

Posudek oponenta diplomové práce

Autor Bc. Patrik Drda
Název práce Teorie řetězových zlomků a jejich aplikace
Studijní obor Matematika a finanční studia
Oponent práce doc. Ing. Petr Girg, Ph.D.

Splnění cílů práce:

nadstandardně velmi dobře splněny s výhradami nebyly splněny

Odborný přínos práce:

nové výsledky netradiční postupy zpracování výsledků z různých zdrojů shrnutí výsledků z různých zdrojů bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné, větší množství podstatnější, větší množství závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Práce se zabývá poměrně širokým tématem z oblasti teorie a aplikací řetězových zlomků, které zasahuje do teorie Stieltjesova integrálu, teorie ortogonálních polynomů a numerické matematiky. Autor natudoval velké množství poměrně různorodé literatury. Práce je z větší části rešeršního charakteru (Úvod až Kapitola 5, částečně Kapitola 6), což odpovídá i zadání. Vlastní přínos autora je soustředěn převážně do Kapitoly 6 a spočívá v doplnění některých detailů v důkazech výsledků, vlastní implementaci algoritmů v Matlabu, numerických simulacích a porovnání výsledků se známými výsledky (Kapitola 6 a částečně Závěr). Práce je psána v českém jazyce. Obsahuje větší množství překlepů a několik chyb typu "i/y", "z/s".

Kapitola 1 nejprve stručným způsobem uvádí čtenáře do historie problematiky analytické teorii řetězových zlomků a jejich aplikací. Zde bych vytkl to, že od str. 3 je používáno značení, které je zavedeno až na str. 8. Byť se jedná o standartní značení v dané teorii, tak pokud má být Kapitola 1 úvodem do problematiky, musí zavedení značení předcházet jeho prvnímu použití.

V Kapitole 2 je systematicky zavedeno značení, uvedeny základní definice z teorie řetězových zlomků a formulovány základní věty. Věta 2.11 na str. 13 je formulována ne příliš srozumitelně. Jak rozumět tvrzení "Komplexní posloupnosti $(A_n)_{n=-1}^{+\infty}$ a $(B_n)_{n=-1}^{+\infty}$ jsou čitatelem a jmenovatelem nějakého řetězového zlomku $b_0 + K(a_n/b_n)$ "? Dále je na str. 13 též řečeno "Pokud máme danou pouze posloupnost aproximantů $(f_n)_{n=0}^{+\infty}$, řetězový zlomek $b_0 + K(a_n/b_n)$ již není jednoznačný." Toto by mělo být vysvětleno. Viz dotazy níže.

V Kapitole 3 jsou formulovány základní výsledky o korespondenci mezi řetězovým zlomkem a mocninnou řadou. Na str. 16 se tvrdí "Normu $\|\cdot\|$ definujeme pro $L(z) \in \mathbb{L}$ vztahem

$$\|L\| := 2^{-\lambda(L)}, L \in \mathbb{L},$$

kde $2^{-\infty} = 0$. Lze ukázat, že splňuje vlastnosti normy. Proto množina \mathbb{L} je normovaným prostorem $(\mathbb{L}, \|\cdot\|)^2$, kde $\lambda(L)$ je definováno na téže straně. Není uveden žádný odkaz do literatury, kde je toto tvrzení dokázáno.

V tvrzení Lemmatu 3.7 na str. 18 je spojka "tehdy, když" je to ekvivalence? Důkaz tvrzení v Příkladu 3.9 na str. 19-20 není napsán příliš srozumitelně. Je ale v pořádku. Na straně 20 jsou pak blízko za sebou dva překlepy "řetězový", "tvrzení".

V Kapitole 4 jsou definovány tři typy řetězových zlomků (C-zlomky, S-zlomky a J-zlomky), které jsou důležité z hlediska jejich korespondenčních vlastností. Dále je podrobně probírána příslušná teorie jejich korespondenčních vlastností. Pro C-zlomky je prezentován tzv. qd-algoritmus (s příslušnou teorií), s jehož pomocí lze získat prvky řetězového zlomku z koeficientů mocninné řady, která s daným řetězovým zlomkem koresponduje. Pro J-zlomky je prezentována souvislost mezi tímto zlomkem a tridiagonální symetrickou maticí, tzv. Jacobiho maticí. Dále je v této kapitole diskutována souvislost s tzv. Stieltjesovým problémem momentů a Gaussovou-Christoffelovou kvadraturou, dále souvislost reálných J-zlomků s posloupností ortogonálních polynomů. Pojem "bod vzrůstu" je použit na str. 27 (Věta 4.14), ale definován až na str. 34 (Def. 4.38). Věta 4.23 na str. 31 obsahuje odkaz do literatury "JT80". Stejně tak je odkaz "[LiStra, str. 85]" na str. 37. V seznamu literatury je však číslovaný seznam typu [1], [2],

Kapitola 5 obsahuje věty týkající se konvergence řetězových zlomků, které jsou důležité v aplikacích v následující kapitole. Je diskutována tzv. chyba zkrácení řetězového zlomku.

Kapitola 6 se týká metody na výpočet absolutní pravděpodobnosti tzv. obecných procesů zrodu a zániku. Je představena metoda Murphyho a O'Donohoa jak pomocí kombinace řetězových zlomků a Laplaceovy transformace nalézt řešení tzv. Kolmogorových diferenciálních rovnic. Autor zde doplňuje některé detaily, které v citované literatuře chyběly. Poté jsou prezentovány čtyři modely, pro které jsou provedeny numerické simulace. U dvou z těchto modelů je provedeno srovnání s přesným analytickým řešením a podrobně diskutována efektivita použité metody v závislosti na hodnotách parametrů.

Práce má zdařile sepsaný Závěr, který výstižně shrnuje přínos každé z kapitol práce.

S přihlédnutím k výše uvedenému konstatuji, že předložená práce splňuje zadání.

Dotazy:

- 1) Jak rozumět tvrzení "Komplexní posloupnosti $(A_n)_{n=-1}^{+\infty}$ a $(B_n)_{n=-1}^{+\infty}$ jsou čitatelem a jmenovatelem nějakého řetězového zlomku $b_0 + K(a_n/b_n)$ " ? Vysvětlete též: "Pokud máme danou pouze posloupnost aproximantů $(f_n)_{n=0}^{+\infty}$, řetězový zlomek $b_0 + K(a_n/b_n)$ již není jednoznačný."
- 2) Jak se ověří, že

$$\|L\| := 2^{-\lambda(L)}, L \in \mathbb{L},$$

je norma na \mathbb{L} ?

- 3) V tvrzení Lemmatu 3.7 na str. 18 je spojka "tehdy, když" je to ekvivalence ?

Práci doporučuji – ~~nedoporučuji~~ uznat jako kvalifikační (nehodící se škrtněte).

Navrhuji hodnocení známkou: **velmi dobře**

Datum, jméno a podpis: 12.06.2022

Petr Girg