

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

---

Fakulta elektrotechnická  
Katedra výkonové elektroniky a strojů

# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Ztráty v elektrických točivých strojích

Autor práce: **Josef Kolerus**  
Vedoucí práce: **Ing. Jiří Dražan**

---

2022

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2021/2022

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE (projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Josef KOLERUS**  
Osobní číslo: **E19B0141P**  
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Elektrotechnika a energetika**  
Téma práce: **Ztráty v elektrických točivých strojích**  
Zadávající katedra: **Katedra výkonové elektroniky a strojů**

### Zásady pro vypracování

1. Proveďte literární rešerši zaměřenou na ztráty v elektrických točivých strojích.
2. Ztráty rozdělte do několika hlavních skupin dle charakteru jejich zdroje.
3. Ke každému druhu ztrát popište: princip jejich vzniku, metody pro stanovení jejich velikosti a způsoby vedoucí k jejich omezení.


Rozsah bakalářské práce: **30 – 40**  
Rozsah grafických prací: **dle doporučení vedoucího**  
Forma zpracování bakalářské práce: **elektronická**



Seznam doporučené literatury:

1. KOPYLOV, Igor Petrovič aj. Stavba elektrických strojů. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1988. 685 s.
2. PYRHÖNEN, Juha, JOKINEN, Tapani a HRABOVCOVÁ, Valéria. Design of rotating electrical machines. 2nd ed. Chichester: Wiley, 2014. xvii, 584 s. ISBN 978-1-118-58157-5.
3. Petrov, Georgij Nikolajevič. *Elektrické stroje 2: asynchronní stroje – synchronní stroje*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1982. 728 s.
4. Internetové zdroje.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jiří Dražan**  
Research and Innovation Centre for Electrical  
Engineering

Datum zadání bakalářské práce: **8. října 2021**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **26. května 2022**

  
**Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.**  
děkan

  
  
**Prof. Ing. Václav Kús, CSc.**  
vedoucí katedry

V Plzni dne 8. října 2021

## **Abstrakt**

Obsahem bakalářské práce jsou ztráty v točivých strojích rozdělené na dílčí části podle fyzikálních vlastností. Dílčí ztráty jsou rozděleny do jednotlivých kapitol, v nichž je fyzikálně podložen jejich vznik, zároveň je určena jejich velikost a způsoby omezení. Ztráty jsou rozlišeny na elektrické ztráty, ztráty v železe, přídavné ztráty a ztráty mechanické a ventilační. Do elektrických ztrát je zahrnuta problematika vzniku Jouleova tepla, výskyt elektrického skin efektu a jevu blízkosti. Pro ztráty v železe je zahrnuta problematika vířivých proudů a hysterezních vlastností železa, přesněji oceli. Přídavné ztráty jsou rozděleny na povrchové, pulzní a dodatečné ztráty. Moderním prvkem je porovnání ztrát při síťovém napájení a napájení PWM. Vyšší harmonické způsobené napájením z měniče ovlivňují všechny ztráty závislé na frekvenci. V mechanických a ventilačních ztrátách je obsaženo tření v ložiskách a rotoru o chladícím médium, navíc obsahují ztráty v extéřním ventilátoru, je-li třeba.

## **Klíčová slova**

hysterezní ztráty, Jouleovy ztráty, mechanické a ventilační ztráty, povrchové ztráty, přídavné ztráty, pulzní ztráty, skin efektové ztráty, třecí ztráty, ztráty v železe, ztráty ve vinutí, ventilační ztráty, vířivé ztráty, ventilátorové ztráty, ztráty způsobené měničem

## **Abstract**

The content of the bachelor thesis are losses in rotating machines divided into parts according to physical parameters. The partial losses are divided into individual chapters, in which their origin is physically explained, their size and methods of reduction are determined. The losses are divided into electrical losses, iron losses, additional losses and mechanical and ventilation losses. The electrical losses include issues of Joule heat generation, the occurrence of the electrical skin effect and the proximity effect. For losses in iron are included the problems of eddy currents and hysteretic properties of iron, more precisely steel. The additional losses are divided into surface, pulse and additional losses. A modern element is the comparison of losses under AC supply or PWM supply. Higher harmonics frequencies caused by the inverter supply affect all frequency dependent losses. Mechanical and ventilation losses are contained by friction in the bearings and rotor on the medium, in addition are losses in the external ventilator included if required.

## **Key Words**

additional losses, eddy current losses, friction losses, hysteretic losses, inverter losses, iron losses, Joule losses, mechanical and ventilation losses, pulse losses, skin effect losses, surface losses, ventilation losses, ventilator losses, winding losses,

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval panu Ing. Jiřímu Dražanovi za jeho vstřícnost, pomoc při řešení vzniklých problémů a za konzultování správnosti problematičtých témat.

# Obsah

Úvod.....	- 1 -
1 Elektrické ztráty.....	- 3 -
1.1 Ztráty ve vinutí.....	- 3 -
1.1.1 Joule-Lenzův zákon .....	- 3 -
1.1.2 Diferenciální vyjádření Jouleova tepla .....	- 4 -
1.1.3 Odpor vinutí.....	- 5 -
1.1.4 Hloubka vniku.....	- 6 -
1.1.5 Skin efekt pro vinutí uložené v drážce.....	- 7 -
1.1.6 Řešení několika obdélníkových vodičů .....	- 10 -
1.1.7 Zhodnocení skin efektových ztrát.....	- 11 -
1.1.8 Roeblova tyč a Litzovy dráty.....	- 13 -
1.1.9 Proximity efekt (neboli jev blízkosti) .....	- 14 -
1.1.10 Rezistivita materiálu.....	- 15 -
1.2 Ztráty na kartáčích.....	- 15 -
1.2.1 Rovnice .....	- 15 -
1.2.2 Přechod kartáč-kroužek .....	- 16 -
1.2.3 Dynamika kartáčů .....	- 17 -
2 Ztráty v železe .....	- 19 -
2.1 Hysterezní ztráty .....	- 19 -
2.1.1 Popis hysterezní smyčky.....	- 20 -
2.1.2 Ztracená energie.....	- 21 -
2.1.3 Ztrátový výkon.....	- 22 -
2.2 Ztráty vířivými proudy .....	- 23 -
2.2.1 Magnetický skin efekt a jeho vliv na přesycení stroje.....	- 24 -
2.2.2 Potlačení ztrát vířivými proudy .....	- 25 -
2.2.3 Dynamika ztrát v železe (brzdění, rozběh) .....	- 28 -
2.3 Používané způsoby k omezení ztrát v železe .....	- 29 -
2.4 Ztráty při napájení z výkonových měničů.....	- 30 -
2.5 Empirický vztah pro výpočet hlavních ztrát v železe .....	- 32 -

3	Ztráty přídavné .....	- 33 -
3.1	Ztráty naprázdno .....	- 33 -
3.1.1	Povrchové ztráty .....	- 33 -
3.1.2	Pulzní ztráty .....	- 36 -
3.2	Ztráty dodatečné .....	- 37 -
3.2.1	Specifické ztráty různých typů strojů .....	- 37 -
3.2.2	Vliv přesycení železa .....	- 38 -
3.3	Určení přídavných ztrát měřením .....	- 39 -
3.4	Porovnání poměrů hlavních a vedlejších (přídavných) ztrát v železe .....	- 39 -
4	Mechanické a ventilační ztráty .....	- 42 -
4.1	Ventilační ztráty .....	- 42 -
4.2	Ztráty v ložiskách .....	- 44 -
4.2.1	Elektromagnetická ložiska .....	- 45 -
4.2.2	Kluzná ložiska .....	- 47 -
4.2.3	Valivá ložiska .....	- 51 -
4.2.4	Závislost ztrát na změně pracovních podmínek .....	- 53 -
4.3	Ztráty třením kartáčů .....	- 54 -
	Zhodnocení a závěr .....	- 55 -
	Literatura .....	- 56 -



## Seznam symbolů a zkratk

$\Delta p_{1,0}$	Měrné ztráty v 1 kg železa při indukci 1 T a frekvenci 50 Hz	(W/kg)
$\Delta p_{1,5}$	Měrné ztráty v 1 kg železa při indukci 1,5 T a frekvenci 50 Hz	(W/kg)
$\Delta P_{AC}$	Ztráty ve vinutí při střídavém napájení	(W)
$\Delta P_b$	Budící ztráty	(W)
$\Delta P_d$	Dodatečné ztráty	(W)
$\Delta P_m$	Mechanické ztráty	(W)
$\Delta P_{DC}$	Ztráty ve vinutí při stejnosměrném napájení	(W)
$\Delta P_f$	Třecí ztráty v ložisku	(W)
$\Delta P_{Fe}$	Ztráty v železe	(W)
$\Delta P_h$	Hysterezní ztráty	(W)
$\Delta P_{hyd}$	Hydraulické ztráty v hydrostatickém ložisku	(W)
$\Delta P_J$	Ztráty ve vinutí	(W)
$\Delta P_{kmech}$	Mechanické ztráty na kartáčích	(W)
$\Delta P_{Lc}$	Celkové ložiskové ztráty v hydrostatickém ložisku	(W)
$\Delta P_p$	Pulzní ztráty	(W)
$\Delta P_v$	Ztráty vířivými proudy	(W)
$\Delta P_{ven}$	Ventilátorové ztráty	(W)
$\Delta P_{W1}$	Ventilační ztráty ve vzduchové mezeře	(W)
$\Delta P_{W2}$	Ventilační ztráty v čelech	(W)
$\Delta P_{\delta p}$	Povrchové ztráty	(W)
$\Delta U_k$	Úbytek na kartáči	(V)
$a$	Počet paralelních cest	(-)
$A$	Styčná plocha na kartáčích	(m <sup>2</sup> )
$b$	Šířka drážky	(m)
$B$	Magnetická indukce	(T)
$B_0$	Amplituda pulzace magnetické indukce ve vzduchové mezeře	(T)
$b_0$	Šířka uzavření drážky	(m)
$b_c$	Šířka obdélníkového vodiče	(m)
$B_i$	Indukce dílčí části stroje	(T)
$B_p$	Amplituda pulzační indukce	(T)
$B_{max}$	Indukce nasyceného materiálu	(T)
$b_z$	Šířka zubu	(m)
$B_{\delta}$	Střední hodnota indukce ve vzduchové mezeře	(T)
$c$	Tepelná kapacita	(J/K)
$C$	Radiální průchodnost	(m)
$C_d$	Součinitel valivého odporu	(-)
$c_h$	Činitel uvažující nerovnoměrné rozložení magnetického pole a vlastnosti materiálu	(-)
$C_M$	Koeficient točivého momentu	(-)
$c_v$	Činitel vířivých ztrát	(-)
$C_1, C_2$	Konstanty určující rozložení proudové hustoty	(-)
$D_b$	Průměr kuličky	(m)

$d_m$	Průměr valivých kuliček	(m)
$D_r$	Průměr rotoru	(m)
$D_{ri}$	Vnitřní průměr rotoru v ložisku	(m)
$E$	Intenzita elektrického pole	(V/m)
$e$	Excentricita	(m)
$f$	Frekvence	(Hz)
$F_0$	Síla působící ve vzduchové mezeře	(N)
$F_d$	Síly valivého odporu	(Nm)
$F_f$	Třecí síla v ložisku	(N)
$f_r$	Frekvence v rotoru	(Hz)
$F_r$	Hydrodynamické síly v mazání	(N)
$f_s$	Frekvence ve statoru	(Hz)
$f_z$	Frekvence pulzace	(Hz)
$G^*$	Materiálový parametr	(-)
$H$	Magnetická intenzita	(A/m)
$H_0$	Intenzita ve vzduchové mezeře	(A/m)
$h_0$	Vůle čepu v ložisku	(m)
$h_c$	Výška obdélníkového vodiče	(m)
$H_r$	Koercivita	(A/m)
$h_{jha}$	Výška jha	(m)
$H_z$	Ztracená intenzita	(A/m)
$h_z$	Výška zubu	(m)
$I$	Elektrický proud	(A)
$i$	Okamžitá hodnota elektrického proudu	(A)
$I_k$	Proud kartáčem	(A)
$J$	Proudová hustota / Moment setrvačnosti	(A/m <sup>2</sup> ) / (kg/m <sup>2</sup> )
$k_R$	Celkový činitel střídavého odporu	(-)
$k_0$	Koeficient respektující opracování čel	(-)
$k_c$	Carterův činitel vzduchové mezery	(-)
$k_d$	Koeficient drsnosti	(-)
$k_{Fe}$	Činitel plnění železa	(-)
$k_m$	Modulační činitel	(-)
$k_p$	Činitel zvětšení ztrát vlivem ražení	(-)
$k_{Ru}$	Činitel střídavého odporu vodiče v drážkové části	(-)
$k_{Rw}$	Činitel střídavého odporu vodiče v čele stroje	(-)
$k_v$	Činitel vinutí	(-)
$k_{ven}$	Činitel ventilátorových ztrát	(-)
$l$	Délka drážky	(m)
$l_{av}$	Střední délka jednoho závitu	(m)
$l_{ef}$	Efektivní délka železa	(-)
$l_l$	Délka ložiska	(m)
$l_r$	Délka rotoru	(m)
$m$	Počet fází	(-)

$M_f$	Třecí moment v ložisku	(Nm)
$m_i$	Hmotnost dílčí části stroje	(kg)
$m_z$	Hmotnost zubu	(kg)
$N$	Počet závitů	(-)
$n$	Rychlost stroje	(ot./min)
$p$	Počet pólových dvojic	(-)
$p_h$	Okamžité hysterezní ztráty	(W)
$P_k$	Ztráty na kartáčích	(W)
$p_k$	Přítlačný tlak kartáčů	(Pa)
$P_n$	Jmenovitý výkon stroje	(W)
$p_r$	Tlak průtoku	(Pa)
$p_{\delta p}$	Střední hodnota měrných povrchových ztrát	(W)
$Q$	Počet drážek stroje	(-)
$Q_J$	Jouleovo teplo	(J)
$Q_{kap}$	Průtok kapaliny	(m <sup>3</sup> /s)
$R$	Elektrický odpor	( $\Omega$ )
$r$	Poloměr čepu v ložisku	(m)
$R_0$	Vnitřní průměr žlábků v ložisku	(m)
$R_{AC}$	Odpor při střídavém napájení	( $\Omega$ )
$R_{DC}$	Odpor při stejnosměrném napájení	( $\Omega$ )
$R_e$	Ekvivalentní odpor způsobený vířivými proudy	( $\Omega$ )
$R_g$	Elektrický odpor při pracovní teplotě	( $\Omega$ )
$Re_r$	Reynoldsovo číslo pro ventilační ztráty v čelech stroje	(-)
$Re_{\delta}$	Reynoldsovo číslo pro ventilační ztráty ve vzduchové mezeře	(-)
$S$	Průřez závitu	(m <sup>2</sup> )
$s$	Skluz	(-)
$S_k$	Celková plocha dotyku kartáče a sběracího kroužku	(m <sup>2</sup> )
$t$	Čas	(s)
$t_d$	Drážková rozteč	(m)
$t_p$	Pólová rozteč	(m)
$U$	Napětí	(V)
$U_d$	Spínací napětí	(V)
$U_i$	Indukované napětí	(V)
$U_n$	Amplitudy napětí dílčích vyšších harmonických frekvencí	(V)
$U_{s,1,ampl}$	Amplituda napětí sdružené hodnoty první harmonické PWM	(V)
$V$	Objem	(m <sup>3</sup> )
$v$	Obvodová rychlost hřídele	(m/s)
$V^*$	Parametr rychlosti	(-)
$v_k$	Obvodová rychlost sběracího kroužku	(m/s)
$v_r$	Tečná obvodová rychlost rotoru	(m/s)
$W$	Čelní vzdálenost drážek / Energie	(m) / (J)
$W^*$	Zatěžující parametr	(-)
$W_{Hy}$	Ztracená hysterezní energie	(J)
$X$	Objemový podíl maziva	(-)

$z_a$	Úroveň šířky, ve které se nachází vodič	(-)
$z_t$	Úroveň výšky, ve které se nachází vodič	(-)
$\alpha$	Převrácená hodnota hloubky vniku / Teplotní součinitel elektrického odporu / činitel pólového krytí	(m <sup>-1</sup> ) / (K <sup>-1</sup> ) / (-)
$\beta$	Exponent uvažující parametry hysterezní smyčky	(-)
$\beta_0$	Činitel respektující poměr otevření drážky vůči vzduchové mezeře	(-)
$\gamma$	Konduktivita materiálu	(Sm)
$\gamma_c$	Konduktivita vodiče	(Sm)
$\delta$	Hloubka vniku / Délka vzduchové mezery	(m)
$\varepsilon$	Poměr excentricity	(-)
$\eta_1$	Účinnost stroje	(-)
$\eta_2$	Účinnost čerpadla	(-)
$\vartheta$	Teplota	(K)
$\mu$	Permeabilita materiálu / Dynamická viskozita	(H/m) / (m <sup>2</sup> /s)
$\mu_0$	Permeabilita vzduchu	(H/m)
$\mu_k$	Činitel tření mezi kartáčem a sběracím kroužkem	(-)
$\zeta$	Redukovaná výška vodiče	(-)
$\rho_{Fe}$	Hustota použité oceli	(kg/m <sup>3</sup> )
$\rho$	Rezistivita	( $\Omega$ m)
$\rho_g$	Rezistivita při pracovní teplotě	( $\Omega$ m)
$\phi$	Magnetický tok	(Wb)
$\phi_d$	Magnetický tok procházející drážkou	(Wb)
$\phi_t$	Magnetický tok drážkové rozteče	(Wb)
$\phi_z$	Magnetický tok procházející zubem	(Wb)
$\omega$	Úhlová rychlost	(rad/s)
$\omega_m$	Úhlová rychlost valivých kuliček	(rad/s)

## Úvod

Hlavním úkolem elektrického stroje je převod z elektrické na mechanickou energii, a naopak. Při tomto přenosu se část energie mění na teplo, tzn. stroj část energie ztrácí. Ztracený výkon neboli ztráty, je způsoben několika různými fyzikálními jevy.

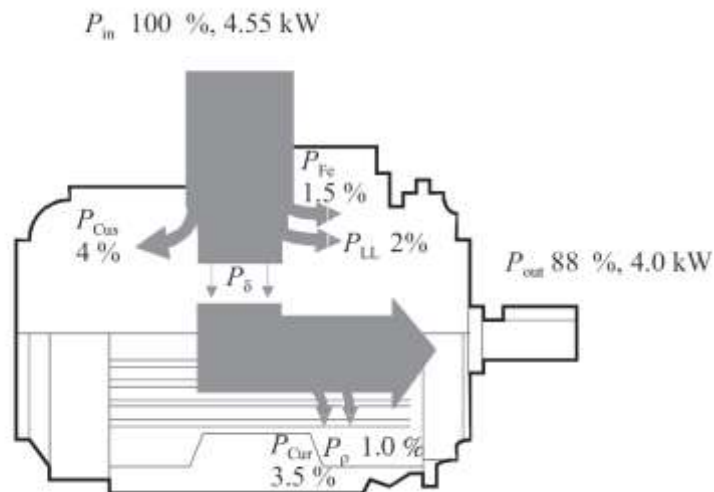
Na problém ztrát v točivých strojích se lze dívat dvěma pohledy. První pohled je ryze ekonomický. Finanční aspekt je v moderní době zcela zásadní pro jakékoliv průmyslové odvětví. Pokrytí ztracené energie se promítne do finanční stránky, spotřebiteli je účtována příkonová energie do motoru, nikoliv výkonová energie. Dalším aspektem je nutnost množství spotřebního materiálu pro výrobu stroje na požadované výstupní výkony. Maximální příkon stroje je závislý ryze na konstrukčních parametrech, kdežto výkon je závislý na rozdílu příkonu a ztrát.

Druhý pohled na ztráty ve strojích je spjat s návazností na vznik tepla. Teplo je třeba ze stroje odvádět různými ventilačními kanály za pomoci chladícího média. Při vysokých ztrátách je velmi obtížné stroj chladit a vzniklé teplo může mít pro stroj destruktivní účinky, nejcitlivějším prvkem na teplo ve stroji je izolace.

Ztráty je nutno rozdělit do kapitol, dle jejich společných fyzikálních vlastností. Znalost jednotlivých fyzikálních vlastností ztrát je klíčová pro jejich potlačení. Pro řešení problému jsou v bakalářské práci navrženy metody na potlačení dílčích ztrát.

Elektrické ztráty jsou z fyzikálního hlediska spjaty se vznikem Jouleova tepla ve vodiči, jeho potlačení závisí na volbě správného materiálu. Při střídavém napájení se ve vinutí projevuje elektrický skin efekt, je nutné potlačení jeho vlivu. Ztráty v železe jsou dány magnetickými parametry materiálů. Při střídavém napájení se v materiálu vyskytují ztráty vířivými proudy a hysterezní ztráty. Přídavné ztráty doplňují ztráty v železe, závisí taktéž na elektromagnetických efektech. V moderní době jsou motory napájené měniči, měniče ve stroji vyvolávají vyšší harmonické, které zvýší celkové ztráty garantované výrobcem. Proto je třeba si uvědomit velikost takto způsobených ztrát. Pro mechanické ztráty je třeba řešit hlavně ztráty v ložisku, kde je jejich velikost silně závislá na konstrukci ložiska. Ventilační ztráty jsou složité ovlivnitelné, je ale třeba je separovat od ztrát v ložisku.

Poměr mezi energií odevzdanou a energií přijatou se označuje jako účinnost stroje. Účinnost stroje se obvykle definuje při jeho jmenovitém chodu.



Obr. 2 Asynchronní stroj s výkonem 4 kW a účinností třídy IE3 (převzato [3])

Poměry dílčích ztrát vzhledem k celkovým ztrátám stroje se nejlépe zobrazuje na dvoupólovém elektromotoru o výkonu 4 kW a účinnosti třídy IE3 (vysoká účinnost). U těchto motorů je míra celkových ztrát přibližně 12 % při jmenovitém výkonu. Z těchto ztrát je až 62,5 % ztrát Jouleových, tzn. až 7,5 % ztrát ve vinutí z příchozí energie. Ztráty v železe jsou 1,5 % z příchozí energie a ztráty mechanické pak 1 %. Zbytek ztrát pak zapříčiní ztráty přídatné [3].

Jmenovitý výkon $P_{N, 50/60}$ kW	Účinnost v %:							
	Třída IE3 – vysoká účinnost				IE4 – velmi vysoká účinnost			
	2-pól	4-pól	6-pól	8-pól	2-pól	4-pól	6-pól	8-pól
0,18	65,9	69,9	63,9	58,7	70,8	74,7	70,1	67,2
0,20	67,2	71,1	65,4	60,6	71,9	75,8	71,4	68,4
0,25	69,7	73,5	68,6	64,1	74,3	77,9	74,1	70,8
0,37	73,8	77,3	73,5	69,3	78,1	81,1	78,0	74,3
0,40	74,6	78,0	74,4	70,1	78,9	81,7	78,7	74,9
0,55	77,8	80,8	77,2	73,0	81,5	83,9	80,9	77,0
0,75	80,7	82,5	78,9	75,0	83,5	85,7	82,7	78,4
1,1	82,7	84,1	81,0	77,7	85,2	87,2	84,5	80,8
1,5	84,2	85,3	82,5	79,7	86,5	88,2	85,9	82,6
2,2	85,9	86,7	84,3	81,9	88,0	89,5	87,4	84,5
3	87,1	87,7	85,6	83,5	89,1	90,4	88,6	85,9
4	88,1	88,6	86,8	84,8	90,0	91,1	89,5	87,1
5,5	89,2	89,6	88,0	86,2	90,9	91,9	90,5	88,3
7,5	90,1	90,4	89,1	87,3	91,7	92,6	91,3	89,3
11	91,2	91,4	90,3	88,6	92,6	93,3	92,3	90,4
15	91,9	92,1	91,2	89,6	93,3	93,9	92,9	91,2
18,5	92,4	92,6	91,7	90,1	93,7	94,2	93,4	91,7
22	92,7	93,0	92,2	90,6	94,0	94,5	93,7	92,1
30	93,3	93,6	92,9	91,3	94,5	94,9	94,2	92,7
37	93,7	93,9	93,3	91,8	94,8	95,2	94,5	93,1
45	94,0	94,2	93,7	92,2	95,0	95,4	94,8	93,4
55	94,3	94,6	94,1	92,5	95,3	95,7	95,1	93,7
75	94,7	95,0	94,6	93,1	95,6	96,0	95,4	94,2
90	95,0	95,2	94,9	93,4	95,8	96,1	95,6	94,4
110	95,2	95,4	95,1	93,7	96,0	96,3	95,8	94,7
132	95,4	95,6	95,4	94,0	96,2	96,4	96,0	94,9
160	95,6	95,8	95,6	94,3	96,3	96,6	96,2	95,1
200	95,8	96,0	95,8	94,6	96,5	96,7	96,3	95,4
250	95,8	96,0	95,8	94,6	96,5	96,7	96,5	95,4
315 ... 1000	95,8	96,0	95,8	94,6	96,5	96,7	96,6	95,4

Obr. 1 Tabulka účinnosti strojů vyráběných firmou Siemens dle typu stroje (převzato [6])

# 1 Elektrické ztráty

## 1.1 Ztráty ve vinutí

Ztráty ve vinutí se dělí na ztráty statorové a ztráty rotorové. Ve vinutí jsou způsobeny jevem, který charakterizuje Joule-Lenzův zákon (známý také jako první Jouleův zákon). Podstata tohoto zákona je přeměna elektrické energie protékající vodičem o nenulové rezistivitě na tepelnou energii. Tuto část elektrické energie tedy „ztrácíme“, proto je přeměna elektrické energie označována za ztráty.

### 1.1.1 Joule-Lenzův zákon

Tento zákon je definován tak, že elektrické pole je vyvoláno dvěma různými potenciály napětí. Toto pole pak po uzavření elektrické smyčky vyvolá pohyb elektronů ve směru orientace elektrického pole. Pohyb elektronů elektrickým obvodem je doprovázen srážkami právě těchto pohybujících se elektronů. Tyto srážky se následně z makroskopického hlediska jeví jako přeměna elektrické energie na energii tepelnou.

Míra množství srážek je dána velikostí tekoucího proudu skrz materiál a jeho odporem. Jouleovo teplo lze určit rovnicí:

$$Q_J = R \cdot I^2 \cdot t \quad (1.1)$$

kde  $Q_J$  je Joulovo teplo způsobené průchodem proudu za určitý čas,  $R$  je celkový odpor materiálu, skrz který teče proud,  $I$  je proud procházející materiálem po určitý časový interval  $t$ . Ze vzniklého tepla lze určit Jouleovy ztráty  $\Delta P_J$ . Jejich velikost se určí vztahem velikosti vzniklého tepla na jednotku času.

$$\Delta P_J = \frac{Q_J}{t} = R \cdot I^2 \quad (1.2)$$

Při použití Ohmova zákona lze zobrazit rovnici v závislosti na úbytku napětí na daném prvku

$$\Delta P_J = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} = U \cdot I \quad (1.3)$$

Ve střídavých obvodech neplatí pro komplexně impedanční prvky, ale pouze pro reálnou složku z impedance daného prvku.

### 1.1.2 Diferenciální vyjádření Jouleova tepla

Jouleovy ztráty lze též charakterizovat pomocí diferenciálních rovnic. Výhodou těchto rovnic je možnost určit teplo v konkrétním místě. Diferenciální rovnice Jouleova zákona určuje množství ztrát (tepelného výkonu) na jednotku objemu [5]:

$$\frac{dP}{dV} = J \cdot E \quad (1.4)$$

Pravá strana rovnice je definována násobkem proudové hustoty  $J$  a intenzity elektrického pole  $E$ . Známe-li měrnou elektrickou vodivost  $\gamma$  materiálu skrz který teče proudová hustota  $J$ , lze rovnici upravit pomocí Ohmova zákona:

$$J = \gamma \cdot E \quad (1.5)$$

Vyjádřením intenzity elektrického pole  $E$  z výše uvedeného vztahu a dosazením do rovnice (1.4) je rovnice upravena do tohoto tvaru [5]:

$$\frac{dP}{dV} = \frac{J^2}{\gamma} = J^2 \cdot \rho \quad (1.6)$$

kde  $\rho$  je rezistivita materiálu, kterým protéká proud o proudové hustotě  $J$ . Tento vztah lze následně upravit do konečné podoby udávající vzniklé Jouleovy ztráty vzhledem k jednotce objemu.

$$\Delta P_J = \rho \cdot \int_V J^2 dV \quad (1.7)$$

Jouleovy ztráty vztažené na rozměry jednoho vodiče jsou závislé na rozložení proudové hustoty ve vodiči. Proudová hustota v případě stejnosměrného proudu je rovnoměrně rozložena, naopak u střídavého proudu je proudová hustota nerovnoměrně rozložena výskytem povrchového jevu.

V harmonickém stavu lze rovnici (1.7) pro střídavé průběhy vyjádřit pomocí symbolicko-komplexní metody rozložením proudové hustoty ve vodiči [5].

$$\Delta P_J = \rho \cdot \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{J}^* dV \quad (1.8)$$

Odvozením získáme obecně používaný vzorec pro ztráty ve vinutí stroje:

$$\Delta P_J = m \cdot R_\theta \cdot I^2 \quad (1.9)$$

kde  $m$  je počet fází (je-li vinutí vícefázové),  $R_\theta$  je odpor vinutí při pracovní teplotě,  $I$  je proud protékající vinutím. Pro budící vinutí považujeme počet fází roven 1.



### 1.1.3 Odpor vinutí

Při návrhu stroje je třeba uvažovat možnou změnu odporu vinutí vlivem ohřátí vodičů. Při zvýšení teploty se budou nositelé náboje častěji srážet s pevně vázanými atomy materiálu. Pro návrh stroje je nezbytné uvažovat rezistivitu materiálu při pracovní teplotě. Hodnota odporu je dána rozměrovými parametry materiálu a měrným odporem materiálu (rezistivitou):

$$R_{\vartheta} = \rho_{\vartheta} \cdot \frac{l_{av} \cdot N}{S \cdot a} \cdot k_R \quad (1.10)$$

kde,  $\rho_{\vartheta}$  je velikost rezistivity při pracovní teplotě,  $l_{av}$  střední hodnota délek závitů,  $N$  je určena počtem sériových závitů,  $a$  je počet paralelních vodičů v 1 závitě,  $S$  znamená průřez 1 vodiče,  $k_R$  je koeficient, který respektuje skin efekt a jev blízkosti, udává poměr mezi hodnotou stejnosměrného odporu a hodnotou odporu střídavého.

Pokud uvažujeme vinutí na vyniklých pólech, délku závitu určíme snadno, známe-li rozměry pólů a počet závitů. Střední délka závitu je úměrná obvodu pólu. V případě vinutí uloženého v drážkách je pro přesné určení délky nezbytné vinutí separovat na vinutí v drážkách a vinutí čel. Tento pohled na vinutí zvyšuje míru přesnosti výpočtu. Pro různé typy vinutí se délky určují empirickými vztahy. Pro nízkonapěťové stroje s kulatými měděnými dráty jsou určeny [3]:

$$l_{av} \approx 2l + 2,4W + 0,1 \quad (1.11)$$

pro velké stroje s prefabrikovaným vinutím (obvykle obdélníkového průřezu):

$$l_{av} \approx 2l + 2,8W + 0,4 \quad (1.12)$$

pro stroje s ještě vyšším napětím (6 - 11kV):

$$l_{av} \approx 2l + 2,9W + 0,3 \quad (1.13)$$

kde  $l$  je délka vinutí v drážce a  $W$  je délka čelní vzdálenosti, ta závisí především na pólové rozteči stroje. V drážce je délka vinutí přibližně stejně velká jako délka drážky. Záleží pak i na typu čel, zdali je čelo koncentrické či postupné. U postupného je délka čela vždy stejná, tudíž se nemusí průměrovat všechny vzdálenosti, u koncentrických čel se pak musí každá délka čela počítat zvlášť a následně sečíst nebo se musí vypočítat střední hodnota všech délek.

Z rovnice (1.10) je jasné, že s možným snížením  $l_{av}$  by lineárně klesal odpor vinutí  $R_{\vartheta}$ . U čelového vinutí se při změně délky pólové rozteče zároveň mění i počet pólů stroje, například dvoupólový stroj na stroj čtyřpólový. Tím by se snížily ztráty ve vinutí. Důsledkem toho je snížení rychlosti stroje na polovinu. Otáčky stroje by vyřešil frekvenční měnič, který by zdvojnásobil frekvenci. Následkem zvýšení frekvence vzrostou ztráty v železe. Poměr

vzrůstu ztrát v železe a poklesu ztrát ve vinutí by určoval efektivitu tohoto návrhu. Z kapitoly Úvod a obr. 2 je patrné že v případě změny dvoupólového stroje na stroj čtyřpólový se účinnost trochu zlepšší.

Při určování činitele  $k_R$  se musí uvažovat vliv skin efektu a jevu blízkosti v rozdílných částech stroje. Činitel skin efektu je v drážkách výrazně větší než v čelech, je totiž posilován magnetickým obvodem v okolí vodiče. Ve stejnosměrných částech stroje se skin efekt nevyskytuje, tj. budící vinutí stejnosměrných strojů, buzení v rotoru synchronních strojů.

#### 1.1.4 Hloubka vniku

Pro výpočet charakteru proudové hustoty vodičů je zavedena hloubka vniku. Hloubka vniku udává takovou vzdálenost od rozhraní vodič - okolí, při které vlivem skin efektu poklesne proudová hustota ve vodiči  $e^{-1}$ -krát (tj. cca 37 %) vůči hodnotě hustoty na rozhraní  $J = J_0 \cdot e^{-1}$ . Pokud je průměr vodiče několikrát menší než hloubka vniku, skin efekt se téměř neprojevuje. Hloubka vniku je definována jako:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}} \quad (1.14)$$

kde  $\omega$  je úhlová rychlost proměnného proudu,  $\mu$  je permeabilita vodiče ( $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ ),  $\gamma$  je konduktivita vodiče. V tabulce hloubky vniku je elektrická vodivost daná při 20 °C.

Tab. 1 Hodnoty hloubky vniku pro typické materiály vinutí

	měď	hliník
	$\mu_r \cong 1$ (H/m)	$\mu_r \cong 1$ (H/m)
	$\gamma = 5,62 \cdot 10^7$ (S/m)	$\gamma = 3,52 \cdot 10^7$ (S/m)
f (Hz)	$\delta$ (mm)	
50	9,49	12
100	6,71	8,48
150	5,48	6,93
200	4,75	6

U vícepólových strojů se často používají frekvenční měniče pro zvýšení maximálních otáček stroje, proto je nutné hloubku vniku v těchto případech přepočítat.

U strojů napájených přímo ze sítě se sníží hodnota proudové hustoty ve středu vodiče s poloměrem  $r = 9,49$  mm (Cu) na 37 %. Tímto se rozumí, že vytváření masivních vodičů o větším poloměru než 1 cm je z hlediska ztrát způsobených skin efektem nevýhodné.

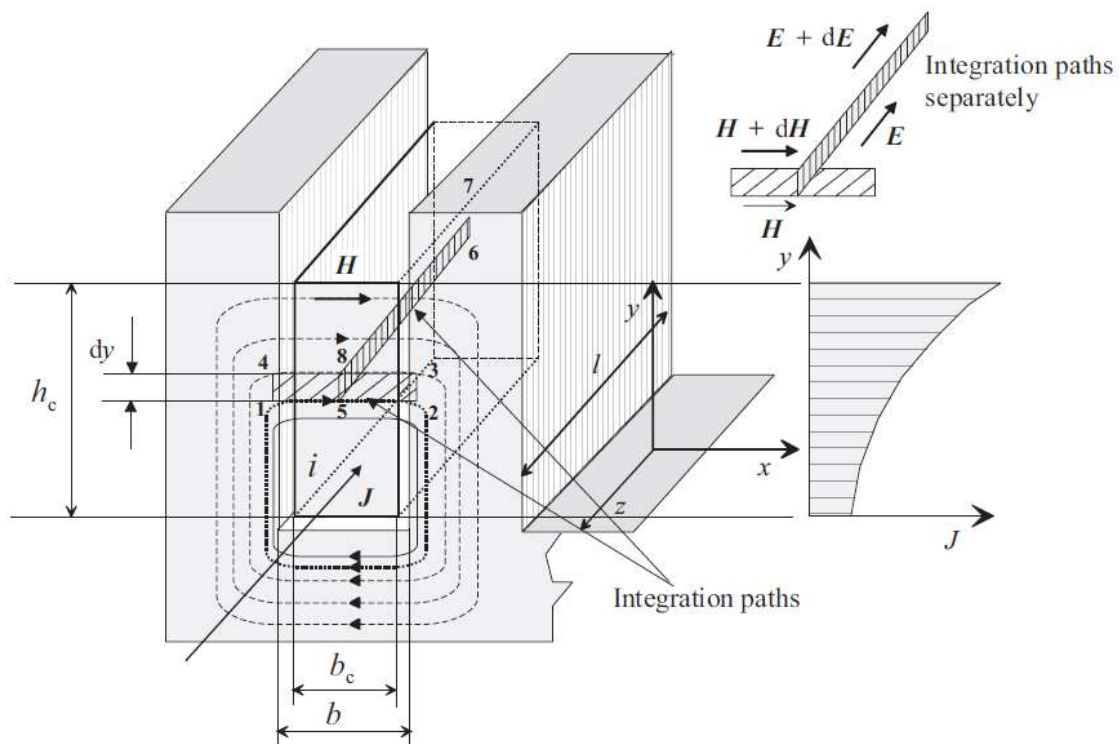
Možnost, jak zamezit těmto ztrátám je jednoduchá, vodič separujeme na několik menších vodičů o menších poloměrech. Vodiče se zapojí paralelně, což neovlivní jejich efektivní průřez. Pokud uvažujeme vzájemnou izolaci těchto vodičů, efektivní průřez vodičů bude o něco menší.

### 1.1.5 Skin efekt pro vinutí uložené v drážce

Rozdílnost velikosti skin efektu v oblasti drážek a v oblasti čela je dána magnetickými vlastnostmi daných oblastí. Při výpočtu činitele se tak vinutí nutně separuje na vinutí v drážkách a na čelní vinutí.

Proud procházející vodičem vyvolá cirkulační rozptylové toky uvnitř vodiče dle rovnice (1.15), které způsobí vířivé proudy.

Při vložení do magneticky vodivé drážky je chování samostatného vodiče takové, že proudová hustota je vytlačována ven z drážky, tedy směrem ke vzduchové mezeře stroje. Tím se mění efektivní průřez vodiče a v důsledku toho se zvyšuje odpor vodiče. Tuto problematiku lze chápat tak, že skin efekt bude snáze vznikat v části kde je vodič obklopen magnetickým obvodem.

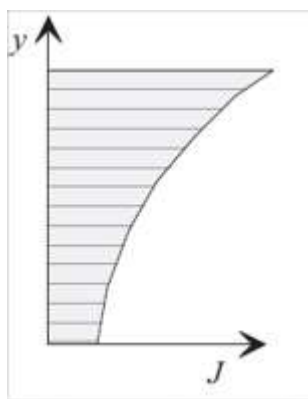


Obr. 3 Vodič v drážce obdélníkového rozměru (převzato [3])

Pro jednoduchost je uvažován jeden masivní vodič. Teče-li proud v protisměru osy  $z$ , vzniknou kolem vodiče vektory magnetické intenzity  $\vec{H}$  po uzavřené křivce  $\vec{l}$ . Tento stav je definován první Maxwellovou rovnicí.

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (1.15)$$

Vlivem intenzity magnetického pole  $\vec{H}$  vzniká magnetické pole, které je posilováno ze třech stran vodiče magnetickým obvodem. Uvažujeme-li permeabilitu magnetického materiálu blížíci se nekonečnu, budou vstupovat magnetické siločáry kolmo do materiálu. V blízkosti otevření drážky bude magnetický tok posilován méně než v blízkosti dna drážky. V blízkosti dna drážky jsou vyvolány silnější vířivé proudy uvnitř vodiče, které mají za následek větší vliv skin efektu. S tím souvisí i to, že v blízkosti dna drážky bude vlivem vyššího podílu induktivní reaktance nižší proudová hustota. Proud bude vytlačován ven z drážky. Důsledkem je nerovnoměrné rozložení proudové hustoty, velikost proudové hustoty závisí na směru osy  $y$  dle obr. 4.



Obr. 4 Závislost velikosti proudové hustoty na ose  $y$  (převzato [3])

V případě paralelních vodičů se objevují i cirkulační proudy mezi nimi. Jsou způsobeny rozdíly proudových hustot a zapříčiní indukování napětí. Vodiči následně budou protékat vyrovnávací proudy, které budou působit proti vzniklému toku. Cirkulační proudy lze odstranit geometrickým přeuspořádáním vodičů. [3]

Proudová hustota vodiče v drážce závislá na  $y$ -ové ose je dána rovnicí [3]:

$$\vec{J} = C_1 e^{(1+j)\alpha y} + C_2 e^{-(1+j)\alpha y} \quad (1.16)$$

kde  $C_1$  a  $C_2$  jsou neznámé konstanty, které lze určit pomocí počátečních podmínek,  $\vec{J}$  je fázor proudové hustoty,  $\alpha$  je převrácená hodnota hloubky vniku, kterou lze přímo v drážce vypočítat jako [3]:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu_0 \gamma_c \frac{b_c}{b}} \quad (1.17)$$

kde  $\omega$  – úhlová rychlost daná frekvencí střídavého proudu,  $\mu_0$  – hodnota permeability vakua,  $\gamma_c$  – konduktivita vodiče,  $b, b_c$  – šířka drážky a šířka vodiče. Po vypočítání proudové hustoty lze určit činitele střídavého odporu v drážkové oblasti  $k_{Ru}$  integrální rovnicí:

$$\begin{aligned} k_{Ru} &= \frac{R_{AC}}{R_{DC}} = \frac{\Delta P_{AC}}{\Delta P_{DC}} = \frac{\rho \cdot b_c \cdot l \cdot \int_0^{h_c} J^2 dy}{R \cdot I^2} = \frac{\rho \cdot b_c \cdot l \cdot \int_0^{h_c} J^2 dy}{\rho \cdot I^2 \cdot \frac{1}{b_c \cdot h_c} \cdot l} \\ &= \frac{b_c^2 \cdot h_c}{I^2} \cdot \int_0^{h_c} J^2 dy \end{aligned} \quad (1.18)$$

Přičemž činitel  $k_{Ru}$  vystupuje jako poměrná veličina mezi stejnosměrným odporem vinutí  $R_{DC}$  a střídavým odporem vinutí  $R_{AC}$  v drážce. Zvýšením odporu vodičů bude mít za přímý následek zvýšení ztrát ve vinutí, lze tedy poměry odporů nahradit poměry ztrát. Ztráty způsobené střídavým zdrojem  $\Delta P_{AC}$  jsou dle diferenciální rovnice Jouleových ztrát (1.7) odvozeny v rovnici (1.19) a ztráty způsobené stejnosměrným zdrojem  $\Delta P_{DC}$  jsou odvozeny v rovnici (1.20). Tento koeficient nám dále usnadní přesné určení Jouleových ztrát.

$$\Delta P_{AC} = \rho \cdot \int_V J^2 dV = \rho \cdot S \int_0^{h_c} J^2 dy \quad (1.19)$$

$$\Delta P_{DC} = \rho \cdot \int_V J^2 dV = \rho \cdot J^2 \cdot V = \rho \cdot \left(\frac{I}{S}\right)^2 \cdot l \cdot S = \rho \cdot I^2 \cdot \frac{l}{S} = R \cdot I^2 \quad (1.20)$$

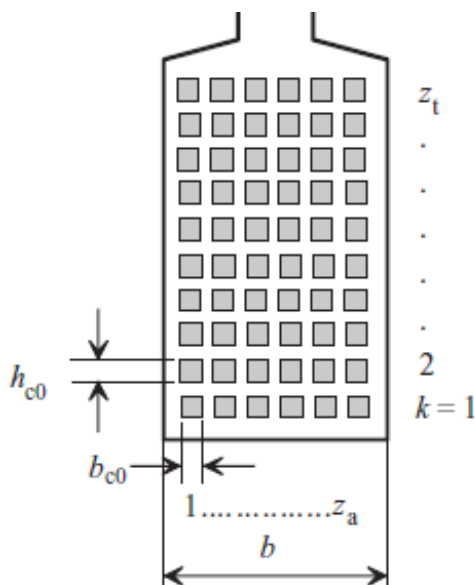
$S$  je obsah plochy vodiče, je daný násobkem strany  $b_c$  a výšky  $h_c$ .

$$S = b_c \cdot h_c \quad (1.21)$$

K řešení velikosti činitele  $k_R$  je nezbytné integrovat proudovou hustotu vodiče.

### 1.1.6 Řešení několika obdélníkových vodičů

V praktických úvahách vždy uvažujeme několik vodičů v drážkách. Dále uvažujeme že tyto vodiče jsou spojeny sériově, tzn. uvažujeme vinutí cívky.



Obr. 5 Rozměry několika vodičů v drážce (převzato [3])

$\xi$  je redukovaná výška vodiče definovaná jako bezrozměrné číslo [3]:

$$\xi = h_{c0} \cdot \alpha = h_{c0} \cdot \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \gamma_c z_a b_{c0}}{2b}} \quad (1.22)$$

V blízkosti dna drážky bude drážkový činitel odporu  $k_{Ru}$  nejnižší, a naopak v blízkosti otevření drážky bude činitel odporu nejvyšší. To znamená, že pokud jsou vodiče sériově spojeny, vodiče v blízkosti dna drážky budou méně zvyšovat ztráty než vodiče v blízkosti otevření drážky. Ztráty jsou opět nerovnoměrně rozložené, pro další počty je třeba hodnotu činitele  $k_{Ru}$  zprůměrovat [7].

Průměrná hodnota  $k_{Ru}$  vodičů v drážce, které mají obdélníkový průřez, je dána zjednodušeným empirickým vztahem, pokud platí že  $\xi \in \langle 0; 1 \rangle$  [3]:

$$k_{Ru} = 1 + \frac{z_t^2 - 0,2}{9} \xi^4 \quad (1.23)$$

kde  $z_t$  je úroveň výšky, ve které se nachází vodič (obr. 5).

Ve vodičích kruhového průřezu jsou skin efektové ztráty podstatně nižší, jejich koeficient  $k_{Ru}$  se rovná [3]:

$$k_{Ru} = 1 + 0,59 \cdot \frac{z_t^2 - 0,2}{9} \xi^4 \quad (1.24)$$

Skin efekt je v čelech vinutí nižší než v drážkách, ovšem je třeba jej zahrnout do výpočtu z důvodu nemalé části délky vinutí, může dosahovat kolem 50 % z celkové délky. Je určen též empirickým vztahem [3]:

$$k_{RW} = 1 + \frac{z_t^2 - 0,8}{36} \xi^4 \quad (1.25)$$

Konečný přepočet činitele  $k_R$ , za předpokladu skin efektu způsobeného vířivými proudy a lineárně rozložení teploty podél celého vinutí, se vypočítá jako [3]:

$$k_R = k_{Ru} \frac{2l}{l_{av}} + k_{RW} \frac{l_{av} - 2l}{l_{av}} \quad (1.26)$$

kde  $l$  je délka vodiče uloženého v drážce a  $l_{av}$  je celková délka 1 závitů.

Skin efekt v čele je často zanedbatelný, tzn. že činitel  $k_{RW} = 1$ , pro tyto případy lze rovnici uvažovat ve tvaru [3]:

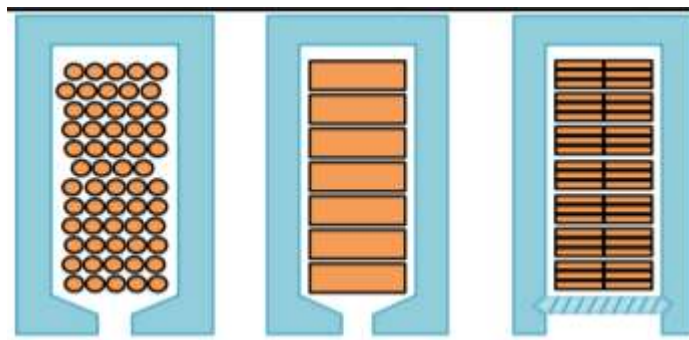
$$k_R = 1 + (k_{Ru} - 1) \frac{2l}{l_{av}} \quad (1.27)$$

### 1.1.7 Zhodnocení skin efektových ztrát

Z rovnic (1.23) a (1.24) je patrné, že odporový koeficient  $k_{Ru}$  závisí na druhé mocnině počtu vrstev  $z_t$ . Zdálo by se, že zvýšením počtu vrstev  $z_t$  vzroste koeficient  $k_{Ru}$ , dělením vodičů se však výrazně sníží redukovaná výška vodiče. Ve vzorci silně dominuje redukovaná výška vodiče  $\xi$  a tudíž snížením výšky vodiče  $h_{c0}$  se sníží koeficient  $k_{Ru}$ . V úvaze masivního vodiče byla stěžejním prvkem ke změně proudové hustoty též výška vodiče, proudová hustota se měnila pouze v tomto geometrickém směru. Řešením snížení ztrát se vyobrazuje rozdělení masivního vodiče na více vodičů s menší výškou. Ostatní rozměry vodiče není třeba měnit [7].

Další možností, jak omezit skin efektové ztráty v samotných vodičích, je rozdělení samostatného vodiče na několik paralelních subvodičů. Samotné rozdělení vodičů je neefektivní, proto je nezbytné jejich geometrické přeuspořádání. Pokud paralelně spojené vodiče spojkami v čelech zrcadlově přeuspořádáme, tzn. vrchní se spodními, snížíme výrazně cirkulační proudy mezi vinutími. Ztráty způsobené cirkulačními proudy se však nevyhladí úplně, pouze se zmenší. Problémem je fakt, že míra závislosti ztrát na poloze  $y$ -ovém směru je nelineární, tudíž část proudové nelinearity ve vinutí zůstává [7].

Ideálním řešením je pravidelnější transpozice vzhledem k počtu paralelních vodičů. Toto umožňuje Roebelova tyč nebo Litzovy dráty.



Obr. 6 Průřezy vinutí: a) drátové vinutí, b) obdélníkové vinutí, c) formované vinutí (převzato [8])

Stroje lze klasifikovat podle typu vinutí, které v současné době nejčastěji rozdělujeme na tři hlavní kategorie, tyto typy vinutí jsou zobrazeny na obr. 6.

Měděné vinutí z drátů se používá spíše v méně výkonových strojích, průřez vinutí je zobrazen na obr. 6.a). U těchto strojů není třeba používat tvarované obdélníkové vinutí, jelikož rozměry drážek těchto strojů jsou poměrně malé a vzrostla by výrobní náročnost. Tyto drážky obvykle bývají polouzavřené, tudíž vkládání vodičů do drážky je postupné. Zároveň náhodné uspořádání takto malých vodičů v drážce může způsobit horší využití celého průřezu drážky.

Ve strojích s podstatně vyšším výkonem se častěji používá vinutí obdélníkové, které efektivněji vyplní drážku ve stroji. Obdélníkový průřez vinutí se navrhuje tak, aby svými rozměry přímo seděl do drážky stroje. Na rozdíl od vodičů kruhového průřezu je vyplnitelnost drážky vyšší. Toto vinutí není vhodné jen pro efektivní vyplnění drážky, ale také na rozdíl od drátového vinutí je vkládání vinutí mnohem jednodušší. Díky své masivitě se při vkládání vinutí neprohýbá tolik jako vinutí drátové. Kvůli jeho velkému průřezu zde vznikají poměrně velké skin efektové ztráty způsobené vířivými proudy.

Snížení těchto ztrát je řešeno formovaným vinutím, které je zobrazeno na obrázku 6.c). Toto vinutí má oproti vinutí obdélníkové jednotné ploché vodiče, jež jsou rozděleny na dvě řady o více plochých paralelních subvodičů, které snižují redukovanou výšku vodiče. V součtu je tak plně využit objem drážky a zároveň jsou potlačeny skin efektové ztráty. Problémem vinutí jsou cirkulační proudy způsobené paralelními subvodiči. Formované vinutí je vloženo do otevřené drážky, konce subvodičů jsou spojeny paralelním spojem, aby se vytvořila kompletní cívka.

Stejnoseměrné stroje mají oproti střídavým strojům tu výhodu, že ve statorovém vinutí teče pouze stejnosměrný proud, tudíž koeficient skin efektových ztrát se nevyskytuje.

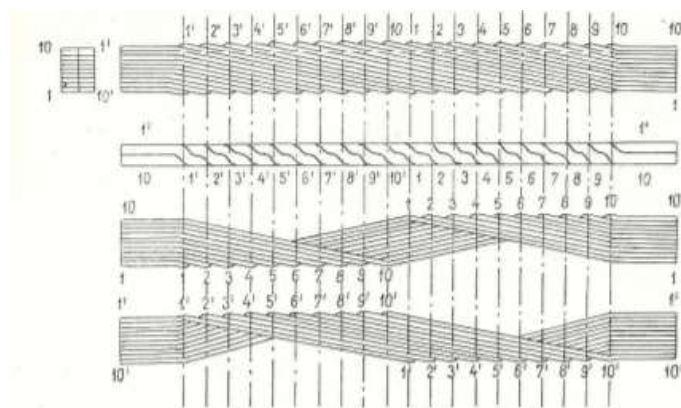


V rotoru se vlivem komutace proudu a mechanického otáčení indukují střídavé magnetické pole. Vinutím teče střídavý proud, proto se mohou na rotoru vyskytovat skin efektové ztráty.

U synchronního stroje je rotor buzen stejnosměrným proudem, tudíž se chová jako permanentní magnet, nebo se synchronní stroje v moderní době díky vývoji magnetů začínají vyrábět přímo s permanentními magnety. Asynchronní stroj se při jmenovitém chodu často používá při skluzu blízcího se k 0, tzn. že rotorová frekvence je minimální a ztráty skin efektem se téměř nevyskytují. Z toho vyplývá, že se skin efektové ztráty synchronního a asynchronního stroje jsou nezanedbatelné pouze ve statorech.

### 1.1.8 Roeblova tyč a Litzovy dráty

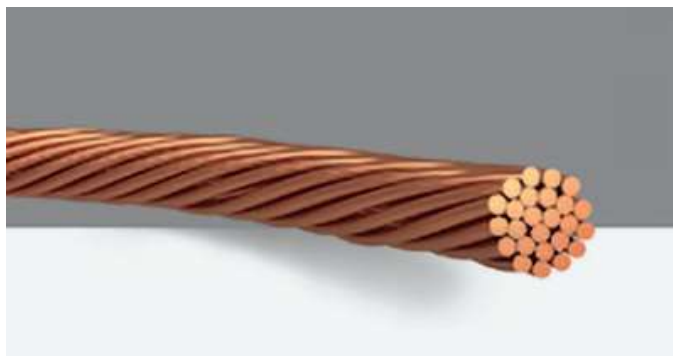
Roeblova tyč je skupina vodičů obdélníkového průřezu, která je v délce drážky rovnoměrně zohýbána tak, že každý dílčí vodič v axiálním směru postupně vymění všechny geometrické pozice vůči průřezu drážky. Touto geometrickou výměnou po celém obvodu docílíme toho, že na každý vodič budou působit stejné magnetické toky a snížíme efektivní hodnotu celkového odporu všech vodičů. Tato transpozice se nejčastěji vyskytuje jen v drážkové části stroje, kde je vliv skin efektu několikrát vyšší než v čelech stroje. Sporadicky se vyskytuje i transpozice pro čelní vinutí. Provedení Roeblovy transpozice je několik, liší se podle úhlu kroucení dílčích vodičů. U širokých drážek se častěji vyskytuje dvojité Roeblova tyč, jejíž průřez je zobrazen vlevo na obr. 7.



Obr. 7 Schéma Roeblovy tyče (převzato [9])



Obr. 8 Roeblova tyč (převzato [3])

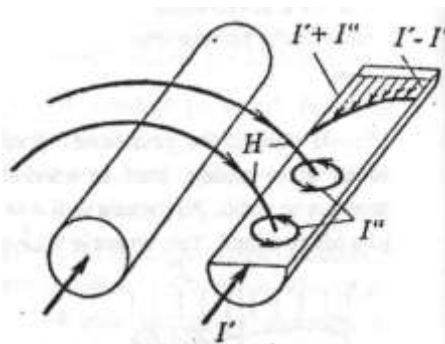


Obr. 9 Litzovy dráty (převzato [10])

Litzovy dráty jsou používány spíše u menších strojů, kde se používá vinutí kruhového průřezu. Ve své podstatě je to svazek kroucených vodičů. Nemají úplně optimální transpozici, ale efektivita potlačení skin efektových ztrát je vysoká. Provedení vinutí může být s izolovanými nebo s neizolovanými dílčími vodiči. Metoda s neizolovanými vodiči je do určitých frekvencí velice účinná, obvykle jde o frekvence do 100 Hz [3]. S izolovanými vodiči je transpozice dokonalejší, ale o trochu náročnější na zpracování (dražší) a izolace je citlivá na tepelné a mechanické namáhání. Použití izolovaných vodičů je výhodné u vysokorychlostních strojů napájených z polovodičových měničů.

### 1.1.9 Proximity efekt (neboli jev blízkosti)

V soustavě vodičů je třeba uvažovat jejich vzájemné působení. Do magnetického pole vodiče může zasahovat magnetické pole jiného vodiče, tudíž oba vodiče na sebe vzájemně působí a vzájemně v sobě vyvolávají vířivé proudy, které způsobí změnu rozložení proudové hustoty v objemu vodiče. Na obr. 10 je zobrazena proudová hustota vířivých proudů působících proti změně, která je vyvolala.



Obr. 10 Jev blízkosti (proximity efekt) (převzato [4])

Tento jev označujeme jevem blízkosti (proximity efektem). Rozložení proudové hustoty závisí také na směru proudů ve vodičích. Je-li jejich směr souhlasný, sníží se proudová hustota v nejbližších bodech vodičů [4,16].

Při rozložení vodičů symetricky kolem centrálního vodiče je zřejmé, že na vodič budou působit okolní vodiče stejně [16], tzn. nenastane v něm vlivem nesymetrického rozložení proudové hustoty proximity efekt. Při vzdalování se od tohoto centrálního vodiče bude postupně narůstat v následujících vrstvách vodičů proximity efekt. Pro svrchní vodiče, neboli vodiče blízké stěnám drážky, bude proximity efekt maximální.

### 1.1.10 Rezistivita materiálu

Nedílnou součástí minimalizace Jouleových ztrát ve vinutí je volba materiálu. Rezistivita materiálu je závislá na teplotě, proto její hodnotu určíme dle:

$$\rho = \rho_{20} \cdot (1 + \alpha \Delta\theta) \quad (1.28)$$

kde  $\rho_0$  je rezistivita materiálu při 20 °C,  $\alpha$  je teplotní součinitel a  $\Delta\theta$  značí rozdíl teplot vztažený právě k 20 °C. Při návrhu vinutí se téměř vždy volí mezi hliníkem a mědí, jenž dosahují nejvyšší elektrické vodivosti a zároveň jsou cenově příznivý. Dále je potřebné uvažovat i tepelnou kapacitu  $c$ , která nemá sice na velikosti ztrát vliv, avšak je důležitá z hlediska maximální možné teploty ve vinutí a celkové pracovní teploty stroje.

Tab. 2 Parametry materiálů používaných pro vinutí

	$\rho_{20}$ ( $\Omega \cdot m$ )	$\alpha$ ( $K^{-1}$ )	$c$ ( $J/K$ )	hustota ( $kg/m^3$ )
měď	$0,0178 \cdot 10^{-6}$	$3,92 \cdot 10^{-3}$	383	8900
hliník	$0,0285 \cdot 10^{-6}$	$3,77 \cdot 10^{-3}$	896	2700

Pro rotory asynchronních a stejnosměrných strojů se musí uvažovat i jejich hmotnost, která definuje dynamiku stroje, respektive jeho momentovou setrvačnost. U asynchronních rotorů s klecí na krátko se právě kvůli těmto vlastnostem jako rotorové vinutí volí spíše hliníkové tyče, které mají sice menší vodivost, ale jsou až 3x lehčí než měď.

## 1.2 Ztráty na kartáčích

### 1.2.1 Rovnice

Elektrické ztráty vznikají nejen ve vinutí, ale také na přechodu lamela-kartáč u stejnosměrných strojů nebo u synchronních na přechodu kroužek-kartáč. Jsou dány úbytkem napětí na přechodu  $\Delta U_k$ , a proudu procházejícího přes tento přechod  $I_k$ . U synchronního stroje odpovídá budícímu proudu a u stejnosměrného stroje odpovídá kotevnímu proudu.

$$\Delta P_k = 2 \cdot \Delta U_k \cdot I_k \quad (1.29)$$

Ztráty na kartáčích jsou vynásobeny dvěma, jelikož vždy proud teče přes 2 kartáče.

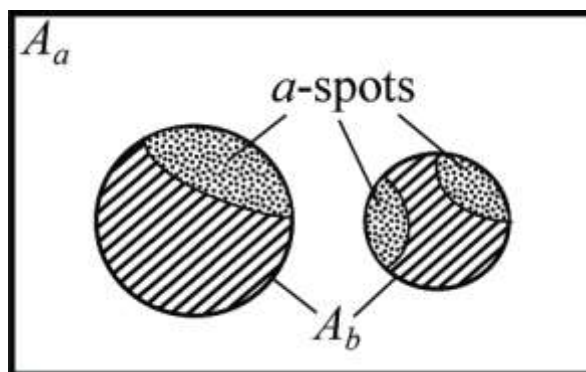
### 1.2.2 Přechod kartáč-kroužek

Stejnoseměrný stroj s kartáči je považován za první elektrický stroj. Jako materiál kartáče se používá především grafit. Rozlišujeme 3 typy grafitu v závislosti na jeho zpracování: elektro, přírodní a kovový grafit. Grafit je specifický svou asymetrií atomové mřížky, čímž při mechanickém namáhání materiálu může jeho rovina vůči jinému materiálu prokluzovat. Kluznost grafitu je zcela relevantní pro jeho použití jako sběrných kartáčů [11].

U synchronních strojů začínají být uhlíky nahrazovány permanentními magnety. Pevnost magnetů vyžaduje přítomnost kovů vzácných zemin. Nevýhodou strojů s permanentními magnety jsou ztráty při zvyšování rychlosti stroje, jelikož na rozdíl od buzených strojů nelze ovládat velikost magnetického pole. Lze jej pouze potlačovat působením vybuzeného elektromagnetického pole proti poli permanentního magnetu.

Alternativním přístupem k buzení pomocí kartáčů je magnetické buzení stroje. Buzení stroje funguje na principu elektromagnetických sil. Konstrukčně je toto řešení náročnější a dražší. Z nevýhod těchto 2 alternativ vyplývá, že stroje s kartáči mají stále své místo na trhu.

Sběrnou plochu mezi kartáčem a sběracím kroužkem lze rozdělit na zdánlivou plochu kartáče, na obrázku vyznačenou jako  $A_a$ , nosnou plochu  $A_b$  a skutečnou kontaktní plochu  $A_c$ , skrz kterou skutečně teče proud (na obrázku 11 oblast a-spots). U kluzných kontaktů se plocha  $A_c$  rychle mění v rozsahu plochy  $A_b$ . Zbývající plocha je pokryta izolační fólií a vrstvou skládající se z nečistot vzduchu a oxidů kovů [11].



Obr. 11 Plochy přechodu kartáč – kroužek (převzato [11])

Náhradní odpor přechodu kartáč kroužek je uveden rovnicí [11]:

$$R = \frac{\rho}{4na} \quad (1.30)$$

kde  $\rho$  je měrný elektrický odpor,  $a$  je průměrný poloměr ploch  $A_c$  a  $n$  je počet těchto ploch. Úbytek napětí mezi kartáčem a kroužkem je dán úbytkem na náhradním odporu a úbytkem na izolační fólii [11].

Mechanický impuls může způsobit částečné nebo plné nadzvednutí kartáče. Tyto pulsy mohou způsobit zmenšení kontaktní plochy kartáče, díky čemuž se zvýší proudová hustota v lokální oblasti styčné plochy. Dochází tak k lokálním nárůstům teploty a následným opalováním kontaktů. Opalováním kontaktů dochází též ke vzniku vodivého kanálu, skrz který díky indukčnosti vinutí prochází nadále proud ve formě elektrického oblouku.



Obr. 12 Opálený kartáč stejnosměrného motůrku (převzato [23])

### 1.2.3 Dynamika kartáčů

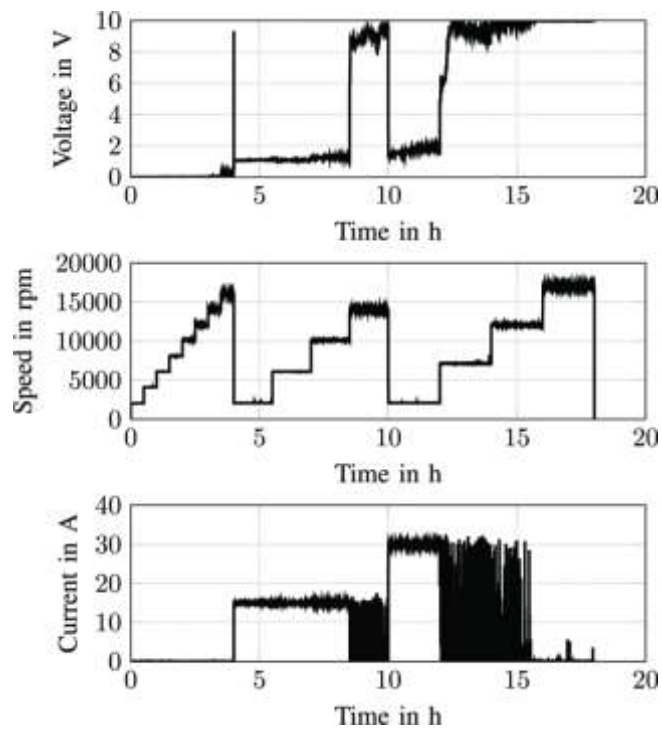
Dynamika kartáčů určující výkon stroje, respektive jeho ztráty, byla měřena na obr. 13. Měření bylo provedeno bez budícího vinutí, tzn. nepřípojeného ke sběracím kroužkům, tudíž bez indukčnosti v elektrickém obvodu [11].

V první části měření je stroj postupně mechanicky roztočen, bez připojení elektrického zdroje. U tohoto měřeného úseku se s kartáči stroje nic neděje.

Pro druhou část měření, začínající přibližně v čase 5 h, je stacionární úbytek napětí mezi kartáčem a sběracím kroužkem přibližně 1 V. Přivedením proudu na kartáče 15 A je vidět, že úbytek 1 V je relativně konstantní až do rychlosti přibližně 10 000 ot/min. Při rychlosti 14 000 ot/min začne kartáč vibrovat, stabilní přenos proudu se rozpadne. V proudové charakteristice můžeme vidět kmity proudu procházejícím kartáčem v časovém sledu. Velikost napětí na přechodu odpovídá velikosti napájecího napětí, tzn. napětí přibližně 10 V [11].

Ve třetí části začíná měření, přibližně v 10 h, opět při nižších otáčkách stroje. V tomto případě teče proud přes kartáče cca 30 A, stacionární hodnota napětí se blíží již 2 V a odklonění kartáče nastává již při rychlosti přibližně 7 000 ot/min [11].

Důvodem odpojení kartáčů je elektrodynamický odpor, který je u kartáčů závislý na kooperaci napájecího proudu a magnetického pole vytvořeného proudem. Tyto dva faktory způsobí odpudivou sílu působící na kartáč [11].



Obr. 13 Měření napětí na kartáčích v závislosti na otáčkách stroje (převzato [11])

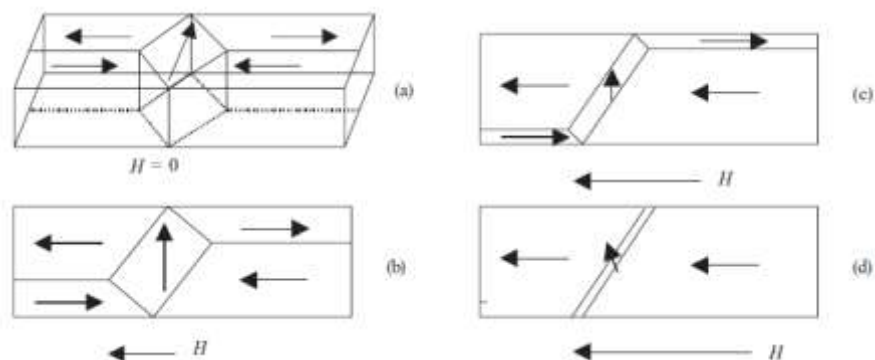
## 2 Ztráty v železe

Ztráty v železe jsou závislé na vlastnostech magnetického jádra. Následně dělíme tyto ztráty do 2 skupin. Hlavními ztrátami jsou hysterezní ztráty a ztráty vířivými proudy. Vedlejšími ztrátami jsou pak ztráty pulsní a povrchové, které jsou způsobeny drážkováním strojů. Ztráty pulsní a povrchové jsou nezávislé na zatížení stroje. Zařazujeme je do skupiny ztrát přídatných. Ztráty závislé na zatížení se označují jako ztráty dodatečné, tyto ztráty respektují rozptylové toky ve stroji. Stejně jako povrchové a pulsní ztráty, řadíme i dodatečné ztráty do ztrát přídatných.

### 2.1 Hysterezní ztráty

Weissový domény popisují chování feromagnetického materiálu nebo permanentního magnetu vloženého do externího magnetického pole. Každý magnetický materiál lze rozdělit na elementární magnety, polarita těchto elementárních magnetů je určena Weissovými doménami, které jsou rozděleny Blochovou stěnou [3].

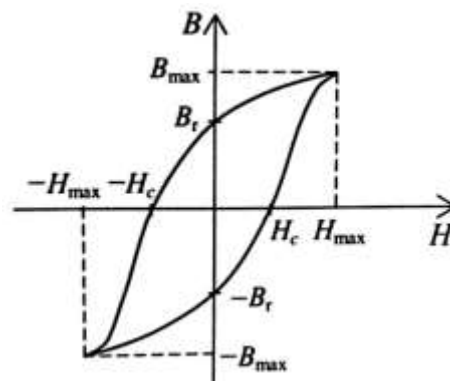
Dle velikosti přiloženého magnetického pole se mění poměr orientací Weissových domén, jak je znázorněno na obr. 14.a) až 14.d) [3]. Následkem toho je i zužování Blochovy stěny [3]. Tato stěna je jakýmsi plynulým přechodem mezi severním a jižním pólem zmagnetovaného materiálu. Při vyjmutí materiálu z magnetického pole se Weissový domény mají tendenci vracet do původního stavu. Magnetický materiál si pamatuje předchozí orientaci magnetického pole a Weissový domény zůstávají částečně natočeny ve směru pole materiálu. Setrvačnost polarizace je závislá na typu materiálu a souvisí s energetickými bilancemi. Tato míra setrvačnosti polarizace souvisí s hysterezní smyčkou charakteristickou pro různé typy materiálů.



Obr. 14 Orientace Weissových domén a Blochových stěn v závislosti na intenzitě vnějšího magnetického pole, kde je intenzita vnějšího magnetického pole: a) žádná, b) minimální, c) střední, d) nejvyšší (převzato [3])

Hysterezní ztráty jsou způsobeny neustálým přemagnetováním magnetického materiálu, respektive neustálým pohybem Weissových domén. Tímto pohybem elementárních magnetů vzniká tření, které vyvolá tepelnou energii, respektive ztráty. Zároveň pro přemagnetování materiálu je zapotřebí určité množství energie. Z těchto úvah lze říci, že je třeba část energie na pokrytí hysterezních ztrát vzniklých při přemagnetování materiálu. Tato energie je úměrná obsahu hysterezní smyčky. Z toho plyne, že materiály s úzkou hysterezní smyčkou jsou méně ztrátové než materiály se širokou smyčkou.

### 2.1.1 Popis hysterezní smyčky



Obr. 15 Hysterezní smyčka (převzato [16])

Hysterezní smyčka vyjadřuje závislost magnetické indukce materiálu  $B$  na působení intenzity magnetického pole  $H$  při plynulé změně intenzity (tzn. harmonický zdroj). Bod  $\pm B_{max}$  odpovídá stavu nasycení materiálu, kde výrazně klesá relativní permeabilita materiálu, tj. stav kdy při působení silnější magnetické intenzity není materiál teoreticky schopen vytvářet silnější magnetické pole. Prakticky k tomuto jevu nedochází, magnetické pole se u feromagnetického materiálu zvyšuje, ale zanedbatelně málo [3]. Důležitým bodem hysterezní smyčky je bod  $B_r$ , který se nazývá remanence. Remanence je schopnost materiálu zůstat zmagnetován po vyjmutí z magnetického pole. Dalším důležitým bodem je koercivita  $H_c$ , což je intenzita potřebná na odsmagnetování materiálu.

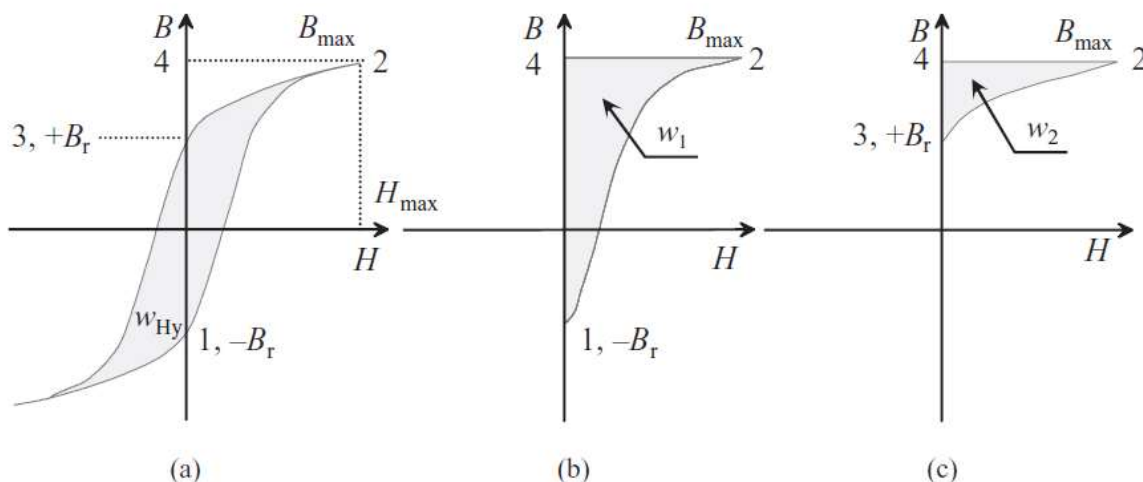
Velikost hysterezních ztrát je také lineárně úměrná frekvenci přemagnetování. Za časový úsek jedné periody se ztratí množství energie úměrné ploše hysterezní smyčky. Zdroj s kratší periodou pak v materiálu za jednotkovou dobu trvání vyvolá větší ztráty než zdroj s delší periodou za stejnou časovou délku. Je tak patrné, že hysterezní ztráty jsou lineárně závislé na kmitočtu přemagnetování.

Hysterezní smyčka je definovaná při plynulé změně intenzity. Plynulá změna intenzity je dle rovnice (1.15) vyvolaná plynulou změnou proudu procházejícího danou cívkou, v našem případě vinutím.



### 2.1.2 Ztracená energie

Ztracenou energii lze klasifikovat jako rozdíl energie potřebné na zmagnetizování materiálu a energii vydanou při zániku působení intenzity  $H$ .



Obr. 16 Magnetická energie hysterezní smyčky (převzato [3])

Energie potřebná na zmagnetizování materiálu je úměrná obsahu plochy  $W_1$ , jež je zobrazena na obr. 16.b). Energie odevzdaná magnetickým materiálem při poklesu intenzity na nulovou hodnotu je znázorněna na obr. 16.c) jako energie  $W_2$ .

Výpočet těchto energií je roven plochám danými rovnicemi

$$W_1 = \int_{-B_r}^{B_{max}} H dB \quad (2.1)$$

$$W_2 = \int_{B_{max}}^{B_r} H dB \quad (2.2)$$

Tato ztracená energie v 1 půlperiodě je pak rozdílem těchto 2 ploch. Celková ztracená energie je tedy dvakrát větší, tzn.:

$$W_{Hy} = 2(W_1 - W_2) \quad (2.3)$$

kde  $W_{Hy}$  je považovaná celková hodnota hysterezní ztrátové energie.

Ovšem při vyjadřování hysterezních ztrát je obtížný výpočet plochy křivky, tzn. výpočet integrálu. Navíc různé materiály pak mají různé tvary hysterezních smyček. U elektrotechnických plechů se pro jednoduchost výpočtu používá normovaná magnetizační charakteristika, jejíž plochu lze určit pomocí rovnice [1, 4]:

$$W_{Hy} = \int H_z dB \quad (2.4)$$

kde  $H_z$  je hodnota ztracené intenzity.

### 2.1.3 Ztrátový výkon

Hysterezní ztráty jsou definovány jako střední hodnota vzniklého tepla za daný časový interval, čemuž odpovídá rovnice [13]:

$$\Delta P_h = \frac{1}{T} \int_0^T H_z \frac{dB}{dt} dt \quad (2.5)$$

Integrovaný člen respektuje hodnotu okamžitého ztrátového výkonu, který je dán vztahem [13]:

$$p_h(t) = H_z \frac{dB}{dt} \quad (2.6)$$

Zavedeme-li úvahu, že při minimální změně indukce  $dB_{min}$  je intenzita maximální  $H_{max}$ . Opačně při maximální změně  $dB_{max}$  je hodnota intenzity nulová  $H_0$ . Při zjednodušení by se dalo říci, že pokud je magnetická indukce sinusového průběhu, pak k ní odpovídající intenzita musí být právě kosinusového průběhu. Tuto myšlenku definují rovnice [13]:

$$B = B_{max} \sin(\omega t) \quad (2.7)$$

$$H_z = H_{max} \cos(\omega t) \quad (2.8)$$

Po zavedení této úvahy a dosazení zpět do rovnice (2.5) je odvozen výraz [13]:

$$\begin{aligned} \Delta P_h &= \frac{1}{T} \int_0^T H_{max} \cos(\omega t) \frac{d(B_{max} \sin(\omega t))}{dt} dt \\ &= H_{max} B_{max} \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t) \omega \cdot \cos(\omega t) dt \\ &= H_{max} B_{max} 2\pi f \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t) dt = H_{max} B_{max} \pi f \end{aligned} \quad (2.9)$$

Na místo toho jsou pro jednoduchost a rychlost počítání zkušenostmi určeny empirické vzorce. Při úvaze konstantního kmitočtu, je i ztrátová energie konstantní, tzn. závisí na počtu period za sekundu. Lze pak rovnici vyjádřit pomocí empirického vztahu zobrazujícího hysterezní ztráty [13]:

$$\Delta P_h = c_h \cdot f \cdot B^\beta \quad (2.10)$$

kde  $c_h$  je činitel uvažující nerovnoměrné rozložení magnetického pole a vlastnosti materiálu způsobené výrobou, tato hodnota je určena zkušenostmi a měřeními. Dále pak exponent  $\beta$  uvažuje parametry hysterezní smyčky daného materiálu. Nejčastěji se volí indukce v jádře kolem 1,2 T, při které je hodnota exponentu  $\beta$  rovna 2. V mnoha jiných empirických vztazích tak lze přímo naleznout exponent  $\beta$  jako druhou mocninu [13,15].

Porovnáním empirické rovnice (2.10) a rovnice (2.9) je patrné, že pokud si zjednodušíme rovnici tak, aby exponent  $\beta$  byl roven 2, lze následně říci, že hodnota  $H_{max}$  je rovna [13]:

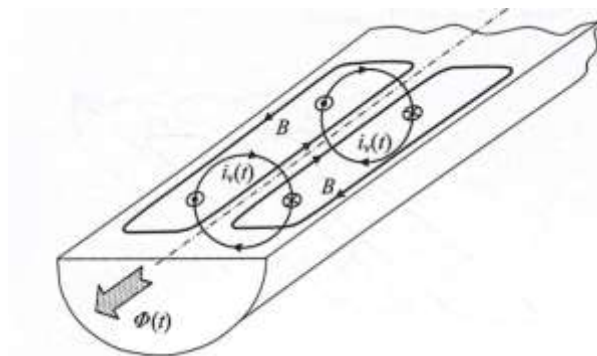
$$H_{max} = \frac{1}{\pi} c_h B_{max} \quad (2.11)$$

## 2.2 Ztráty vířivými proudy

S vířivými proudy jsme přišli do styku již v kapitole Elektrické ztráty, kde vířivé toky způsobovaly ve vodiči skin efekt. V magnetické části stroje se vyskytuje obdobný problém. Magnetickým materiálem (železem) protéká magnetický tok, kolem něhož cirkuluje elektrický proud.

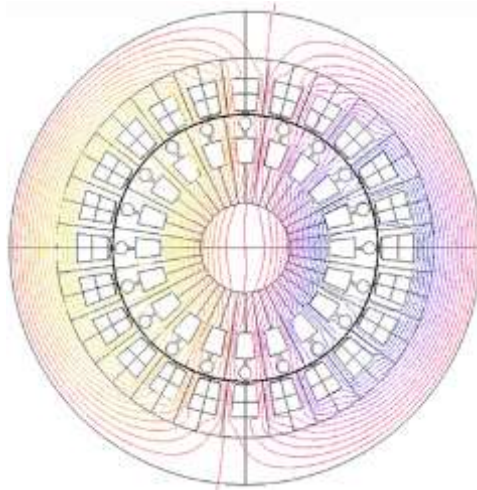
Tento jev způsobuje 2 parazitní jevy. Prvním problémem je cirkulace elektrického proudu přes magnetický materiál, který je zároveň elektricky vodivým. Následkem vířivých proudů je vznik tepelných ztrát v železe. Velikost tepelných ztrát lze stejně jako u ztrát ve vinutí určit pomocí rovnice popisující vznik Jouleova tepla, respektive Jouleovy ztráty. Druhým parazitním jevem je vznik sekundárního magnetického pole, které působí proti změně, jež jej vyvolala. Tento jev se označuje jako magnetický skin efekt. Mění rozložení indukce v železe, nejen že ovlivňuje efektivní hodnotu magnetického odporu, ale v určitých částech stroje může způsobovat přesycování stroje.

Povaha magnetického skin efektu a vířivých proudů je znázorněna na obr. 17.



Obr. 17 Ilustrace vířivých proudů a magnetického skin efektu (převzato [16])

Velikost vířivých ztrát je tedy závislá na elektrické vodivosti magnetického obvodu. Tyto ztráty platí pouze pro střídavý magnetický tok, tudíž se nevyskytují v buzení stejnosměrného a synchronního stroje. Pro ilustraci cirkulace magnetického toku ve stroji je na obr. 18 zobrazeno magnetické pole dvupólového asynchronního stroje.



Obr. 18 Orientace magnetických toků ve stroji (převzato [19])

Magnetický tok se uzavírá přes magnetický materiál (železo). Velikost magnetického toku je závislá na velikosti indukce v dané části stroje a plochy skrz níž tok kolmo protéká. Ve skutečnosti je magnetický tok při konstantním poměru napětí a frekvence konstantní. Velikost indukce v dané části je závislá na ploše, skrz kterou magnetický tok protéká, to je definováno Maxwellovou rovnicí (2.12).

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.12)$$

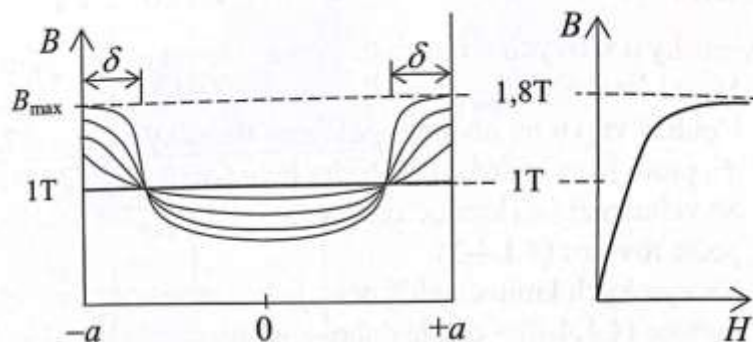
Velikost vířivých ztrát je závislá na druhé mocnině magnetické indukce a na druhé mocnině frekvence magnetického pole.

Empirický vztah definující ztráty vířivými proudy je popsán rovnicí [2]:

$$\Delta P_v = c_v \cdot f^2 \cdot B^2 \quad (2.13)$$

kde  $c_v$  je činitel vířivých ztrát.

### 2.2.1 Magnetický skin efekt a jeho vliv na přesycení stroje



Obr. 19 Závislost indukce materiálu na rozměru a intenzitě (převzato [5])

Při návrhu stroje volíme velikost magnetické indukce do typického bodu magnetizační charakteristiky, tedy do kolene magnetizační křivky materiálu. Hodnota v koleni

charakteristiky je velmi blízká hodnotě  $B_{max}$  [16]. Stav, při kterém dosáhneme bodu  $B_{max}$ , lze označit jako dokonalé nasycení materiálu.

Chování magnetického skin efektu je velice podobné elektrickému skin efektu, v tomto případě je vytlačován magnetický tok v materiálu, zároveň klesá efektivní hodnota toku. Obdobně je zavedena charakteristická veličina – hloubka vniku v rovnici (1.14).

Prudký pokles permeability za oblastí kolene, tzn. v přesycené části stroje, způsobí zvětšení hloubky vniku a tím její posun blíže ose materiálu. Následkem toho se hloubka vniku přesouvá do středu plechu [16].

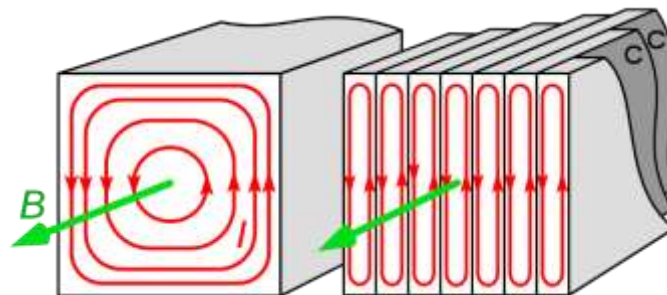
Mohlo by se zdát, že přesycení stroje snižuje celkově ztráty stroje. Opak je pravdou, sice částečně potlačuje magnetický skin efekt, tím že linearizuje rozložení magnetického pole v železe, avšak pro dosažení vyšší intenzity magnetického pole je nutné, aby několikanásobně vzrostl odebíraný proud strojem. Potřebná intenzita a tím pádem i proud se několikanásobně zvyšuje a s ním i ztrát ve vinutí. Přesycování strojů je tudíž nežádoucí.

### 2.2.2 Potlačení ztrát vířivými proudy

K potlačení ztrát vířivými proudy je z pohledu rovnice (1.9) nutnost snížení aspektu elektrického proudu. K potlačení ztrát se používají tenké plechy, zvýšení měrného elektrického odporu příměsí jiného materiálu do železa nebo jádro práškovitého charakteru. Jsou i speciální materiály určené k potlačení těchto ztrát, například amorfní oceli. Otázkou pak zůstává jejich cenová náročnost na výrobu vůči ceně ztracené energie.

#### Plechý

Průřezem železa, jenž je zobrazen na obr. 20 vlevo, protéká magnetický tok. Vířivé proudy se uzavírají na ploše železa kolmo na magnetický tok. Velikost těchto proudů je poměrně velká, vezmeme-li v úvahu rovnici pro výpočet elektrického odporu, kde odpor je úměrný délce smyčky  $l_s$  a nepřímo úměrný obsahu  $S$ . Poměr těchto veličin je zcela relevantní pro tuto metodu potlačení vířivých proudů. V případě plechů zobrazených na



Obr. 20 Vířivé proudy v masivním jádře a v jádře složeném z plechů (převzato [21])

pravém obrázku je poměr délky a plochy, skrz kterou vířivý proud cirkuluje, několikrát vyšší

a tím i elektrický odpor. Vyšší hodnota elektrického odporu způsobí nižší ztráty vířivými proudy.

Tyto plechy je nutné navzájem izolovat. Obvykle jsou na povrchu nalakovány nebo je na nich nanášena tenká chemická vrstva.

Při stavbě magnetického obvodu stroje se uvažuje  $k_{Fe}$  – činitel plnění železa, který určuje vyplnění železa vůči celé délce stroje. Velikost činitele  $k_{Fe}$  závisí na typu použitých plechů a typu izolace.

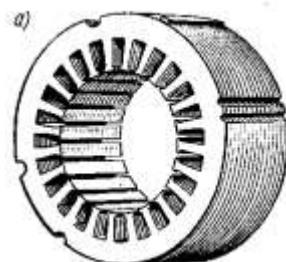
Tab. 3 Rozsahy činitele plnění železa

Tloušťka plechů (mm)	činitel plnění železa $k_{Fe}$	
	plechy lakované	chemická izolace
0,35	0,89 - 0,93	0,93 - 0,97
0,5	0,92 - 0,95	0,95 - 0,97

Prodloužení délky cirkulujících proudů lze provést právě v ploše, která je kolmá na směr šíření toku. Tato plocha má vždy 2 rozměry, přičemž při toku jhem se plocha rovná  $l_{cel} \cdot h_{jha}$ , kde  $l_{cel}$  je celková délka stroje a  $h_{jha}$  je výška jha. Při toku zuby se plocha rovná  $l_{cel} \cdot b_z$ , kde  $b_z$  je šířka zubu. Výhodné je skládat plechy v ose společného rozměru ploch, tudíž v ose rovnoběžné s  $l_{cel}$ . Magnetické jádro stroje je tak separováno v axiální ose stroje, tzn. zavedení hodnoty efektivní délky stroje  $l_{ef}$ :

$$l_{ef} = k_{Fe} \cdot l$$

Pro ilustraci je na obr. 21 znázorněno složení plechů točivého stroje.



Obr. 21 Stator složený z plechů (převzato [33])

### Zvýšení měrného elektrického odporu

Nejlepší magnetické vlastnosti, tzn. relativně vysokou indukci nasycení a zároveň úzkou hysterezní smyčku, má železo. Nevýhodou železa je relativně malý elektrický odpor, použití železa jako magnetického jádra stroje je kvůli ztrátám nevhodné. Je nutné zvolit vhodný materiálový kompozit, který kombinuje dobré magnetické vlastnosti a zároveň nízkou elektrickou vodivost. Takovým řešením jsou oceli s různými příměsmi materiálů.

Nejčastějším způsobem, jak zvýšit elektrický odpor oceli, je příměs křemíku. Množství příměsi ovlivňuje vlastnosti ocelí, například porovnáme plechy M400-65A a M800-65A. První jmenovaný plech obsahuje asi 2,7 % křemíku a jeho měrný odpor je  $44 \mu\Omega\text{cm}$ , zatímco plech M800-65A obsahuje 1 % křemíku a jeho měrný odpor je  $25 \mu\Omega\text{cm}$  [3]. Materiál s vyšší koncentrací křemíku vykazuje menší ztráty. Největší rezistivitu má křemíková ocel při obsahu 11 % Si. Tato ocel je však velice křehká a tvrdá a je pro výrobu nepoužitelná. V praxi se používají plechy s obsahem křemíku cca 3,5 až 4,6 % [3]. Negativním důsledkem příměsi křemíku je snížení sytné indukce, proto je třeba volit poměry křemíku a železa v kompozitu pečlivě.

### Práškové železo

Základní surovinou je buďto čisté železo nebo jeho slitiny. Slitiny jsou navrženy pro potlačení ztrát v železe, obvykle ale zhoršují jeho magnetické vlastnosti. Složení železa je z velice jemného prášku, po vytvrzení je v materiálu kvůli vzduchovým mezerám příliš malá permeabilita. Vzduchová mezera zvyšuje potřebný magnetizační proud. Práškové železo lze použít u vysokorychlostních synchronních strojů buzených permanentními magnety, kde magnety snadno překlenou ekvivalentní mezeru způsobenou práškováním statoru. Při vysokých otáčkách stroje se očekávají i vysoké frekvence ve stroji. Potencionální vířivé ztráty jsou velmi nízké oproti klasickému řešení potlačení ztrát, tj. kombinace plechů a příměsi křemíku [18].

### Amorfní oceli

Výroba plechů tohoto materiálu je založena na metodě rychlého ochlazení tekutého kovu, která umožňuje vyrábět plechy řádově tlusté cca 0,02 mm. Amorfní materiály jsou charakteristické vysokou permeabilitou a mají výrazně nižší ztráty než klasické elektrotechnické plechy. Výhoda oproti plechům s příměsí křemíku je rozhodně větší tvrdost (nejsou křehké) a vyšší odolnost proti korozi [18].

### Praktické použití plechů

Ztráty v železe se neobjevují v částech stroje, jimiž neprotéká střídavý magnetický tok. Tím pádem v částech stroje buzenými stejnosměrným proudem nevznikají tyto ztráty. Týká se to rotorového buzení synchronního stroje, statorového buzení stejnosměrného stroje. U stejnosměrného stroje tak může být statorový magnetický obvod masivní, zatímco rotorový magnetický obvod musí být listěný. U asynchronního stroje se používají obě části stroje listěné. Synchronní stroj má stator listěný, rotor je z části listěný a z části masivní. Pólové nástavce musí být složené z plechů kvůli povrchovým ztrátám, které způsobuje drážkování

protilehlé části stroje. Z názvu je již patrné, že vznikají pouze na povrchu pólového nástavce, tudíž pól může být masivní. Tyto ztráty vznikají i ve stejnosměrných strojích, ovšem vzhledem k tomu že stejnosměrné stroje se většinou používají nižších výkonů, obvykle se povrchové ztráty u nich zanedbávají.

### 2.2.3 Dynamika ztrát v železe (brzdění, rozběh)

Magnetické ztráty jsou na straně rotoru proměnné v závislosti na zatížení stroje. Pro jednoduchost uvažujeme základní stavy asynchronního motoru, tím se rozumí stav chodu naprázdno, který má skluz blízký nule. Rozběh stroje, kde skluz je roven 1 a brzdění stroje, které může být realizováno buďto rekuperací, brzděním stejnosměrným magnetickým polem, mechanickým brzděním nebo protiproudem. Brzdění protiproudem je pro ztráty nejnepříznivější stav, kdy se skluz rovná 2, z tohoto důvodu se nepoužívá. Z rovnice (2.14) popisující frekvenci rotoru je patrné, že ztráty v rotoru ovlivňuje skluz.

$$f_r = s \cdot f_s \quad (2.14)$$

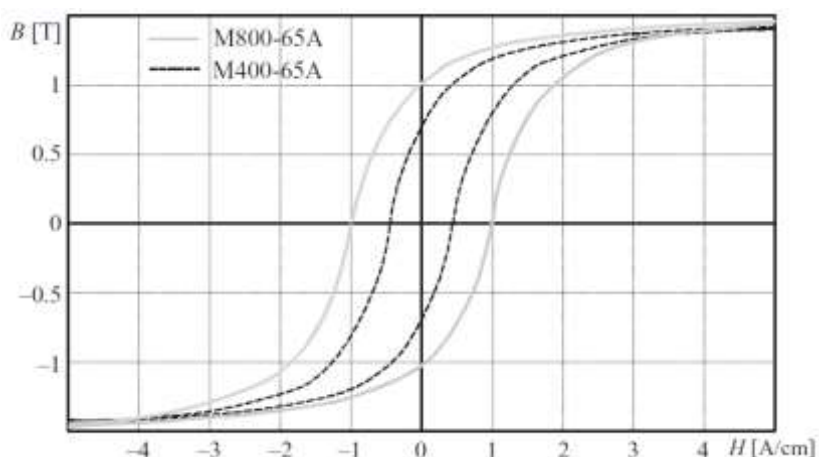
Stroj se pak musí dimenzovat nejen na trvalý chod, ale právě i na rozběhy a brzdění stroje. Vyvolané teplo četností těchto stavů musí být schopna snést izolace materiálu. Pro navržení izolace je relevantní velikost tepelné energie vzniklé právě v těchto stavech.

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (2.15)$$

Relevantním stavem pro určování ztrát stroje je stav jmenovitého chodu stroje. U asynchronních strojů se tak dominantně ztrácí energie především na statoru. Z rovnice (2.14) je pak patrné, že při častém rozběhu a brzdění stroje nelze zanedbat magnetické ztráty v rotoru. U drtivé většiny asynchronních strojů jsou proto rotory vyráběny taktéž listěné.



## 2.3 Používané způsoby k omezení ztrát v železe



Obr. 22 Hysterezní křivky materiálů s odlišnými poměry příměsí křemíku (převzato [3])

Nejpoužívanější způsob k potlačení ztrát v železe je použití plechů, které obsahují příměs křemíku. Těmto plechům se říká elektrotechnické. Vířivé proudy jsou tak potlačeny jednak použitím plechů místo masivního jádra a zároveň jsou vířivé proudy omezeny zvýšením elektrického odporu díky příměsí křemíku. Plechy s vyšší příměsí křemíku mají navíc hysterezní křivku užší, tzn. že jsou zároveň potlačovány i hysterezní ztráty.

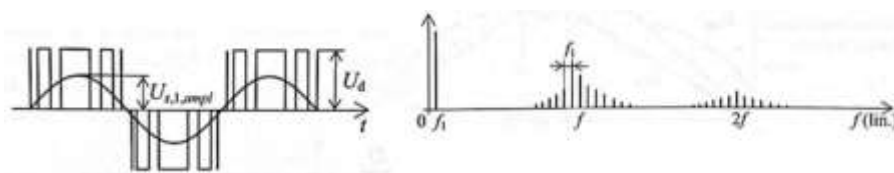
Příkladem jsou na obr. 20 zobrazeny křivky dvou různých normalizovaných plechů podle evropské (a německé) normy DIN EN 10 106, plechy M400-65A a M800-65A. Třída M800-65A znamená, že plech má při tloušťce plechu 0,65 mm poměrnou hodnotu ztrát  $\Delta p_{1,5}$  rovnou 8 W/kg při frekvenci 50 Hz a působící indukci 1,5 T.

Tab. 4 Příklady několika plechů normy DIN EN 10 106 (dle [22])

Výrobní číslo	Maximální ztráty v železe při					
	Tloušťka (mm)	Hustota (kg/dm <sup>3</sup> )	50 Hz/1,5 T (W/kg)	50 Hz/1 T (W/kg)	60 Hz/1,5 T (W/kg)	60 Hz/1 T (W/kg)
M235-35A	0,35	7,6	2,35	0,95	1,35	0,55
M250-35A	0,35	7,6	2,5	1,05	1,44	0,59
M300-35A	0,35	7,65	3	1,2	1,72	0,69
M250-50A	0,5	7,6	2,5	1,05	1,44	0,59
M400-50A	0,5	7,7	4	1,7	2,3	0,98
M600-50A	0,5	7,75	6	2,6	3,45	1,49
M940-50A	0,5	7,85	9,4	4,2	5,4	2,41
M310-65A	0,65	7,6	3,1	1,25	1,78	0,72
M600-65A	0,65	7,75	6	2,6	3,45	1,49
M1000-65A	0,65	7,8	10	4,4	5,75	2,53
M600-100A	1	7,6	6	2,6	3,45	1,49
M1000-100A	1	7,8	10	4,4	5,75	2,53

## 2.4 Ztráty při napájení z výkonových měničů

PWM ve skutečnosti obsahuje mnohem více užších pulsů, než je kresleno na obrázku 23.a). Frekvence první harmonické PWM odpovídá průběhu sinusového napětí zobrazeného na obrázku 23.a). Spínací kmitočet PWM je znázorněn na obrázku 23.b) jako frekvence  $f$ . Při přeložení spínacího PWM signálu z časové oblasti do frekvenčního spektra je vidět, že dominantní frekvenční složkou ve spektru je právě první harmonická  $f_1$ . Vyšší harmonické pak obklopují spínací kmitočet  $f$  a jeho násobky, spínací kmitočet ve spektru působí jako nosná frekvence. Typické spektrum PWM je uvedeno na obrázku 23.b).



Obr. 23 a) PWM napájení,

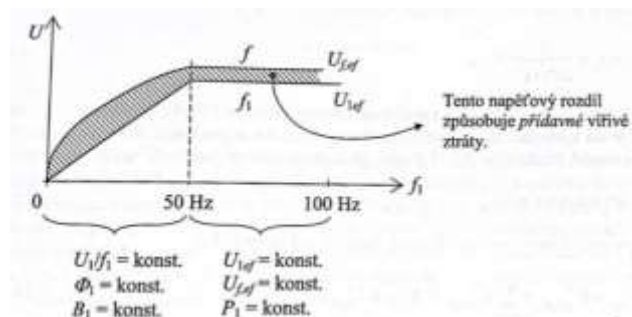
b) spektrum napájení PWM (převzato [16])

Přidavné vířivé ztráty způsobené vyššími harmonickými složkami lze definovat dle vzorce [16]:

$$\Delta P_v = \frac{1}{R_e} \sum_{n=2}^{\infty} U_n^2 = \frac{U_d^2}{3R_e} \left( \frac{2k_m}{\pi} - \frac{k_m^2}{2} \right) \quad (2.16)$$

kde  $R_e$  – je ekvivalentní odpor železa způsobený vířivými proudy, napětí  $U_n$  odpovídají amplitudám napětí vyšších harmonických složek,  $k_m$  je modulační činitel, který je určen poměrem  $\frac{U_{s,1,apml}}{U_d}$ ,  $U_d$  je hodnota spínacího napětí a  $U_{s,1,apml}$  je amplituda sdružené hodnoty napětí první harmonické PWM zdroje.

Při rozběhu stroje je udržen konstantní poměr  $\frac{U_1}{f_1}$ , tzn. konstantní magnetický tok. Ztráty při tomto rozběhu jsou uvedeny na obrázku 24.



Obr. 24 Ztráty způsobené PWM v závislosti na frekvenci (převzato [16])

V druhé části se pak setkáváme se zvyšující se frekvencí při konstantní hodnotě napájecího napětí  $U_1$ , v tomto případě zůstávají konstantní i ztráty způsobené vyššími

harmonickými. To se děje za předpokladu, že neuvažujeme vliv magnetického skin efektu, tedy změnu hodnoty ekvivalentního odporu. Je patrná nezávislost přídatných ztrát na spínací frekvenci tyristorů  $f_1$  [16].

Prakticky tuto úlohu lze ověřit měření, které bylo realizováno se dvěma stroji napájenými PWM při chodu naprázdno. Testy byly provedeny se dvěma standardními (EFF2) 380 V, 60 Hz, 4-pólovými motory o výkonu 3,7 kW a 55 kW. Každá z těchto dvou skupin zahrnovala tři vzorky motorů. Konstrukce těchto motorů se liší v kvalitě magnetických materiálů. Tyto materiály lze konkretizovat jako neopracované (N), polozpracované (PP) a plně opracované (P) ocelové laminace [17].

Při měření se udržovala konstantní hodnota magnetického toku, tzn. že poměr  $\frac{U_1}{f_1}$  zůstával konstantní [17]. Toto tvrzení je podloženo rovnicí pro indukované napětí. Indukované napětí je při zanedbání odporu a rozptylové indukčnosti statorového vinutí rovno napájecímu napětí. Pro udržení konstantního toku se musí při plynulém zvyšování napětí plynule zvyšovat i frekvence.

$$U_i = 4,44 \cdot N \cdot \phi \cdot f \cdot k_v \quad (2.17)$$

Tab. 5 Ztráty motorů napájených PWM (převzato [17])

Ztráty v železe motoru 3,7 kW (W)						
	N		PP		P	
f [Hz]	PWM	sinusově	PWM	sinusově	PWM	sinusově
60	219	149,3	143,1	106,4	133,8	97,9
36	172,8	69,4	124	57,3	116,7	53,8
12	66,9	18,1	54,4	17,6	26,7	17,7

Ztráty v železe motoru 55 kW (W)						
	N		PP		P	
f [Hz]	PWM	sinusově	PWM	sinusově	PWM	sinusově
60	1872	1046,7	1210,1	587,4	1273,5	618,3
40	1711,2	618,7	1149,4	384,2	1296,1	390
20	1009,7	238,9	674,6	168,7	742,5	181

Vyhodnocením výsledků se dochází k závěrům, že při měření na vyšší frekvenci jsou vyšší i ztráty v železe. Při nejnižších frekvencích jsou ztráty způsobené PWM až 5-ti násobně vyšší než ztráty při harmonickém napájení. Při jmenovité frekvenci stroje jsou u menšího stroje menší rozdíly ztrát a u většího stroje jsou ztráty způsobené PWM pouze dvojnásobné. Stroje napájené z PWM mají sice vyšší ztráty v železe, mají ovšem jiné výhody, například snazší a plynulejší rozběhy a možnost řízení rychlosti změnou frekvence. Největší výhodou

je dosažení rychlosti nad 3000 ot/min, což je maximální hodnota, které lze u strojů napájených čistě ze sítě (50 Hz) dosáhnout.

## 2.5 Empirický vztah pro výpočet hlavních ztrát v železe

Pro snazší a rychlejší výpočty je několik empirických vztahů vycházejících ze zkušeností a chování strojů. V empirickém vztahu (2.18) jsou zahrnuty vířivé s hysterezními ztrátami. Pro výpočet celkových ztrát v železe lze použít empirický vzorec [1]:

$$\Delta P_{Fe} = k_p \cdot \Delta p_{1,0} \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^\beta \cdot B_i^2 \cdot m_i \quad (2.18)$$

kde  $k_p$  je činitel odpovídající zvětšení ztrát vlivem technologie opracování plechů, nerovnoměrnému rozložení indukce v objemu stroje atd.,  $\Delta p_{1,0}$  jsou měrné ztráty v 1 kg železa při indukci 1 T a frekvenci 50 Hz. Lze použít i jinou hodnotu měrných ztrát, například  $\Delta p_{1,5}$  jsou měrné ztráty při 1,5 T v železe, hodnoty  $\Delta p_{1,5}$  používaných plechů jsou uvedeny v tabulce 4,  $f$  je frekvence přemagnetování materiálu,  $B_i$  je indukce v určité části stroje, zároveň hmotnost  $m_i$  odpovídá téže části stroje,  $\beta$  je koeficient závisící na druhu použité oceli [1].

Pro snazší a zároveň přesné určování ztrát se využívají již zmíněné měrné ztráty. Tento člen určuje ztráty pro části stroje se stejnou indukcí v železe. Každá část stroje má jiné rozměry a tím právě i hmotnost, předpokládá se, že ocel ve všech částech stroje má stejnou hustotu. Zároveň indukce v zubech stroje je rozhodně vyšší než ve jhu a výpočet ztrát dílčích částí stroje a následný jejich součet je několikanásobně přesnější. Exponent  $\beta$  prakticky nahrazuje oboje ztráty, zpravidla za něj volíme hodnotu přibližně 1,36. Činitel  $k_p$  může nabývat různých hodnot.

### 3 Ztráty přídatné

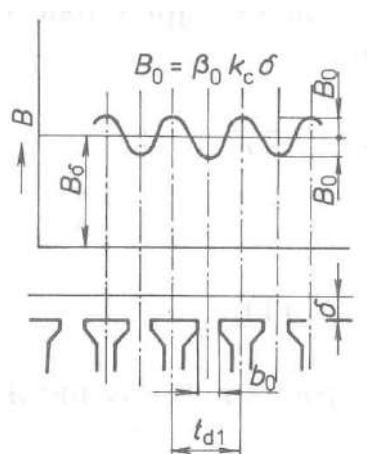
V elektrických točivých strojích se dále setkáváme s přídatnými ztrátami. Tyto ztráty jsou specifické nejednoznačnými fyzikálními odvozeními, proto výpočet těchto ztrát je odvozen především ze zkušeností a experimentů na strojích s podobnými vlastnostmi. Je tedy očividné, že výpočty dílčích ztrát jsou dány empirickými rovnicemi. Druhy přídatných ztrát lze rozdělit následně: ztráty naprázdno a ztráty při zatížení. Ztráty naprázdno jsou nezávislé na velikosti zatěžovacího proudu stroje. Tyto ztráty se dělí na ztráty povrchové a ztráty pulzní (též tepavé). Ztráty závislé na zatížení se označují jako dodatečné ztráty.

#### 3.1 Ztráty naprázdno

Tyto ztráty lze označit také jako *vedlejší magnetické ztráty*. Jejich charakter je závislý na magnetických zákonitostech. Mohou být z hlediska fyzikálních zákonů přiřazovány přímo k hlavním ztrátám v železe. Součet vedlejších a hlavních ztrát bychom označili jako celkové ztráty v železe.

##### 3.1.1 Povrchové ztráty

Vznikají vlivem pulzace indukce ve vzduchové mezeře. Tato pulzace je způsobena drážkováním stroje. Závislost této pulzace je zobrazena na obr. 25. Z obrázku je patrné, že při rozložení drážkování do roviny se bude v ose drážky vždy indukce blížit minimu, a naopak v ose zubu bude indukce maximální. Tato pulzace je přenášena přes vzduchovou mezeru na protilehlou část stroje. Drážkování statoru tak vyvolá v rotoru povrchové ztráty, a naopak drážkování rotoru vyvolá povrchové ztráty ve statoru.



Obr. 25 Pulzace magnetické indukce ve vzduchové mezeře způsobená drážkováním (převzato [1])

Frekvence těchto pulzací  $f_z$  je dána rychlostí otáčení stroje  $n$  a počtem drážek stroje  $Q$  [1, 2]:

$$f_z = \frac{Q \cdot n}{60} \quad (3.1)$$

Pulzující indukce je přenesena přes vzduchovou mezeru, kde vyvolá vířivé proudy v protilehlé části stroje. V asynchronních strojích tyto ztráty vznikají ve statoru i rotoru. U tohoto typu stroje je nutné zdůraznit, že ztráty vznikají převážně v zubech protilehlé části stroje, kde je nejužší vzduchová mezera. Na drážky asynchronního stroje působí povrchové ztráty minimálně či vůbec. U synchronních a stejnosměrných strojů vznikají ztráty na straně buzení, respektive na povrchu pólových nástavců. Frekvence pulzace se pohybuje v řádech kHz, díky vlivu skin efektu nepronikají vířivé proudy hlouběji do pólových nástavců, ale vytlačují se k povrchu nástavce [1, 2]. Právě díky tomu jsou ztráty nazývány povrchovými. Při takto vysokých frekvencích je hodnota vířivých proudů relativně vysoká a je nutné tyto proudy potlačit, jak z hlediska ztrát, tak i lokálního oteplení.

K potlačení velikosti těchto ztrát u strojů s buzením se na pólových nástavcích používají ocelové plechy či přímo elektrotechnické plechy, které potlačí hysterezní a vířivé ztráty. Díky skin efektu se magnetické ztráty neobjeví v jádře samotného pólu. V případě asynchronních strojů je plocha protilehlé části menší a zároveň je i listěná.

Pro určení velikosti ztrát je nutno nejdříve určit velikost změny indukce  $\Delta B$  ve vzduchové mezeře a následně klasifikovat hodnotu amplitudy  $B_0$ , uvažujeme-li harmonickou změnu indukce zobrazenou na obr. 25. Tato hodnota je vztažena k indukci ve vzduchové mezeře  $B_\delta$  a rozměrům dané vzduchové mezery a zubů (3.4). Střední hodnota poměrných povrchových ztrát, tj. velikost ztrát vztažených na jednotku plochy, vychází z rovnic [1]:

$$p_{\delta p1} = 0,5 k_{01} \left( \frac{Q_2 n}{10\,000} \right)^{1,5} (1000 \cdot B_{01} \cdot t_{d2})^2 \quad (3.2)$$

$$p_{\delta p2} = 0,5 k_{02} \left( \frac{Q_1 n}{10\,000} \right)^{1,5} (1000 \cdot B_{02} \cdot t_{d1})^2 \quad (3.3)$$

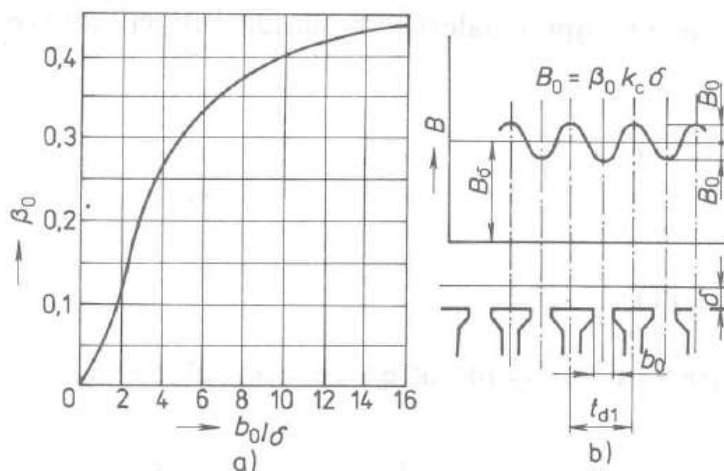
tyto rovnice jsou v podstatě stejné, rovnice odlišují pouze rozdílné parametry daných částí stroje. Hovoříme o parametrech  $Q$ ,  $t_d$ ,  $k_0$  a  $B_0$ , indexy 1 a 2 odpovídají daným částem stroje. Například  $t_{d1}$  reprezentuje drážkovou rozteč statoru a  $t_{d2}$  drážkovou rozteč rotoru. To samé platí i pro zbylé veličiny. Koeficient  $k_0$  závisí na opracování hlav plechů pólového nástavce nebo v případě asynchronních strojů hlav plechů zubu. Měrné ztráty dané části stroje jsou závislé na amplitudě pulzace indukce ve vzduchové mezeře  $B_0$ . Počet drážek  $Q$  a drážková

rozteč  $t_d$  dané části stroje ovlivňují ztráty v protilehlé části stroje, tzn. že drážkování na rotoru ovlivňuje velikost povrchových měrných ztrát na statoru a naopak.

Určení amplitudy pulzace indukce ve vzduchové mezeře  $B_0$  lze určit pomocí vztahu [1]:

$$B_{0i} = \beta_{0i} k_c B_\delta \quad (3.4)$$

kde index  $i$  opět odpovídá dané části stroje (rotoru nebo statoru), činitel  $\beta_{0i}$  je určen poměrem otevření drážky vůči vzduchové mezeře. Funkce závislosti  $\beta_0$  na  $b_0/\delta$  se vyskuteje na obrázku obr. 26.a). Označení  $B_\delta$  značí střední hodnotu magnetické indukce ve vzduchové mezeře, je označena na obrázku 26.b).  $k_c$  je tzv. Carterův činitel vzduchové mezery.



Obr. 26 Závislost činitele  $\beta_{0i}$  na poměru otevření drážky vůči vzduchové mezeře (převzato [1])

Výsledný vztah ztrát je závislý na typu stroje. U asynchronního stroje se uvažuje výpočet měrných ztrát v obou částech stroje. Ztráty u tohoto typu stroje vznikají pouze na povrchu zubů, což je zohledněno v rovnicích pro celkové povrchové ztráty. Rovnici pro povrchové ztráty ve statoru vyjadřuje vztah [1]:

$$\Delta P_{\delta p1} = p_{\delta p1} \cdot (t_{d1} - b_{01}) l_{Fe1} \cdot Q_1 \quad (3.5)$$

Pro povrchové ztráty v rotoru je rovnice popsána vztahem [1]:

$$\Delta P_{\delta p2} = p_{\delta p2} \cdot (t_{d2} - b_{02}) l_{Fe2} \cdot Q_2 \quad (3.6)$$

kde člen  $(t_d - b_0) l_{Fe}$  charakterizuje plochu zubu dané části stroje a počet drážek  $Q$  zohledňuje počet zubů ve stroji. Pomocí těchto členů je definována celková plocha všech zubů po obvodu stroje.

V případě synchronních strojů a strojů stejnosměrných se vyskytují povrchové ztráty pouze v části protilehlé drážkování. Tzn. u stejnosměrných strojů se vyskytují pouze v statorových pólových nástavcích a u synchronních strojů v rotorových pólových

nástavcích nebo v zubech v případě turboalternátorů. Například pro synchronní stroje velikost ztrát definuje rovnice [1]:

$$\Delta P_{\delta p2} = p_{\delta p2} \cdot 2p \cdot \alpha \cdot t_{p2} \cdot l_{Fe} \quad (3.7)$$

kde  $\alpha$  je činitel pólového krytí,  $t_{p2}$  je pólová rozteč rotoru, obdobně jako u asynchronních strojů je plocha pólu dána výrazem  $\alpha \cdot t_{p2} \cdot l_{Fe}$ . Počet těchto ploch určuje počet pólů stroje  $2p$ . Pro výpočet povrchových ztrát stejnosměrných strojů je princip obdobný.

Koeficient  $k_0$  nabývá různých hodnot dle typu konstrukce nástavce a materiálu. Několik typů konstrukce pólového nástavce a s tím spojené hodnoty koeficientu  $k_0$  obsahuje tab. 6.

Tab. 6 Hodnoty koeficientu  $k_0$  v závislosti na materiálu a konstrukci nástavců [14]

Konstrukce nástavce	Materiál nástavce	$k_0$
masivní	ocel	23
masivní	litina	17,5
listěná	ocelové plechy 2 mm	8,6
listěná	elektrotechnické plechy tl. 1 mm	4,5
listěná	elektrotechnické plechy tl. 0,5 mm	2,5

V dnešní době nejsou problémem listěné pólové nástavce. Při velmi dobrém činiteli plnění železa  $k_{Fe}$  je jednodušší u synchronních strojů složit rotorový paket také z plechů. Ovšem závisí to opět na rozměrech stroje a na sériové výrobě plechů daných rozměrů.

### 3.1.2 Pulzní ztráty

Vznikají ve stroji, kde je drážkování z obou stran vzduchové mezery, tedy pouze u asynchronních strojů. Jsou vyvolané periodickou změnou polohy zubů vůči sobě a tím vlivu pulzujícího magnetického pole, které vede ke vzniku vířivých ztrát. Tyto ztráty vznikají díky vířivým proudům právě v zubech stroje. Frekvence pulzujícího pole ve statoru je dána zubovou frekvencí rotoru a naopak. Hodnoty těchto ztrát jsou dány empirickými rovnicemi.

Pulzní ztráty ve statoru  $\Delta P_{p1}$  jsou popsány rovnicí [1]:

$$\Delta P_{p1} \approx 0,11 \left( \frac{Q_2 n}{1000} B_{p1} \right)^2 m_{z1} \quad (3.8)$$

a pulzní ztráty v rotoru  $\Delta P_{p2}$  [1]:

$$\Delta P_{p2} \approx 0,11 \left( \frac{Q_1 n}{1000} B_{p2} \right)^2 m_{z2} \quad (3.9)$$

kde hodnota  $B_p$  odpovídá amplitudě pulzační indukce v zubech. V obou těchto rovnicích vystupuje hmotnost zubů  $m_z$ , která je dána rozměry stroje a hustotou oceli [1]:



$$m_{z1} = h_{z1} \cdot b_{z1av} \cdot Q_2 \cdot l_{Fe} \cdot \rho_{Fe} \quad (3.10)$$

kde,  $h_{z1}$  je výška zubu statoru,  $b_{z1av}$  je střední hodnota šířky zubu statoru a  $\rho_{Fe}$  je hustota použité oceli. Pro rotorovou hmotnost zubu platí obdobná rovnice.

U motorů s klecí nakrátko jsou většinou drážky statorů s velmi malým otevřením, rotory mají dokonce drážky zcela zavřené. V tomto typu strojů jsou pulzace indukce ve vzduchové mezeře minimální a ztráty v těchto strojích jsou zanedbatelně malé. Z globálního pohledu a fyzikálního hlediska tyto ztráty nelze zanedbávat. Avšak v porovnání s povrchovými ztrátami jsou tyto ztráty několikrát menší.

### 3.2 Ztráty dodatečné

Jsou způsobeny rozptylovým polem, vznikají jak v různých částech oceli, tak i ve vodičích. Jsou to ztráty způsobené magnetickými siločarami neuzavírajících se přes magnetické jádro, ale přes vzduch, či izolaci. Podobný princip platí i pro proudové pole ve vodičích. Jsou zde započteny i zbývající ztráty, které nebyly podchyceny v předchozích výpočtech, například změna hlavních ztrát v železe v závislosti na zatížení stroje nebo změna indukce reakcí kotvy u stejnosměrných strojů.

Pro lepší pochopení těchto rozptylových ztrát je nezbytná následující úvaha. Železné jádro stroje je navzdory příměsi křemíku stále relativně vodivé. Vodiče v drážkách jsou odděleny izolací od magnetického jádra, proudový rozptyl v těchto částech přes izolaci je zanedbatelný. Opakem tomu je magnetický rozptyl. Z povrchu zubu, kde magnetický tok vstupuje přes vzduchovou mezeru do rotoru stroje, mohou některé toky vlivem rozptylového pole vstupovat do sousedního zubu.

Výpočet dodatečných ztrát je složitý a zároveň není příliš přesný, jelikož tyto ztráty jsou silně závislé na druhu zátěže. Tyto ztráty se odhadují podle výkonu stroje.

$$\Delta P_d \approx 0,5 \% P_N \dots \text{u strojů do výkonu } 1000 \text{ kW}$$

$$\Delta P_d \approx 0,2 - 0,4 \% P_N \dots \text{u strojů větších výkonů}$$

Při jiných, než jmenovitých proudech je nutné tyto ztráty přepočítat.

#### 3.2.1 Specifické ztráty různých typů strojů

U asynchronních strojů s klecovou kotvou bývají dalším aspektem ztrát zešikmené tyče rotoru, poloha těchto tyčí v rotoru není přímo kolmá ke spojovacím kroužkům rotorového vinutí. Tyto tyče během délky stroje změny svoji polohu vůči geometrické ose spojovacích kroužků, obvykle bývá tato změna právě o jednu drážkovou rozteč. Tyto stroje jsou označovány jako stroje se zešikmenou klecí. Experimentálními měřeními se došlo k závěru,

že pro malé frekvence jsou ve strojích se zešikmenými tečemi přídatné ztráty o 10 % větší než ve stejných typech strojů s rovnými tyčemi [24]. Pro vyšší frekvence jsou pak právě stroje se zešikmenými tyčemi méně ztrátové, zešikmení totiž potlačuje vyšší harmonické frekvence a tudíž ztráty snižuje.

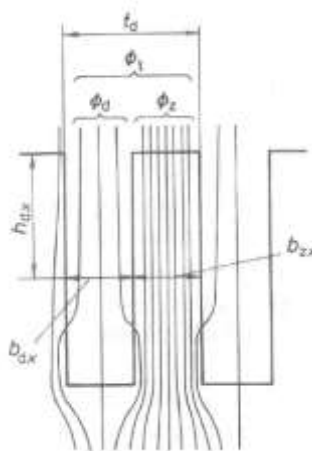
U synchronních strojů s permanentními magnety jsou problémem povrchové ztráty na povrchu magnetu, tyto ztráty jsou problémem hlavně při napájení měničem, který zvyšuje četnost vyšších harmonických přenesených na povrch magnetu. Potlačení těchto ztrát je podobné jako skládání elektrotechnických plechů. Magnet je separován na menší vzájemně izolované magnety v axiálním směru. Výhodou strojů s permanentními magnety je eliminace ztrát ve vinutí.

### 3.2.2 Vliv přesycení železa

Rozptylové toky jsou často způsobeny přesycováním železa. Při nasycení železa relativně rychle klesne jeho permeabilita, to způsobí rozptyl magnetického pole. Část toku začne procházet skrz drážku stroje [2]. Magnetický tok tekoucí skrz vodiče deformuje magnetické pole uvnitř vodiče a s tím spojený elektrický skin efekt. Pro pochopení důvodu nárůstu ztrát lze aproximovat izolační vrstvu drážky a elektrické vodiče vzduchovou mezerou, pak je zřejmé, že přenos energie přes velkou vzduchovou mezeru je minimální a prakticky výrazně snižuje účinnost stroje.

Na obr. 27 je znázorněn magnetický tok tekoucí zubem jako  $\phi_z$  a magnetický tok drážkou  $\phi_d$  při nasycení zubů. Součet těchto dvou toků lze považovat za tok drážkové rozteče stroje  $\phi_t$  [1, 2].

$$\phi_t = \phi_d + \phi_z \quad (3.11)$$



Obr. 27 Magnetický tok v sycených zubech (převzato [1])

### 3.3 Určení přídatných ztrát měřením

Dle světové normy IEC 60034-2-1, pro Českou republiku též ČSN EN 60034-2-1, je určování přídatných ztrát měřením strojů dáno postupem:

$$\Delta P_d = P_1 - P_2 - \Delta P_J - \Delta P_{Fe} - \Delta P_{mech} \quad (3.12)$$

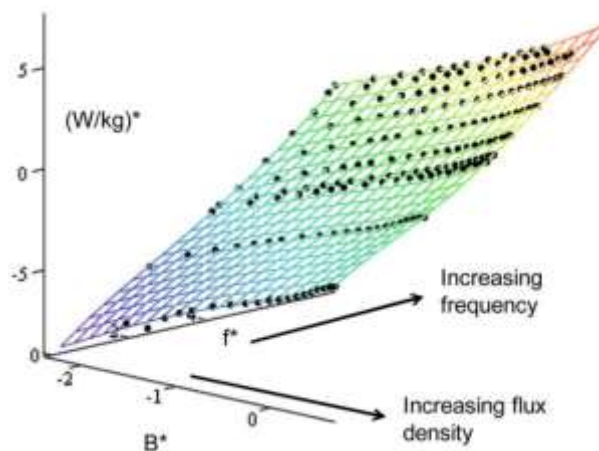
kde výsledek přídatných ztrát  $\Delta P_d$  je dán rozdílem celkových ztrát a ostatních dílčích ztrát, jiný postup relativně přesného určení přídatných ztrát není povolen. V postupu měření jsou celkové ztráty určeny rozdílem elektrického příkonu  $P_1$  a mechanického výkonu na hřídeli  $P_2$ . Označení  $\Delta P_{mech}$  odpovídá ztrátám mechanickým.

Moderní stroje jsou napájené obvykle frekvenčními měniči využívající systém napájení pomocí PWM. Určení ztrát způsobených napájením z PWM pak definuje norma IEC 60034-2-3, která přímo porovnává velikost ztrát při napájení klasickým harmonickým zdrojem v porovnání s PWM napájením.

### 3.4 Porovnání poměrů hlavních a vedlejších (přídatných) ztrát v železe

Pro určení ztrát byla použita simulace modelové metody konečných prvků (FEM - finite element method). Pomocí této metody a známých vlastností elektrotechnických plechů tvořící magnetické jádro bylo určeno rozložení indukce v jádře stroje. Velikost ztrát je úměrná velikosti magnetické indukce v dané části stroje a s ní spojenou frekvencí magnetického toku, viz. rovnice (2.18). Pro ilustraci je na obr. 28 znázorněna závislost měrných ztrát na frekvenci a indukci. Výhodou FEM je absence Empirických vztahů [25].

V samotné simulaci je zaznamenána hustota magnetického toku v závislosti na čase a je pomocí Fourierovy transformace převedena do frekvenční oblasti. Simulace byla provedena v chodu stroje naprázdno, nakrátko a při jmenovité zátěži. Následně jsou v další části



Obr. 28 Mřížka závislosti měrných ztrát na frekvenci a magnetické indukci, platí pro plech M400-65 (převzato [25])

porovnávají výsledky simulace s naměřenými hodnotami vzorových strojů sériové výroby. Porovnávanými vzorky jsou různě veliké synchronní generátory s různě velkými napájecími výstupními napětími, parametry těchto strojů shrnuje tabulka 7 [25].

Tab. 7 Parametry porovnávaných generátorů (převzato [25])

Pořadí generátoru	Hmotnost (kg)	Výstupní napětí (V)	Výstupní frekvence (Hz)	Počet pólů	Typ ocelových plechů
1	6000	480	60	4	M400-65
2	6000	480	60	4	polozpracované 0,65 mm
3	30000	13800	60	4	M330-50
4	20000	11000	50	6	M400-65
5	23000	11000	50	4	M400-65

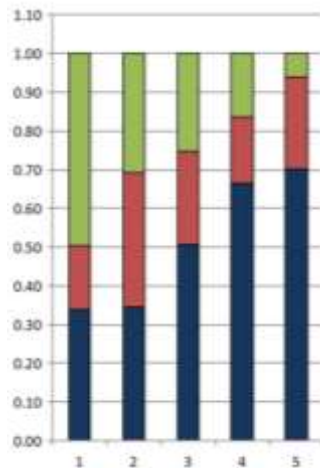
Měření synchronních generátorů je provedeno roztočením stroje momentem na hřídeli a na výstupních svorkách stroje jsou měřeny výstupní elektrické veličiny, měření je provedeno naprázdno. Součet ztrát v železe a mechanických ztrát se určí odečtem ztrát ve vinutí od naměřených celkových ztrát. Ztráty v železe jsou konstantní při konstantním zatížení a ztráty mechanické při konstantních otáčkách. Díky těmto fyzikálním vlastnostem lze ztráty od sebe rozdělit (viz kapitola 4.2.4). Pro kontrolu identifikace ztrát v železe jsou porovnávány modelové hodnoty s naměřenými hodnotami v tab. 8 [25].

Tab. 8 Hodnoty různých typů strojů (převzato a upraveno [25])

Měřený stroj	Modelované ztráty (stav naprázdno) (kW)	Měřené ztráty (stav naprázdno) (kW)	Odchylka
1	28,1	26	1,08
2	34,7	34,4	1,01
3	87,3	81,2	1,08
4	22,6	21,4	1,06
5	28,2	27,3	1,03

Tyto ztráty jsou měřeny na strojích různých velikostí, provozních napětích a laminovaných materiálu plechů. Odchylka určuje chybu výpočtu u konkrétního stroje.

Výsledek ztrát v železe je separován na hlavní ztráty v jádře, tj. ztráty způsobené první harmonickou v jádře, na ztráty vyššími harmonickými v jádře a na ztráty přídatné. Přídatné ztráty jsou způsobené vyššími harmonickými vířivých proudů. Dominantní složkou přídatných ztrát jsou povrchové ztráty [25]. Poměry těchto 3 ztrát v železe stroje shrnuje obr. 29.



Obr. 29 Poměry různých ztrát v železe (převzato [25])

Zelený sloupec odkazuje na přídatné vířivé proudy (povrchové ztráty), červený sloupec na ztráty v jádře způsobené vyššími harmonickými a tmavě modrý sloupec respektuje poměr hlavních ztrát vůči celkovým ztrátám v železe. Z těchto výsledků je patrné, že nelze obecně určit vliv přídatných ztrát na celkové ztráty stroje, u každého stroje závisí na typu výroby a provozu.

## 4 Mechanické a ventilační ztráty

Do těchto ztrát patří ztráty způsobené třením kartáčů, ztráty v ložiskách a ventilační ztráty.

### 4.1 Ventilační ztráty

Ventilační ztráty lze rozdělit na ztráty způsobené třením rotoru o vzduch a na ztráty způsobené samotným ventilátorem stroje, hovoříme o tzv. ventilátorových ztrátách. Charaktery těchto 2 typů ztrát jsou zcela odlišné, zatímco tření rotoru o vzduch předává stroj tepelnou energii vzduchu, ventilátor má za úkol vyvolat soustředěný tok vzduchu skrz stroj a tím odvádět teplo z nejintenzivněji tepelně namáhaných částí stroje. Teplo je díky tomuto toku efektivněji předáváno do okolí stroje. Ventilační ztráty se dělí na ztráty ve vzduchové mezeře a ztráty v čelech stroje. Ztráty ve vzduchové mezeře  $\Delta P_{W1}$  popisuje rovnice:

$$\Delta P_{W1} = \frac{1}{32} k_d C_M \pi \rho \omega^3 D_r^4 l_r \quad (4.1)$$

kde  $k_d$  je koeficient drsnosti povrchu (pohybuje se v rozmezí 1 -1,4),  $C_M$  je koeficient točivého momentu,  $\rho$  je hustota chladícího média,  $D_r$  je průměr a  $l_r$  je délka rotoru [3].

Koeficient točivého momentu  $C_M$  závisí na Reynoldsově čísle  $Re_\delta$ . Reynoldsovo číslo je definováno [3]:

$$Re_\delta = \frac{\rho \omega D_r \delta}{2\mu} \quad (4.2)$$

kde se vyskytují ještě parametry  $\delta$  – délka vzduchové mezery a  $\mu$  – dynamická viskozita chladícího média.

Pro jeho různé velikosti Reynoldsova čísla  $Re_\delta$  se pak výpočet koeficientu  $C_M$  poměrně liší [3]:

$$Re_\delta < 64 : C_M = 10 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re_\delta} \quad (4.3)$$

$$64 < Re_\delta < 5 \cdot 10^2 : C_M = 2 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,6}} \quad (4.4)$$

$$5 \cdot 10^2 < Re_\delta < 10^4 : C_M = 1,03 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,5}} \quad (4.5)$$

$$10^4 < Re_\delta : C_M = 0,065 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,2}} \quad (4.6)$$

V čele stroje jsou ztráty modelovány jako u disku rotujícího ve volném prostoru [3]. Jejich velikost určuje rovnice [3]:

$$\Delta P_{W2} = \frac{1}{64} C_M \rho \omega^3 (D_r^5 - D_{ri}^5) \quad (4.7)$$

kde  $D_r$  je vnější průměr rotoru a  $D_{ri}$  je průměr hřídele.

Pro tento typ ztrát je opět zavedeno Reynoldsovo číslo, které má jinou závislost než číslo používané pro ventilační ztráty ve vzduchové mezeře. Určí se podle následujícího vztahu:

$$Re_r = \frac{\rho \omega D_r^2}{4\mu} \quad (4.8)$$

Výsledné ventilační ztráty jsou výsledkem součtu těchto dílčích ztrát. Ventilace stroje je z pohledu odvodu tepla naprosto nezbytná. Problematika odvodu tepla je řešena ventilačními kanály, které mají za úkol odvádět teplo vzniklé ztrátami ve stroji. Tyto kanály rozlišujeme na axiální a radiální.

Důležitým aspektem k odvodu tepla je použité chladicí médium. Chladicí médium musí mít dobré absorpční schopnosti k akumulaci tepla. Jako nejčastější chladicí médium se používá vzduch, tok vzduchu strojem zajišťuje ventilátor. Pro zvýšení účinnosti se u vysokorychlostních strojů více využívá vodík, který je lehčí a má lepší třecí vlastnosti než vzduch. Pro pomaloběžné výkonové stroje je vhodné využít chlazení vodou či jiného typu kapaliny. Tyto kapaliny mají lepší tepelně absorpční vlastnosti.

Pro stroje chlazené vzduchem je možné tok stroje řídit pomocí pomocného ventilátoru a předávat teplo do okolí stroje. Ventilátory jsou rozděleny na 2 typy. Prvním druhem je ventilátor, který má podobu ventilační vrtule připevněné na hřídel stroje. V druhém případě je stroj chlazen externím ventilátorem, který má svůj vlastní elektrický pohon. Do celkové účinnosti stroje se započítává i účinnost pohonu externího ventilátoru. Vnější ventilátor je použit výhradně při nedostatku chladících účinků ventilátoru přichyceného na hřídeli.

Jak již bylo zmíněno, pro stroje s opravdu vysokými výkony je třeba využít jako chladivo vodu. Je třeba, aby chladivo teklo skrz stroj určitou rychlostí a teplo bylo pravidelně ze stroje odváděno. Pro takovou cirkulaci je opět nutné externí zařízení, jmenovitě čerpadlo, které bude korigovat rychlost toku chladicího média ve stroji. Dalo by se tedy říci, že ztráty ventilační jsou v tomto případě nahrazeny ztrátami hydraulickými.

K zefektivnění odvodu tepla se používají ventilační kanály. Problémem dlouhých strojů je nerovnoměrné tepelné zatížení, teplo je médiu předáno na začátku stroje, dále pak strojem

proudí médium již s vyšším tepelným potenciálem a médium není schopno již tolik tepla absorbovat. Nelineární rozložení tepla je řešeno radiálními kanály. Principem těchto kanálů je rozdělení stroje na několik jednotlivých paketů, mezerami mezi těmito pakety odtéká teplo za pomoci chladicího média. Proudění média pouze z jedné strany je neefektivní vůči konci stroje. Médium uniká průběžně kanály, postupně se snižuje tlak média a tím i rychlost odvodu tepla. Na konci stroje je chlazení neefektivní a makroskopicky je stroj opět nerovnoměrně chlazen. Stroj může být chlazen z obou stran, tím se nesníží rychlost průtoku média přes stroj, zároveň se linearizuje tepelné zatížení v závislosti na délce stroje. Vzduch ze stroje odvádí čistě radiální kanály. Samozřejmě je toto řešení již poměrně složité a záleží též na typu stroje, v neposlední řadě také závisí na efektivitě návrhu (jestli se ekonomicky vyplatí). U axiálního chlazení je chladicí médium tlačeno skrz otvory v ocelovém jhu nebo může dokonce protékat skrz duté vodiče generátoru. Axiální chlazení je efektivnější u kratších strojů. U delších strojů může opět nastat, z důvodu možné tepelné nelinearity, tepelné přetěžování stroje.

Ventilátorové ztráty silně závisí na typu stroje a na zvolené ventilaci stroje. Ventilátorové ztráty jsou spolu s ventilačními ztrátami dány experimentální rovnicí [3]:

$$\Delta P_{ven} = k_{ven} D_r (l_r + 0,6t_p) v_r^2 \quad (4.9)$$

kde  $k_{ven}$  je hodnota dána experimentálním měřením typových strojů,  $t_p$  je pólová rozteč a  $v_r$  je tečná obvodová rychlost rotoru. Velikost hodnoty  $k_p$  je dána tabulkově experimentálním měřením typových strojů.

## 4.2 Ztráty v ložiskách

Existuje mnoho typů ložisek. Nejpoužívanější ložiska v elektrických točivých strojích jsou valivá a kluzná. Moderně používaná jsou ložiska magnetická. Ve strojích jsou ložiska citlivou záležitostí, ztráty v ložiskách je nutno oddělit od celkových mechanických ztrát a řešit jejich potlačení. Vyjma magnetických ložisek jsou ložiska náročná i na údržbu a náhradní díly.

Pro snazší výpočty se používá experimentální vzorec [3]:

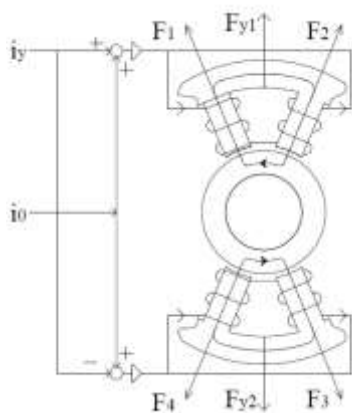
$$\Delta P_f = 0,5 \cdot \omega k_f F D_b \quad (4.10)$$

kde  $k_f$  je třecí koeficient,  $F$  je zatížení ložiska a  $D_b$  je vnitřní průměr ložiska. K lepšímu porozumění ztrát v různých typech ložisek jsou rovnice, odvozené fyzikální metodou, nastíněné v následujících kapitolách.



### 4.2.1 Elektromagnetická ložiska

Magnetické ložisko připomíná vinutí statoru stejnosměrných strojů, tzn. obsahuje několik budících cívek navinutých na magnetické póly. Principem elektromagnetických ložisek je



Obr. 30 Řízení polohy hřídele v y-ové souřadnici (převzato [26])

anulace gravitačního pole za pomoci elektromagnetického pole. Elektromagnetická síla vznikne za pomoci proudu procházejícím budícím vinutím. Síla působí na hřídel rotoru. Pro jednoduché přiblížení je na obr. 30 nakreslena silová regulační část (pouze v vertikálním směru).

V magnetickém ložisku je vinutí předbuzeno výchozím proudem  $i_0$ , jenž teče do obou budících částí, jeho hodnota je upravována porovnávacím členem, který snímá polohu hřídele. Řídící proud  $i_y$  magnetické ložisko přibuzuje nebo odbuzuje v závislosti na přesné poloze hřídele v y-ovém směru. Hlavním úkolem ložiska je působit na celý rotor silou rovnou gravitační, ale opačně orientovanou. Tyto síly se navzájem vyruší a způsobí levitaci hřídele. Ve skutečnosti jsou cívky umístěny po celém obvodu ložiska, aby nastavily polohu  $i$  v x-ové směru a udržovaly rotor správně vycentrovaný vůči statoru [26].

Za předpokladu nulové reluktance jádra a lineárního prostředí ve vzduchové mezeře lze vyjádřit magnetickou indukci jako [26]:

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{2\delta} \quad (4.11)$$

kde délka vzduchové mezery odpovídá  $\delta$ ,  $B_0$  je indukce ve vzduchové mezeře,  $\mu_0$  je magnetická permeabilita vzduchu,  $N$  je počet závitů a  $I$  je proud budící magnetické pole cívky.

Ve vzduchové mezeře je akumulovaná energie daná rovnicí [26]:

$$W = \frac{1}{2} \int_V BH dV = \frac{1}{2} B_0 H_0 2\delta S_0 \quad (4.12)$$

kde  $H_0$  je magnetická intenzita ve vzduchové mezeře, plocha  $S_0$  odpovídá ploše průřezu pólu, zastupuje plochu skrz níž působí intezita  $H_0$ . Pomocí rovnice (4.12) lze odvodit sílu působící ve vzduchové mezeře dle rovnice vycházející z energie [26]:

$$F_0 = \frac{\partial W}{\partial \delta} = B_0 H_0 S_0 = \frac{B_0^2}{\mu_0} S_0 \quad (4.13)$$

Indukci ve vzduchové mezeře z rovnice (4.13) lze nahradit indukci vyjádřenou rovnicí (4.11). Výsledná síla je tudíž charakterizována rovnicí [26]:

$$F_0 = \frac{\mu_0 S_0 N^2 i^2}{4\delta^2} = k_F \frac{i^2}{\delta^2} = k_F \left(\frac{i}{\delta}\right)^2 \quad (4.14)$$

konstantní hodnoty lze v rovnici nahradit činitelem síly  $k_F$ , důležitými veličinami, které vysoce ovlivňují sílu působící na rotor, jsou vzduchová mezera  $\delta$  a proud cívkou  $i$ . Je tedy zřejmé, že při užší vduchové mezeře se zvětší působící síla. Tato síla působí na hřídel a vrací ji do rovnovážné polohy. Nastavení potřebné síly je závislé na kvadrátu poměru budícího proudu a vzduchové mezery. Z hlediska ztrát je důležitý řízený proud  $i$ , který zároveň vytváří ve vodičích elektrické ztráty. Výpočet těchto ztrát je jednoduchý, známe-li parametry vodiče, skrz který protéká proud. Považujeme-li parametry vinutích všech cívek stejné, budící ztráty lze jednoduše napsat jako:

$$\Delta P_b = R_g \sum_i^n i_i^2 \quad (4.15)$$

kde  $R_g$  je odpor všech vinutí při pracovní teplotě ložiska,  $i_i$  je možný proměnný proud dílčích budících cívek.

Fyzikálním základem tyto ztráty patří do skupiny elektrických ztrát. Tyto ztráty jsou umístěny v této části práce hlavně kvůli porovnání se ztrátami v ostatních typech ložisek.

Nejpodstatnější výhodou je absence mechanického brždění stroje, nepočítáme-li brždění ventilační. To umožňuje vysokou obvodovou rychlost stroje využívanou u vysokorychlostních strojů. Další výhodou je prakticky žádná údržba a minimální opotřebávání ložisek. Odpadá provoz s olejovým mazáním a chladicí systém. Není třeba



Obr. 31 Magnetické ložisko [27]

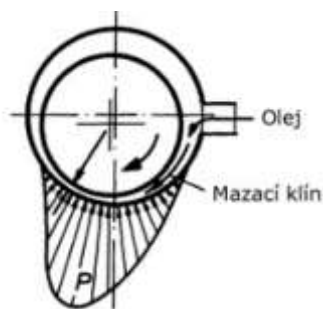
velké množství náhradních dílů, tím je zvýšena spolehlivost součástky. Oproti mechanickým ztrátám v hydrodynamických (kluzných) ložiskách jsou ztráty způsobené buzením magnetických ložisek nižší. [27].

#### 4.2.2 Kluzná ložiska

##### Hydrodynamická ložiska

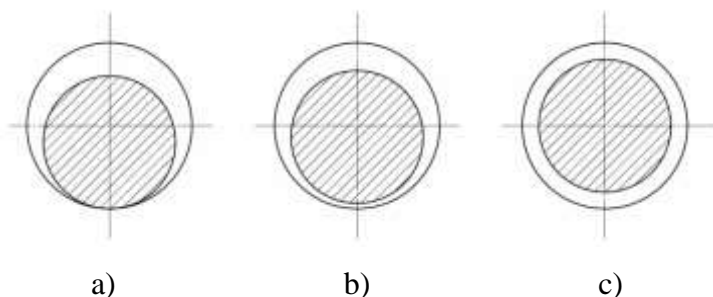
Velikost ztrát je úměrná rychlosti otáček, které jsou v rovnici (4.14) zastoupeny tečnou obvodovou rychlostí  $v$ . Toto tvrzení prakticky souvisí se základním principem činnosti ložiska.

S otáčením čepu v pánvi ložiska je unášen olej. Zvýšením rychlosti rotace čepu se zvýší množství unášeného oleje, zdvih čepu vůči ose pánve ložiska tak přímo závisí na rychlosti otáček. Tento princip je znázorněn na obr. 32.



Obr. 32 Princip dynamického ložiska (převzato [29])

Stroj je navržen tak, aby při jmenovitých otáčkách byl čep v ose pánve ložiska, jak je vidět na obr. 33 c). Při rozběhu stroje, tzn.  $\omega \rightarrow 0$ , dochází mezi čepem a pánví ložiska k polosuchému kluznému tření. Tření je polosuché z důvodu špatných kluzných vlastností pevných částí stroje (mezi čepem a pánví ložiska) a díky minimálnímu zastoupení oleje vůči třecí ploše. Při nízkých otáčkách je čep minimálně zdvižen, viz. obr. 33.b). Nízká teplota



Obr. 33 Zdvih dynamického ložiska v závislosti na otáčkách stroje: a) nulové otáčky, b) rozběhové otáčky, c) jmenovité otáčky (převzato [29])

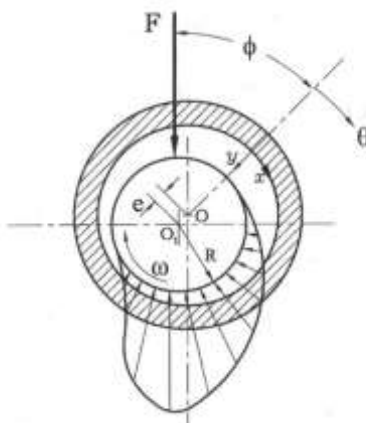
oleje způsobuje špatné viskózní vlastnosti. S rostoucími otáčkami přechází tření v kapalném tření. S vyššími otáčkami rostou ztráty třením, zároveň také teplo oleje, které způsobí lepší viskózní vlastnosti oleje. Stroj s vyššími otáčkami unáší více oleje a osa čepu se přibližuje

ose pánve ložiska. Třecí ztráty jsou tak právě díky změně viskozity a vycentrováním čepu do osy ložiska nelineárně závislé na otáčkách.

Třecí ztráty v ložiskách se pro elektrické stroje zpravidla vyjadřují při stavu naprázdno. Hydrodynamická ložiska se dělí na 2 skupiny. První skupinou jsou dlouhá čepová hydrodynamická ložiska, kde se uvažuje délka čepu v axiálním směru několikrát větší než průměr čepu neboli  $l_l \gg D$ .

Třecí ztráty  $\Delta P_f$  jsou určeny třecím momentem nebo třecí silou podle následující rovnice:

$$\Delta P_f = M_f \cdot \omega = F_f \cdot v \quad (4.16)$$



Obr. 34 Parametry hydrodynamického ložiska (převzato [28])

$M_f$  je velikost třecího momentu potřebného na pokrytí třecích ztrát,  $\Delta P_f$  je ztracený výkon třením v ložisku,  $\omega$  je úhlová rychlost a  $v$  je tečná složka obvodové rychlosti otáčejícího se čepu v ložisku [28]. Vztah mezi obvodovou rychlostí a úhlovou rychlostí je následující:

$$v = \omega \cdot r \quad (4.17)$$

kde  $r$  je poloměr čepu.

Po dosazení do rovnice (4.14) za třecí sílu  $F_f$  je podoba rovnice následovná [28]:

$$\Delta P_f = \frac{\mu v^2 r l_l}{C} \frac{4\pi(1 + 2\varepsilon^2)}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (4.18)$$

kde  $C$  je radiální průchodnost, což je ve skutečnosti rozdíl vnitřního poloměru pánve ložiska a poloměru čepu vloženého do ložiska.  $l_l$  je délka ložiska,  $\mu$  je viskozita použité kapaliny při pracovní teplotě a  $\varepsilon$  je bezrozměrný poměr excentricity, který je definován jako:

$$\varepsilon = \frac{e}{C} \quad (4.19)$$

kde  $e$  je excentricita (vychýlení vůči středu ložiska), její rozměr je znázorněn na obr. 34.

Druhým případem hydrodynamických ložisek jsou ložiska s krátkými čepy, tzn.  $D \gg l_l$ . Pro tento typ ložiska uvažujeme vztah, který rovněž vychází z rovnice (4.14) [28]:

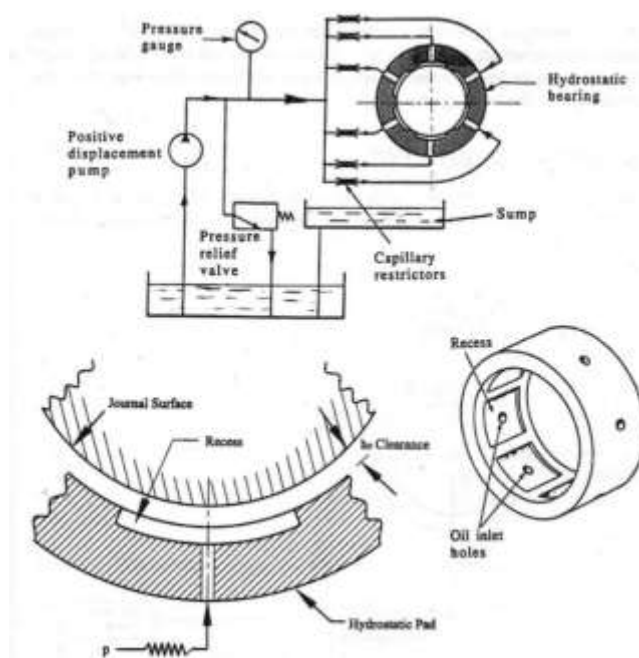
$$\Delta P_f = \frac{\mu v^2 r l_l}{C} \frac{2\pi}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (4.20)$$

Je tak zřejmé, že u hydrodynamických ložisek ztráty závisí na mocnině obvodové rychlosti  $v^2$ . Zároveň se s rostoucí rychlostí snižuje velikost excentricity  $\varepsilon$ , která způsobí relativní snížení ztrát. Snížení excentricity a zlepšení viskozity v dané pracovní části dosáhneme pouze správně navrženými mazacími parametry ložiska. Viskozita mazání je závislá na teplotě ložiska, obvykle klesá s rostoucí teplotou ve stroji, to je znázorněno na obr. 40. Je tedy zřejmé, že příliš mnoho oleje není zárukou efektivního tření. Pro návrh množství oleje a typu oleje hrají roli rozměry stroje a otáčivá rychlost stroje, na které, jak již bylo řečeno, závisí třecí ztráty nejvíce.

V tomto typu ložiska je nutné obměňovat mazání, jelikož postupem času a působením tepelné zátěže se zhoršují vlastnosti oleje a při opravdu vysokých teplotách se olej vypařuje.

### Hydrostatická ložiska

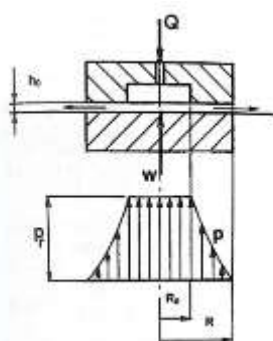
Pro tato ložiska je nutná externí regulační soustava, která řídí tlakem přívod oleje na správná místa v ložisku. Tento tlak musí být správně zvolen vůči tíže soustrojí, aby byl olej schopen nazdvihnout čep do středu pánve ložiska. Pro udržení čepu ve středu pánve ložiska musí být přiváděn tlak po celém obvodu ložiska, jako je znázorněno na obr. 35.



Obr. 35 Princip hydrostatického ložiska (převzato [28])

Na obr. 35 značí  $h_0$  vůli mezi čepem a ložiskem.  $R_0$  je vnitřní průměr žlábků (viz. obr. 36), do kterého proudí kapalina skrze díru v ložisku. Proudění je na obr. 36 označeno písmenem  $Q$ ,  $r$  je poloměr disku na povrchu vnitřní strany ložiska, tlakové poměry v této části klesají v závislosti na poloze poloměru, charakter poklesu je zobrazen na obr. 36. Na rozdíl od hydrodynamického ložiska vystupuje v tomto případě i tlakový odpor proti proudění kapaliny strojem, který závisí na poměrech tlaků ve stroji. Do celkových ložiskových ztrát se kromě třecích ztrát  $\Delta P_f$  započítávají i ztráty hydraulické  $\Delta P_{hyd}$ , tzn. že celkové ztráty  $\Delta P_{Lc}$  můžeme zapsat jako [28]:

$$\Delta P_{Lc} = \Delta P_{hyd} + \Delta P_f \quad (4.21)$$



Obr. 36 Rozložení tlaku uvnitř ložiska (převzato [28])

Ztráty třením jsou určeny rovnicí [28]:

$$\Delta P_f = M_f \cdot \omega = \frac{\pi}{2} \mu \frac{r^4}{h_0} \left( 1 - \frac{R_0^4}{r^4} \right) \omega^2 \quad (4.22)$$

Hydraulické ztráty jsou odvozeny v rovnici [28]:

$$\Delta P_{hyd} \approx Q_{kap} \cdot p_r \approx \frac{1}{6} \frac{\pi h_0^3}{\mu \ln \left( \frac{r}{R_0} \right)} p_r^2 \quad (4.23)$$

kde  $Q_{kap}$  je průtok kapaliny a  $p_r$  je tlak průtoku.

Ve skutečnosti mají stroj a čerpadlo ještě své vlastní ztráty, tyto ztráty je nutno zahrnout v dílčích částech stroje. Výsledek celkových ztrát v ložisku je pak [28]:

$$\Delta P_{Lc} = \frac{1}{\eta_2} \frac{1}{6} \frac{\pi h_0^3}{\mu \ln \left( \frac{r}{R_0} \right)} p_r^2 + \frac{1}{\eta_1} \frac{\pi}{2} \mu \frac{r^4}{h_0} \left( 1 - \frac{R_0^4}{r^4} \right) \omega^2 \quad (4.24)$$

$\eta_2$  respektuje účinnost čerpadla, které napájí hydraulickou soustavu, zpravidla se pohybuje v rozsahu 0,6-0,7.  $\eta_1$  odpovídá účinnosti stroje, pohybuje se v hodnotách 0,8-0,9 [28].

Při změně zátěže ložiska se mění velikost vychýlení čepu z osy pánve. Zvýšení vůle  $h_0$  má za následek pokles tlaku a zároveň v opačné části ložiska má snížení vůle za následek

zvýšení tlaku. Tlak oleje pak má tendenci vracet čep zpět do rovnovážné polohy. Není potřeba měnit tlakové poměry pomocí hydraulického systému, ale při vyrovnání tlakových a zátěžných sil zůstane čep vychýlen z rovnovážné polohy. Vůle mezi čepem a pánví ložiska ovlivňuje též velikost ztrát. Třecí ztráty jsou nepřímo úměrné vůli  $\frac{1}{h_0}$ , ale ztráty hydraulické jsou závislé na třetí mocnině vůle  $h_0^3$ . Ztráty jsou při vychýlení čepu z rovnovážné polohy ložiska nelineárně rozložené a tepelné namáhání ložiska může být v daných částech stroje nepřiměřené. Je proto nutné změnit poměry tlaků oleje přiváděného do ložiska, zároveň se vyrovnávají poměry ztrát a celkově se sníží jejich velikost.

Nespornou výhodou těchto ložisek je úspora materiálu. Vždy je zajištěno kapalinové tření mezi čepem a pánví ložiska, tudíž opotřebení ložiska je výrazně nižší než u hydrodynamického systému. S tím je spojena i nižší nutnost výměn ložisek kvůli mechanickému opotřebení. Zároveň třecí ztráty jsou při nízkých otáčkách relativně malé. Nevýhodou je o něco větší robustnost systému kvůli řízené hydraulické soustavě a nutnost externího čerpadla.

### 4.2.3 Valivá ložiska

Valivá ložiska mají menší třecí plochu a zároveň se u nich uplatňují spíše ztráty valivého charakteru. Jejich nevýhodou je pořizovací cena a hlučnost.

Výpočty ztrát v těchto ložiskách nejsou jednoduché a jednotné. Výpočty ložiskových ztrát jsou silně závislé na jejich typu a parametrech, především v závislosti na poměrech obsahu mazání v ložisku. Mazání je nezbytné pro snížení ztrát třením styčných ploch valivých elementů a styčných ploch pánve ložiska. Jako mazání v těchto ložiskách je použita směs vzduchu a oleje, přičemž poměr oleje ve valivých ložiskách je vůči kluzným ložiskům řádově několikrát nižší. Globálním měřením bylo zjištěno, že nelze rozlišit poměry ztrát výkonu vzhledem k jednotlivým tahům v ložisku a odporu sil. Modelování těchto ložisek závisí též na daném pohledu. Lze vzniklé ztráty v ložisku popsat dvěma jevy, hydrodynamickými ztrátami v mazání (stejně jako u hydrodynamických ložisek) a ztrátami valivým odporem. Z Hamrockova přístupu popsaného Tevaarwerkem a Johnsonem, lze hydrodynamickou sílu popsat [30, 31]:

$$F_r = \frac{2a}{D_b} \left[ 2,69 \cdot G^{*0,022} \cdot W^{*-0,87} \cdot \left( \frac{V^*}{2} \right)^{0,66} \right] Q \quad (4.25)$$

kde  $G^*$  je bezrozměrný materiálový parametr,  $W^*$  je bezrozměrný parametr zatížení,  $V^*$  bezrozměrný parametr rychlosti,  $Q$  je tepelný tok,  $a$  je poloosa styčné plochy a  $D_b$  je v případě kuličkových ložisek průměr kuličky [30, 31].

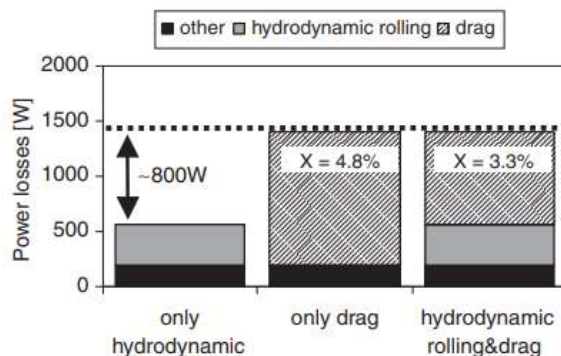
V různých metodách je zanedbávána právě odporová valivá síla  $F_d$ . Pokud je tato síla mezi kuličkou a směsí kapaliny a vzduchu zahrnuta, počítá se v nekonečném prostředí, její velikost odpovídá [31]:

$$F_d \approx (X \cdot C_d) \left( \frac{\omega_m d_m}{2} \right)^2 \quad (4.26)$$

kde  $C_d$  je součinitel odporu valivého tělesa,  $\omega_m$  je otáčivá rychlost dílčích kuliček a  $d_m$  je jich průměr. Parametry všech dílčích kuliček jsou stejné.

Je zřejmé, že tuto sílu lze použít i pro ostatní valivé elementy stejných rozměrů a vlastností. Objemový podíl maziva  $X$  ve výrazu pro odporovou valivou sílu je upraven tak, aby ztráty souhlasily s experimentálními údaji, tzn. že  $X$  je závislé na experimentech se vzorovými typy ložisek. Ložiska vystavená čistě axiálnímu zatížení mají v různých poměrech oleje v ložisku různé poměry ztrát. Lze říci, že odporové valivé síly působící ztráty třením jsou význačné pro výpočet celkových ztrát a nelze je u vysokých otáček zanedbat. Ztráty se vypočítají podle předchozího přístupu z rovnice (4.14), v tomto případě však ztrátová síla obsahuje 2 složky.

V experimentu cíleného na zjištění hodnoty objemového podílu maziva  $X$  byly celkové ložiskové ztráty odhadnuty z krouticích momentů a měření otáček a porovnány s teoretickými předpověďmi.



Obr. 37 Ztráty při různých přístupech ke ztrátám ve valivých ložisek: a) pouze hydrodynamické síly valivého tření, b) pouze odporové síly, c) odporové i hydrodynamické síly (převzato [31])

Měřená hodnota experimentálního prvku odpovídá úrovni svislé tečkované čáre. Při výpočtu pouze s hydrodynamickou silou, jak je vidět na obr. 37 a), vychází ztráty menší než skutečné naměřené. Rozdíl od skutečných ztrát je přibližně o 800 W, což je nezanedbatelně vysoká hodnota. V přístupu b) a c) je pak závislý koeficient  $X$  na uvažování vlivu hydrodynamických a odporových valivých sil nebo pouze čistě odporových valivých sil. Zanedbání hydrodynamických sil je z fyzikálního hlediska nekorektní přístup. Tento experiment podtrhává tvrzení nejednoduchého a nejednotného přístupu k určení ztrát ve valivých ložiskách.



#### 4.2.4 Závislost ztrát na změně pracovních podmínek

V experimentálním měření jsou proměřeny mechanické ztráty v závislosti na různých zatěžovacích nebo oteplovacích vlastnostech zkoušeného prvku. Velikost mechanických ztrát je silně závislá na otáčkách stroje, proto jsou otáčky vázány vždy ke konstantní hodnotě. Měření mechanických ztrát je provedeno dvěma metodami. V obou případech se jedná o měření nepřímé, proto je nutné dopočítat výsledné ztráty. Je vhodné vzájemně porovnávat vypočítané hodnoty obou metod pro zpřesnění pokusu [32].

V první metodě je roztočen rotor stroje, dále je nutná časová prodleva na stabilizaci teploty v ložiskách. Následně se odpojí statorové napájení a stroj se samovolně dotáčí, přičemž zpomalován je pouze mechanickými ztrátami. Měříme v tomto případě otáčky stroje, moment, jeho teplotu a další parametry. Principem této metody je pohled na rovnici výkonu stroje [32]:

$$\Delta P_{mech} = M \cdot \omega = -J \frac{d\omega_m}{dt} \omega_m = -J \frac{dn}{dt} n / 91,2 \quad (4.27)$$

kde mechanické ztráty jsou závislé na momentu setrvačnosti  $J$  a mechanické úhlové rychlosti  $\omega_m$  a změně této rychlosti  $\frac{d\omega_m}{dt}$ . Popřípadě lze rovnici upravit pro otáčky stroje  $n$ .

Druhá měřicí metoda se nazývá energetická metoda, jsou v ní měřeny celkové ztráty, proudy a napětí [32]. Známe-li dominantní vlastnosti dílčích ztrát, není problém ztráty od sebe separovat:

$$\Delta P_{mech+Fe} = \Delta P_{cel} - \Delta P_j \quad (4.28)$$

kde ztráty ve vinutí  $\Delta P_j$  lze při měření naprázdno vypočítat, známe-li proud naprázdno, jako:

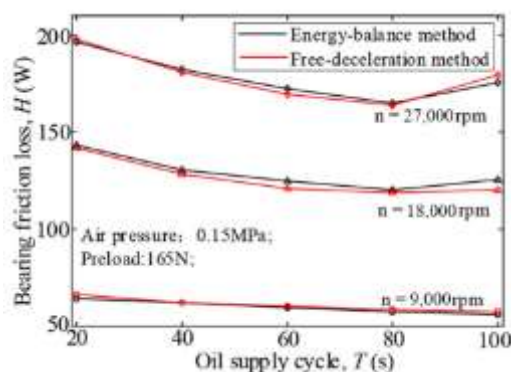
$$\Delta P_j = m R_1 I_0^2 \quad (4.29)$$

Ztráty ve vinutí při změřeném proudu naprázdno lze snadno oddělit od celkových ztrát.

Ztráty v železe rostou s kvadrátem napětí. Lze je oddělit od  $\Delta P_{mech+Fe}$  položíme-li na vodorovnou osu kvadrát napětí a na svislou osu ztráty. Funkce této charakteristiky by měla být lineární. Proložíme-li funkci přímkou, v bodě protnutí s osou ztrát (tj. při  $U^2 = 0$ ) jsou výsledkem mechanické ztráty při konstantním rychlosti otáčení stroje.

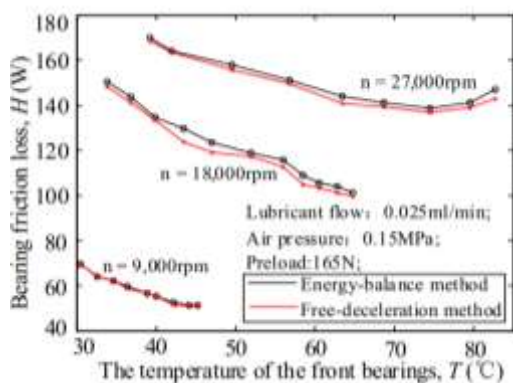
Obr. 38 ukazuje závislost vlivu průtoku mazání na mechanické ztráty. V podstatě byly měřeny mechanické ztráty v závislosti na různých cyklech dodávky oleje do ložisek. Zásadně se nevyplatí příliš častá obměna oleje, což je z charakteristik očividné. Nejvýznamnější bod je při obměně mazání intervalu 80 s, hlavně při vysokých otáčkách

stroje rychle roste teplota ložiska, což má za následek zúžení olejového filmu v ložiskách a rychlejší stárnutí oleje. Vlivem toho dochází tak k částečnému suchému tření. Je nutno tento olej obměňovat za nový.

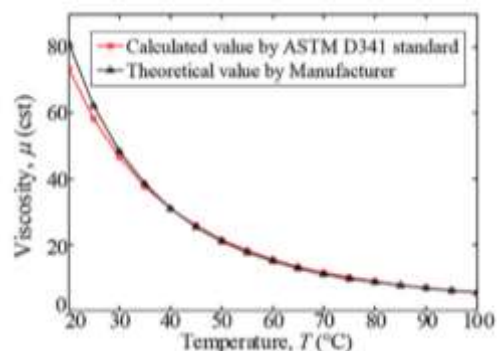


Obr. 38 Závislost ztrát na cyklické obměně oleje (převzato [32])

Na obr. 39 je znázorněna závislost ztrát na rostoucí teplotě ložiska. Ztrátami vzniká tepelná energie, která zapříčiní nárůst teploty v samotném zařízení. Při oteplení ložiska výrazně klesá viskozita maziva. Při nižších hodnotách viskozity  $\mu$  dochází k nižším třecím ztrátám v ložisku. Závislost viskozity na teplotě pro daný typ oleje určuje charakteristika na obr. 40. Vyššími teplotami také roste spotřeba mazacího oleje, pak je nutné cyklicky obměňovat olej, což má návaznost právě na ztráty závislé na cyklické obměně.



Obr. 39 Závislost ztrát na teplotě (převzato [32])



Obr. 40 Závislost viskozity na teplotě (převzato [32])

### 4.3 Ztráty třením kartáčů

Ztráty na kartáčích se dělí na elektrické a mechanické ztráty. Elektrické ztráty na kartáčích jsou shrnuty v kapitole Elektrické ztráty. Pro mechanické ztráty platí rovnice [2]:

$$\Delta P_{kmech} = \mu_k \cdot S_k \cdot v_k \cdot p_k \quad (4.30)$$

kde  $\mu_k$  je činitel tření, jeho hodnota se pohybuje v rozmezí 0,15 – 0,2.  $S_k$  je celková plocha dotyku kartáče a sběracího kroužku,  $v_k$  je obvodová rychlost sběracího kroužku,  $p_k$  znamená přítlačný tlak kartáčů [2].

## Zhodnocení a závěr

V první kapitole byl podrobně nastíněn princip vzniku Jouleova tepla, který má úzkou souvislost se ztrátami. Prakticky ztráty lze definovat jako změnu elektrické nebo magnetické (či jiné) energie na tepelnou energii. Ztráty ve vinutí jsou definovány Joule-Lenzovým zákonem. Pro potlačení ztrát je relevantní veličinou odpor, jenž je závislý na materiálových parametrech, na provozní teplotě a na rezistivitě materiálu, ta je ve střídavém obvodu ovlivňována skin efektem a jevem blízkosti. Výsledkem efektivního potlačení skin efektových ztrát je snížení výšky vodiče. Pro paralelní vodiče v drážce je vhodná transformace Roeblovou tyčí ke snížení efektivní hodnoty celkového odporu ve vinutí. Alternativním přístupem pro méně výkonné stroje je použití Litzových drátů. Poslední téma jsou elektrické ztráty na kartáčích.

Druhá kapitola pojednává o hlavních ztrátách v železe. Je rozdělena na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy. Hysterezní ztráty souvisí s natáčením elementárních domén ve směru vnějšího magnetického pole a tím způsobují třením vznik tepla. Ztráty tak souvisí s hysterezní smyčkou a její šířkou. Ztráty vířivými proudy jsou opět definovány Joule-Lenzovým zákonem, kdy skrz magnetický materiál cirkuluje vířivý proud. Omezení těchto proudů se jednoduše řeší zvýšením elektrického odporu magnetického materiálu. Několik metod, jak zvýšit elektrický odpor je rozebráno v kapitolách 2.2.2 a 2.3. Pro motory napájené z výkonových měničů je nezbytné porovnání ztrát při napájení ze sítě a při napájení z výkonových měničů, viz. kapitola 2.4.

Třetí kapitola obsahuje přídavné ztráty, které jsou rozděleny na ztráty naprázdno a na ztráty závislé na zatížení neboli dodatečné ztráty. Ztráty naprázdno dělíme na povrchové a pulzní ztráty. Povrchové ztráty se vyskytují u všech strojů, jejich výskyt a poměr vůči hlavním ztrátám v železe jsou porovnány v kapitole 3.4. Do dodatečných ztrát je zahrnut zbytek elektromagnetických ztrát, patří sem ztráty rozptylovým polem, ztráty změnou velikosti indukce v železe, tzn. např. ztráty přesycováním jádra, ztráty změnou indukce kotvy stejnosměrných strojů atd.

Ve čtvrté kapitole jsou mechanické a ventilační ztráty rozděleny na ztráty ventilátorové, ztráty ventilační a ztráty v ložiskách. Z nichž nejzajímavější kapitolou jsou ztráty v ložiskách, které jsou různé stejně jako principy a konstrukce jednotlivých ložisek. Jsou porovnávány kluzná, valivá a elektromagnetická ložiska. Poslední částí jsou mechanické ztráty na kartáčích.

## Literatura

- [1] KOPYLOV, Igor Petrovič. Stavba elektrických strojů: celostátní vysokoškolská učebnice pro elektrotechnické fakulty vysokých škol technických. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1988.
- [2] PETROV, G.N. Elektrické stroje 2: Asynchronní stroje-synchronní stroje. Praha: Academia, 1982.
- [3] PYRHÖNEN, Juha, Tapani JOKINEN a Valéria HRABOVCOVÁ. Design of rotating electrical machines. 2nd edition. Chichester: Wiley, 2014. ISBN 978-1-118-58157-5.
- [4] MAYER, Daniel. Teorie elektromagnetického pole. 3. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004. 2 sv. ISBN 80-7082-826-9.
- [5] Joule heating. Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2022-04-03].  
Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Joule\\_heating](https://en.wikipedia.org/wiki/Joule_heating)
- [6] Nízkonapěťové trojfázové asynchronní motory nakrátko podle IEC [online]. 2016 [cit. 2022-04-03].  
Dostupné z: [https://www.elektromotory.net/upload/file/katalog\\_1le1.pdf?s=21020730](https://www.elektromotory.net/upload/file/katalog_1le1.pdf?s=21020730)
- [7] HRABOVCOVÁ, Valéria, Pavol RAFAJDUS a Pavol MAKYŠ. Analýza elektrických strojov. Žilina: Žilinská univerzita v Žilině, EDIS - vydavateľstvo ŽU, 2017. ISBN 978-80-554-1323-5.
- [8] LIU, Jia, Yanping LIANG, Peipei YANG, Weihao WANG, Fuchao ZHAO a Kangwen XU. Analysis on Circulating Current Loss in the Formed Winding of Permanent Magnet Synchronous Motors. IEEE Access [online]. 2021, 9, 113403-113414 [cit. 2022-04-03]. ISSN 2169-3536. Dostupné z: doi:10.1109/ACCESS.2021.3103977
- [9] SOKOL, Julius. Technologické možnosti výztuh čel vinutí velkých točivých elektrických strojů [online]. Plzeň, 2013 [cit. 2022-03-16]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/y7lides/>. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická. Vedoucí práce Prof. Ing. Václav Mentlík, CSc.
- [10] The Skin Effect causes the current density to increase exponentially from the inside to the surface. MWS Wire industries [online]. [cit. 2022-04-03].  
Dostupné z: <https://mswire.com/specialty-wire/litz-wire/>.
- [11] SUCHAN, Anton a Bernd PONICK. Brush Dynamics in Electrically Excited Synchronous Machines and their Influence on the Field Winding. In: IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society [online]. IEEE, 2020,

2020-10-18, s. 889-894 [cit. 2022-04-03]. ISBN 978-1-7281-5414-5. Dostupné z:

doi:10.1109/IECON43393.2020.9255339

[12] ONDŘEJ, Štěpán. Vliv různých uspořádání na tepelné modely elektrických strojů [online]. Plzeň, 2020 [cit. 2022-03-16]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/q84rim/>.

Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická. Vedoucí práce Ing. Lukáš Veg.

[13] LIN, D., P. ZHOU, W.N. FU, Z. BADICS a Z.J. CENDES. A Dynamic Core Loss Model for Soft Ferromagnetic and Power Ferrite Materials in Transient Finite Element Analysis. IEEE Transactions on Magnetics [online]. 2004, 40(2), 1318-1321 [cit. 2022-04-03]. ISSN 0018-9464. Dostupné z: doi:10.1109/TMAG.2004.825025

[14] PECHÁNEK, Roman. Projektování elektrotechnických zařízení (KEV/PEZ): Ztráty a účinnost [online]. [cit. 2022-04-04]. Dostupné z:

<https://courseware.zcu.cz/portal/studium/courseware/kev/pez/cviceni/index.html>. ZČU

[15] MACH, Martin. Analýza ztrát asynchronních motorů malého výkonu [online]. Brno, 2016 [cit. 2022-04-03]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/51831>. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky. Vedoucí práce Vítězslav Hájek.

[16] PATOČKA, Miroslav. Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice. 1. vyd. V Brně: VUTIUM, 2011. 564 s. ISBN 978-80-214-4003-6.

[17] PIRES, Waldiberto L., Hugo G. G. MELLO, Samuel S. BORGES, Marcos C. VOLTOLINI a Edson E. CRISTOFOLINI. A Study on Induction Motors' Iron Losses Taking Frequency Variation into Account - Sinusoidal Versus PWM Supply. In: 2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference [online]. IEEE, 2007, 2007, s. 1605-1609 [cit. 2022-04-03]. ISBN 1-4244-0742-7.

Dostupné z: doi:10.1109/IEMDC.2007.383669

[18] JAROLÍM, Daniel. Moderní materiály a konstrukce magnetických obvodů elektrických strojů [online]. Plzeň, 2014 [cit. 2022-03-16]. Dostupné z:

<https://theses.cz/id/4nm17w/>. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická. Vedoucí práce Ing. Jiří Zíka.

[19] FIRETEANU, Virgiliu, Vincent LECONTE a Alexandru-Ionel CONSTANTIN. Influence of the magnetic steel frame on the efficiency of short-circuit faults detection in induction motors through harmonics of the neighboring magnetic field. In: 2015 9th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE) [online].

IEEE, 2015, 2015, s. 398-403 [cit. 2022-04-03]. ISBN 978-1-4799-7514-3. Dostupné z:  
doi:10.1109/ATEE.2015.7133836

[20] LEI MA, M. SANADA, S. MORIMOTO a Y. TAKEDA. Prediction of iron loss in rotating machines with rotational loss included. IEEE Transactions on Magnetics [online]. 2003, 39(4), 2036-2041 [cit. 2022-04-03]. ISSN 0018-9464. Dostupné z:  
doi:10.1109/TMAG.2003.812706

[21] Laminated core eddy currents. Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2022-04-03]. Dostupné z:  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Laminated\\_core\\_eddy\\_currents\\_2.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Laminated_core_eddy_currents_2.svg)

[22] Standard grades fully finished DIN EN 10 106. Thyssenkrupp [online]. [cit. 2022-04-03]. Dostupné z: <https://www.thyssenkrupp-steel.com/en/products/electrical-steel/electrical-steel-non-grain-oriented/powercore-a/powercore-a.html>

[23] Brush. EReplacementParts [online]. [cit. 2022-04-03]. Dostupné z:  
[https://www.ereplacementparts.com/repair-center/article/942/Tool\\_Diagnosis\\_Is\\_it\\_the\\_Brushes\\_or\\_the\\_Switch.html](https://www.ereplacementparts.com/repair-center/article/942/Tool_Diagnosis_Is_it_the_Brushes_or_the_Switch.html)

[24] DEMS, M., K. KOMEZA a J-Ph. LECOINTE. Variation of additional losses at no-load and full-load for a wide range of rated power induction motors. Electric Power Systems Research [online]. 2017, 143, 692-702 [cit. 2022-04-03]. ISSN 03787796. Dostupné z: doi:10.1016/j.epsr.2016.10.042

[25] LORENZ, Joshua. Electrical Machine Iron Loss Predictions—A Unique Engineering Approach Utilizing Transient Finite-Element Methods—Part II: Application and Validation. IEEE Transactions on Industry Applications [online]. 2014, 50(4), 2871-2875 [cit. 2022-04-03]. ISSN 0093-9994. Dostupné z: doi:10.1109/TIA.2013.2293816

[26] ZANSONG FU, DONG JIANG a RONGHAI QU. Design of four-axis magnetic bearing for high speed motor. In: 2016 IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia) [online]. IEEE, 2016, 2016, s. 786-791 [cit. 2022-04-03]. ISBN 978-1-5090-1210-7. Dostupné z:  
doi:10.1109/IPEMC.2016.7512385

[27] HARRIS, Tim. Magnetická ložiska SKF – od inovace k osvědčeným řešením. Elektro [online]. 2005(04), [cit. 2022-04-03]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/elektro/casopis/tema/magneticka-loziska-skf-od-inovace-k-osvedcenym-resenim--13657>

[28] HARNOY, Avraham. Bearing Design in Machinery [online]. CRC Press, 2002 [cit. 2022-04-03]. ISBN 9780203909072. Dostupné z: doi:10.1201/9780203909072

- [29] LÁBUS, Jiří. Chování kluzných ložisek řadového pětiválcového motoru při různých provozních podmínkách [online]. Brno, 2008 [cit. 2022-03-16]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/c06nqj/>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [30] POULY, F. et al. Investigations on the power losses and thermal behaviour of rolling element bearings. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers [online]. 2010, vol. 224, s. 925-933. ISSN 13506501. Dostupné z: <https://www.proquest.com/docview/861841905?https://search.proquest.com&pq-origsite=summon>
- [31] POULY, F., C. CHANGENET, F. VILLE, P. VELEX a B. DAMIENS. Power Loss Predictions in High-Speed Rolling Element Bearings Using Thermal Networks. Tribology Transactions [online]. 2010, 53(6), 957-967 [cit. 2022-04-03]. ISSN 1040-2004. Dostupné z: doi:10.1080/10402004.2010.512117
- [32] TIAN, Shengli et al. Experimental study on frictional loss of high-speed bearings based on free-deceleration and energy-balance methods. Industrial Lubrication and Tribology [online]. 2019, vol. 71, no. 4, s. 509-514. ISSN 00368792. Dostupné z : <https://www.proquest.com/docview/2220761760?pq-origsite=summon&https://search.proquest.com>
- [33] Balík sestaveného statoru. WIID [online]. 2018 [cit. 2022-04-03]. Dostupné z: <https://wiid.ru/cs/electrical-equipment/what-is-an-asynchronous-motor-asynchronous-motor-with-squirrel-cage-rotor/>