydavatelství Taktik International s.r.o. ISBN 978-80-7563-305-7

[14] MŠMT, 2020. *RVP – Rámcové vzdělávací programy* [online]. Praha: MŠMT [cit. 15. 2. 2022]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/

[15] ODVÁRKO, Oldřich, KADLEČEK, Jiří, 1997. *Matematika [2] pro 6. ročník základní školy – Desetinná čísla, Dělitelnost*. 1. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 80-7196-086-1

[16] PROCHÁZKA, Ladislav a kol., 1990. *Algebra*. 1. vyd. Praha: Academia. ISBN 80-200-301-0

[17] *Prometheus*, 2022. [online]. Praha: Prometheus. [cit. 30. 3. 2022]. Dostupné z: https://prometheus-nakl.cz/index.php

[18] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, 2019. *Matematika 6 pro základní školy – aritmetika*. 2. vyd. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství a.s. ISBN 978-80-7235-628-7

[19] SKALKOVÁ, Jarmila, 2007. *Obecná didaktika 2., rozšířené a aktualizované vydání*. 1. vyd. Havlíčkův Brod: Grada Publishing a.s. ISBN 978-80-247-1821-7

[20] *spn.cz*, 2022. [online]. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství a.s. [cit. 10. 4. 2022]. Dostupné z: http://spn.cz/nakladatelstvi/

[21] TÁBOROVÁ, Michaela, 2019. *Dělitelnost v různých oborech integrity*. Plzeň, Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Fakulta pedagogická. Vedoucí práce PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D.

[22] TLUSTÝ, Pavel, HUCLOVÁ, Miroslava, 2019. *Matematika 6 s nadhledem 2v1*. 1. vyd. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7489-478-7

[23] *Vydavatelství Taktik*, 2022. [online]. Praha: Vydavatelství Taktik International s.r.o. [cit. 14. 4. 2022]. Dostupné z: https://www.etaktik.cz/o-nas/

SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK