



Fakulta aplikovaných věd
Katedra mechaniky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Napět'ová analýza cévní stěny rekonstruovaného modelu
aneurysmatu břišní aorty**

Plzeň, 2012

Barbora Šíroká

Prohlášení

Předkládám k posouzení a obhajobě bakalářskou práci.

Prohlašuji, že jsem práci vypracovala samostatně s použitím pramenů a zdrojů uvedených na konci bakalářské práce.

V Plzni dne

.....

Poděkování

Při této příležitosti bych ráda poděkovala vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Janu Vimmrovi, Ph.D. za motivaci ke studiu a přívětivé vedení práce a Ing. Aleně Jonášové za všechny cenné rady a věnovaný čas.

Dále bych chtěla poděkovat své rodině, přátelům a partnerovi za obrovskou podporu a trpělivost.

Abstrakt

Hlavním cílem této práce je provedení deformačně-napěťové analýzy reálného modelu aneurysmatu břišní aorty, rekonstruovaného z CT snímků. Na model aneurysmatu byly aplikovány dva způsoby zatěžování, přičemž jeden z nich zahrnoval i vliv proudění krve aortou, které bylo simulováno v softwaru ANSYS FLUENT. Zde byla provedena simulace stacionárního a pulzačního laminárního proudění krve jako nestlačitelné newtonské kapaliny. Následně byla provedena deformačně-napěťová analýza v profesionálním výpočtovém systému ANSYS 13.0 za účelem stanovení rozložení redukovaného napětí na cévní stěně aneurysmatu při různých variantách zatížení. První variantou byla dosud nejpoužívanější metoda, tedy rovnoměrné zatížení konstantním systolickým vnitřním tlakem po celém povrchu aorty. Druhým způsobem je zatížení tlakovým polem, získaným numerickou simulací stacionárního i pulzačního proudění. Materiálový model tkáně byl definován jako nelineární, hyperelastický a nestlačitelný. Získané výsledky byly porovnány a analyzovány. Závěrem bylo provedeno posouzení rizika ruptury aneurysmatu pro nerizikovější případ.

Abstract

The main objective of this study is to implement the strain-stress analysis of a real model of abdominal aortic aneurysm, reconstructed from CT images. There were two methods of loadings applied on the aneurysm model. One included the effect of blood flow aorta, which was simulated in ANSYS FLUENT software. There were performed simulations of stationary and pulsatile laminar blood flow as an incompressible Newtonian fluid. Then was stress-strain analysis in a professional computational system ANSYS 13.0 to determine the distribution of reduced stress on the vascular wall of an aneurysm at different load variations. The first option was still the most widely used method, a uniform load constant internal systolic pressure over the entire surface of the aorta. The second way is to load the pressure field obtained by numerical simulation of steady and pulsatile flow. Tissue material model was defined as non-linear, hyperelastic and incompressible. The results obtained were compared and analyzed. Finally, estimation of aneurysm rupture risk was performed in the most dangerous case.

Obsah

1. Úvod	7
2. Onemocnění aorty a možnosti jejich léčby	8
2.1. Aorta	8
2.1.1. Základní anatomie aorty	8
2.1.2. Břišní aorta	9
2.1.3. Stavba arterie	9
2.2. Aneurysma břišní aorty	10
2.2.1. Základní poznatky	10
2.2.2. Typy a dělení aneurysmat	11
2.2.3. Diagnostika AAA	12
2.2.4. Léčba AAA	13
3. Možnosti modelování deformačně-napět'ových stavů cévní stěny AAA	15
3.1. Rešerše možností modelování AAA	15
3.1.1. Rovnoměrné zatížení stěny konstantním tlakem	15
3.1.2. Interakce krve s cévní stěnou	16
3.2. Konstitutivní modely vhodné pro modelování cévní stěny	17
3.3. Posuzování rizika ruptury AAA	20
4. Deformačně-napět'ová analýza cévní stěny AAA	21
4.1. Vytvoření reálného modelu AAA	21
4.1.1. Geometrie modelu	21
4.1.2. Tvorba výpočetní sítě	22
4.2. Numerická simulace proudění v AAA	23
4.2.1. Výsledky stacionárního proudění	25
4.2.2. Výsledky nestacionárního proudění	25
4.3. Analýza napětí AAA ve výpočtovém systému ANSYS	27

5. Výsledky deformačně-napět'ové analýzy AAA	30
5.1. Presentace a diskuse výsledků	30
5.1.1. Zatížení konstantním systolickým tlakem	31
5.1.2. Zatížení tlakovým polem při stacionárním proudění	31
5.1.3. Zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění	32
5.2. Posouzení rizika ruptury	35
6. Závěr	36
Literatura	38
Přílohy	40
UDF pro předepsání Womersleyho rychlostního profilu na vstupu	40

1. Úvod

Aneurysma břišní aorty (AAA) je závažné onemocnění postihující převážně muže vyššího věku, zejména kuřáky. Jedná se o lokalizované rozšíření (výduť) cévní stěny v oblasti břišní aorty. Stěna arterie, která je postižena aneurysmatem, je nucena čelit napětí, jenž může způsobit jeho rupturu (prasknutí). Předpovězení rizika ruptury hraje zásadní roli pro provedení chirurgického zákroku či zahájení endovaskulární léčby. Současné metody používané k predikci ruptury jsou založeny převážně na pozorování a nejsou příliš spolehlivé. Cílem této práce je posoudit riziko ruptury aneurysmatu na základě napěťové analýzy provedené ve výpočtovém systému ANSYS 13.0.

Druhá kapitola této práce představuje lékařské minimum, konkrétně základní poznatky o lidské aortě a její stavbě. Dále je zaměřena na samotnou problematiku arteriálních aneurysmat, jejich vznik, přehled několika typů a také jejich diagnostiku a následnou léčbu.

Třetí kapitola popisuje možnosti výpočtového modelování aneurysmatu břišní aorty a současný stav řešené problematiky v podobě rešerše dostupných vědeckých prací, týkajících se napěťových analýz cévní stěny aneurysmatu. Dále je věnována stručnému popisu hyperelastických materiálů, kterými je cévní stěna popisována. Je zde uvedeno také několik typů konstitutivních modelů použitelných pro měkké tkáně, které poskytuje výpočetní systém ANSYS 13.0. Rovněž je popsán princip predikce ruptury na základě pevnostní podmínky HMM, která byla použita v této práci.

Ve čtvrté kapitole je podrobně popsána rekonstrukce trojrozměrného modelu aneurysmatu z dat z počítačové tomografie poskytnutých Fakultní nemocnicí (FN) Plzeň v rámci navázané spolupráce s katedrou mechaniky FAV ZČU v Plzni. Je popsána jeho úprava, dále vytvoření výpočetních sítí v programu Altair HyperMesh 11.0 určených pro numerickou simulaci proudění krve aortou a pro napěťovou analýzu cévní stěny. Následně bylo simulováno stacionárního a nestacionární laminární proudění krve jako nestlačitelné newtonské kapaliny v programu ANSYS FLUENT, jehož výsledky poskytly data reprezentující rozložení tlaku na stěně aneurysmatu, která byla dále použita jako zatížení modelu v systému ANSYS. Deformačně-napěťová analýza byla provedena při různých variantách zatížení (konstantním vnitřním tlakem, tlakovým polem spočítaným v programu FLUENT).

Pátá kapitola se věnuje prezentaci dosažených výsledků a jejich diskusi. Hlavním cílem provedených výpočtů je jednak předpovědět riziko ruptury výduť, ale také objasnit, do jaké míry má krev proudící aneurysmatem vliv na rozložení napětí na cévní stěně, a zda je dostačující použití zjednodušeného modelu zatížení (tedy rovnoměrné zatížení stěny konstantním tlakem, jak je běžné v řadě různých prací, [1],[2],[3],[7],[22],[23],[24]).

Závěr práce je věnován shrnutí získaných poznatků a nastínění budoucích možných směrů řešení této problematiky, kterými bych se chtěla zabývat v diplomové práci.

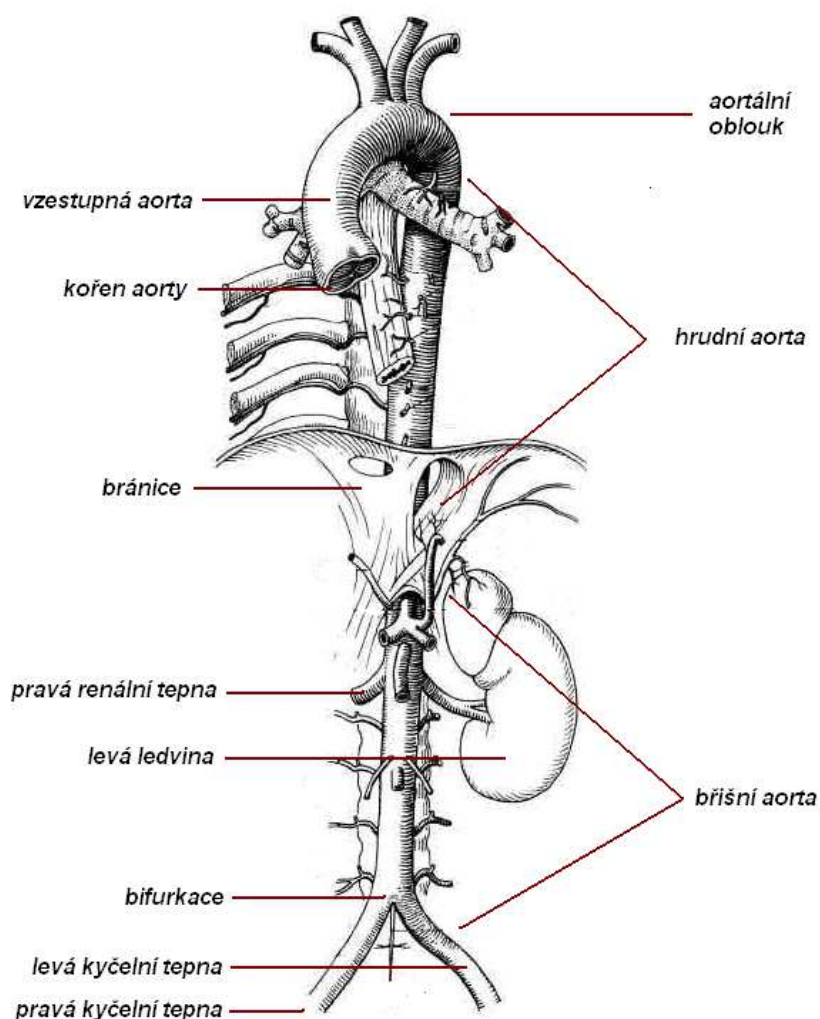
2. Onemocnění aorty a možnosti jejich léčby

2.1. Aorta

2.1.1. Základní anatomie aorty

Aorta (srdečnice) je největší a nejdelší céva v lidském těle, jejíž průsvit může být i přes 30 mm. Odvádí okysličenou krev z levé srdeční komory a pomocí systému větvících se tepen ji transportuje do celého těla.

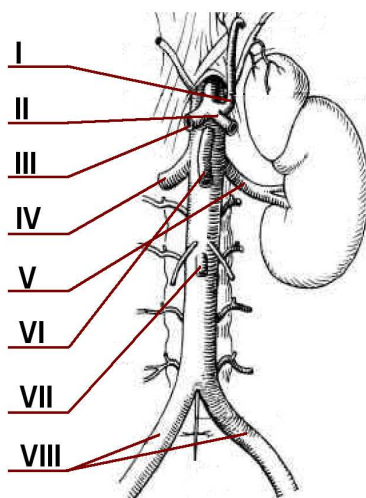
Aorta, jejíž schéma je znázorněno na obr. 2.1, je tvořena čtyřmi základními úseky. Vzestupná aorta (aorta ascendens) se podílí na okysličování srdce pomocí drobných cév, které se nazývají věnčité tepny. Z aortálního oblouku (arcus aortae) odstupují důležité tepny, podklíčkové tepny a krkavice, zásobující hlavu, krk a horní končetiny. Hrudní aorta (aorta thoracica) pokračuje hrudníkem, kde drobnými větvemi okysličuje plíce, jícen, dýchací cesty a osrdečník. Průchodem bránicí přechází v břišní aortu (aorta abdominalis).



Obr. 2.1: Aorta a její části, [12].

2.1.2. Břišní aorta

Z břišní aorty (aorta abdominalis), obr. 2.2, odbíhají četné větve zásobující břišní a pánevní orgány - větve **perietální** (orgánové). Další drobné tepny okysličují okolní stěny - větve **viscerální** (nástěnné). Z horní části břišní aorty odstupují tepny pro slezinu (*I*), žaludek (*II*) a játra (*III*), níže odbíhají renální tepny - arteria renalis dextra (*IV*) a sinistra (*V*), které transportují značné množství krve do ledvin. Nad ledvinnými tepnami vybíhá horní mezenterická tepna (*VI*), pod nimi dolní mezenterická tepna (*VII*). Obě se podílí na zásobení zažívacího traktu. Zhruba v úrovni čtvrtého bederního obratle se nachází místo bifurkace (*VIII*) (bifurcatio aortae), v němž se břišní aorta větví na levou a pravou společnou iliackou (kyčelní) tepnu (*IX*), které se v kyčelní oblasti dále rozdělují a zásobují dolní polovinu těla.



Obr. 2.2: Aorta abdominalis, [12].

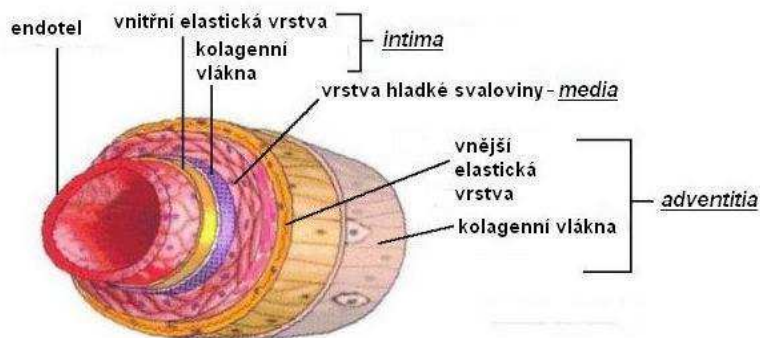
2.1.3. Stavba arterie

Stěny tepen jsou velice pružné a pevné, což jim umožňuje pojmout krevní tlak, který je v blízkosti výstupu ze srdeční komory vysoký, při systole má hodnotu až 150 mmHg (asi 20 kPa, 1 mmHg = 133,3 Pa). Stavba tepny je uzpůsobena tak, aby tento tlak udržela a posouvala krev v pulsech dále do tepének a vlásečnic. Ve stěně aorty převažují elastická vlákna, jedná se tedy o tepnu elastického typu (pružník). Obecně se stěna cév skládá ze tří základních vrstev. Podrobněji jsou znázorněny na obr. 2.3.

- ◆ Vnitřní vrstvu (tunica intima) stěny aorty tvoří ploché endotelové buňky a kolagenní vlákna, která zajišťují pružnost arterie. Vnitřní vrstva arterie je u dospělého člověka silná 80-140 μm , [6].
- ◆ Střední vrstva (tunica media) je, co se týče tloušťky, nejvýraznější (500-700 μm , [6]) a v tepnách velice podstatná pro správný chod krevního oběhu. Kromě kolagenních a elastických vláken je tvořena buňkami hladké svaloviny, spirálně a cirkulárně uspořádanými. Tato svalová tkáň má velký význam při transportu krve. Je zřejmé, že

průsvit tepny nemá konstantní průměr, a jeho proměnlivost umožňuje právě střední vrstva.

- ◆ Vnější vrstva (tunica adventitia) obsahuje elastická a kolagenní vlákna částečně upevňující arterii k blízkému okolí, a zároveň její vnitřní část plynule navazuje na střední vrstvu. Její tloušťka je 200-500 μm , [6].



Obr. 2.3: Struktura stěny arterie elastického typu, [19].

2.2. Aneurysma břišní aorty

2.2.1. Základní poznatky

Aneurysma břišní aorty (aneurysma aortae abdominalis - AAA) je definováno jako lokalizované rozšíření cévní stěny aorty o více než polovinu jejího zdravého průměru. Nejčastějším místem výskytu výdutě je oblast subrenálního úseku aorty. Protože průměrná šířka zdravé břišní aorty je u žen 1,5 cm a u mužů 2,3 cm, [15], lze tedy zjednodušeně jako břišní výduť označit rozšíření srdečnice na více než 3 cm. Rozšíření tepny, které tohoto průměru nedosahuje, je označováno jako extazie. Pokud je rozšířením postižena celá délka arterie, jedná se o arteriomegalii. Přesnější definice AAA je ta, která zohledňuje věk a pohlaví, protože z morfologických měření je známo, že průměr zdravé aorty se na základě těchto hledisek liší. Konkrétní hodnoty jsou znázorněny v tab. 1.

Tabulka 1: Průměr infrarenální aorty (v cm) u zdravé populace [6].

Věk	< 40	40 - 49	50 - 59	60 - 69	> 70
Muži	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4
Ženy	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0

Výskyt aneurysmatu aorty je nejčastější u mužů starších 60 let. Muži jsou tímto onemocněním postihováni až 5krát častěji než ženy. U mužů starších 55 let zaujímá AAA desáté místo v příčinách smrti, [6]. Nejčastější věkovou skupinou mužů, kteří zemřou na rupturu AAA je věk mezi 75 a 79 lety, u žen pak věk mezi 80 a 84 lety. Muži ve věku 60-65 let mají 11krát vyšší pravděpodobnost úmrtí na rupturu AAA, než ženy stejného věku. Se stoupajícím věkem

se tento nepoměr mezi muži a ženami mírně vyrovnává. Ve věkové skupině 85-90 let je již pravděpodobnost úmrtí na rupturu AAA mezi mužskou a ženskou populací v poměru 3 : 1.

Příčiny vzniku výdutě břišní aorty závisí na mnoha faktorech. Velmi pravděpodobné jsou genetické vlivy, zejména ve vztahu otec-syn a mezi bratry. Neexistuje ovšem jednoznačná teorie, která by objasňovala vliv dědičnosti na vývoj AAA. Jako další možná příčina vzniku AAA se uvádí s věkem klesající elasticita břišní aorty, což může vést k jejímu roztažení, čímž dochází ke zvyšování napětí na stěně aorty (zejména u hypertoniků) a následnému vývoji AAA. Dále je známo, že na vznik aneurysmatu má vliv také ateroskleróza, což dokazuje skutečnost, že většina AAA má stěnu postiženou aterosklerotickým procesem.

Aneurysma břišní aorty je až v 70% případů asymptomatické (tedy neprojevující zjevné příznaky, např. bolest), ve 40% případů se projeví až rupturou, která v 90% končí smrtí. Ačkoli v diagnostice a léčbě aneurysmatu břišní aorty jsou v současné době zaznamenávány velké pokroky, stále se jedná o onemocnění s vysokou mortalitou.

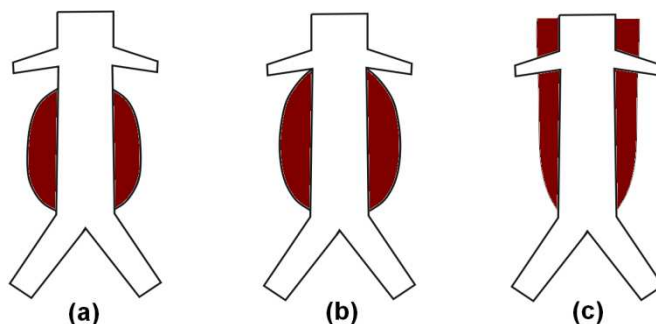
2.2.2. Typy a dělení aneurysmat

Z patologico-anatomického hlediska jsou aneurysmata rozlišována na pravá (aneurysma verum), disekující (aneurysma dissecans) a nepravá (aneurysma spurium).

- ◆ Pravé aneurysma je tvořeno všemi třemi vrstvami stěny artérie a je nejčastěji vyskytovaným typem aneurysmatu v oblasti abdominální aorty.
- ◆ Disekující aneurysma je intramurální hematoma vzniklý uvnitř cévní stěny porušením vnitřní výstelky arterie (disekce), rozdělením vrstev cévní stěny a následným nahromaděním krve ve vzniklém kanálu, který může končit slepě, nebo může komunikovat s pravým kanálem aorty. Disekující aneurysma se na břišní aortě vyskytuje spíše vzácně.
- ◆ Nepravé aneurysma je opouzdřený periarteriální hematoma (vzniklý vně cévní stěny) komunikující s průsvitem tepny. Speciálním případem nepravého aneurysmatu je tzv. pseudoaneurysma, které může vzniknout po punkci tepny a následném nedostatečném stlačení místa vpichu.

Z hlediska morfologie lze dělit aneurysmata na vřetenovitá (fuziformní), která postihují víceméně rovnoměrně celý obvod aorty, a sférická neboli vakovitá (sakulární), která se asymetricky vyklenují do strany.

Břišní aneurysma lze také rozlišovat na základě rozsahu ve vztahu k renálním tepnám, jak je zobrazeno na obr. 2.4. Subrenální AAA, obr. 2.4 (a), které je jednoznačně nejčastěji vyskytovanou variantou, začíná minimálně 1 cm pod odstupem renálních tepen. Juxtarenální AAA, obr. 2.4 (b), začíná velmi blízko odstupu renálních tepen, do 1 cm. Suprarenální AAA, obr. 2.4 (c), zasahuje do úseku nad renální tepny a ve většině případů se jedná o pokračování aneurysmatu aorty hrudní. V klinické praxi je v oblasti břišní aorty nejčastěji diagnostikováno pravé fuziformní subrenální AAA, rovněž byl také tento typ aneurysmatu použit pro napěťovou analýzu, jež je cílem této práce.



Obr. 2.4: Subrenální (a), juxtarenální (b) a supra-renální (c) aneurysma břišní aorty.

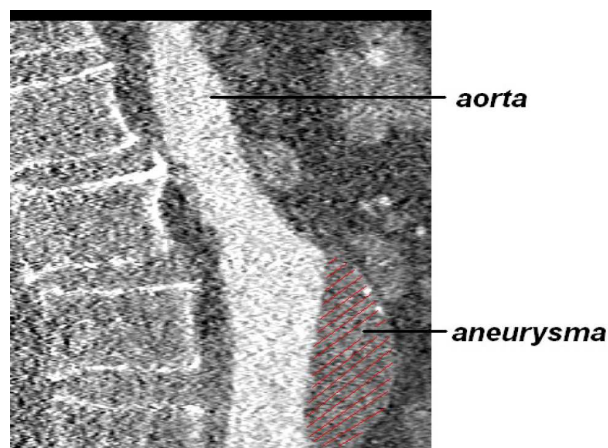
2.2.3. Diagnostika AAA

Velice často bývá aneurysma diagnostikováno náhodně, a to při radiodiagnostických vyšetřeních prováděných při podezření na jiné onemocnění. Vyšetřovací metody v diagnostice AAA jsou převážně neinvazivní. Jedná se o prosté rentgenové snímky, ultrasonografii (USG), nejčastěji pak výpočetní tomografii (CT) a magnetickou rezonanci (MRI), v případě plánování endovaskulární léčby také digitální substrakční angiografii (DSA). Těmito zobrazovacími metodami lze nejen prokázat přítomnost aneurysmatu, ale i stanovit riziko ruptury, případně odhalit další komplikace [21].

Výpočetní tomografie je v současné době nejpoužívanější metodou v diagnostice AAA. Pacientovi je před vyšetřením intravenózně podána jodová kontrastní látka, která slouží pro lepší viditelnost průsvitů cév, které by v opačném případě splývaly s okolní tkání. Výhody tohoto vyšetření spočívají v dobré dostupnosti, rychlosti samotného provedení (asi 30 sekund) a poměrně nízké invazivitě. Navíc počítačová tomografie poskytuje celkové posouzení stavu celé abdominální aorty. Nejčastěji používané je spirální (helikální) CT. Rentgenový zářič rotuje kolem osy pacienta a naproti je signál snímán detektory, současně se pohybuje i stůl s pacientem. Tím jsou získána na sebe navazující data celé vyšetřované oblasti, z nichž následně počítač rekonstruuje obrazy jednotlivých vrstev. Volba spirálního CT znamená výrazné urychlení vyšetření, celou oblast břišní aorty lze zobrazit i po dobu jediného zadržení dechu (breathhold tomography). Jisté nevýhody počítačové tomografie spočívají v možnosti přecitlivělosti na jodovou kontrastní látku a samozřejmě také ve vystavení pacienta radiační zátěži. V této práci byly použity snímky z výpočetní tomografie, z nichž byl rekonstruován trojrozměrný model AAA. Jeden z použitých snímků je zobrazen na obr. 2.5.

Angiografické vyšetření je prováděno na pacientech, u kterých je předpokládáno zahájení endovaskulární léčby AAA a předešlé metody neposkytly dostatečné informace pro definitivní rozhodnutí o možnosti případné léčby a pro volbu vhodné cévní náhrady. Při angiografii je kladen větší důraz na přesné stanovení rozměrů a tvaru předpokládané endovaskulární protézy. Kontrastní látka je podávána pomocí kalibračního katetru, který se v případě vyšetřování břišního aneurysmatu umisťuje mezi ledvinné tepny. Jedná se tedy o invazivní

zobrazovací metodu. Digitální substrakční angiografie hraje rovněž nepostradatelnou roli během samotné endovaskulární léčby AAA, jíž je součástí [21].

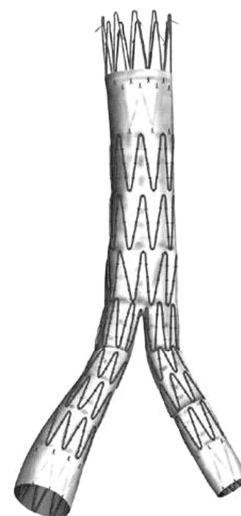


Obr. 2.5: CT snímek aneurysmatu břišní aorty se zvýrazněním oblasti výdutě.

2.2.4. Léčba AAA

Jednoznačnou indikací k léčbě aneurysmatu břišní aorty je jeho ruptura, symptomatické AAA, asymptomatické AAA, jehož průměr již přesáhl 5 cm a asymptomatické AAA, jehož průměr se za posledních 6 měsíců zvětšil o více než půl centimetru, jak lze určit na základě vyšetření pomocí zvolené zobrazovací metody (sonografie, CT, MRI). Relativní indikací k resekci aneurysmatu je asymptomatické AAA s průměrem nad 5 centimetrů u pacientů trpících dechovým či srdečním selháváním nebo také u pacientů s krátkou životní expektací.

V současnosti jsou akceptovány dvě základní metody léčby AAA, kterými je klasická chirurgická léčba a endovaskulární léčba. Chirurgická léčba aneurysmatu spočívá v jeho resekci a nahrazení chybějící části aorty cévní protézou polymerového charakteru. Nejčastěji bývá volen aorto-aortální (přímý) bypass, ve vhodných případech lze použít také bifurkační aorto-ilickou nebo aorto-femorální náhradu, a to na základě nálezu na pánevních tepnách. Provedení samotného operativního zákroku spočívá v otevření břišní dutiny, zasvorkování aorty, otevření vaku aneurysmatu, odstranění nástěnného trombu, pokud je přítomen, dále v implantaci cévní náhrady sešitím distální a proximální anastomózy, poté resekci části aorty a následnému přešití zbývajících stěn aneurysmatu přes protézu. Mortalita elektivního chirurgického zákroku se pohybuje okolo 5%, [21].



Obr. 2.6: Samoroztažitelný bifurkační stentgraft, [17].

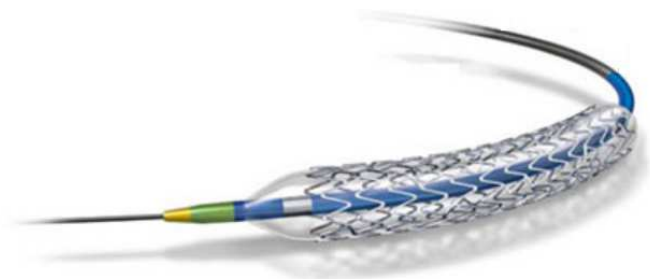
Endovaskulární léčba AAA prodělává od počátku 90. let velice rychlý vývoj a četnost jejich

provedení stále roste, vzhledem k její nižší invazivitě a kratší hospitalizaci. Jedná se o implantaci stentgraftu endoluminální cestou přes společnou femorální tepnu. Stentgraft je kombinací stentu, obr. 2.7, (tedy drátěné spirály, kterou je možno pomocí katetru zavést na požadované místo a následně kontrolovaně rozepnout) a syntetické protézy. Je prokázáno, že stenty udržují lumen tepny průchodný, na rozdíl od klasické celoplastové náhrady.

Podle typu použité výztuhy lze rozdělit stentgrafty na samoroztažitelné (jsou zkomprimovány a uloženy v pouzdře, z něhož se po zavedení na dané místo uvolní) a roztažitelné balonkem (jsou ukotvovány roztažením konstrukce pomocí nafouknutí balonku). Pokud je nutné použít bifurkační stentgraft, obr. 2.6, zavádí se po částech z obou femorálních tepen.

Samoroztažitelné stenty jsou vyrobeny z nitinolu, tedy slitiny niklu a titanu. Pro tento materiál je charakteristická tzv. tvarová paměť (Shape Memory Alloy - SMA), tedy schopnost roztáhnout se vlivem tělesné teploty na požadovaný tvar, aniž by musel být stent mechanicky rozpínán. Nevýhodou použití nitinolového stentu je právě přítomnost niklu, který představuje riziko vzniku alergické reakce. V posledních letech citlivost evropské populace na nikl stále stoupá, v roce 1996 byly zaznamenány projevy alergické reakce u více než 5% mužů a více než 20% žen mladších 30 let, [18].

Mortalita endovaskulární léčby AAA bývá uváděna jako výrazně nižší než u operativního zákroku, ačkoli přesné statistické údaje jsou stále diskutabilní. Jisté nevýhody endovaskulární léčby spočívají ale ve větším riziku výskytu technických komplikací, vyžadujících opakování zákroku. Jednou z častých komplikací je vznik endoleaku, tedy toku krve ve vaku aneurysmatu vlivem netěsnosti, a to až u 30% všech provedených endovaskulárních výkonů, [21].



Obr. 2.7: Stent roztažitelný balonkem. [20]

3. Možnosti modelování deformačně-napět'ových stavů cévní stěny AAA

3.1. Rešerše možností modelování AAA

Tato kapitola je věnována shrnutí možností výpočtového modelování deformačně-napět'ových stavů cévní stěny aneurysmatu břišní aorty. Poznatky byly čerpány z dostupných vědeckých článků, mimo jiné například z [1],[2],[5],[13],[25].

Vesměs jsou v zahraničních pracích používány dva základní přístupy k modelování. Zjednodušený statický model je založen na rovnoměrném zatížení cévní stěny aneurysmatu konstantním vnitřním tlakem. Druhou variantou je interakce krve s cévní stěnou (Fluid-Structure Interaction - FSI), tedy dynamické namáhání modelu proměnným tlakem, který zahrnuje vliv proudění krve. Pro oba tyto přístupy modelování je potřeba mít k dispozici: geometrii modelu získanou rekonstrukcí z CT snímků, okrajové podmínky (uložení v prostoru), zatížení (hodnota krevního tlaku, případně tlakové pole) a vhodný konstitutivní model materiálu cévní stěny. V případě interakce přibývají ještě parametry nutné pro simulaci proudění krve.

Z důvodu složitosti modelování jsou k výpočtům standardně využívány komerční výpočtové systémy. V případě strukturální analýzy se jedná například o programy ANSYS, ADINA, Abaqus, pro CFD (Computational Fluid Dynamics) analýzu potom softwaru ANSYS FLUENT nebo FLOTRAN.

3.1.1. Rovnoměrné zatížení stěny konstantním tlakem

Tato metoda je založena na předpokladu, že změny tlaku na stěně aorty, které jsou způsobeny vlivem proudění krve, mají příliš malý význam, a proto je stěna aneurysmatu zatížena pouze staticky, konstantní hodnotou po celém povrchu.

Cévní stěna může být modelována pomocí objemových konečných prvků typu solid (např. [24]), což umožňuje zahrnout do modelu skutečnou strukturu arterie a vlastnosti jednotlivých vrstev. Ve většině případů byla ale cévní stěna zjednodušena na skořepinu, tvořenou trojúhelníkovými [2] nebo čtyřúhelníkovými [1],[7] shell prvky, kterým byla předepsána konstantní tloušťka. Konkrétní hodnoty pro tloušťky cévní stěny AAA uvádí Raghavan a Vorp v práci [1], a to v rozmezí 1,79 - 2,1 mm, přičemž změřená tloušťka zdravé aorty byla 1,5 mm. Vliv nástěnného trombu byl ve všech publikacích uvedených v tomto odstavci zanedbán.

Okrajové podmínky měly např. v [1],[2] podobu vetknutí na proximálním i distálním konci aneurysmatu, představující vazby k okolním částem aorty.

Protože cílem napět'ové analýzy AAA je predikce ruptury, je volena nejvyšší hodnota zátěžného tlaku, tedy při systole (uvádí se 120 mmHg, což odpovídá tlaku asi 16 kPa). V některých pracích byl uvažován i mírně zvýšený tlak u konkrétního pacienta hypertonika, např. v [1].

Dalším faktorem, studovaným např. autory Gee, Reeps at al. [22], je vliv předpětí, neboť

geometrie aneurysmatu je rekonstruována z CT snímků, které jsou pořizovány v okamžiku, kdy je cévní stěna do jisté míry zatížena a deformována. Skutečnou hodnotu napětí, při kterém byly snímky pořizovány, ale není možné zjistit. Přesto lze tento předpoklad zahrnout do výpočtu, a to právě definováním zvoleného předpětí.

Dále byl v práci [23] testován vliv smykového napětí (wall shear stress) vyvolaného prouděním krve aneurysmatem. Zde vyšlo najevo, že výrazně neovlivňuje rozložení napětí na stěně AAA, proto bylo v pozdějších studiích zanedbáváno.

V této bakalářské práci bude tato metoda (zatěžování modelu konstantním systolickým tlakem), která je v současnosti jednoznačně nejpoužívanější, porovnána s jiným způsobem statického zatěžování, a to tlakovým polem získaným numerickou simulací proudění krve aneurysmatem. Cílem porovnání obou variant zatížení bude zjistit, do jaké míry má proudění krve vliv na rozložení napětí na cévní stěně AAA, zejména pak při posouzení rizika jeho ruptury.

3.1.2. Interakce krve s cévní stěnou

Jedná se o přímé propojení dříve oddělovaných problémů, a to řešení úlohy proudění krve aneurysmatem a řešení úlohy deformačně-napět'ového pole ve stěně aneurysmatu. Předpokládá se, že proudění krve má vliv na přetvoření cévní stěny, a naopak, že deformace stěny ovlivňuje rychlostní profil. Proto interakce proudění krve s cévní stěnou aneurysmatu umožňuje přesnější a realističtější analýzu rozložení napětí než způsob výpočtu uvedený v odstavci 3.1.1.

Interakcí krve a cévní stěny v AAA se od roku 2005 podrobně zabývají Li a Kleinstreuer, [13],[25],[26],[27]. Autoři zde poskytují podrobný popis FSI analýzy ve výpočtovém systému ANSYS. Nejprve byl pomocí CT dat vytvořen konečnoprvkový model aneurysmatu, který se skládal z několika typů prvků, jednak z objemových prvků reprezentujících lumen aorty (osmiuzlové prvky typu fluid), dále z prvků pro stěnu (osmiuzlové prvky typu solid), a také prvků na rozhraní stěny a krve. Cévní stěna je modelována jako lineární izotropní materiál (ačkoli je zmíněno, že nelineární chování by mělo poskytnout realističtější výsledky). Pro stěnu v oblasti výdutě byly předepsány jiné materiálové konstanty než pro zdravé části aorty, viz tab. 2.

Tabulka 2: Materiálové konstanty použité pro cévní stěnu [27].

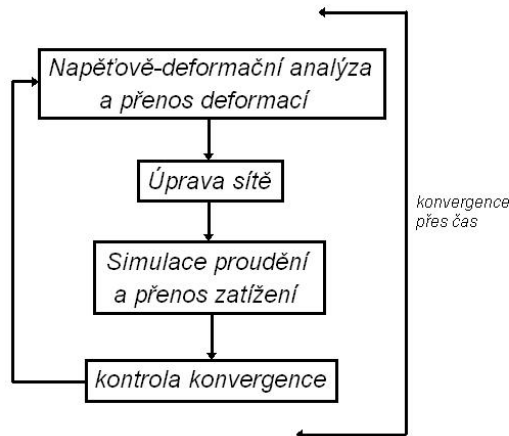
Parametry	Proximální část zdravé aorty	Distální část zdravé aorty (kyčelní tepny)	Aneurysma
Youngův modul [MPa]	1,2	1,2	4,66
Poissonovo číslo [-]	0,49	0,49	0,45

Proudění krve v aneurysmatu je v těchto pracích popsáno jako laminární, krev byla uvažována jako nestlačitelná neneutonská kapalina. Okrajové podmínky byly předepsány v podobě rychlostního profilu na vstupu a tlaku na výstupu zadávaného v průběhu srdečního cyklu o délce 1,2 s. Vlastní úloha interakce byla v systému ANSYS řešena pomocí ALE metody. Schéma algoritmu pro celou FSI analýzu je znázorněno na obr 3.1.

Úloze interakce se věnovali také Khanafer, Bull et al. [16] nebo Scotti, Finol [5], kteří k řešení problému použili software ADINA. V obou případech je cévní stěna charakterizována

jako nelineární, hyperelastická, izotropní a nestlačitelná. Materiálové konstanty pro použitý hyperelastický konstitutivní model Mooney-Rivlin byly stanoveny na základě experimentů. V práci [5] je simulováno laminární proudění nestlačitelné newtonské kapaliny, naproti tomu v [16] je uvažováno turbulentní proudění.

Okrajové podmínky tvoří opět vstupní rychlostní profil a výstupní tlak v průběhu srdečního cyklu. Výpočtové modely aneurysmat jsou uloženy v prostoru pomocí vetknutí na obou koncích. FSI analýza byla opět založená na numerickém řešení pomocí principu ALE metody.



Obr. 3.1: Algoritmus interakce ve výpočtovém systému ANSYS.

3.2. Konstitutivní modely vhodné pro modelování cévní stěny

Cévní stěna aneurysmatu je nejčastěji popisována zjednodušeně jako nelineární, hyperelastický, homogenní, izotropní a nestlačitelný materiál, [1],[2],[7].

Hyperelastické materiály jsou obecně charakteristické tím, že na poměrně malé zatížení reagují velkou deformací. Po odlehčení mají navíc schopnost vrátit se do svého původního tvaru, aniž by byla narušena vnitřní struktura. Definice hyperelastického materiálu podle [10] zní: Materiál nazýváme hyperelastický, pokud existuje elastická potenciální funkce W (měrná deformační energie), která je skalární funkcí některého z tenzorů přetvoření, resp. deformace a jejíž derivace podle některé složky přetvoření pak určuje odpovídající složku napětí

$$S_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}}, \quad (3.1)$$

kde S_{ij} jsou složky 2. Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí, W je měrná deformační energie a E_{ij} jsou složky Greenova-Lagrangeova tenzoru přetvoření.

Nelineární konstitutivní modely popisující vlastnosti hyperelastických, izotropních, nestlačitelných materiálů jsou obecně formulovány formou následujícího vztahu

$$W = f(I_1, I_2, \{M\}), \quad (3.2)$$

kde I_1, I_2 jsou invarianty pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace a $\{M\}$ je množina materiálových konstant.

Podrobnější studií materiálového chování cévní stěny břišních aneurysmat se zabývali Raghavan a Vorp ve své práci [7]. Autoři zde provedli rozsáhlý experiment, který pomohl objasnit materiálové vlastnosti arteriální stěny. Bylo provedeno celkem 69 jednoosých tahových zkoušek pro různé vzorky aneurysmatické tkáně. Získaná data byla podrobena statistické studii. Výsledkem zpracování byl nově navržený konstitutivní model, reprezentující chování cévní stěny, a to ve tvaru

$$W = \alpha (I_B - 3) + \beta (I_B - 3)^2, \quad (3.3)$$

kde W je hustota deformační energie, α a β jsou materiálové konstanty a I_B je první invariant pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace. Materiálové konstanty α a β byly autory dále optimalizovány. Ve finále byly zvoleny takto

$$\alpha = 174 \pm 15 \text{ kPa},$$

$$\beta = 1881 \pm 372 \text{ kPa}.$$

Výsledky zmíněné studie významně posloužily i pro tuto bakalářskou práci. Je totiž velmi problematické zajistit provedení vlastní tahové zkoušky na skutečných vzorcích lidské tkáně. Bylo tedy třeba se spokojit s výsledky cizího experimentu, které jsou v tomto případě k dispozici např. v [7]. Proto byla křivka, reprezentující závislost napětí a přetvoření, uvedená ve zmíněné publikaci, použita v této bakalářské práci jako vstupní data pro výpočet materiálových konstant.

Výpočetní systém ANSYS 13.0 má v nabídce hned několik nelineárních konstitutivních modelů pro hyperelastické materiály, uvedeno zde bude šest z nich, [8],[10].

Mooney-Rivlin 3-parametrický

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2, \quad (3.4)$$

kde c_{10} , c_{01} , c_{11} jsou materiálové konstanty, I_1 a I_2 jsou první a druhý invariant pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace, d je parametr nestlačitelnosti materiálu a J je třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Yeoh 3. řádu

$$W = \sum_{i=1}^3 c_{i0}(\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{k=1}^3 \frac{1}{d_k}(J - 1)^{2k}, \quad (3.5)$$

kde c_{i0} jsou materiálové konstanty, I_1 je modifikovaný první invariant pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace, d_i jsou parametry nestlačitelnosti a J je třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Tento model je označován jako vhodný pro popis dvouosé napjatosti i v případě, že pro výpočet materiálových konstant je k dispozici pouze jednoosá tahová zkouška.

Neo - Hooke

$$W = \frac{G}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2, \quad (3.6)$$

kde G je počáteční modul pružnosti ve smyku, I_1 je modifikovaný první invariant pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace, d je parametr nestlačitelnosti závislý na objemovém modulu pružnosti K a J je třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Tento model je vhodný pro materiály, které nevykazují příliš vysokou nelinearitu ani příliš velká přetvoření, vzhledem k tomu, že obsahuje pouze jeden materiálový parametr.

Ogden

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k}, \quad (3.7)$$

kde α_i , μ_i , d_k jsou materiálové konstanty, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ jsou složky levého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace a J je třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Arruda - Boyce

$$W = G \left[\frac{1}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{20\lambda_L^2}(\bar{I}_1^2 - 9) + \frac{11}{1050\lambda_L^4}(\bar{I}_1^3 - 27) + \frac{19}{7000\lambda_L^6}(\bar{I}_1^4 - 81) + \frac{519}{673750\lambda_L^8}(\bar{I}_1^5 - 243) \right] + \frac{1}{d} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right), \quad (3.8)$$

kde G je počáteční modul pružnosti ve smyku, I_1 je modifikovaný první invariant pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace, d je parametr nestlačitelnosti závislý na objemovém modulu pružnosti K , J je třetí invariant tenzoru deformačního gradientu a λ_L je mezní protažení strukturálních řetězců.

Tento model pro $\lambda_L \rightarrow \infty$ a pro nestlačitelný materiál ($d=0$) přechází v model Neo-Hooke.

Polynomický model

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^M \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k}, \quad (3.9)$$

kde c_{ij} jsou materiálové konstanty, I_1 a I_2 jsou první a druhý invariant pravého Cauchyova-Greenova tenzoru deformace, d je parametr nestlačitelnosti materiálu a J je třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Tento model je zobecněním modelu Mooney-Rivlin. Pro $M=1$ a $N=3$ přechází ve výše uvedený 3-parametrický model Mooney-Rivlin, viz (3.4).

3.3. Posuzování rizika ruptury AAA

Zdaleka nejpoužívanějším kritériem pevnosti pro stanovení rizika ruptury aneurysmatu, je podmínka HMH, neboli von Misesova [1],[3],[5],[13],[26]. Tuto podmínku lze obecně zapsat ve tvaru

$$\sigma_{red} \leq \sigma_D, \quad (3.10)$$

kde σ_D je dovolené napětí, tedy napětí, při němž nedochází k porušení materiálu, a σ_{red} je redukované napětí, jehož velikost lze určit pomocí tří hlavních napětí jako:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)}. \quad (3.11)$$

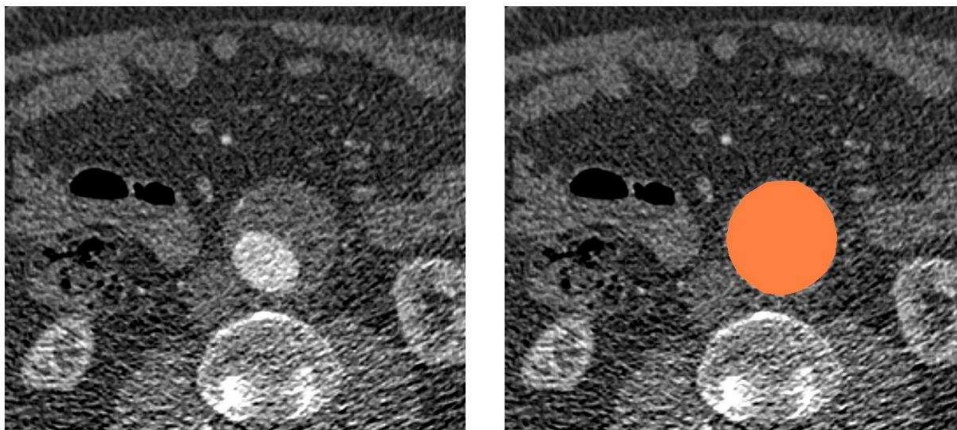
Součinitel bezpečnosti k vůči mezi kluzu σ_k je definován jako poměr meze kluzu a maximálního redukovaného napětí. Konkrétní hodnota pro mez kluzu lidské břišní aorty je uvedena v [3]. Pro zdravou tkáň se zde uvádí mez kluzu 1,21 MPa, a pro tkáň postiženou aneurysmatem zhruba poloviční hodnota, tedy 0,65 MPa.

4. Deformačně-napěťová analýza cévní stěny AAA

4.1. Vytvoření reálného modelu AAA

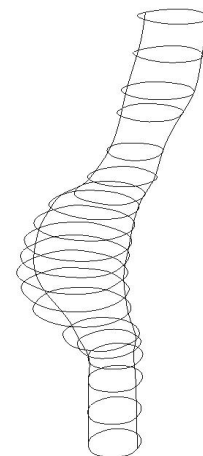
4.1.1. Geometrie modelu

Reálný 3D geometrický model aneurysmatu byl vytvořen na základě snímků z počítačové tomografie (CT), jež byly poskytnuty Chirurgickou klinikou FN Plzeň. Rekonstrukce modelu z CT snímků vyžaduje v tomto případě manuální postup, protože hranice mezi jednotlivými tkáněmi je v případě AAA nejasná, a tudíž není možné použít automatickou segmentaci obrazu. Rekonstrukce z CT dat byla provedena v softwaru 3D Slicer 4.1.0. Na každém jednotlivém snímku byla postupně označena oblast aorty včetně průsvitu a nástěnného trombu, jenž pro zjednodušení nebyl v této práci uvažován jako samostatná tkáň. Princip výběru požadované oblasti je znázorněn na obr. 4.1.



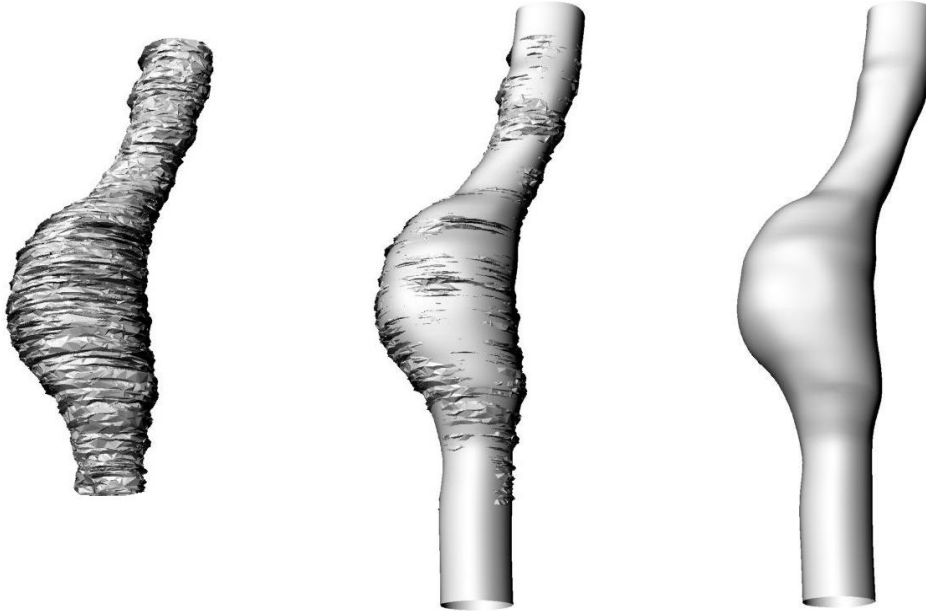
Obr. 4.1: Ukázka manuální segmentace v programu Slicer. Světlejší odstín vybrané oblasti představuje lumen aorty, tmavší odstín nástěnný trombus.

Označením všech snímků byl získán objem představující celou geometrii výdutě, který byl následně v programu ParaView 3.14.1 rozdělen na menší elementy, to pro usnadnění vytváření hladkého povrchu modelu. Takto získaný geometrický model, vykazující mnohé nerovnosti, byl dále upraven v programu Rhinoceros 4.0, kde byla vytvořena jednodušší NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) plocha reprezentující stěnu aneurysmatu. Ta byla vytvořena pomocí oválných uzavřených křivek obepínajících obvod výdutě na několika hladinách, a dvěma vodícími křivkami, obr. 4.2. Díky této síti křivek mohla být funkcí Sweep vytvořena jednodušší plocha. Dále byly oba konce modelu prodlouženy, aby se později zamezilo vlivu



Obr. 4.2: Vodící křivky určující NURBS povrch AAA v programu Rhinoceros.

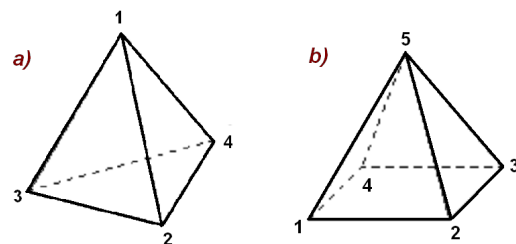
okrajových podmínek. Výsledná NURBS plocha včetně prodloužených konců, původní model ze Sliceru a jejich vzájemné porovnání jsou ukázány na obr. 4.3. Průměr aorty na jejích zdravých koncích je kolem 2,6 cm, v nejširším místě výdutě potom 4,9 cm. Jedná se tedy ještě o malé aneurysma. Výsledná geometrie byla importována do softwaru Altair Hypermesh 11.0, kde byla na obou koncích uzavřena rovinnými plochami a tím připravena pro vytvoření výpočetní sítě.



Obr. 4.3: Úprava geometrického modelu AAA. Vlevo výsledek ruční segmentace CT snímků, uprostřed porovnání s vytvořenou hladkou plochou, vpravo finální geometrie s prodlouženými konci.

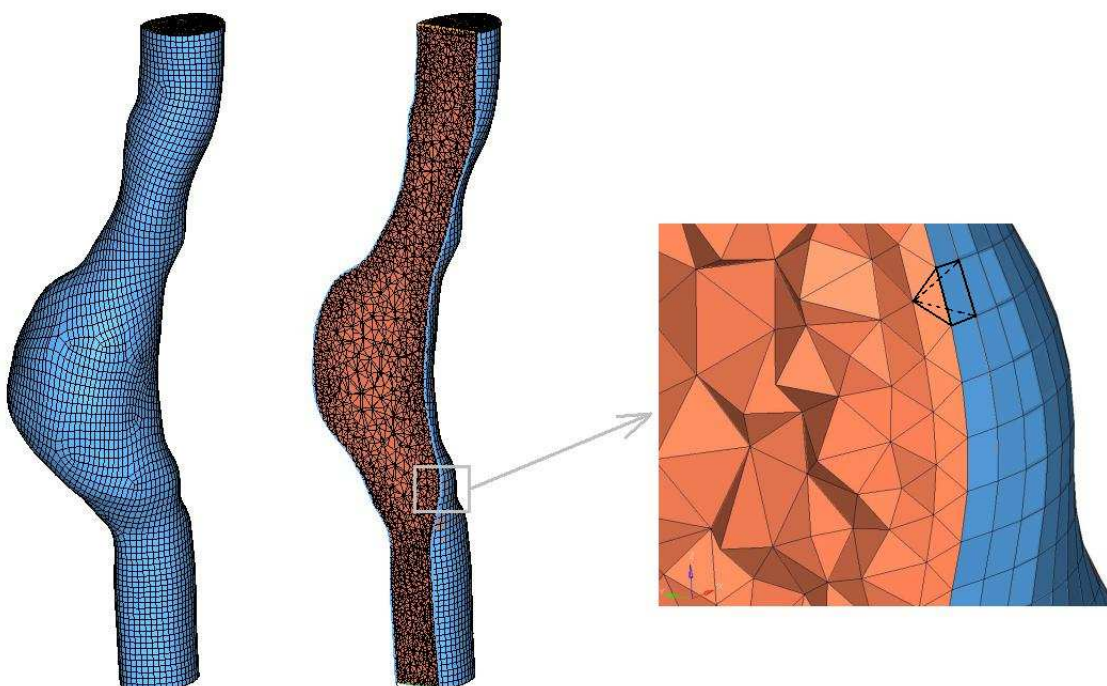
4.1.2. Tvorba výpočetní sítě

Nejprve byla vygenerována povrchová síť tvořená výhradně čtyřúhelníkovými prvky. Protože tato povrchová síť bude později použita pro výpočet napětí ve výpočtovém softwaru ANSYS 13.0, který akceptuje pouze prvky s vyhovujícími poměry vnitřních stran, vyžadovalo generování sítě optimální nastavení velikosti a tvaru elementů. V dalším kroku byla z takto vytvořené uzavřené povrchové sítě vytvořena objemová síť tvořená tetrahedry (čtyřstěny), obr. 4.4 (a), tak, aby povrchové elementy reprezentující stěnu aorty zůstaly nezměněny. Tím byla zajištěna možnost později jednoduše propojit výsledky získané výpočtem přes objemovou síť s povrchovou sítí, jak bude podrobněji ukázáno v odstavci 4.3. V rámci generování tetrahedrové sítě musely být oblasti vstupu a výstupu, skrze které proudí krev, a oblast stěny odděleny. Při povrchu modelu v oblasti stěny arterie byly použity tzv.



Obr. 4.4: Geometrie čtyřstěnného prvku (a) a pyramidového prvku (b).

pyramidové prvky, tedy prvky, které mají čtyři trojúhelníkové a jednu čtyřúhelníkovou stěnu, obr. 4.4 (b). Prvky v oblasti vstupu a výstupu byly automatickým generováním tetrahedrové sítě definovány jako čtyřstěny, elementy povrchové sítě na obou koncových plochách byly proto rozděleny na trojúhelníky. To ale ničemu nevadí, neboť pro napěťovou analýzu v ANSYSu budou použity pouze skořepinové prvky po obvodu modelu, představující cévní stěnu. Objemová síť byla použita pro numerickou simulaci proudění krve v aneurysmatu, provedenou v softwaru ANSYS FLUENT, jejímž cílem je charakterizovat změny tlaku na stěně aorty vlivem proudění. Celkem bylo vytvořeno 101553 buněk a 6355 skořepinových prvků, z nichž 5545 jsou čtyřúhelníkové prvky tvořící stěnu aneurysmatu a zbylých 810 jsou trojúhelníkové prvky na vstupu a výstupu. Struktura obou sítí, včetně detailního náhledu na uspořádání pyramidových elementů při povrchu modelu, je podrobněji ukázána na obr. 4.5.

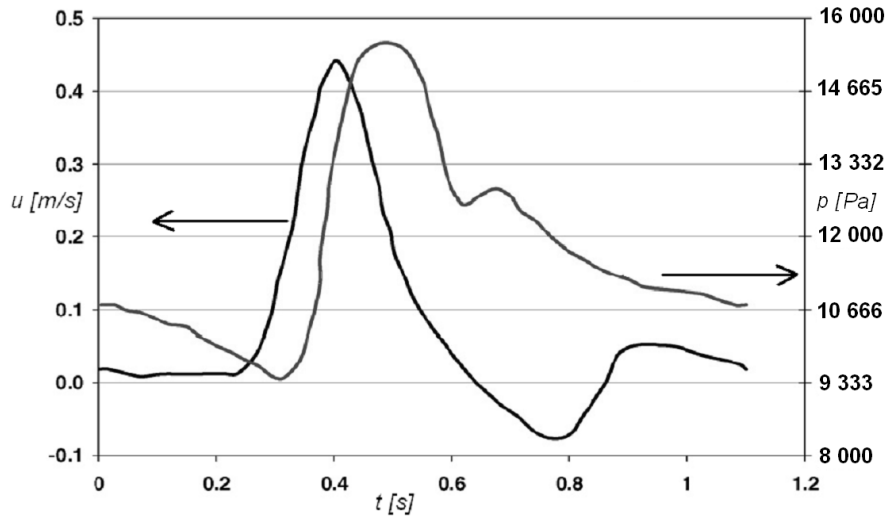


Obr. 4.5: Povrchová a objemová síť reálného modelu AAA s detailním náhledem na uspořádání pyramidových prvků při stěně.

4.2. Numerická simulace proudění v AAA

Výsledná 3D síť byla importována do výpočtového softwaru ANSYS FLUENT, kde bylo simulováno stacionární a nestacionární (pulzační) proudění krve aneurysmatem, založené na numerickém řešení pomocí metody konečných objemů. Cílem těchto simulací bylo zjistit rozložení tlaku na cévní stěně, zejména pak tlakový nárůst, který by mohl ovlivnit průběh napětí na stěně AAA. Krev byla modelována jako nestlačitelná newtonská kapalina. Proudění krve aneurysmatem bylo vzhledem k jeho velikosti uvažováno jako laminární. Pro numerické řešení nelineárního systému Navierových-Stokesových rovnic, kterými je proudění popsáno,

bylo použito upwind schéma druhého řádu přesnosti. Vlastnosti proudící krve, tedy hodnoty pro hustotu ($\rho = 1050 \text{ [kg/m}^3\text{]}$) a dynamickou viskozitu ($\mu = 0.00345 \text{ [Pa}\cdot\text{s]}$) byly převzaty od Khanafer et al [16], stejně jako časový průběh rychlosti a tlaku, obr. 4.6, které byly předepsány jako okrajové podmínky.



Obr. 4.6: Časový průběh rychlosti na vstupu a tlaku na výstupu podle [16].

V případě stacionárního proudění byly předepsány následující okrajové podmínky, které odpovídají hodnotám v okamžiku systoly, t.j. v čase $t = 0,5 \text{ s}$:

- na vstupu předepsána konstantní rychlost o velikosti $0,2 \text{ m/s}$,
- na výstupu předepsán konstantní systolický tlak $15\,627 \text{ Pa}$.

Pro případ nestacionárního (pulzačního) proudění byla na vstupu zadána pomocí UDF (User-Defined Function) okrajová podmínka vyjadřující časový průběh rychlosti, obr. 4.6, ve smyslu Womersleyho rychlostního profilu ve 3D předepsaného podle vztahu (4.1), [11]. K tomu byl využit soubor dodaný Ing. Alenou Jonášovou z KME, FAV, ZČU v Plzni, jenž je součástí této práce.

$$v(r, t) = \Re \left\{ W_0 i^{3/2} \left[\frac{J_0(W_0 \frac{r}{R} i^{3/2}) - J_0(W_0 i^{3/2})}{2J_1(W_0 i^{3/2}) - W_0 i^{3/2} J_0(W_0 i^{3/2})} \right] u(t) \right\} \quad (4.1)$$

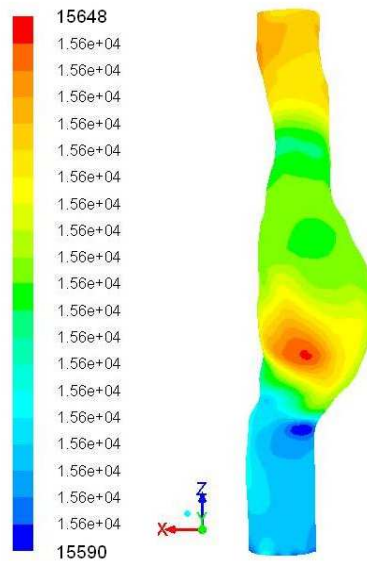
kde W_0 Womersleyho číslo stanovené pro náš případ jako $W_0 = 16,5$, R je poloměr trubice (t.j. poloměr cévní stěny při vstupu), $u(t)$ je rychlost, i je imaginární jednotka, J_0 a J_1 jsou Besselovy funkce prvního druhu a 0. a 1. řádu, pro které platí následující vztah

$$\int z J_0(z) dz = z J_1(z) . \quad (4.2)$$

Pro použití Womersleyho profilu bylo potřeba zadat poloměr R kruhového vstupu. Průměr aorty na proximálním konci modelu je $0,026 \text{ m}$. Do UDF souboru popisujícího průběh vstupní rychlosti pomocí Womersleyho profilu byl tedy zadán poloměr $0,013 \text{ m}$.

4.2.1. Výsledky stacionárního proudění

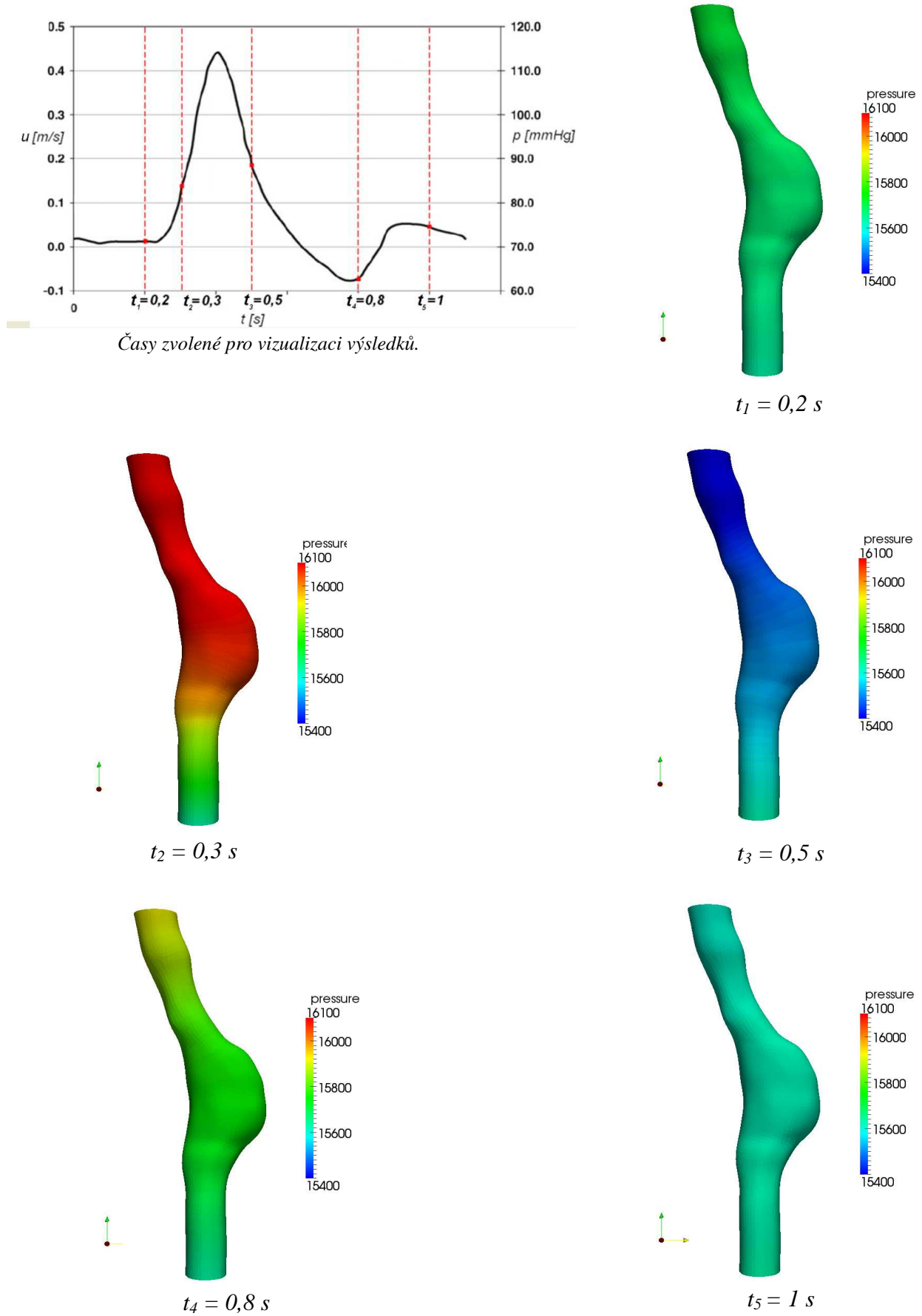
V případě stacionárního proudění bylo výsledkem numerické simulace silně nehomogenní tlakové pole, obr. 4.7. Oblast maximálního tlaku se nachází na spodní části výdutě. Tato skutečnost je zřejmě způsobena nárazy proudící krve na stěnu aneurysmatu. Velice blízko této oblasti se nachází i minimální hodnota tlaku. Rozdíl mezi minimálním a maximálním tlakem dává 58 Pa. Toto tlakové pole bude později použito jako statické zatížení skořepinového modelu AAA při deformačně-napěťové analýze v programu ANSYS. Vzhledem k tomu, že jsou v rozložení tlaku zaznamenány vyšší hodnoty než hodnota systolického tlaku (15 627 Pa), dá se předpokládat, že i napětí na cévní stěně po zatížení tímto tlakovým polem bude dosahovat vyšších hodnot, než po rovnoměrném zatížení konstantním systolickým tlakem.



Obr. 4.7: Rozložení tlaku při stacionárním proudění.

4.2.2. Výsledky nestacionárního proudění

Výsledky nestacionárního proudění byly ukládány v průběhu celého jednoho cyklu a následně vizualizovány v softwaru ParaView 3.14.1, kde byla mimo jiné vytvořena animace zobrazující rozložení tlaku na stěně aorty v průběhu celé srdeční periody. Pro napěťovou analýzu cévní stěny, jejíž výsledky budou ukázány v kapitole 5, bylo zvoleno 5 časů, obr. 4.8. Tlakové rozdíly nejsou tentokrát tak patrné, jako tomu bylo v případě stacionárního proudění. Z obr. 4.8 je však zřejmé silné navýšení tlaku na cévní stěně v okolí času $t_2 = 0,3$ s. V tomto okamžiku dosahuje tlak na některých místech (v blízkosti vstupu) až 16 623 Pa, tedy o celých 996 Pa více, než je hodnota systolického tlaku. V samotné oblasti výdutě dosahuje tlak v tomto čase hodnot okolo 16 100 Pa, tedy o necelých 500 Pa více, než je hodnota předepsaného systolického tlaku. Výpočet napětí na stěně aneurysmatu bude proveden při zatížení tlakovými poli vygenerovanými v časech $t_1 - t_5$. Z obr. 4.8 lze tedy usoudit, že pravděpodobně nejnebezpečnější případ nastává v čase t_2 .



Obr. 4.8: Rozložení tlaku na stěně AAA při pulzačním proudění ve vybraných časech $t_1 - t_5$.

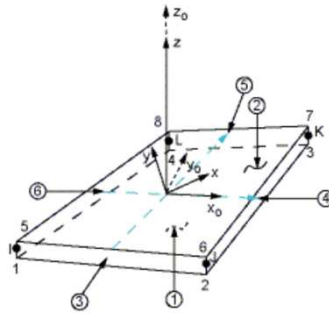
4.3. Analýza napětí AAA ve výpočtovém systému ANSYS

Vytvořená povrchová síť aneurysmatu (vytváření sítě je popsáno v odstavci 4.1.2) byla načtena do systému ANSYS přes formát *.cdb*. Kompatibilita sítě byla ověřena kontrolou elementů. Je nezbytné, aby všechny prvky měly vyhovující tvar (poměr délek stran nesmí překračovat určitou hodnotu).

Protože cévní stěna bude modelována jako nelineární, izotropní, nestlačitelný, ale především hyperelastický materiál, je potřeba vybrat vhodný typ konečného prvku. Protože výpočetní síť je tvořena výhradně čtyřúhelníkovými prvky, výběr je omezen na čtyř- a osmiuzlové elementy. Výpočetní systém ANSYS nabízí tyto typy skořepinových (shell) prvků:

- Shell 181 – čtyřuzlový prvek s šesti stupni volnosti v každém z nich (posuvy ve směru os x, y, z , rotace kolem x, y, z)
- Shell 281 – osmiuzlový prvek, taktéž s šesti stupni volnosti v každém z nich

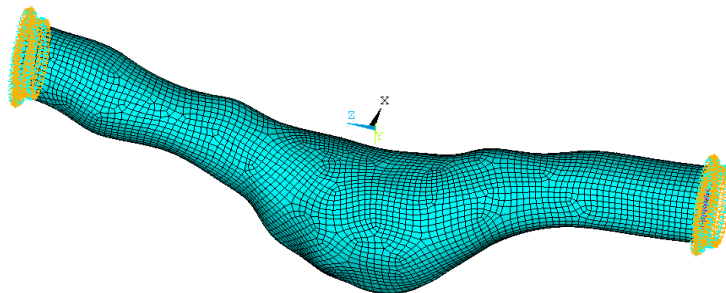
Pro tuto analýzu byl zvolen konečný prvek Shell 181, obr. 4.9, který je doporučován pro modelování hyperelastických materiálů. Dalším důvodem je, že tento typ prvku podporuje přenos dat z FLUENTu.



Obr. 4.9: Schéma skořepinového prvku Shell 181, [8].

Tloušťka všech skořepinových prvků byla zadána konstantní 1,8 mm, což odpovídá tloušťce cévní stěny aneurysmatu.

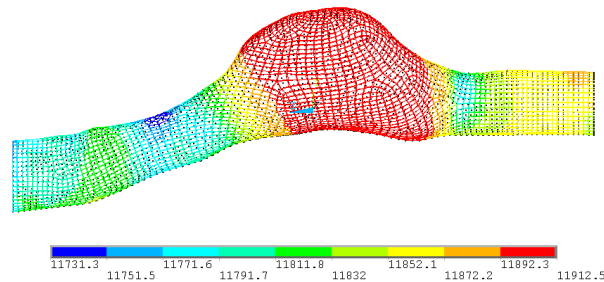
Dále byly na obou koncích modelu předepsány okrajové podmínky vetknutí, obr. 4.10, představující vazby k okolním částem aorty. Protože geometrie modelu byla předem prodloužena, tyto okrajové podmínky nebudou mít vliv na rozložení napětí v požadované oblasti lokalizované cévní výdutě. Nebyla uvažována přítomnost okolních tkání, orgánů ani jiných vnějších vlivů jako např. předpětí aortální stěny nebo vnější tlak na stěnu aneurysmatu.



Obr. 4.10: Předepsané okrajové podmínky.

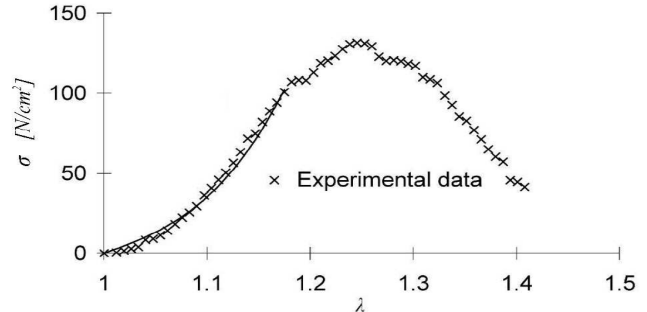
Na takto připravený výpočtový model byly aplikovány dvě varianty zatížení. Zjednodušená varianta nezahrnující změny vnitřního tlaku vlivem proudění krve, používaná například autory [1],[2],[3],[7],[22],[23],[24], spočívá v rovnoměrném zatížení po celé ploše cévní stěny konstantním systolickým tlakem 16 kPa. Tato metoda je založena na předpokladu, že tlakové změny od proudění jsou oproti absolutnímu tlaku příliš malé, a nemohou proto výrazně ovlivnit rozložení napětí na stěně.

Druhým způsobem zatížení modelu je zatížení tlakovým polem, získaným CFD analýzou ve výpočtovém systému ANSYS FLUENT, viz odstavec 4.2, které představuje skutečné rozložení tlaku na cévní stěně, respektující vliv proudění. FLUENT umožňuje exportovat vypočtená data jako soubor *cdb.*, který je možné nahrát do ANSYSu ve formě zatížení v uzlech, společně s výpočtovou sítí, obr. 4.11, tvořenou prvky typu Shell 181.



Obr. 4.11: Tlakové pole z FLUENTu pro stacionární proudění aplikované jako model zatížení (po načtení do systému ANSYS).

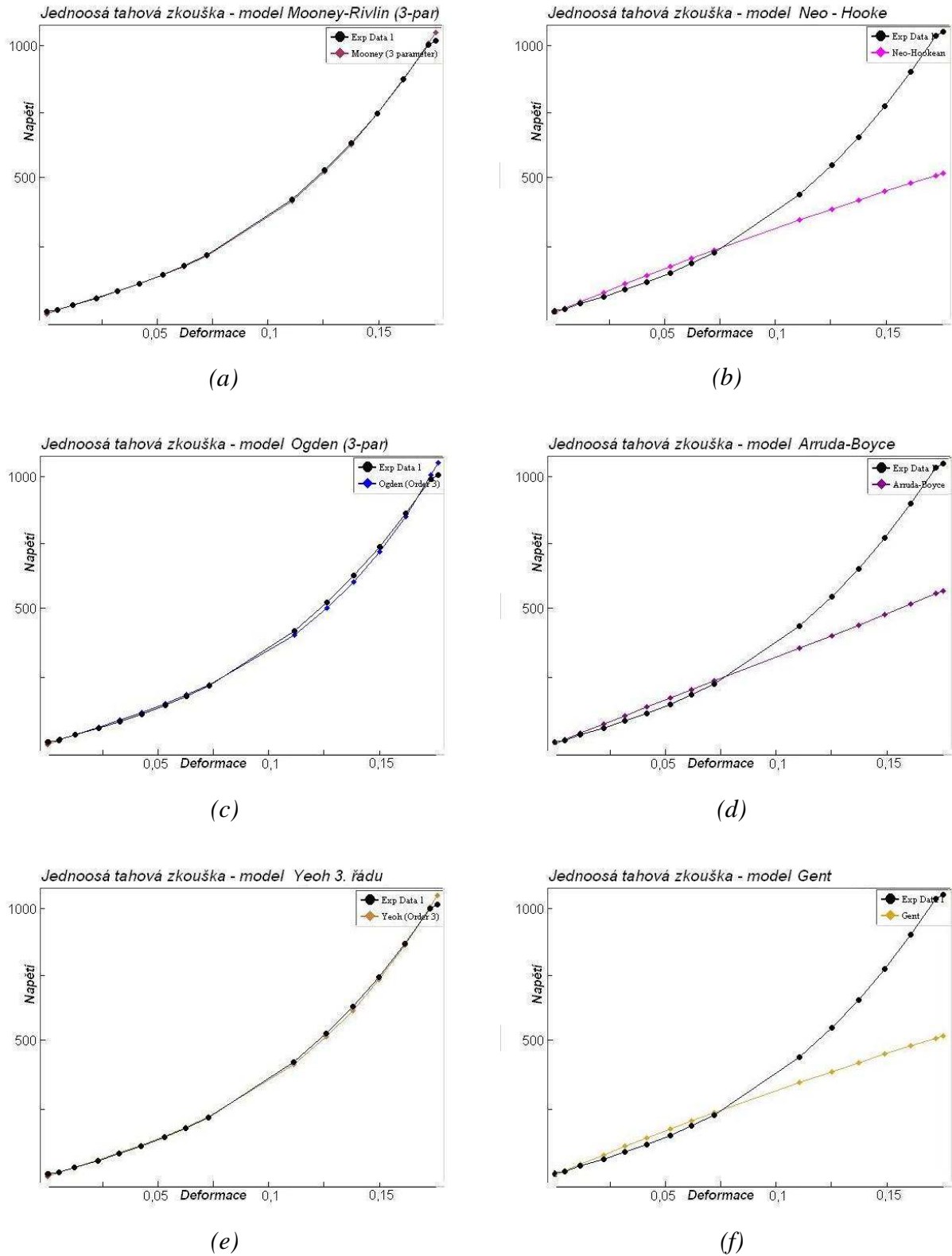
Materiálový model cévní stěny byl specifikován na základě experimentálních dat publikovaných v [7]. Autoři zde na základě provedení 69 tahových zkoušek na různých vzorcích tkání aneurysmat uvedli závislost napětí a deformace, obr. 4.12. Z tohoto konkrétního grafu byly získány jednotlivé hodnoty. K tomu byl použit program vytvořený v Matlabu a poskytnutý Ing. Alenou Jonášovou z KME, FAV, ZČU v Plzni, který načte obrázek a rozsah hodnot, a poté jej převede na data, která exportuje do textového souboru. Z těchto hodnot mohly být získány materiálové konstanty některých konstitutivních modelů pro izotropní hyperelastické materiály, které ANSYS 13.0 obsahuje, viz odstavec 3.2. Chování jednotlivých modelů a jejich podoba se zadanou závislostí napětí a deformace je ukázána na grafech níže, obr. 4.13. Jako ucházející se zdají být modely Mooney-Rivlin 3-parametrický (a), Ogden 3. řádu (c) a Yeoh 3. řádu (e), u nichž se podařilo pomocí funkce *CurveFitting* (t.j. nástroj, kterým lze v ANSYSu vypočítat materiálové konstanty na základě dat z tahové zkoušky) získat křivky odpovídající nejlépe zadaným hodnotám napětí a přetvoření. Oproti tomu například modely Neo-Hooke (b), Arruda-Boyce (d) a Gent (f) se ukázaly být nevyhovující, protože se nepodařilo optimalizovat materiálové konstanty tak, aby se modely dostatečně přiblížily danému experimentu. Z uvedených modelů byl tedy pro deformačně-napět'ovou analýzu AAA vybrán model *Yeoh 3. řádu*, protože podle testovacích výpočtů provedených



Obr. 4.12: Graf závislosti napětí a deformace podle Raghavana, Vorpa [7].

skrytnutý Ing. Alenou Jonášovou z KME, FAV, ZČU v Plzni, který načte obrázek a rozsah hodnot, a poté jej převede na data, která exportuje do textového souboru. Z těchto hodnot mohly být získány materiálové konstanty některých konstitutivních modelů pro izotropní hyperelastické materiály, které ANSYS 13.0 obsahuje, viz odstavec 3.2. Chování jednotlivých modelů a jejich podoba se zadanou závislostí napětí a deformace je ukázána na grafech níže, obr. 4.13. Jako ucházející se zdají být modely Mooney-Rivlin 3-parametrický (a), Ogden 3. řádu (c) a Yeoh 3. řádu (e), u nichž se podařilo pomocí funkce *CurveFitting* (t.j. nástroj, kterým lze v ANSYSu vypočítat materiálové konstanty na základě dat z tahové zkoušky) získat křivky odpovídající nejlépe zadaným hodnotám napětí a přetvoření. Oproti tomu například modely Neo-Hooke (b), Arruda-Boyce (d) a Gent (f) se ukázaly být nevyhovující, protože se nepodařilo optimalizovat materiálové konstanty tak, aby se modely dostatečně přiblížily danému experimentu. Z uvedených modelů byl tedy pro deformačně-napět'ovou analýzu AAA vybrán model *Yeoh 3. řádu*, protože podle testovacích výpočtů provedených

v práci [28], kde byla provedena jednoosá i dvouosá tahová zkouška, se tento model ukázal jako nejvhodnější. Yeoh 3. řádu oproti ostatním dostupným modelům nejlépe popisuje dvouosou napjatost, kterou lze v cévní stěně předpokládat, a to i přesto, že vstupní data tvoří pouze jednoosá tahová zkouška, jako v tomto případě.



Obr. 4.13: Porovnání jednotlivých konstitutivních modelů v systému ANSYS s daty z experimentů provedených v [7].

5. Výsledky deformačně-napět'ové analýzy AAA

5.1. Prezentace a diskuse výsledků

Výsledky deformačně-napět'ové analýzy byly porovnány pro několik variant zatěžování modelu. Jednak při rovnoměrném zatížení konstantním systolickým tlakem 15 627 Pa, který nezahrnuje vliv proudění krve aneurysmatem, a poté při zatížení tlakovým polem získaným numerickou simulací stacionárního i nestacionárního proudění ve FLUENTu. Vždy jsou vizualizovány maximální posuvy a rozložení napětí podle podmínky HMH, která bude použita při zhodnocení rizika ruptury, viz odstavec 5.2.

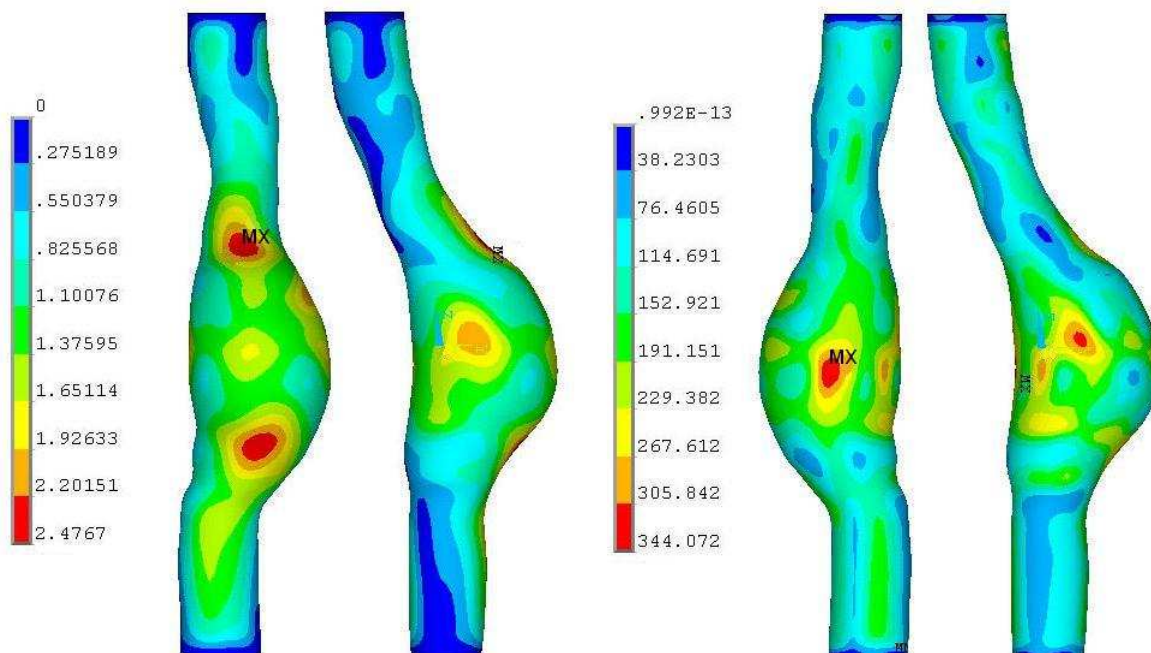
Na anteriorní (přední) straně aneurysmatu se vždy nacházejí dvě oblasti s velkými deformacemi. V případě zatížení konstantním tlakem 16,5 kPa, obr. 5.1, je maximální posunutí 2,48 mm a je lokalizováno na horní části aneurysmatu. V případě zatížení tlakem z FLUENTu při pulzačním proudění dochází ke změně polohy maximálního posuvu z horní části na spodní část výdutě. Tato skutečnost je zřejmě způsobena tím, že v případě nestacionárního proudění se na cévní stěně nachází větší tlakové rozdíly, což pravděpodobně způsobuje mírně odlišný charakter zatížení cévní stěny. Hodnoty maximální deformace se obecně příliš nelišily a pohybovaly se okolo 2,5 mm. Výraznější vliv odlišných způsobů zatěžování cévní stěny aneurysmatu byl zaznamenán v napětí, které je pro zhodnocení rizika ruptury AAA rozhodující.

Maximální redukované napětí se pro všechny případy nachází na druhé, posteriorní (zadní) straně aneurysmatu. Tuto skutečnost potvrzuje i klinická praxe, tedy že naprostá většina aneurysmat krvácí směrem dozadu, k páteři, [21]. V tab. 3 jsou vypsány hodnoty maximálního redukovaného napětí pro všechny provedené varianty zatěžování modelu. Z tohoto přehledu je patrné, že standardní metoda používaná ostatními autory, tedy zatížení modelu rovnoměrným konstantním systolickým tlakem, nepředstavuje nejrizikovější případ, a nejví se proto jako ideální způsob posuzování rizika ruptury aneurysmatu. Po zatížení tlakovým polem, zohledňujícím vliv proudění, byly hodnoty napětí, obzvláště při nestacionárním proudění, nezanedbatelně vyšší. Maximálního redukovaného napětí bylo dosaženo v případě pulzačního proudění v čase $t_2 = 0,3$ s, obr. 5.3, a mělo hodnotu 353 239 Pa, tedy o 9167 Pa více, než v případě zatížení systolickým tlakem.

Tabulka 3: Porovnání maximálních redukovaných napětí pro různé varianty zatížení.

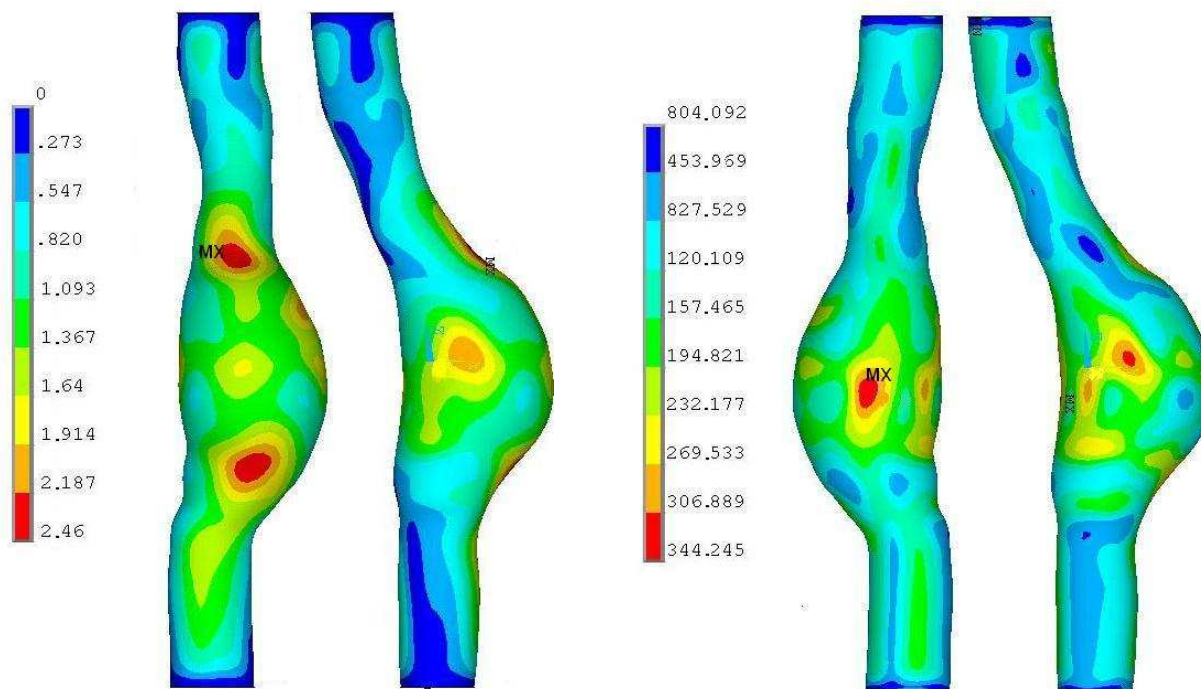
Zatížení	Maximální hodnota zátěžného tlaku [Pa]	Maximální σ_{red} [kPa]
Rovnoměrný konstantní systolický tlak	15 627	344,072
Tlak při stacionárním proudění	15 648	344,245
Tlak při pulzačním proudění	$t_1 = 0,2$	341,312
	$t_2 = 0,3$	353,239
	$t_3 = 0,5$	337,831
	$t_4 = 0,8$	343,271
	$t_5 = 1$	340,731

5.1.1. Zatížení konstantním systolickým tlakem



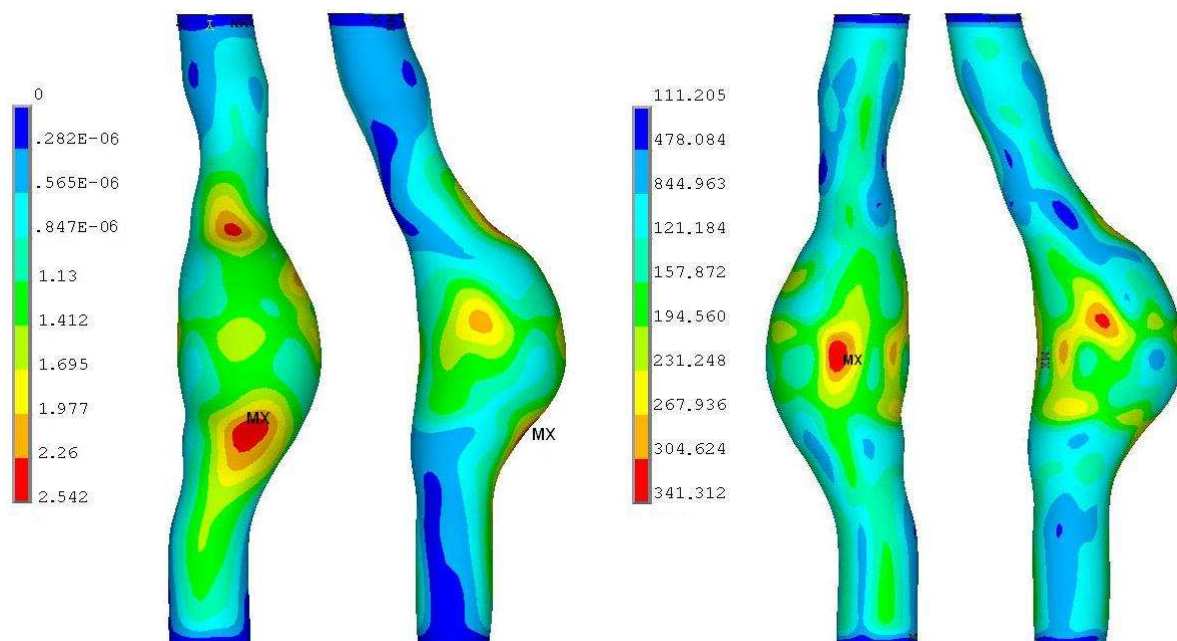
Obr. 5.1: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMM [kPa] po zatížení rovnoměrným konstantním systolickým tlakem 15 627 Pa.

5.1.2. Zatížení tlakovým polem při stacionárním proudění

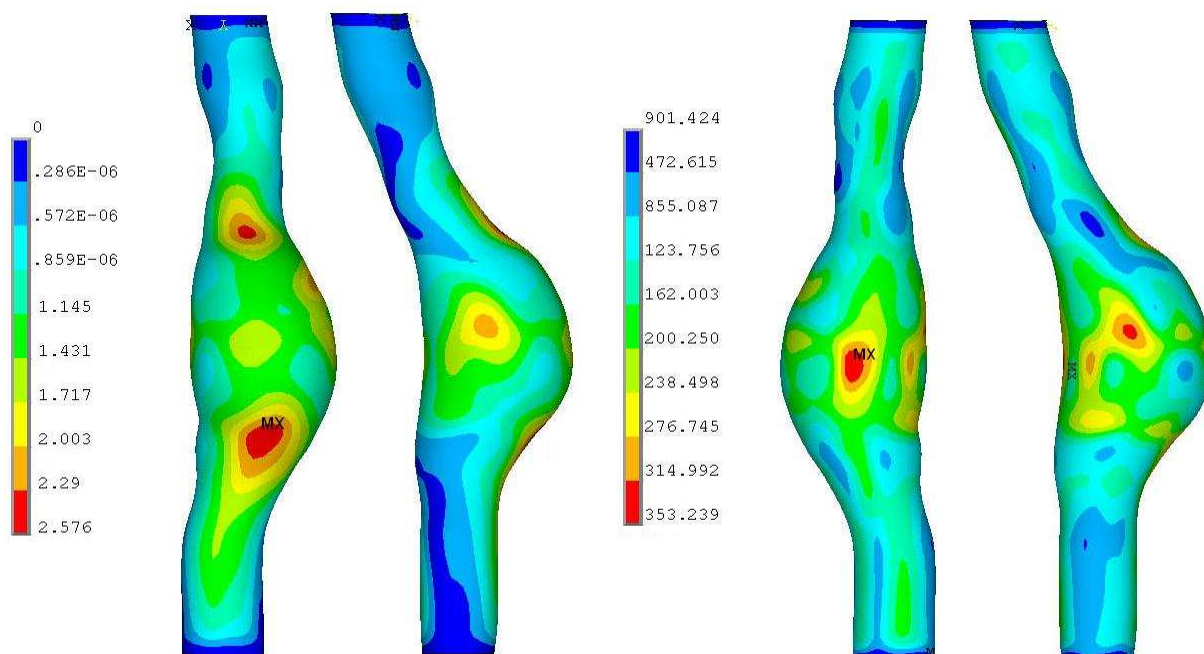


Obr. 5.2: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMM [kPa] po zatížení tlakovým polem při ustáleném proudění.

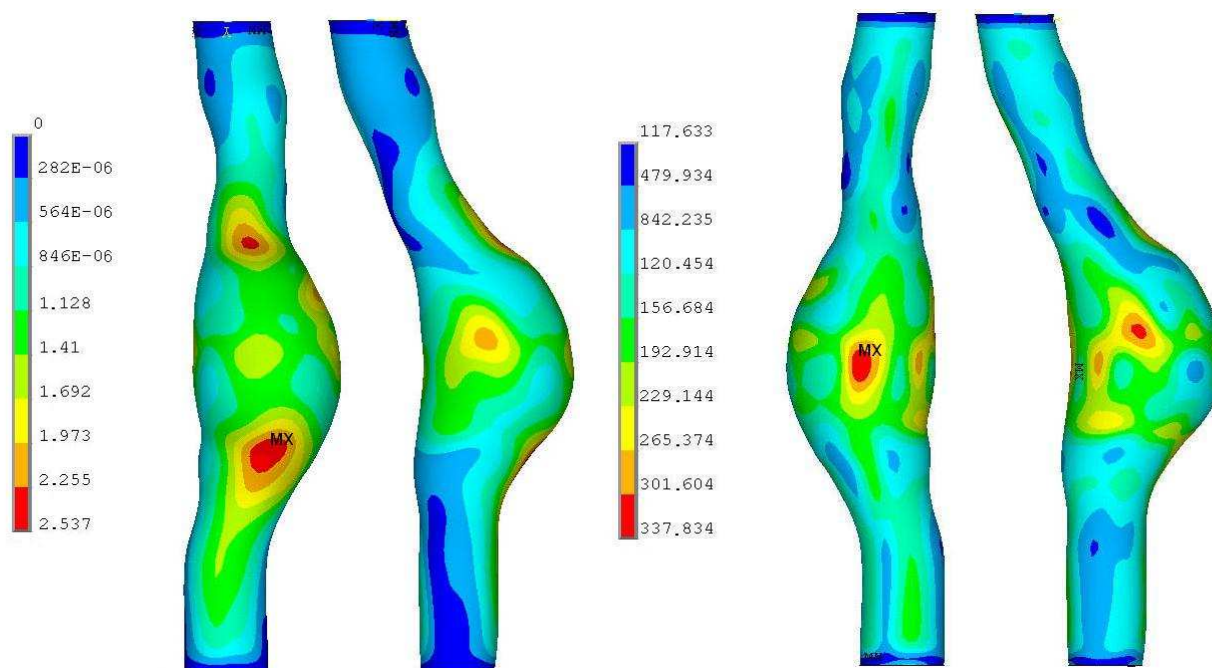
5.1.3. Zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění



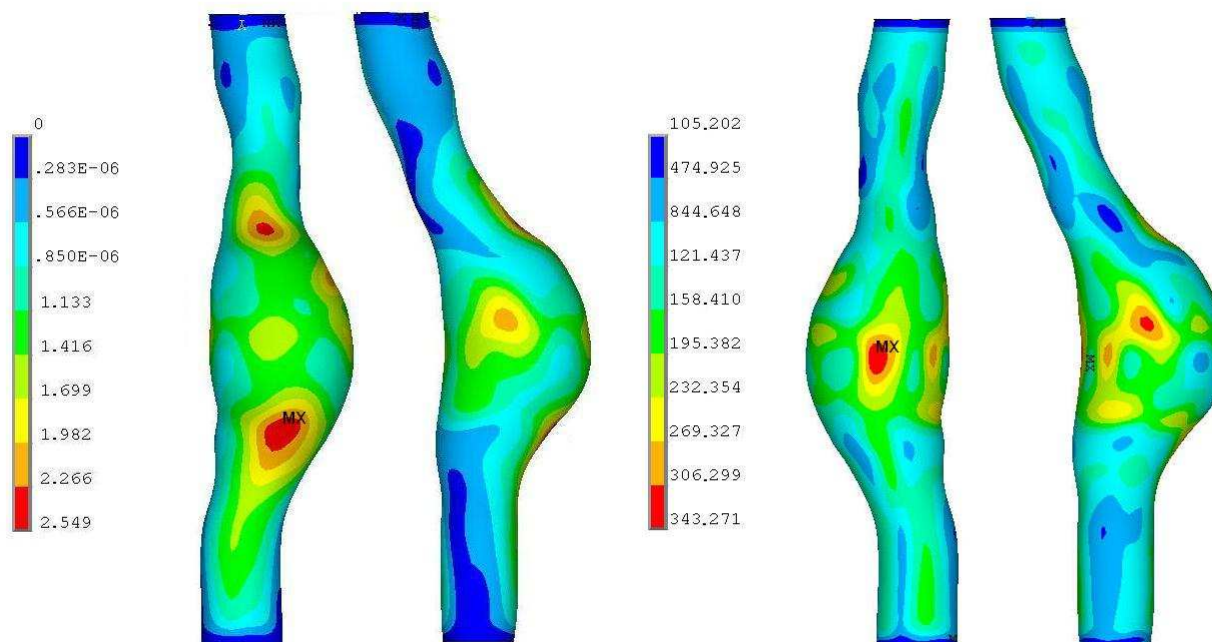
Obr. 5.3: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMM [kPa] po zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění v čase $t_1 = 0,2$ s.



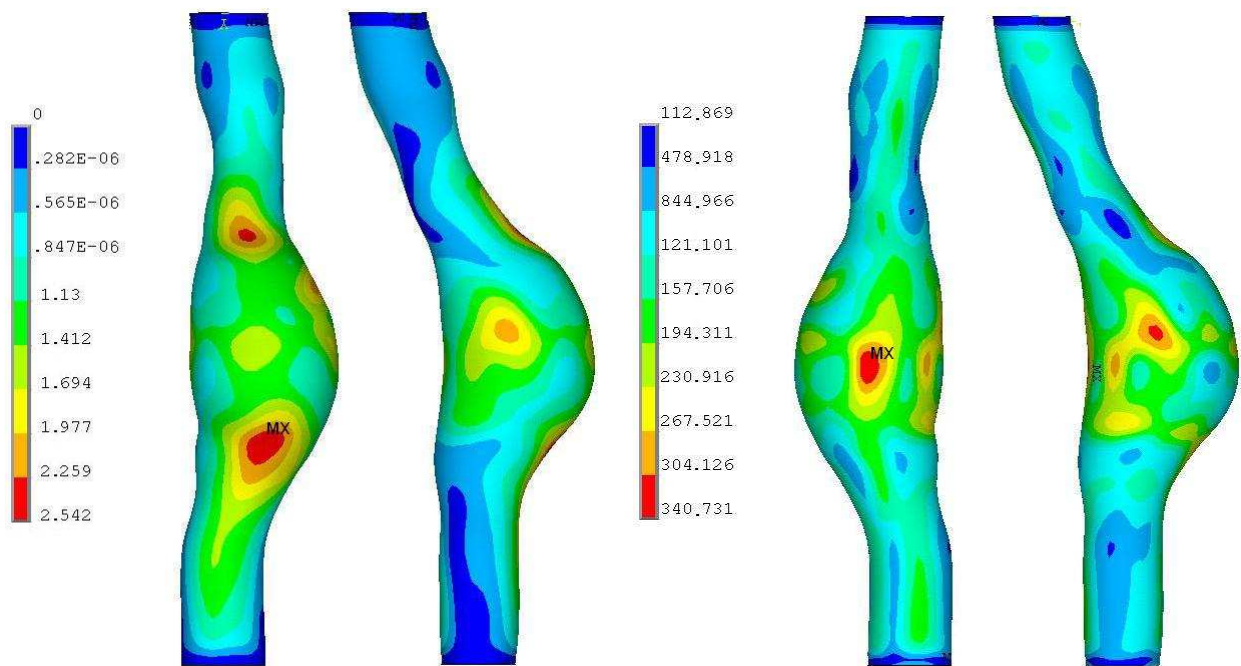
Obr. 5.4: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMM [kPa] po zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění v čase $t_2 = 0,3$ s.



Obr. 5.5: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMH [kPa] po zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění v čase $t_3 = 0,5$ s.



Obr. 5.6: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMH [kPa] po zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění v čase $t_4 = 0,8$ s.



Obr. 5.7: Vlevo deformace [mm], vpravo napětí podle podmínky HMH [kPa] po zatížení tlakovým polem při pulzačním proudění v čase $t_5 = 1$ s.

5.2 Posouzení rizika ruptury

V této práci bylo, stejně jako v ostatních pracích [1],[3],[5],[13],[26], riziko ruptury posuzováno podle pevnostní podmínky HMM, která je dána následující nerovností

$$\sigma_{red} \leq \sigma_D = \frac{\sigma_k}{k}, \quad (5.1)$$

kde k je součinitel bezpečnosti, σ_D je mez kluzu materiálu a σ_{red} je redukované napětí, které je dáno vztahem

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)}. \quad (5.2)$$

Pro stanovení koeficientu bezpečnosti je tedy třeba znát hodnotu maximálního redukovaného napětí a mez kluzu. Jelikož systém ANSYS nabízí automatický výpočet a vykreslení redukovaného napětí podle podmínky HMM (von Mises stress), byly výsledky napěťové analýzy již vizualizovány pomocí tohoto napětí, viz odstavec 5.1. Největší redukované napětí σ_{red} bylo zaznamenáno v případě pulzačního proudění v čase $t_2 = 0,3$ s, obr. 5.4, a má hodnotu 353,239 kPa, viz tab. 3. Mez kluzu aneurysmatické tkáně je uvedena v [3] a má hodnotu 650 kPa. Potom lze psát

$$k = \frac{\sigma_D}{\sigma_{red}} = \frac{650 \text{ kPa}}{353,239 \text{ kPa}} = 1,84. \quad (5.3)$$

Součinitel bezpečnosti je větší než 1, nedojde tedy k porušení materiálu.

Pro srovnání byly spočítány koeficienty bezpečnosti pro všechny varianty zatížení modelu. Jejich hodnoty jsou pro přehlednost vypsány v tab. 4.

Tabulka 4: Součinitelé bezpečnosti při použití pevnostní podmínky HMM.

Zatížení	Konstantní systolický tlak	Tlak při ustáleném proudění	Tlak při pulzačním proudění				
			t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
k	1,889	1,888	1,904	1,84	1,924	1,894	1,908

6. Závěr

Cílem této práce bylo provést deformačně-napěťovou analýzu cévní stěny aneurysmatu břišní aorty ve výpočtovém systému ANSYS a následně posoudit riziko jeho ruptury.

Teoretická část této práce je věnována základním poznatkům z oblasti medicíny, týkající se aortálních aneurysmat, jejich morfologie, výskytu a možností léčby. Další část představuje rešerši dostupných publikací, studujících rozložení napětí na cévní stěně AAA. Zde jsou zřejmé dvě základní možnosti řešení tohoto problému, kterými je na jedné straně statický výpočet při rovnoměrném zatížení modelu aneurysmatu konstantním vnitřním tlakem, a na straně druhé interakce krve s cévní stěnou, která se jeví být vhodnější variantou, neboť zohledňuje korektně vliv proudění krve a geometrie aneurysmatu. Dále jsou uvedeny možnosti modelování vlastností aneurysmatické tkáně jako hyperelastického materiálu včetně několika konstitutivních modelů a v neposlední řadě je zde popsán také způsob zhodnocení rizika ruptury.

K provedení napěťové analýzy v této práci byla použita reálná trojrozměrná geometrie aneurysmatu, která byla zrekonstruována z CT snímků dodaných FN Plzeň. Vytvořený model byl následně diskretizován, přičemž byla vytvořena nejen povrchová síť představující cévní stěnu zjednodušenou na skořepinu, ale také objemová síť určená pro CFD analýzu, jejímž cílem bylo stanovit rozložení tlaku na stěně výdutě. Byla vypočtena tlaková pole při stacionárním a pulzačním proudění, přičemž v obou případech byl na výstupu předepsán konstantní systolický tlak 15 627 Pa. Získaná tlaková pole byla následně použita jako statická zatížení výpočtového modelu.

Deformačně-napěťová analýza AAA byla provedena pro několik způsobů zatížení, výsledky byly následně porovnány a diskutovány. Jednou z variant bylo již zmiňované rovnoměrné zatížení konstantním systolickým tlakem. Dále byl model zatížen tlakovým polem získaným simulací stacionárního proudění a nakonec tlakovými poli z pulzačního proudění, a to v pěti vybraných časech. Největšího redukovaného napětí bylo dosaženo při zatížení tlakovým polem z pulzačního proudění v čase $t_2 = 0,2$ s. Pro tento případ bylo posouzeno riziko ruptury aneurysmatu na základě podmínky plasticity HMH (von Misesovy). Koeficient bezpečnosti měl v nejrizikovějším případě hodnotu 1,84. Podle zvolené pevnostní podmínky tedy nedojde k porušení cévní stěny.

Hlavním přínosem této práce je porovnání standardní metody statického zatížení modelu AAA, používané v naprosté většině dosavadních studií, s novým způsobem zatížení, kterým je aplikace tlakového pole, získaného numerickou simulací proudění v programu ANSYS FLUENT. Díky tomuto porovnání se podařilo nastínit, do jaké míry má proudění krve aortou vliv na rozložení napětí na stěně aneurysmatu. V případě uvažování vlivu proudění bylo dosaženo vyšších redukovaných napětí než při rovnoměrném zatížení konstantním tlakem, ovšem tento rozdíl nepřesáhl 2,7 %. Z tohoto závěru lze tedy usuzovat, že je opravdu možné se omezit na zjednodušenou variantu rovnoměrného zatížení konstantním systolickým tlakem po celé stěně výpočtového modelu aneurysmatu, aniž by to mělo výraznější vliv na výsledky deformačně-napěťové analýzy. Tento závěr tedy koresponduje s metodikou deformačně-napěťové analýzy publikovanou v pracích [1],[2],[3],[7],[22],[23],[24].

Co se týče výhledů do budoucna při řešení této problematiky, nabízí se mnoho způsobů vylepšení. Jedním z nich může být jistě uvažování přítomnosti nástěnného trombu, který byl

v této práci zanedbán. To by mohlo pravděpodobně znamenat mnoho úskalí, například stanovení vhodných materiálových vlastností krevní sraženiny, což je v současnosti předmětem mnoha studií. Možností pro získání přesnějších výsledků v oblasti proudění je použití turbulentního modelu, případně modelování krve jako neneutonské kapaliny. Dalšího zpřesnění by mohlo být dosaženo v případě zahrnutí vnějších vlivů, například vnější tlak způsobený přítomností okolních orgánů, nebo vliv předpětí.

Předpokládá se, že nejrealističtějších výsledků lze dosáhnout modelováním interakce krve s cévní stěnou, tedy přímého propojení úlohy proudění a úlohy strukturální analýzy v podobě dynamického výpočtu. Tato simulace by poskytla výsledky deformačně-napěťové analýzy zahrnující korektně vliv proudění krve aneurysmatem. Proto bude právě interakce krve s cévní stěnou hlavním předmětem dalšího zkoumání, případně se v budoucnu stane tématem méj diplomové práce.

Literatura

- [1] Raghavan, M.L., Vorp, D.A., Federle, M., Makaroun, M.S., Webster, M.W.: Wall stress distribution on three-dimensionally reconstructed models of human abdominal aortic aneurysm. *Journal of Vascular Surgery* **31** (4), 760-769 (2000).
- [2] Venkatasubramaniam, A.K., Fagan, M.J., Mehta, T.: A comparative study of aortic wall stress using finite element analysis for ruptured and non-ruptured abdominal aortic aneurysms. *European Journal of Endovascular Surgery* **28**, 168-176 (2004).
- [3] Vorp, D., A., Raghavan, M., L., Webster, M., W.: Mechanical wall stress in abdominal aortic aneurysm: Influence of diameter and asymmetry. *Journal of Vascular Surgery* **27**, 632-639 (1998).
- [4] Fillinger, M.F., Marra, S.P., Raghavan, M.L., Kennedy, F.E.: Prediction of rupture risk in abdominal aortic aneurysm during observation: Wall stress versus diameter. *Journal of Vascular Surgery* **37** (4), 724-732 (2003).
- [5] Scotti, C.M., Finol, E.A.: Compliant biomechanics of abdominal aortic aneurysms: A fluid-structure interaction study. *Computers and structures* **85**, 1097-1113 (2007)
- [6] Třeška, V. : Aneuryzma břišní aorty. *Grada*, 1999.
- [7] Raghavan, M.L., Vorp, D.A.: Toward a biomechanical tool to evaluate rupture potential of abdominal aortic aneurysm: identification of a finite strain constitutive model and evaluation of its applicability. *Journal of Biomechanics* **33**, 475-482 (2000).
- [8] ANSYS 13.0 - uživatelský manuál.
- [9] HyperMesh 11.0 - uživatelský manuál.
- [10] Petruška, J., Burša, J.: Nelineární úlohy mechaniky v MKP. *Studijní opory předmětu*. [online, cit. 30.5.2012]. <http://www.umtold.fme.vutbr.cz/>
- [11] Vimmr, J.: Modelování proudění tekutin s aplikacemi v biomechanice a ve vnitřní aerodynamice. Habilitační práce. *ZČU v Plzni* (2008).
- [12] Feneis, H.: Pocket Atlas of Human Anatomy. *Thieme, New York* (1994).
- [13] Li, Z., Kleinstreuer, C., Blood flow and structure interactions in a stented abdominal aortic aneurysm model. *Medical Engineering and Physics* **27**, 369-382 (2005).
- [14] Lawford, P.V., Ventikos, Y., Khir, A.W., Atherton, M., Evans, D.: Modelling the interaction of haemodynamics and the artery wall: Current status and future prospects. *Biomedicine and Pharmacotherapy* **62**, 530-535 (2008).
- [15] Maresch, M., Tošenovský, P., Vidim, T.: Výduť břišní aorty: patofyziologie, diagnostika a léčba. *Kardiologické fórum* **4**, 25-29 (2006).

- [16] Khanafer, K.M., Bull, J.L., Berguer, R.: Fluid-structure interaction of turbulent pulsatile flow within a flexible wall axisymmetric aortic aneurysm model. *European Journal of Biomechanics B/Fluids* **28**, 88-102 (2009).
- [17] Soor, G.S, Chakrabarti, M.O., Abraham, J.R: Aortic stent grafts. *Journal of Clinical Pathology* **61**, 794-801 (2008).
- [18] Niinomi, M.: Recent metallic materials for biomedical applications. *Metallurgical and Materials Transactions* **33** , 477-486 (2002).
- [19] Florida Atlantic University, Anatomy and Physiology Labs [online, cit. 2.2.2012], <http://fau.pearlashes.com/anatomy/APLab.htm>
- [20] Boston Scientific - produkty [online, cit. 12.3.2012], www.bostonscientific.com
- [21] Ferko, A., Krajina, A.: Arteriální aneurysmata: základy endovaskulární léčby. *ATD* (1999)
- [22] Gee, M.W., Reeps, C., Eckstein, H.H., Wall, W.A.: Prestressing in finite deformation abdominal aortic aneurysm simulation. *Journal of Biomechanics* **42**, 1732-1739 (2009).
- [23] Peattie RA, Asbury CL, Bluth EO, Riehle TJ. Steady flow in models of abdominal aortic aneurysms, Part II: wall stresses and their implication for in vivo thrombosis and rupture. *Journal of Ultrasound in Medicine* **15**, 689-96 (1996).
- [24] Holzapfel, G.A, Gasser, G.C.: Computational stress-deformation analysis of arterial walls including high-pressure response. *International Journal of Cardiology* **116**, 78-85 (2007).
- [25] Li, Z., Kleinstreuer, C.: Analysis of biomechanical factors affecting stent-graft migration in an abdominal aortic aneurysm model. *Journal of Biomechanics* **39**, 2264-2273 (2006).
- [26] Li, Z., Kleinstreuer, C.: Computational analysis of type II endoleaks in a stented abdominal aortic aneurysm model. *Journal of Biomechanics* **39**, 2573-2582 (2006).
- [27] Li, Z., Kleinstreuer, C.: A comparison between different asymmetric abdominal aortic aneurysm morphologies employing computational fluid-structure interaction analysis. *European Journal of Biomechanics* **26**, 615-631 (2007).
- [28] Burša, J.: Výpočtové modelování problémů živých a neživých těles z kompozitních materiálů. Habilitační práce. *FSI VUT Brno* (2005).

Přílohy

UDF pro Womersleyho rychlostní profil na vstupu

```
#include "udf.h"

typedef struct DCOMPLEX {double r,i;} dcomplex;
#ifndef pi
#define pi 3.1415926535
#endif

dcomplex Cadd(dcomplex a, dcomplex b);
dcomplex Csub(dcomplex a, dcomplex b);
dcomplex Cmul(dcomplex a, dcomplex b);
dcomplex Complex(double re, double im);
dcomplex Cdiv(dcomplex a, dcomplex b);
double Cabs(dcomplex z);
dcomplex RCmul(double x, dcomplex a);
dcomplex bess(int n, dcomplex x);
double wom_profile(double Wo, double r, double U);

DEFINE_PROFILE(womersley, thread, position)
{
    double x[ND_ND];
    face_t f;
    double t = CURRENT_TIME;
    double T;
    double omega;
    double A0;
    double A[9], fi[9];
    int k, n;
    double r, R, Wo;
    double U;

    T = 1.098;
    omega = 2*pi/T;
    R = 0.013;
    Wo = 16.4962;
    n = 9;
    A0 = 0.0798;
    A[0] = 0.124;   fi[0] = 2.2079;
    A[1] = 0.1236; fi[1] = -1.4467;
    A[2] = 0.0448; fi[2] = 0.8348;
    A[3] = 0.0454; fi[3] = 2.7105;
    A[4] = 0.022;  fi[4] = -0.9876;
    A[5] = 0.0094; fi[5] = 0.4884;
    A[6] = 0.0057; fi[6] = -2.8538;
    A[7] = 0.0013; fi[7] = 1.8669;
    A[8] = 0.0005; fi[8] = -0.4902;

    begin_f_loop(f, thread)
    {
        F_CENTROID(x, f, thread);
        r = sqrt(x[0]*x[0] + x[1]*x[1]);
        r = r/R;

        U = A0;
```



```

        for (k=1; k<=n; k++)
            { U = U+A[k-1]*cos(k*omega*t-fi[k-1]); }

        /* vypocet Womersleyho profilu */
        F_PROFILE(f, thread, position) = wom_profile(Wo, r, U);
    }
end_f_loop(f, thread)
}

/*****
* Wo = Womersleyho cislo
* r = bezrozmerny polomer
* -----
* pocet = pocet clenu rady aproximujici Besselovy funkce
*****/

/* the following routines are from Numerical Recipes in C */
dcomplex Cadd(dcomplex a, dcomplex b)
{
    dcomplex c;
    c.r=a.r+b.r;
    c.i=a.i+b.i;
    return c;
}

dcomplex Csub(dcomplex a, dcomplex b)
{
    dcomplex c;
    c.r=a.r-b.r;
    c.i=a.i-b.i;
    return c;
}

dcomplex Cmul(dcomplex a, dcomplex b)
{
    dcomplex c;
    c.r=a.r*b.r-a.i*b.i;
    c.i=a.i*b.r+a.r*b.i;
    return c;
}

dcomplex Complex(double re, double im)
{
    dcomplex c;
    c.r=re;
    c.i=im;
    return c;
}

dcomplex Cdiv(dcomplex a, dcomplex b)
{
    dcomplex c;
    double r;
    r = b.r*b.r+b.i*b.i;
    if (r == 0.0) {
        c.r = 100000000.0;
        c.i = 0.0;
        printf ("%f %f \n", b.r, b.i);}
    else {
        c.r = (a.r*b.r+a.i*b.i)/r;
        c.i = (a.i*b.r-a.r*b.i)/r;
    }
    return c;
}

double Cabs(dcomplex z)
{
    double ans;
    ans=sqrt(z.r*z.r+z.i*z.i);
}

```

```

        return ans;
    }

dcomplex RCmul(double x, dcomplex a)
{
    dcomplex c;
    c.r=x*a.r;
    c.i=x*a.i;
    return c;
}

dcomplex bess(int n, dcomplex x)
{
    dcomplex J;
    dcomplex iks, x_krat;
    dcomplex nasobek;
    int k, mez;
    double minus;
    double pom;

    mez = 10000;
    if (n==0) J = Complex(1.0,0.0);
    else if (n==1) J = RCmul(0.5,x);
    pom = 1.0;
    minus = 1.0;
    x_krat = Cmul(x,x);
    iks = Complex(1.0,0.0);

    for (k=1; k<=mez; k++) {
        minus = (-1.0)*minus;
        iks = Cmul(iks,x_krat);
        pom = (2*k*pom);
        nasobek = RCmul(minus/(pom*pom),iks);
        if (n==1) nasobek = Cmul(nasobek,RCmul(1.0/(2*(k+1)),x));
        J = Cadd(J,nasobek);
        if (Cabs(nasobek)<=1.e-20) break;
    }
    return J;
}

double wom_profile(double Wo, double r, double U)
{
    dcomplex kom, komr, jednotka;
    dcomplex j0, j1, j0r;
    dcomplex j0r_j0, j1_j0;

    dcomplex pom_up, pom_down;
    dcomplex rychlost;
    double vel;

    jednotka = Complex(1.0,0.0);
    kom = RCmul(Wo/sqrt(2),Complex(-1.0,1.0));
    komr = RCmul(r,kom);
    j0 = bess(0,kom);
    j1 = bess(1,kom);
    j0r = bess(0,komr);
    j0r_j0 = Cdiv(j0r,j0);
    j1_j0 = RCmul(2.0,Cdiv(j1,j0));

    printf ("%f %f \n", rychlost.r, U);*/
    return vel;
}

```