

Oponentní posudek bakalářské práce

Tomáše Augustiňáka

(ZČU v Plzni, FAV, *studijní program*: B3947 Počítačové modelování v technice,
studijní obor: Počítačové modelování)

zpracované na téma

Modelování proudění krve v 1D modelech arterií s uvažováním poddajnosti cévních stěn

Posuzovaná bakalářská práce o rozsahu 49 stran textu je věnována tématu matematického modelování pulzačního proudění krve v 1D modelech poddajných trubic, na které je nahlíženo jako na poddajné cévy lidského těla. S ohledem na význam tohoto typu modelů a jejich současnému uplatnění v nejrůznějších úlohách kardiovaskulární biomechaniky, lze téma předložené práce označit za velice aktuální a díky podrobně popsaným principům a odvozením jednotlivých matematických modelů i za značně přínosné.

Samotná bakalářská práce je rozdělena do šesti kapitol včetně úvodu a závěru a doplněna seznamem použité literatury. V úvodní části je kromě stručného nastínění obsahu jednotlivých kapitol rovněž uvedena motivace, z níž je patrné, že si je student vědom relevantnosti své práce a jejího možného využití v podstatně komplexnějších úlohách proudění krve než těch, jakými se zabýval ve své práci. Jako příklad je zde zmíněno využití 1D modelů v numerických simulacích založených na víceškálovém přístupu.

S ohledem na zjednodušení, která jsou nevyhnutelně spojena s aplikací 1D modelů, je začátek práce věnován vymezení předpokladů vycházejících z teorie lineární pružnosti a teorie otevřených tenkostěnných nádob, ke kterým jsou poddajné cévy připodobněny. Na základě obou teorií je studentem odvozen klíčový vztah, který dává do souvislosti průsvit cévy s tlaky působícími na její stěnu (tj. vnější tlak a tlak protékající krve). Zbytek první kapitoly se pak zabývá podrobným odvozením zákonů zachování hmotnosti a hybnosti, a to jak ze znalosti Reynoldsova transportního teorému, tak užitím alternativního přístupu publikovaného v odborné literatuře. Odvozená soustava nelineárních hyperbolických parciálních diferenciálních rovnic (PDR), představující základ 1D modelů popisujících nestacionární proudění nestlačitelné newtonské kapaliny v poddajné přímé trubici, je následně rozšířena o soustavu dvou nezávislých charakteristických rovnic a Bernoulliho rovnici, jejichž řešení se ukazuje být klíčové pro zajištění kontinuity proměnných v případě cévní bifurkace. Výčet odvozených matematických modelů následně uzavírá tříprvkový Windkessel (0D) model popsaný ve druhé kapitole, jehož připojením k výstupním částem uvažovaných cév je možné aproximovat chování zbylé (nemodelované) části oběhové soustavy a zajistit tak fyziologicky relevantní tokové podmínky pro případné numerické simulace.

V návaznosti na sestavené matematické modely je pozornost ve třetí kapitole věnována jejich numerickému řešení a programové implementaci ve výpočtovém prostředí interpretu MATLAB. Konkrétně pro potřeby práce byla studentem zvolena metoda konečných objemů v kombinaci s explicitním dvoukrokovým MacCormackovo schématem druhého řádu přesnosti. Princip obou metod je ukázán na příkladu skalární nelineární hyperbolické PDR a doplněn o informace týkající se formulace a implementace okrajových podmínek, zejména těch nacházejících se na rozhraní mezi 1D a 0D modely. V první části čtvrté kapitoly je na modelovém příkladu poddajné 1D trubice ověřena správnost implementace vyvinutého numerického řešiče porovnáním s daty publikovanými v odborné literatuře a získanými pomocí nespojitě Galerkinovy metody. Takto verifikovaný výpočetní algoritmus byl pak následně použit pro 1D-0D simulace pulzačního proudění krve v modelu karotické bifurkace. Na základě získaných numerických

výsledků byl zjištěn zásadní vliv poddajnosti jednotlivých arteriálních segmentů na výsledný tok krve. V závěru student shrnuje obsah a výstupy své bakalářské práce a zároveň zmiňuje možnosti případného rozšíření svého současného výpočtového modelu.

Posuzovaná bakalářská práce je napsána přehledně, velmi dobrou češtinou s místy se vyskytujícími překlepy a drobnými chybami ve značení. Jako příklad lze zmínit často se vyskytující záměnu symbolů u a U v případě rychlosti protékající krve, chybějící indexy u parametru β (str. 20) či dle mého názoru nešťastně zvolený zápis indexů/čísel segmentů na pozici exponentů, který pro méně pozorné čtenáře může být matoucí, viz např. vztahy (126)–(133) v odstavci 1.2.7. Kromě zmíněných nedostatků je ovšem nutné studenta rovněž upozornit na chybně uvedený vztah (169), resp. (170) na str. 26, kde správný tvar příslušného členu by měl být $p_{\text{out,RCR}} = \frac{CR_2 p_C^{n-1} + p_{\text{out}} \Delta t}{CR_2 + \Delta t}$ a nikoliv $p_{\text{out,RCR}} = \frac{CR_2 + p_{\text{out}} \Delta t}{CR_2 + \Delta t}$. Pro eliminaci výše uvedených problémů, zejména v chybném značení některých proměnných (např. označení matice \mathbf{B} symbolem \mathbf{b} v odstavci 3.5), by bylo jistě příhodné, kdyby součástí práce byl seznam použitých veličin, symbolů a zkratk.

K bakalářské práci mám následující připomínky a dotazy:

- 1) V úloze karotické bifurkace je jako výchozí hodnota parametru β uvedena hodnota $100 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \text{s}^2}$. Jak byla studentem tato hodnota stanovena, popř. odkud byla převzata? Pokud vyšla ze stejné, ale bezrozměrové hodnoty uvažované v testovacím příkladu s poddajnou trubicí, pak byla bohužel zvolena dosti nešťastně, neboť výrazně překračuje poddajnost artérií (orientačně $\beta \approx 700 \div 4000 \text{ kg cm}^{-2} \text{ s}^{-2}$) včetně elastické aorty ($\beta \approx 250 \text{ kg cm}^{-2} \text{ s}^{-2}$). Na druhou stranu je ovšem nutné poznamenat, že ačkoliv zvolené β je poněkud mimo fyziologický rozsah, prezentované numerické výsledky velice dobře ilustrují proudění nestlačitelné kapaliny ve vysoce poddajné trubicí.
- 2) Jak byla proměnná $p_{\text{out,RCR}}$ ze vztahu (170) implementována ve funkci *vypocti_tok_WK.m*? Byl užit její správný tvar, který jsem uvedla výše?
- 3) V práci není nikde uvedena výpočetní náročnost realizovaných simulací, a to ani u testovacího problému s poddajnou trubicí. Vzhledem k tomu, že 1D přístup bývá obvykle vnímán jako výpočetně efektivní alternativa k obdobným 3D úlohám, bylo by jistě vhodné tuto informaci uvést.

Závěrem mohu konstatovat, že všechny cíle vytčené v zadání bakalářské práce byly beze zbytku splněny. Práce rozsahově i formálně splňuje všechny požadavky zadání a má vysokou obsahovou úroveň, a to i navzdory mým výše uvedeným připomínkám a dotazům, které nijak nesnižují její celkovou kvalitu. Předloženou bakalářskou práci doporučuji k obhajobě před komisí SZZ na Katedře mechaniky FAV ZČU v Plzni a hodnotím ji známkou

výborně.

V Plzni, dne 17.června 2022

Ing. Alena Jonášová, Ph.D.
oponentka bakalářské práce