

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra mechaniky



Bakalářská práce

PROUDĚNÍ KRVE V ROZVĚTVENÉM CÉVNÍM ŘEČIŠTI

Plzeň, 2012

Kristina Vošahlíková

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 31. května 2012

Kristina Vošahlíková

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucímu své bakalářské práce Ing. Vladimíru Lukešovi, Ph.D. a neméně tak i Ing. Aleně Jonášové za poskytnutí informací, rad a hlavně času, který mi při psaní této práce věnovali.

Chtěla bych též poděkovat členům katedry mechaniky za znalosti, které mi v průběhu studia předávali, a mému okolí za podporu při dosavadním studiu.

Abstrakt

Cílem této práce je vytvoření 3D modelu větvící se trubice reprezentující část cévního řečiště a následný výpočet rychlosti proudění krve na výstupech a tlaku na vstupu. Tento model je porovnáván se zjednodušeným 1D modelem proudění používaným na Katedře mechaniky pro modelování jater. Za pomoci programu Altair HyperMesh byly vytvořeny geometrie trubice spolu s konečně prvkovými sítěmi a v programu ANSYS Fluent byl proveden výpočet hledaných hodnot. Model je zaměřen na modelování cévní soustavy, proto je v práci zmíněna oběhová soustava spolu s krví a cévami.

Klíčová slova: krev, cévy, HyperMesh, Fluent

Abstract

The objective of this study is to create a 3D model of branching tube representing part of the vascular system and the calculation of blood flow velocity on the outputs and pressure on the input. This model is compared with a simplified 1D model of flow used by the Department of mechanics for modeling liver. Using Altair HyperMesh program were created the tube geometries with finite elemental mesh and the calculation was performed by ANSYS Fluent. The model is focused on modeling the vascular system, therefore the circulatory system and blood with vessels are mentioned in this study.

Key words: blood, vessels, HyperMesh, Fluent

Obsah

Úvod	5
2. Oběhová soustava	7
2.1 Krev	7
2.2 Cévy	8
2.3 Játra	10
3. Formulace úlohy	11
3.1 Geometrie	11
3.2 Matematický popis proudění	12
3.2.1 3D model	12
3.2.2 1D model	13
4. Požitý software	14
4.1 Příprava modelu	15
4.2 Řešení proudění v systému Fluent	18
5. Numerické výsledky	20
5.1 Zpracování výsledků	22
6. Přílohy	27
Závěr	29
Literatura a zdroje	31

Úvod

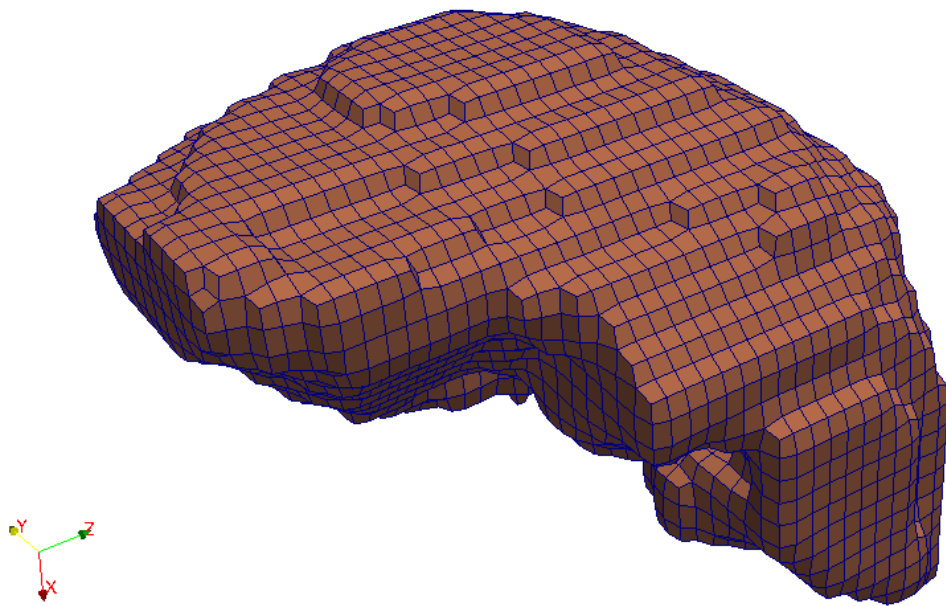
Problémem proudění krve v cévní struktuře jater se zabývají pracovníci Katedry mechaniky Fakulty aplikovaných věd na Západočeské univerzitě s cílem vytvoření matematického modelu prokrvení orgánu. Na Obrázku 1.1 je model prostorového zobrazení jater. Na Obrázku 1.2 je znázorněno proudění žil a tepen v játrech. V současné době je k popisu proudění používán zjednodušený 1D model, který dokáže ze zadaných parametrů vypočítat proudění pro větví se řečiště. Tento model nebere v úvahu geometrii větvení. Cílem této práce je porovnat výsledky 1D modelu s plným 3D modelem.

Předkládaná práce je dělena do čtyř kapitol. Jelikož je model uvažován jako větví se céva, je první kapitola věnovaná oběhové soustavě, kde je stručný popis fungování dané soustavy spolu s návazností na krev, cévy i samotná játra.

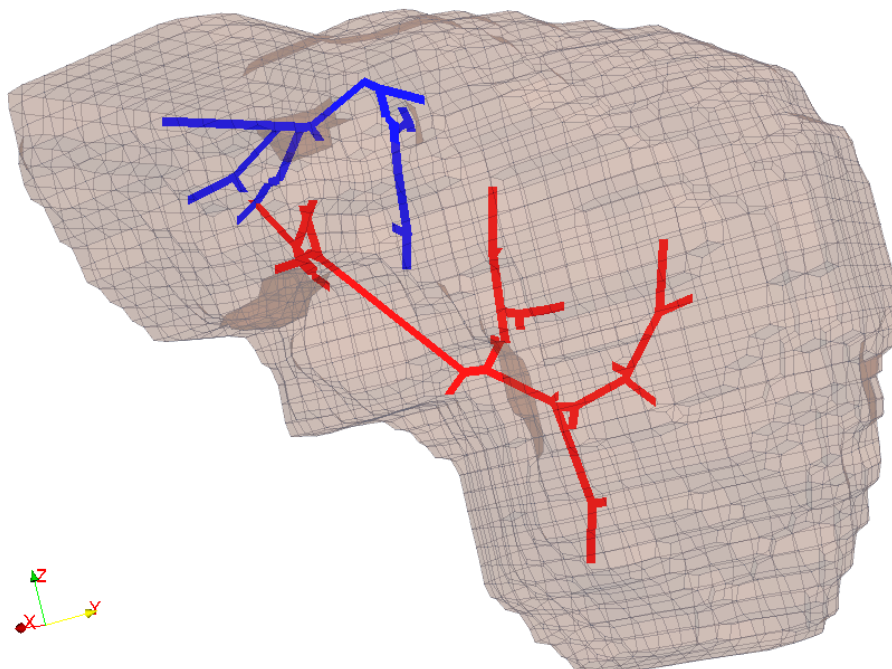
Druhá kapitola se věnuje formulaci úlohy. Je zde řešena geometrie modelu se všemi zadanými parametry. Velikost trubice byla vybrána jako céva o průměru 6 mm, abychom se vyhnuli velikosti aorty nebo kapilár. Dále je řešen matematický popis proudění, kde je zmíněna rovnice kontinuity pro jednorozměrné i prostorové proudění, Navierovy-Stokesovy rovnice a Bernoulliho rovnice.

Ve třetí kapitole se řeší samotné vytvoření modelu v programu HyperMesh. Dochází k návrhu větví se trubice pod úhlem $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. Každý model je nasítován a za pomoci CFD funkce je vytvořena mezní vrstva a 3D síťování modelu. Důležité je určení a rozdělení komponentů na *vstup*, *výstup1*, *výstup2*, *povrch* a *3D mesh* kvůli další práci ve výpočtovém programu ANSYS Fluent. Ve Fluentu dochází k nastavení všech okrajových a počátečních podmínek a následnému výpočtu hledaných hodnot. Výpočty byly prováděny několikrát pro ověření správnosti výsledků. Následně byl model vyexportován pro program Paraview.

Ve čtvrté kapitole jsou numerická zpracování výsledků. Jsou zde shrnuta všechna naměřená data spolu s grafickou úpravou. Některé výsledky jsou z programu Paraview, kde se vytvořily výřezy rychlosti proudění a je tak názorně vidět daný průběh proudění celým modelem. Nachází se zde porovnání s jednorozměrným a prostorovým modelem. Porovnávána je rychlost na výstupech a tlak na vstupu. Pro 1D model platí, že rychlost na výstupech se neliší v závislosti na úhlu větvení α jako to je u prostorového modelu, a že oba výsledky jsou stejné. Je zde tedy otázka, zda jsou výsledky srovnatelné pro jednoduchý model, který není tak časově náročné vytvořit, a pro složitější model, který přináší výsledky přesnější.



Obrázek 1.1: Prostorový model jater



Obrázek 1.2: Model cévní struktury v játrech

2. Oběhová soustava

Tato práce se zabývá prouděním krve v rozvětveném cévním řečišti. Na začátek rozebereme oběhovou soustavu spolu s krví a jejím prouděním a s cévami, kterými protéká. V této kapitole je čerpáno z [1] a [2].

Oběhová soustava představuje uzavřený systém, který je tvořen třemi složkami ve vzájemných dynamických vztazích: srdce, cévní systém a krev. Tato soustava zajišťuje stálé proudění krve. Krev proudí v uzavřené soustavě krevních cév ve směru tlakového gradientu. Je to pohyblivá nestlačitelná složka, jejíž hlavní fyziologickou funkcí je přivádět do tkání kyslík spolu s výživnými látkami a odvádět z nich oxid uhličitý a další látky. energii celé oběhové soustavě dodává srdce. Srdečně cévní soustava má dvě větve, a to nízkotlaký plicní oběh a vysokotlaký systémový oběh. Oba oběhy jsou sériově složeny z tepen, kapilár a žil. Systémový oběh je navíc složen ještě z řady paralelně zapojených okruhů, které vyživují jednotlivé orgány (srdce, mozek, ledviny, svalstvo atd.).

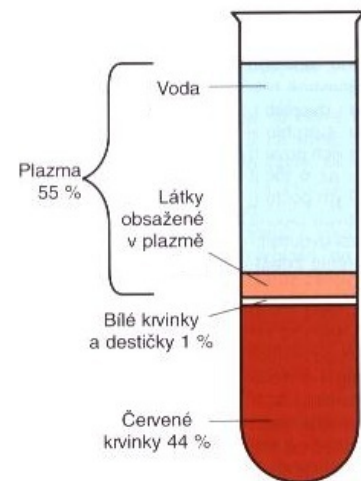
2.1 Krev

Krev je červená kapalina, která je vazká, nestlačitelná a neprůhledná. V těle stále cirkuluje. Je složena z tekuté plazmy a buněk, jako jsou červené krvinky, bílé krvinky a krevní destičky.

Hlavní funkcí krve je dopravovat živiny do tkání. Mezi ně patří kyslík, glukóza, cukry, tuky, bílkoviny, minerály, vitamíny a stopové prvky. Důležitý je transport kyslíku, který je nutný pro život, dochází zde k oksylichování tkání a orgánů. Další funkcí krve je odvádět odpadní produkty. Mezi ty patří oxid uhličitý a kyselina mléčná.

Dále bylo zmíněno, že krev je složena z buněk. Ty transportuje mezi tkáně a orgány. Mezi buňky můžeme zařadit leukocyty, aminokyseliny, lipidy a hormony. V neposlední řadě jsou krví přenášeny hormony, které stimulují různé orgány.

Krev se pohybuje v cévách a její oběh je zajišťován srdcem, svalovou pumpou. Krev proudí do plic, kde se oksylichuje a pak je cirkulována tělem přes tepny. Rozptyluje svůj obsažený kyslík přechodem přes tenké krevní cévy zvané kapiláry. Pak se vrací do srdce žilami.



Obrázek 2.1: Složení krve

Anatomie krve

Krev je složena z několika typů krvinek. Tyto částice krve tvoří asi 45 % celé krve. Ostatních 55 % je krevní plazma, jak je vidět z Obrázku 2.1. Plazma je nažloutlá tekutina, která je kapalným prostředkem v krvi. Plazma a krvinky spolu tvoří newtonskou tekutinu.

Složení krve:

- Červené krvinky (erytrocyty) tvoří 96 % ze všech krvinek. Obsahují červené krevní barvivo hemoglobin, jehož červená složka hem obsahuje železo, na které se váže kyslík. Ten distribuují do těla. Jejich životnost se pohybuje kolem 120 dní. Červené krevní buňky (spolu s endotelními cévními buňkami a některými jinými buňkami) jsou též označeny antigeny, které definují různé krevní typy (A, B, AB, 0).
- Bílé krvinky (leukocyty) tvoří 3 % ze všech krvinek. Jsou částí imunitního systému a eliminují původce infekcí.
- Krevní destičky (trombocyty) tvoří 1 % ze všech krvinek. Jsou odpovědné za srážení krve neboli koagulaci (sraženinu). Nejsou to vlastní buňky, vznikají odloučením z velkých buněk kostní dřene.
- Krevní plazma je v podstatě vodní roztok obsahující 92 % vody, 7 % plazmatických proteinů, 0,9 % anorganických solí a rozštělené látky. Organickou složku plazmy tvoří především krevní bílkoviny, glukóza, tuky, vitamíny, hormony, žlučová barviva a dusíkaté nebílkovinné látky, jako je močovina a kyselina močová. Plazma má průhlednou nažloutlou barvu.

2.2 Cévy

Céva má trubicovitý tvar, kterým rozvádí po těle tělní tekutiny jako je krev a míza. Ze srdce vychází největší tepna (aorta), která se postupně v těle dělí na menší a menší tepny (zuzují svůj průsvit), které se postupně dostanou na úroveň vlásečnic. Zde dochází k rozvětvení, které bereme v úvahu v této práci.

Krevní cévy

Krevní cévy rozvádějící po těle krev se dělí na:

- tepny (artérie)
- vlásečnice (kapiláry)
- žíly (vény)

Tepny

Tepny jsou cévy, které vedou krev směrem od srdce. Vnitřní povrch je vystlán jednovrstevným epitelem. Vnější vrstvu tvoří silná a pružná vazivová tkáň, která obsahuje vlákna hladké svaloviny.

Největší vnitřní průměr (asi 10 mm) má srdečnice. Jejím větvením klesá průměr tepen až na 1 mm a vznikají tepénky (arterioly), jejichž vnitřní průměr je asi 20 μm . Tepny vycházející přímo ze srdce mají velmi pružné stěny. To jim umožňuje pojmout množství krve vypuzené při stahu (systole) srdečních komor. Pružné stěny pak tuto vlnu posouvají dále.

Vlásečnice

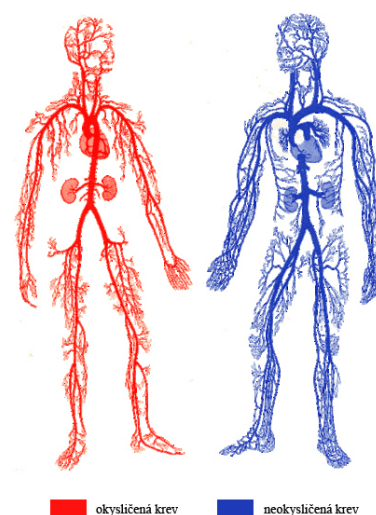
Vlásečnice jsou tenkostěnné jemné cévy, propojující tepny a žíly. Všechny funkce krve se dějí ve vlásečnicích. Vlásečnic je v těle asi 40 miliard s celkovou plochou zhruba 1000 m^2 . Jejich průměr se pohybuje mezi 5 až 20 μm a délka kolem 0,5 mm. V těle nejsou rozloženy rovnoměrně. Na začátku prostupuje vlásečnicí tekutina obsahující kyslík a živiny z krve do mezibuněčného prostoru. Na konci vlásečnice se do krve vrací tekutina obsahující zplodiny metabolismu.

Žíly

Žíly jsou cévy, které vedou krev směrem k srdci. Vlásečnice se spojují v drobné žilky a ty pak dále do stále větších žil. Do pravé srdeční síně pak vstupují dvě hlavní žíly: horní a dolní dutá žíla. S tím, jak se průsvit žil zmenšuje, stoupá rychlost průtoku krve v nich a blíží se rychlosti krve v srdečnici.

Stavbou jsou žíly podobné tepnám, mají však tenčí a poddajnější stěny, ve stěnách mají méně svalových vláken a v žilách dolních končetin jsou kapsovitě chlopně, které usměrňují tok krve a brání tak krvi vrátit se zpět.

Proudění krve napomáhají také stahy svalů a podtlak v hrudníku, který vzniká při nádechu. Pokud dojde k izometrickému stažení svalu (stavu, kdy sval nemění při zatížení délku), hromadí se krev v žilách a ty vystupují pod povrchem kůže, ty pak nazýváme křečové žíly.



Obrázek 2.2: Krevní oběh

2.3 Játra

Patří mezi největší orgán, který je umístěný v horní části dutiny břišní. Má přes 500 různých funkcí pomáhajících udržovat chemickou rovnováhu v těle. Jednou z hlavních úloh jater je účast na zpracování živin, přestože nejsou přímo spojené s trávicí soustavou. Při trávení jsou živiny vstřebány trávicí soustavou a procházejí do krve hustou sítí kapilár. Játra získávají krev ze dvou zdrojů - ze srdce a trávicí soustavy. Krev ze srdce, která byla okysličená v plicích, do jater přitéká jaterní tepnou a tvoří 25 % celkového krevního zásobení jater. Uvnitř jater se jaterní tepna mnohokrát dělí a její větve přivádějí krev a kyslík do každé buňky. Zbývajících 75 % krve v játrech přichází z trávicí soustavy portální žilou.

Uvnitř jsou játra složená z tisíců lalůčků, které dohromady zajišťují jejich fungování. Jaterní buňky také tvoří žluč, která vytéká do trávicí soustavy, aby štěpila tuky. Mezi další jaterní funkce patří: čištění krve odstraňováním bakterií a opotřebovaných buněk, štěpení jedovatých látek a ukládání vitamínů a minerálů.

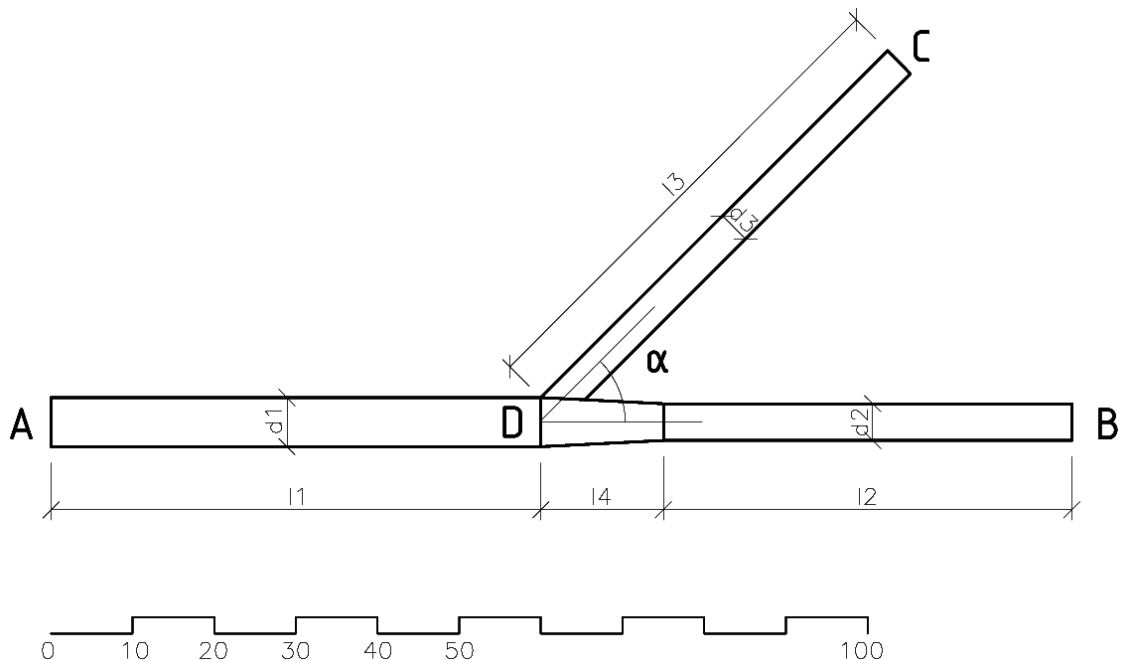
Když je krev zpracována v jaterních lalůčkách, odtéká bohatou sítí drobných cév, které se spojí a stanou se z nich jaterní žíly. Tyto žíly vtékají do dolní duté žíly, největší žíly v těle, která dopravuje krev zpátky do srdce.

3. Formulace úlohy

Tato bakalářská práce se zabývá problémem proudění krve v rozvětveném cévním řečišti v závislosti na různých úhlech větvení pro 3D model. Pro přesné výsledky je nutné vhodně zvolit danou geometrii, tedy parametry, které mohou jednoduše ovlivnit výsledky dané úlohy. Tyto výsledky jsou porovnávány se zjednodušeným 1D modelem proudění založeným na Bernoulliho rovnici a rovnici kontinuity. Na začátku této kapitoly se věnujeme popisu navržené geometrie modelu a následně se zabýváme formulací matematického popisu pro prostorové proudění.

3.1 Geometrie

Pro danou úlohu jsme si zvolili geometrii, která má následující rozměry. Na vstupu (A) je model navržený jako trubice o průměru $d_1 = 6$ mm a délce $l_1 = 60$ mm. Na jejím konci následuje zúžení a rozdělení (D) pod proměnným úhlem α (10° , 20° , 30° , 45° , 60° , 90°). Zúžující se část (D) má délku $l_4 = 15$ mm a poté navazuje na trubici (B) o průměru $d_2 = 4,5$ mm a délce $l_2 = 50$ mm. Konec části (B) je označen jako *vystup1*. Z rozděvené části (D) navazuje válec (C) pod proměnným úhlem α od vodorovné osy o průměru $d_3 = 4$ mm a délce $l_3 = 60$ mm. Konec části (C) je označen jako *vystup2*. Vše je znázorněno na Obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Geometrie modelu

3.2 Matematický popis proudění

V této bakalářské práci je proudění krve považováno za stacionární, izotermické a laminární. Krev považujeme za nestlačitelnou vazkou neneutonskou kapalinu s hustotou $\rho = 1060 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a dynamickou vazkostí $\eta = 0,00345 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$. Srdce pulzuje krev do cévního oběhu v pravidelných intervalech, proto v tomto případě předpoklad stacionárního proudění neodpovídá skutečnosti.

Cílem této práce je porovnat model proudění pro reálnou prostorovou geometrii se zjednodušeným 1D modelem, což je vhodné provést právě pro stacionární proudění. Neřeší se zde problém cévní stěny, ta je uvažována jako pevná, nedeformovatelná a nepropustná.

3.2.1 3D model

Uvažována je zjednodušená 3D geometrie cévního větvení. Pro rovnici kontinuity a Navierovy-Stokesovy rovnice můžeme najít odvození v [3] nebo [4].

Rovnice kontinuity pro prostorové proudění

Rovnice kontinuity vyjadřuje obecný fyzikální zákon o zachování hmotnosti. Tedy hmotnost na elementárním objemu se nemění a proto platí, že součet přiteklé a vyteklé hmotnosti musí být roven nule. Vycházíme z rovnice (3.1)

$$\frac{\partial m}{\partial \vec{s}} d\vec{s} = -\frac{\partial(\rho dV)}{\partial t} \cdot dt \quad (3.1)$$

Kde m je hmotnost, $d\vec{s}$ je délka, ρ hustota a V objem.

Za předpokladu, že se průřez nemění s časem ani polohou, $m = konst$, $\rho = konst$ dostaneme zjednodušený výraz (3.2).

$$\frac{\partial v_i}{\partial y_i} = 0 \quad (3.2)$$

Navierovy-Stokesovy rovnice

Navierovy-Stokesovy rovnice rozepsané pro složky v pravoúhlém souřadném systému

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u^2 + P) + \frac{\partial}{\partial y}(u \cdot v) + \frac{\partial}{\partial z}(u \cdot w) = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.4)$$

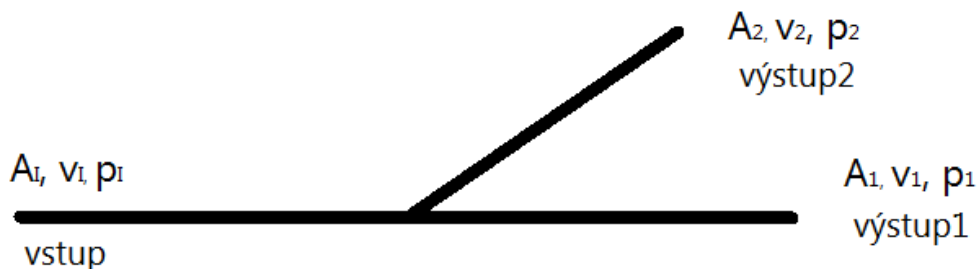
$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot v) + \frac{\partial}{\partial y}(v^2 + P) + \frac{\partial}{\partial z}(v \cdot w) = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot w) + \frac{\partial}{\partial y}(v \cdot w) + \frac{\partial}{\partial z}(w^2 + P) = \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.6)$$

kde $P = \frac{\rho}{2}$ označující kinematický tlak a $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ kinematickou vazkost.

3.2.2 1D model

Tento model představuje maximální zjednodušení daného problému a veškeré geometrické parametry jsou redukovány pouze na průřez na vstupu A_1 , na výstupu1 A_1 a na výstupu2 A_2 . Vstupem je rychlost v_1 , tlak p_1 a p_2 . Výstupem je tlak p_1 , rychlost v_1 a v_2 (Obrázek 3.2).



Obrázek 3.2: 1D model

Rovnice kontinuity pro jednorozměrné proudění

Pro ustálené proudění ideální kapaliny platí

$$Q = Av = \text{konst} \quad (3.7)$$

$$A_1 v_1 = A_1 v_1 + A_2 v_2 \quad (3.8)$$

Kde Q je průtočné množství, A plocha průřezu a v rychlost.

Bernoulliho rovnice

Vyjadřuje zákon zachování mechanické energie pro ustálené proudění ideální kapaliny.

$$\frac{v^2}{2} + P - U = \text{konst} \quad (3.9)$$

Veličina P je tlaková funkce, která se určí integrací výrazu $\int \frac{dp}{\rho}$. Pro nestlačitelnou kapalinu je $\rho = \text{konst}$ a tlaková funkce $P = \frac{\rho}{2} v^2 + \text{konst}$. Pro jednorozměrný model je potenciál silového pole nulový, neuvažuje se tíhové zrychlení.

Zpracování 1D výpočtu provedl Ing. Ondřej Bublík v programu MATLAB. Program lze najít v Příloze této práce.

4. Použitý software

HyperMesh

Pro vytvoření daných modelů, povrchové síťování a následně i prostorové síťování s pěti komponenty jsme použili program Altair HyperMesh [6]. HyperMesh spolu s dalšími programy patří pod Altair HyperWorks [7]. Jedná se o soubor nástrojů pro preprocessing, výpočty a řešení, i kompletní postprocessing v oblasti numerických simulací. HyperWorks nabízí nástroje pro modelování, analýzy, vizualizace řešení a správu dat pro lineární i nelineární výpočty, strukturální optimalizace, výpočty interakcí tekutin, výpočty multibody simulací, termodynamické výpočty apod. HyperMesh je pokročilý preprocesor, který poskytuje vysoce interaktivní prostředí pro konstrukci geometrie a vytvoření konečně prvkové sítě. Zvládá síťování - 1D, 2D, 3D, CFD mesh; morfování (parametrizace sítě); automatické generování středních ploch; modelování povrchů; vytváření solidů a další.

ANSYS Fluent

Dále byl použit výpočtový program ANSYS Fluent [8], kde probíhal samotný výpočet proudění v rozvětvené trubici. Program ANSYS Fluent [9] představuje komplexní program pro simulaci problémů spojených s prouděním tekutin se zahrnutím vlivu tepla. Program nabízí: univerzální práci se sítí pro všechny typy proudění, vynikající škálovatelnost výpočtu na více procesorech, možnost výpočtu měnící se sítě (otevírání a uzavírání ventilů), rozsáhlá nabídka modelů turbulence v celém jejím rozsahu a výpočet akustických polí, výpočty se zahrnutím vlivu šíření tepla (vedení, konvekce, radiace) a na ně navazující fyzikální modely (kavitace, modely reálných plynů a mokré páry, stlačitelné proudění), modelování chemických reakcí a spalování, včetně modelu pro emise, simulace vícefázového proudění (Lagrange, Euler), zpracování výsledků v CFD-Post.

ParaView

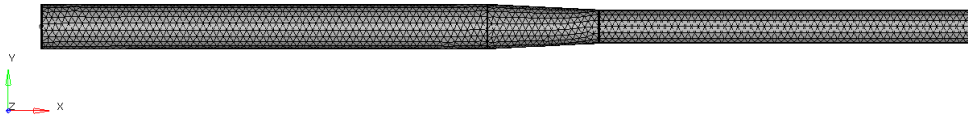
Pro přehlednější vykreslení velikosti rychlosti proudění v modelech jsme zvolili postprocesor ParaView [10]. ParaView je volně dostupný software pro vizualizaci dat ve dvou nebo třech prostorových dimenzích, včetně animování v čase. Zobrazuje data na rovnoměrných, rektilineárních a křivočarých strukturovaných sítích a na polygonálních (2D) a obecných (3D) nestrukturovaných sítích. Stojí na vizualizační knihovně VTK (Visualization Toolkit), vstupní data tedy mohou být čtena v tomto nebo i v mnoha jiných formátech, pro které jsou k dispozici importní funkce. Ovládá se řetězením filtrů v interaktivním grafickém prostředí nebo pythonovských skriptech. Software je dostupný pro Windows, Linux a Mac OS. Pomocí knihovny MPI lze vizualizovat rozměrná data paralelizovaně.

4.1 Příprava modelu

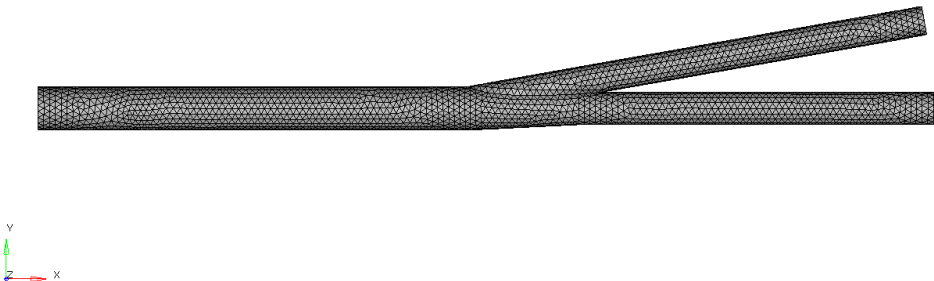
V programu HyperMesh jsme navrhli model zužující se trubice, který tvoří základ všem rozdvoujícím se modelům (Obrázek 4.1). Dále jsme vytvořili jednotlivé modely pro úhly rozdělení $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, které jsou na Obrázcích 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 a 4.7. Modely byly tvořeny tak, aby základní část byla dostatečně dlouhá pro rozvinutí vstupního rychlostního profilu. Dále bylo bráno v potaz napojení základní části a napojujícího se válce pod úhlem α . Dochází k němu v místě zúžení a zvolili jsme, že součet ploch na výstupech se musí rovnat ploše na vstupu. Pro náš případ je brán model, kde vstup má průměr $d_1 = 6$ mm a výstupy $d_2 = 4,5$ mm a $d_3 = 4$ mm.

Jedna z hlavních věcí, která se v programu musí provést, je určení jednotlivých komponentů. Podle toho, kde chceme použít jakou okrajovou nebo počáteční podmínku, tak tam vytvoříme komponent. Ty se v našem případě dělí na *vstup*, *povrch*, *3D mesh*, *vystup1* a *vystup2*. Toto rozdělení lze vidět na Obrázku 4.8 z výřezu programu HyperMesh.

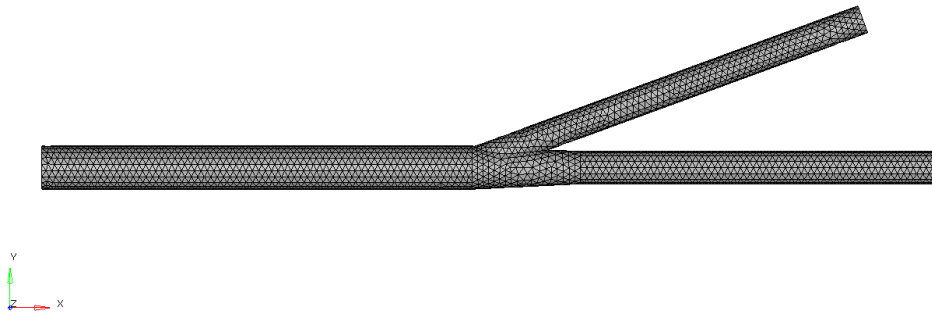
Následně bylo provedeno nasítování povrchu jednotlivých modelů za použití trojúhelníkové sítě. Pro vytvoření prostorové sítě jsme použili CFD mesh, která dokáže vytvořit mezní vrstvu (Obrázek 4.9). Nakonec jsme model vyexportovali do souboru vhodného pro výpočetní program Fluent.



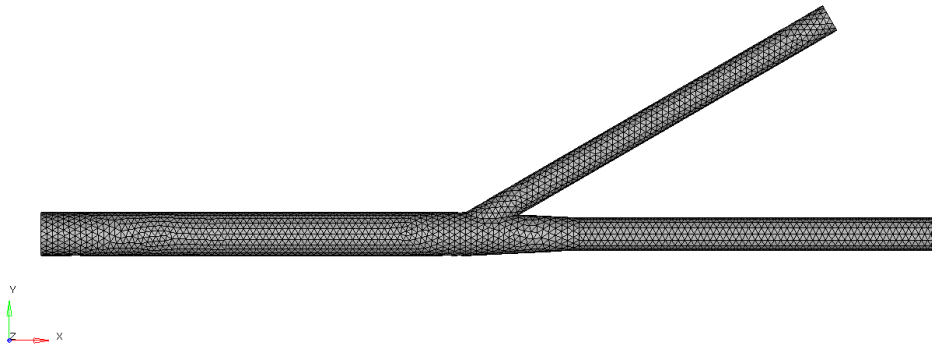
Obrázek 4.1: Zužující se trubice



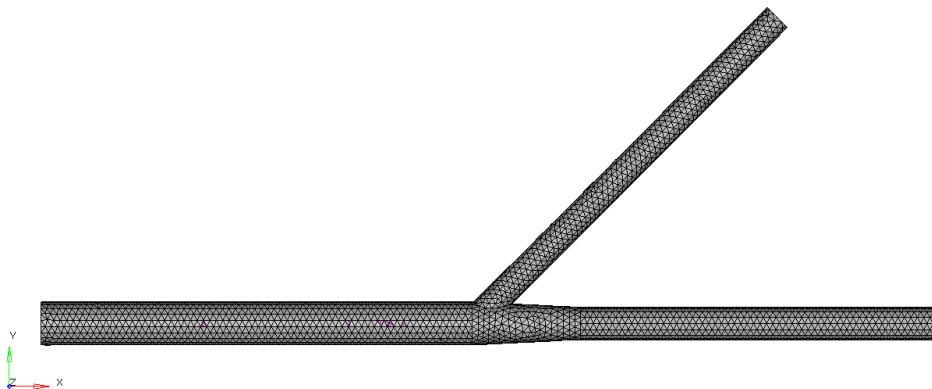
Obrázek 4.2: Model pro $\alpha = 10^\circ$



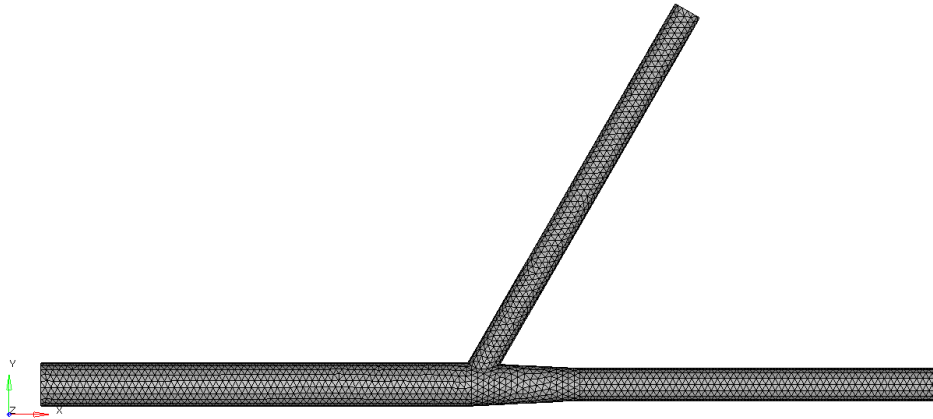
Obrázek 4.3: Model pro $\alpha = 20^\circ$



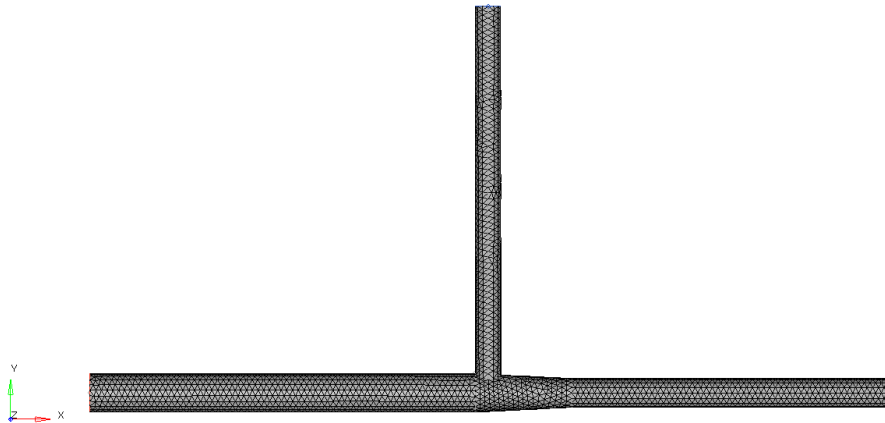
Obrázek 4.4: Model pro $\alpha = 30^\circ$



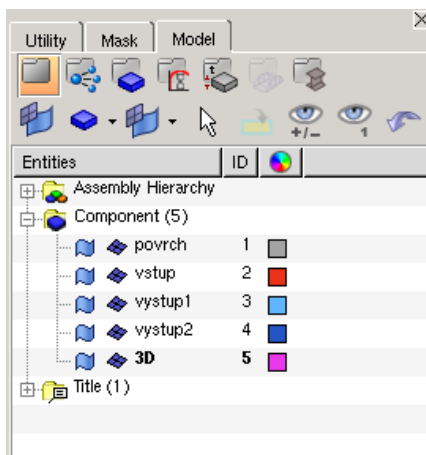
Obrázek 4.5: Model pro $\alpha = 45^\circ$



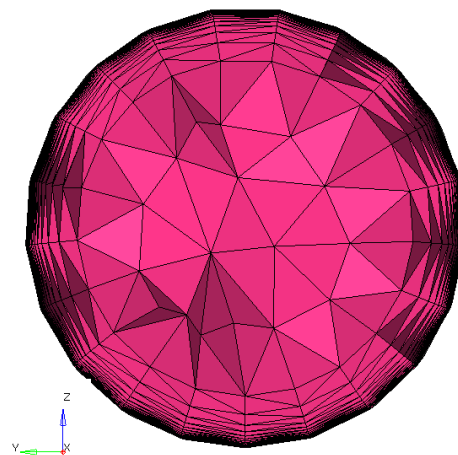
Obrázek 4.6: Model pro $\alpha = 60^\circ$



Obrázek 4.7: Model pro $\alpha = 90^\circ$



Obrázek 4.8: Komponenty



Obrázek 4.9: Mezní vrstva

4.2 Řešení proudění v systému Fluent

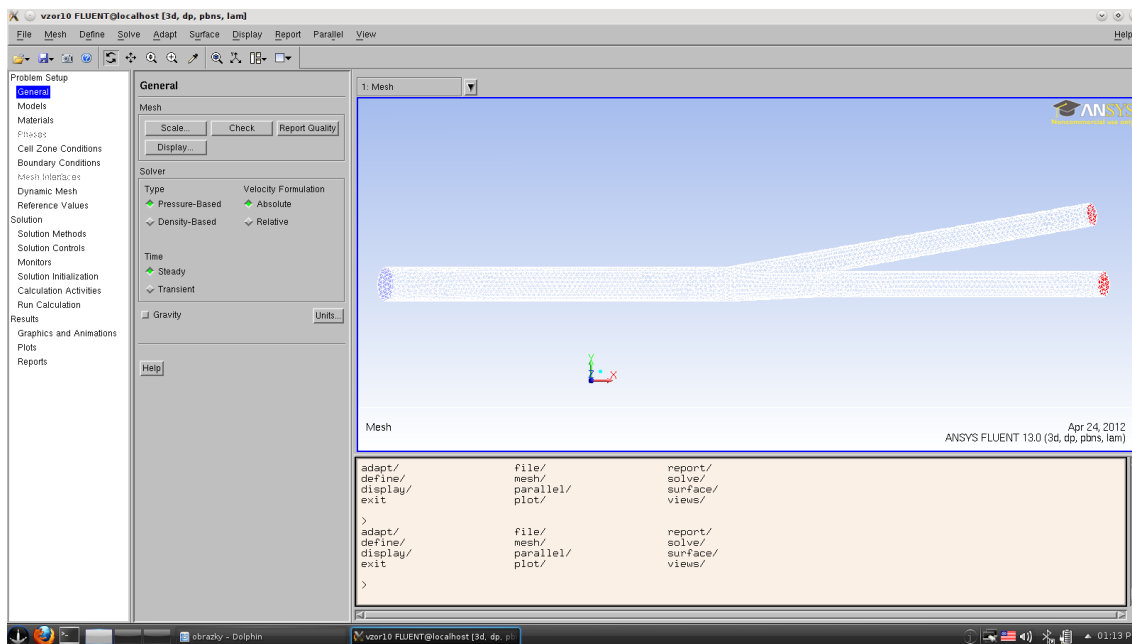
Pro výpočet numerického řešení nelineárního systému daných rovnic (viz Matematický popis proudění) jsme zvolili prostředí výpočtového programu Fluent. Jako pomocný materiál k obsluze Fluentu byl použit výukový materiál Katedry mechaniky Fakulty aplikovaných věd na Západočeské univerzitě v Plzni [5].

Zde jsme použili již dříve vytvořené modely z programu HyperMesh, které byly vyexportovány do souboru s příponou *.cas*. Podle níže uvedených bodů pak bylo provedeno nastavení parametrů výpočtu v programu Fluent. Tyto úpravy se ukládají do nového souboru s příponou *.dat*. Na Obrázku 4.10 je zobrazeno výpočtové prostředí programu Fluent.

Výsledky jednotlivých výpočtů lze nalézt v tabulkách v kapitole Numerické výsledky spolu s výsledky vloženými do grafu. Ve Fluentu je možno nechat vykreslit výsledky výpočtů, ale pro větší přehlednost a názornost rychlosti proudění byl zvolen program ParaView. Výsledná data tedy musela být vyexportována do souboru s příponou *.encas*, který umí naimportovat ParaView.

V následujících bodech jsou důležité parametry, které je nutno v programu Fluent nastavit (pokud již nebylo automaticky nastaveno):

- zvolení rozměrových jednotek na milimetry [Mesh ⇒ Scale]
- způsob numerického řešení: Pressure-based [Define ⇒ Models ⇒ Solver]
- energetická rovnice není použita [Define ⇒ Models ⇒ Energy]



Obrázek 4.10: Výpočtové prostředí Fluentu

- charakter proudění je bráno laminární proudění [Define ⇒ Models ⇒ Viscous]
- nastavení materiálových vlastností
Krev - Density = $1060\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, Viscosity = $0,00345\text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$ [Define ⇒ Material]
- nastavení rychlostního profilu na vstupu, kde soubor s rychlostním profilem má tento tvar: [Define ⇒ User-Defined ⇒ Functions ⇒ Interpreted]

```

/*****
/* vprofile.c
/* UDF for specifying velocity profile boundary condition
/*****
#include "udf.h"

```

```

DEFINE_PROFILE(inlet_velocity,t,i)
{
    real x[ND_ND];
    real r;
    face_t f;

    begin_f_loop(f,t)
    {
        F_CENTROID(x,f,t);
        r = sqrt(x[1]*x[1]+x[2]*x[2]);
        F_PROFILE(f,t,i) = 0.32*2 - r*r/(0.003*0.003)*0.32*2;
    }
    end_f_loop(f,t)
}

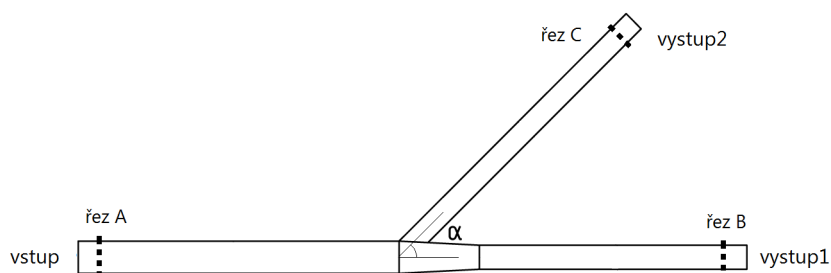
```

- zadání referenčního tlaku rovno 0 Pa [Define ⇒ Operating Conditions]
- zadání okrajových podmínek; zde využijeme rozdělení, které jsme nastavili v programu HyperMesh: povrch - wall (beze změn), vystup1 a vystup2 - pressure-outlet (tlak 12000 Pa), vstup - velocity-inlet (udf inlet_x_velocity) [Define ⇒ Boundary Conditions]
- nastavení řešiče na Second Order Upwind [Solve ⇒ Solution Method/Controls]
- zastavovací podmínky pro rovnici kontinuity a Navierovy-Stokesovy rovnice nastavíme pro limitní hodnotu 10^{-5} [Solve ⇒ Monitors ⇒ Residual]
- nastavení numerického výpočtu; počet iterací zvolen 600 [Solve ⇒ Iterate]
- vytvoření souboru vhodného pro ParaView [Export ⇒ Solution Data] zde se vybere ve *file type* položka: Enight Case Gold a následně vybereme, že chceme exportovat výsledné rychlosti: Velocity Magnitude

5. Numerické výsledky

Řešení daných výpočtů lze vidět v následujících tabulkách. Jedná se o výpočty pro daný 3D model, kde dochází k rozdělení pod proměnným úhlem α . Pro přehlednost je uveden stručný model (Obrázek 5.1), který se dá spolu s popisem najít v rozšířené verzi v kapitole Formulace úlohy, podkapitola Geometrie. Z grafu je vidět, že jak rychlost na výstupech, tak tlak na vstupu mají zcela atypický průběh. Ten by se dal očekávat poněkud klidnější.

Výsledky byly vyhodnocovány ve výpočetním programu Fluent. Pod příkazy [Report \Rightarrow Result Report \Rightarrow Surface Integrals] nalezneme výpočtové okno, kde zvolíme [Report type \Rightarrow Integral] a následně vybereme místo a co chceme měřit. Dané výsledky byly vyjádřeny jako průtočné množství, proto byly přepočteny na rychlost se skutečnou plochu průřezu. Defaultně je nastavená na 1 m².



Obrázek 5.1: Geometrie

10°		
rychlost [m/s]	výstup1	0,3598
	výstup2	0,2998
tlak [Pa]	vstup	12176

20°		
rychlost [m/s]	výstup1	0,3661
	výstup2	0,2919
tlak [Pa]	vstup	12189

30°		
rychlost [m/s]	výstup1	0,3494
	výstup2	0,3127
tlak [Pa]	vstup	12182

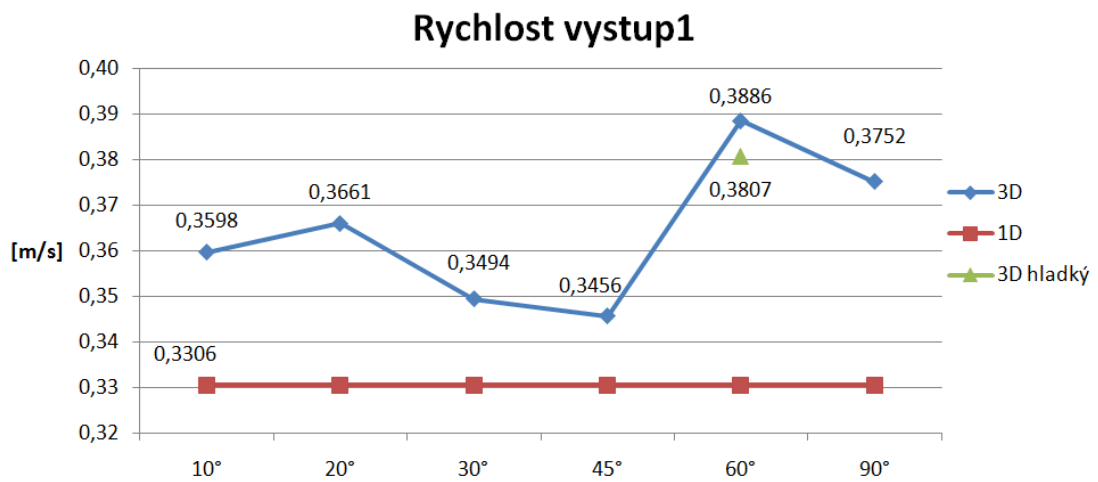
45°		
rychlost [m/s]	výstup1	0,3456
	výstup2	0,3154
tlak [Pa]	vstup	12214

60°		
rychlost [m/s]	výstup1	0,3886
	výstup2	0,2638
tlak [Pa]	vstup	12208

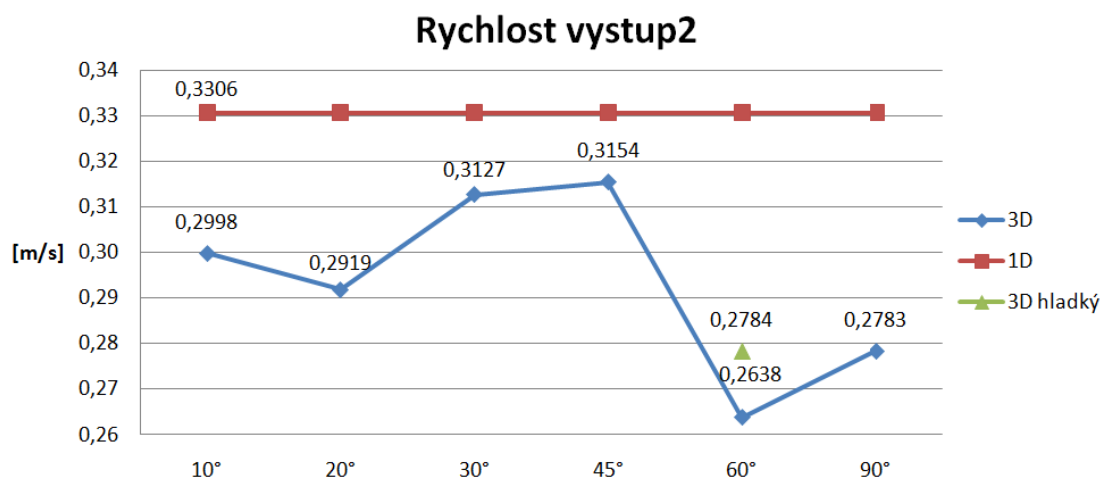
90°		
rychlost [m/s]	výstup1	0,3752
	výstup2	0,2783
tlak [Pa]	vstup	12243

Z Obrázku 5.2 vidíme rozdíl mezi hodnotami rychlostí na výstupu1 pro 1D a 3D model. Rychlost pro 3D model je v řádech setin větší. Oproti tomu rychlost na výstupu2 (Obrázek 5.3) je pro 3D model menší než pro model 1D. Tlak se pro 1D model na vstupu nezměnil oproti vstupním parametrům, ale pro 3D mírně roste (Obrázek 5.4). Bylo zajímavé porovnat výsledek rychlosti 1D modelu a zprůměrovanou rychlost na výstupech pro jednotlivé úhly α (Obrázek 5.5). Je vidět, že pro menší úhly nejsou rozdíly téměř žádné. Při zaokrouhlení na setiny není rozdíl vůbec.

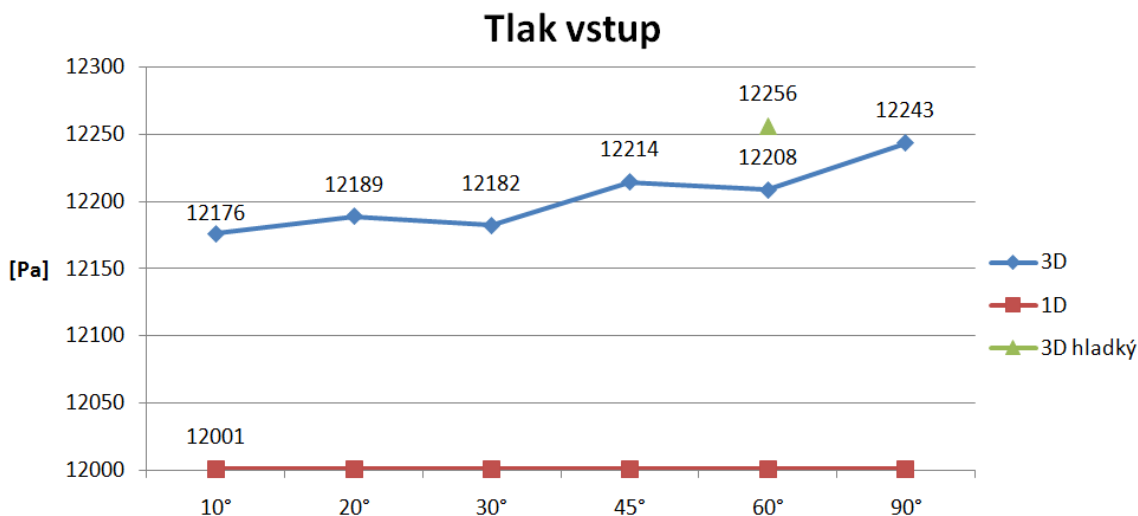
Zpočátku pro první výpočty měly rychlostní profily svůj průběh podobný kvadratické funkci. Při zpřesňování výpočtů se však hodnoty začaly lišit a průběhy dostaly tyto tvary.



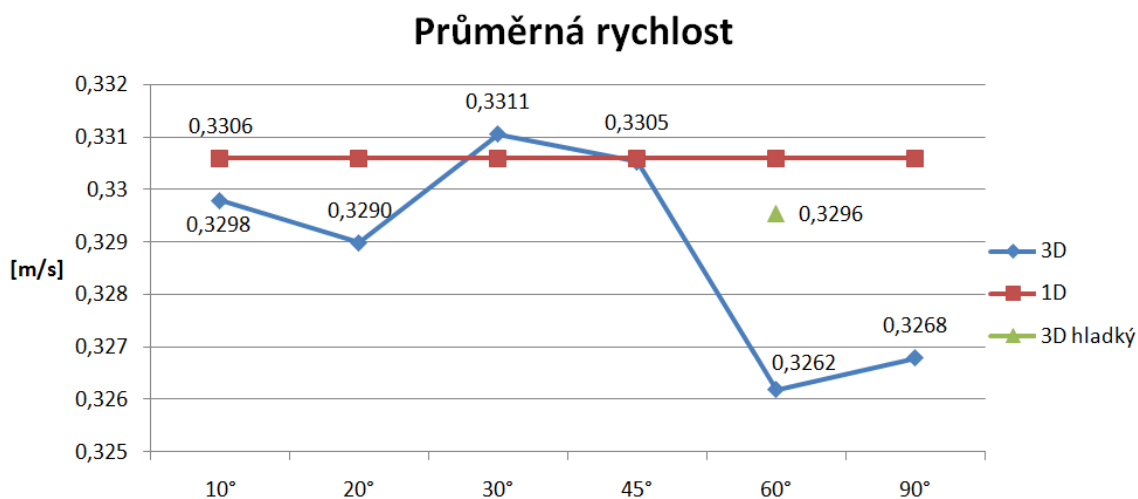
Obrázek 5.2: Rychlost na výstup1



Obrázek 5.3: Rychlost na výstup2



Obrázek 5.4: Tlak na vstupu



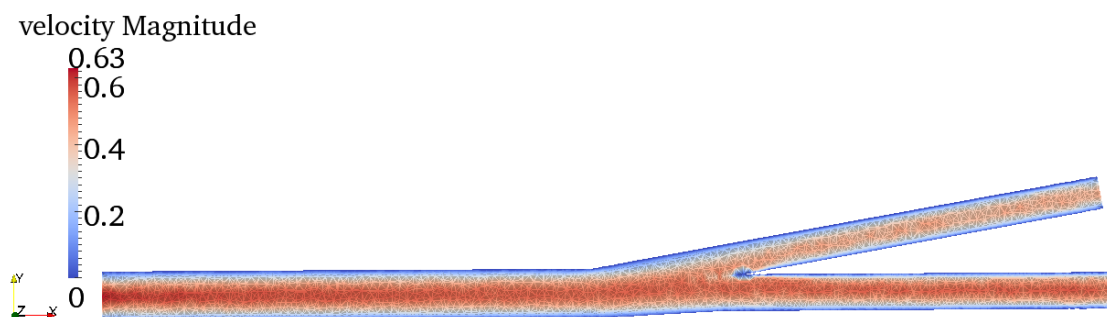
Obrázek 5.5: Zprůměrovaná rychlost na výstupech

5.1 Zpracování výsledků

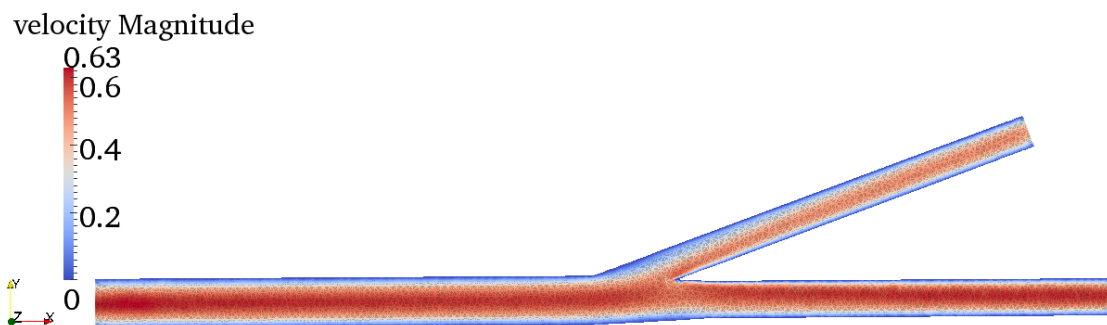
Pro lepší grafické zobrazení byl zvolen program ParaView. V něm se načte datový soubor s příponou *.encas*. Na modelu se nastaví *surface* a provede se řez osami *xy* ve středu modelu. Následně se vykreslí rychlostní profil jednotlivých variant modelu, ze kterých je patrný průběh proudění dané tekutiny tělesem (Obrázky 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10 a 5.11). Pro řešení rychlosti u vstupu byl vytvořen Obrázek 5.12, na kterém jsou vykresleny jednotlivé profily podle úhlu α . Jak je vidět z obrázku, profily jsou dost podobné, což odpovídá skutečnosti, kdy jsme zvolili počáteční podmínku rychlosti na vstupu.

Pro výstup1 a výstup2 jsou vytvořeny Obrázky 5.13 a 5.14. Místa, kde byly vytvořeny řezy, jsou naznačena na Obrázku 5.1. Tyto profily jsou dalším výsledkem řešení 3D proudění, jejich tvorba je časově náročnější. Na profilech je jednoduché porovnat rozdíly mezi jednotlivými úhly. Bohužel nebylo možno zjistit maximální hodnotu daných profilů programy Paraview ani Fluent.

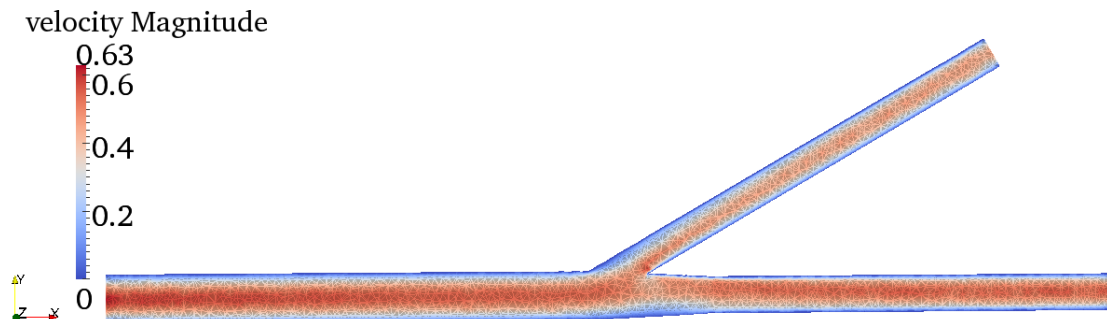
Nakonec byl vytvořen model pro větvení 60°, který se v místě napojení vyhladil a jeho výsledky byly porovnány s již naměřenými hodnotami (Obrázky 5.2, 5.3, 5.4 a 5.5). Tento hladký model je vidět na Obrázku 5.15.



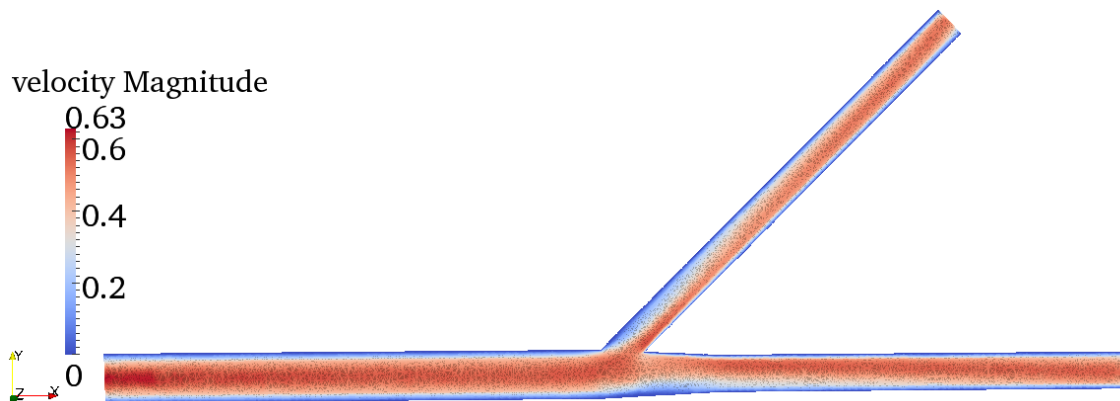
Obrázek 5.6: Model proudění pro $\alpha = 10^\circ$



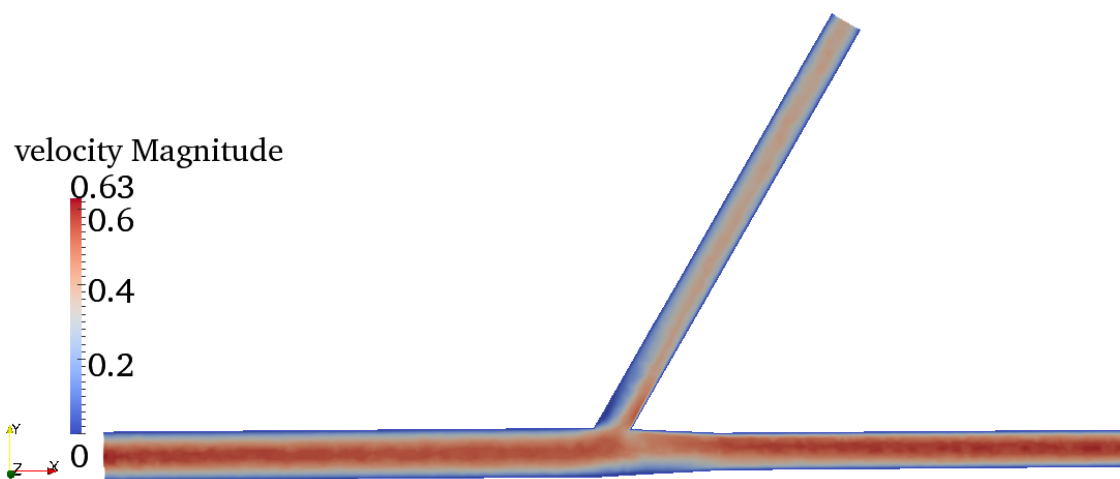
Obrázek 5.7: Model proudění pro $\alpha = 20^\circ$



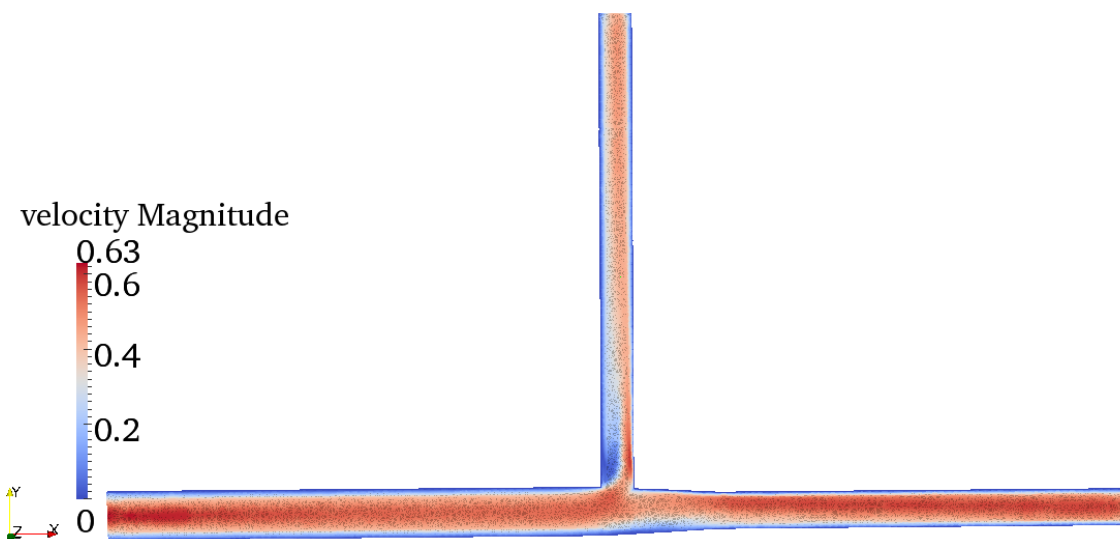
Obrázek 5.8: Model proudění pro $\alpha = 30^\circ$



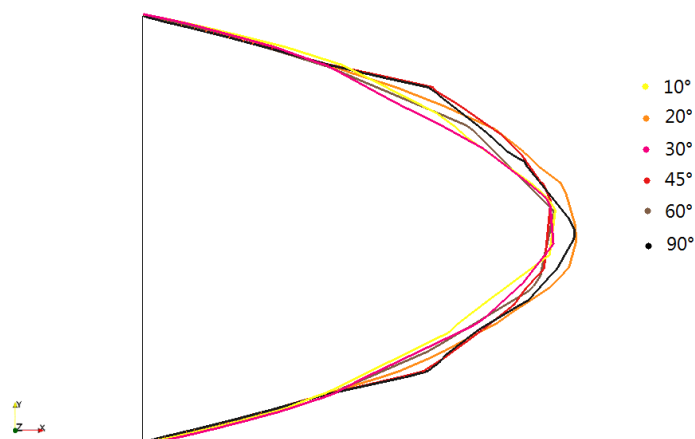
Obrázek 5.9: Model proudění pro $\alpha = 45^\circ$



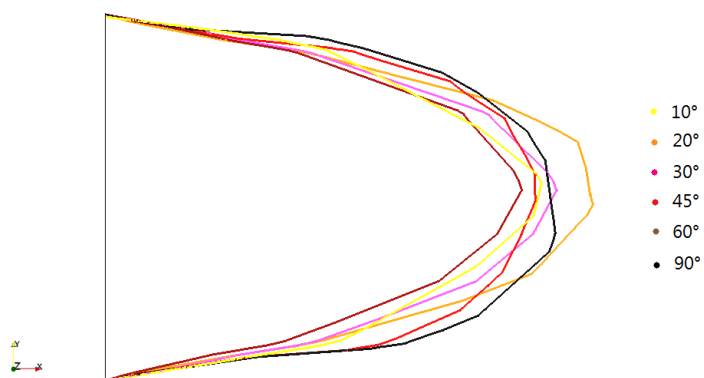
Obrázek 5.10: Model proudění pro $\alpha = 60^\circ$



Obrázek 5.11: Model proudění pro $\alpha = 90^\circ$



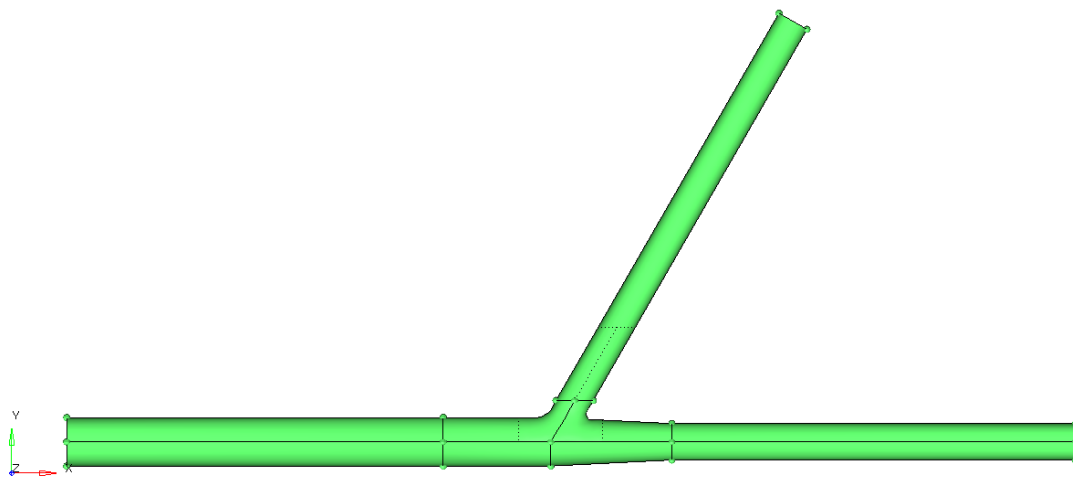
Obrázek 5.12: Rychlostní profily na vstupu pro jednotlivé úhly α řez A



Obrázek 5.13: Rychlostní profily na výstupu1 pro jednotlivé úhly α řez B



Obrázek 5.14: Rychlostní profily na výstupu2 pro jednotlivé úhly α řez C



Obrázek 5.15: Model

Přílohy

Skript z programu MATLAB pana Ing. Ondřeje Bublíka:

```
function [p_new, u1, u2] = proudeni_porta_simple
%(u,p1,p2,A,A1,A2)
u = 0.32866;
p1 = 12000;
p2 = 12000;
A = pi * 2.97e-3 ^2;
A1 = pi * 2.22e-3 ^2;
A2 = pi * 1.96e-3 ^2;
% tato funkce pocita proudeni v jednoduche bifurkaci pomoci
Bernoulliho rovnice
% volani [p, u1, u2] = proudeni_porta(u,p1,p2,A,A1,A2), kde
% p, u1, u2 jsou tlak ve vystupni trubici, vystupni rychlosti
% u, p1, p2 jsou rychlost ve vstupni trubici, vystupni tlaky
% u [m/s]
% p [Pa]
% A [m^2];

r = 1060; % hustota
A12 = [A1;A2];
p = [p1;p2];
u_out = zeros(2,1);

% vlastni vypocet
pin = max(p);
k = 0.05;
for iter = 1:10000
    % vypocet rychlosti
    for j = 1:2
        pom = u^2 + 2/r*(pin-p(j));
        u_out(j) = sign(pom)*sqrt(abs(pom));
    end

    % kontinuita
    c = u;
    for j = 1:2
        c = c - u_out(j)*A12(j)/A;
    end
end
```

```
% vypocet tlaku pi
p_new = pin + k*r*c;

if(abs(pin-p_new) < 1e-12);
    display(['Dokonvergovano v ', num2str(iter),' iteraci']);
    break;
end
pin = p_new;
end

u1 = u_out(1);
u2 = u_out(2);

if(iter == 10000)
    display('Chyba!');
end
```

Závěr

Cílem této práce bylo srovnání prostorového modelu větvení se trubice s jednorozměrným modelem. Výhoda 1D modelu je jeho snadné naprogramování, ale vzhledem k zjednodušení není zřejmé, zda výsledky odpovídají (a pokud ano s jakou přesností) realitě. Byl zvolen případ trubice, dostatečně dlouhé pro rozvinutí rychlostního profilu na vstupu (ten představuje proudění krve v cévě), která se bude rozdělovat pod proměnným úhlem α , což odpovídá různému větvení cév. Tento model zanedbává některé vlastnosti, které jsou ve skutečnosti velice důležité, jako je poddajnost cévní stěny, která je zde uvažovaná jako pevná, nedeformovatelná a nepropustná. Přesto se tento model více blíží skutečnosti než jednorozměrný model.

Jak už bylo zmíněno, geometrický model byl vytvořen v programu HyperMesh. Jeho vytvoření nebylo složité po určité průpravě a zkušenostech v daném programu. Práce v programu Fluent byla obtížnější vzhledem k počtu parametrů, které se musí zadat a nadefinovat. Jak bylo zmíněno v kapitole Numerické výsledky, na začátku měly grafy jiný průběh rychlosti, než jaký mají nyní. Pro první výpočty se nejprve nastavilo několik iterací a následně byla zvolena hodnota šest set iterací pro všechny výpočty. Vzhledem k výsledkům, byly tvary křivek ověřeny pro další hodnoty α . V úvahu se musí brát ostrá hrana, která vznikla napojením trubice v daném úhlu α . Nejde o hladký přechod, a proto zde může vzniknout odchylka, která se projeví na výsledku. Pro tento případ byl vytvořen model pro 60° , který se nejvíc lišil od ostatních výsledků a pro něj se model upravil, tak aby tuto hranu neměl. Z tohoto zjištění se dá jednoduše odvodit složitost zpracování modelu. Výpočet tolika iterací pro tolik modelů byl velice časově náročný. Průměrná doba výpočtu pro šest set iterací trvala 8,5 minuty.

Získané výsledky byly porovnány s výsledky 1D modelu vytvořeného v programu MATLAB. Parametry pro 3D byly na vstupu $d = 6$ mm a na výstupech $d_1 = 4, 5$ mm, $d_2 = 4$ mm, což odpovídá průměrné cévě. Tyto hodnoty se ale kvůli diskretizaci povrchu změnily a proto se do 1D modelu zadaly stejné hodnoty jako pro již nasítovaný model, aby byly vstupní parametry co nejpřesnější. Pro 1D výpočet byly výsledky na výstupech stejné, a to $v_{1,2} = 0,3306$ m/s. Tato hodnota se porovnávala s hodnotami na výstupech pro 3D model. Jak bylo dříve naznačeno v grafech, průběhy rychlosti proudění jednotlivých modelů se liší. Na Obrázku 5.2, 5.3 a 5.4 je vyznačená hodnota pro 60° vyhlazený model, která výsledek zas tolik nezměnila. V případě porovnávání zprůměrované rychlosti na výstupech se hodnota dost připlížila 1D modelu (Obrázek 5.5). Bylo by zajímavé vytvořit hladké modely i pro ostatní varianty, z časových důvodů jsme to ale neuskutečnili.

Závěrem se dají shrnout informace, které jsme během této práce získali. A to, že jednorozměrný model je méně časově náročný a výsledky jsou prakticky ihned, oproti prostorovému modelu, kde jeho realizace spolu s výpočtem trvá i několik hodin. Mezi výsledky nejsou až tak velké rozdíly, záleží však na tom, jak přesné hodnoty potře-

bujeme získat. Tato práce mi přinesla hodně zkušeností, co se týče práce s programy, které mohu využít v dalším studiu. Samotné téma bylo zajímavé, a do poslední chvíle nebylo jisté, jak rozdílné výsledky mezi 1D a 3D modely mohou být.

Literatura

- [1] Křen, J. a kol.: *Biomechanika*, Západočeská univerzita v Plzni, 2001, 380 s.
- [2] *Člověk*: [obrazová encyklopedie lidstva], V Praze: Knižní klub, 2005, 512 s.
- [3] Linhart, J.: *Mechanika tekutin I*, Západočeská univerzita v Plzni, 2009, 123 s.
- [4] Noskovič, J. a kol.: *Mechanika tekutin*, SNTL Praha, 1987, 356 s.
- [5] Katedra mechaniky, FAV, ZČU v Plzni: *Návod k numerické simulaci - Fluent*,
Dostupné na: <http://www.kme.zcu.cz/granty/frvs9582009/download/navody.html>
- [6] Altair HyperMesh: <http://www.altairhyperworks.com>
- [7] Advanced Engeneering s.r.o.: <http://www.advanced-eng.cz/tech.htm>
- [8] ANSYS Fluent: <http://www.ansys.com>
- [9] SVS FEM s.r.o.: <http://www.svsfem.cz>
- [10] ParaView: <http://www.paraview.org>