

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ ELEKTRONIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vznik točivého momentu v elektrických strojích

**vedoucí práce: Doc. Ing. Anna Kotlanová CSc.
autor: Radek Kugler**

2011

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2010/2011

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: Radek KUGLER
Osobní číslo: E09B0432P
Studijní program: B2612 Elektrotechnika a informatika
Studijní obor: Elektrotechnika a energetika
Název tématu: Vznik točivého momentu v elektrických strojích
Zadávací katedra: Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Popište podmínky vzniku elektromagnetického a reluktančního momentu v elektrických strojích.
2. Popište ekvivalentní schéma a odvodte momentovou charakteristiku asynchronního stroje.
3. Popište ekvivalentní schéma a odvodte momentovou charakteristiku synchronního stroje s hladkým rotorem.
4. Zkonstruujte fázorový diagram a odvodte rovnici pro vnitřní moment pro klasický synchronní stroj s vyniklými póly a stroj s vnitřními permanentními magnety.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 20 - 30 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

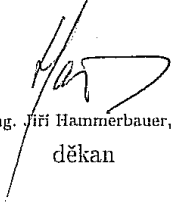
Seznam odborné literatury:

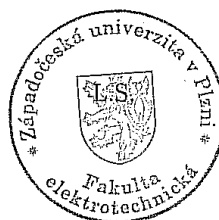
1. Bartoš, V.: Teorie elektrických strojů, ZČU v Plzni 2007
2. Bašta, J., Chládek, J., Mazer, I.: Teorie elektrických strojů, SNTL, Praha 1968
3. Štěpina, J.: Fyzikální úvod do teorie elektrických strojů, ZČU v Plzni 1995

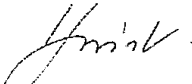
Vedoucí bakalářské práce: Doc. Ing. Anna Kotlanová, CSc.
Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

Datum zadání bakalářské práce: 18. října 2010

Termín odevzdání bakalářské práce: 3. června 2011


Doc. Ing. Jiri Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Prof. Ing. Václav Kůs, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 18. října 2010

Anotace

Téma: Vznik točivého momentu v elektrických strojích

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na řešení vzniku točivého momentu v elektrických strojích. Dále pak na popisu ekvivalentních schémat asynchronního stroje a stroje synchronního s hladkým rotorem. K odvození momentu pro synchronní stroj s vyniklými póly je pak zapotřebí fázorového diagramu.

Klíčová slova

Točivý moment, synchronní stroj, asynchronní stroj, momentová charakteristika, fázorový diagram, ekvivalentní schéma

Abstract

Theme: The Emergence of torque in electrical machines

This thesis is focused on addressing the derivation of torque in electrical machines. Furthermore, the thesis is focused on the description of equivalent schemes of induction machines and synchronous machines with the smooth rotor, too. To derive the torque for a synchronous machine with salient poles is then required the phasor diagram.

Key words

Torque, induction motor, synchronous machines, induction machines, torque characteristics, phasor diagram, equivalent diagram

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni. Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce. Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

V Plzni dne 1.6.2011

Jméno příjmení

.....

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval zejména vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Anně Kotlanové, CSc. za cenné profesionální rady, připomínky, metodické vedení práce a vstřícný přístup. Mé díky zároveň patří i všem, kteří přispěli svými radami a zkušenostmi s touto problematikou do mé práce. A rodičům za podporu a poskytnuté zázemí během celého studia.

Obsah

Obsah

SEZNAM SYMBOLŮ	9
ÚVOD	10
1 PODMÍNKY VZNIKU ELEKTROMAGNETICKÉHO A RELUKTANČNÍHO MOMENTU V ELEKTRICKÝCH STROJÍCH	11
1.1 ZÁKLADNÍ VZTAHY ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE	11
1.2 ZÁKON ELEKTROMAGNETICKÉ INDUKCE	13
1.3 SÍLY V MAGNETICKÉM POLI	14
2 EKVIVALENTNÍ SCHÉMA A MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA ASYNCHRONNÍHO STROJE	17
2.1 OBVODOVÉ ZNÁZORNĚNÍ ASYNCHRONNÍHO STROJE	17
2.1.1 Počet fází rotoru	17
2.1.2 Převody rotor na stator pro $m_1 \neq m_2$	18
2.1.3 Ekvivalentní schéma	19
2.2 ZMĚNA EKVIVALENTNÍHO SCHÉMATU TVARU T NA TVAR Γ	21
2.3 MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA	22
3 EKVIVALENTNÍ SCHÉMA A MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA SYNCHRONNÍHO STROJE S HLADKÝM ROTOREM	26
3.1 EKVIVALENTNÍ SCHÉMA STROJE S HLADKÝM ROTOREM	26
3.2 ODVOZENÍ MOMENTOVÉ CHARAKTERISTIKY PRO SYNCHRONNÍ STROJ S VYNIKLÝMI PÓLY	29
4 KONSTRUKCE FÁZOROVÉHO DIAGRAMU PRO SYNCHRONNÍ STROJ S VYNIKLÝMI PÓLY A STROJE S PERMANENTNÍMI MAGNETY	30
4.1 STROJ S VYNIKLÝMI PÓLY	30
4.2 TOČIVÝ MOMENT SYNCHRONNÍHO STROJE S VYNIKLÝMI PÓLY	32
4.3 STROJ S VNITŘNÍMI PERMANENTNÍMI MAGNETY	36
ZÁVĚR	37
POUŽITÁ LITERATURA	38

Seznam symbolů

	Hlavní značky		Indexy
B	Magnetická indukce	a	Kotva
F, f	Síla, kmitočet	i	Indukovaný, vnitřní
H	Intenzita mg. Pole	k	Nakrátko
I, i	Proud	m	Maximální
L	Indukčnost	mech	Mechanický
l	Délka	mg	Magnetický
M	Moment	δ	Vzduchové mezery
m	počet fází	μ	Magnetizační
N	Počet závitů	σ	Rozptylový
P	Výkon	Fe	Železo
p	Počet pólových dvojic	0	Naprázdo
R	Činný odpor	1,2	Stator, rotor
S	Plocha	ad	Kotva v podélné ose
s	Skluž	aq	Kotva v příčné ose
t	Čas	$a\sigma$	Rozptyl kotvy
U, u	Napětí	d	Podélná osa
v	Rychlost	ib	Indukované buzení
W	Energie	q	Příčná osa
X	Reaktance	s	Synchronní
x	Proměnná		
Z	Impedance		
β	Zátěžný úhel		
δ	Velikost vzduchové mezery		
Φ	Magnetický tok		
ϕ	Fázový posuv		
ω	Úhlová rychlost		
ψ	Spřažený magnetický tok		

Úvod

Bakalářskou práci budu zpracovávat na téma vznik točivého momentu v elektrických strojích. Zaměřím se na elektromagnetický a reluktanční moment v elektrických strojích. Toto téma jsem si zvolil, protože elektrické stroje jsou sami o sobě zajímavé téma a mají stále do budoucna vysokou perspektivu. S ohledem na to, že se vyskytují prakticky v každém podniku.

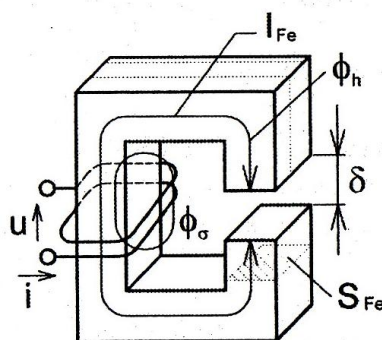
Dále se budu zabývat popisováním ekvivalentních schémat a odvozováním momentových charakteristik asynchronního stroje a synchronního stroje s hladkým rotorem. Jako poslední bod mé bakalářské práce bude zkonstruování fázového diagramu a odvození rovnice pro vnitřní moment klasického synchronního stroje s vyniklými póly a stroje s permanentními magnety.

1 Podmínky vzniku elektromagnetického a reluktančního momentu v elektrických strojích

Točivý moment M je ve skutečnosti fyzikální vektor v ose hřídele (rotoru), orientovaný podle pravidla pravotočivého šroubu, ale obvykle uvažujeme pouze jeho absolutní hodnotu, tedy $M \approx F_1 F_2 \cdot \sin \beta$. Točivý moment vyjadřuje působení síly na bod vzdálený od osy rotoru. Jde tedy o moment síly, pojmenovaný točivý moment, který se používá v technických oborech, především pak u rotačních systémů. Udává se v jednotkách Nm (Newtonmetr). Točivý moment 1Nm udává, že rotor působí na bod vzdálený 1m od jeho osy silou 1N.

1.1 Základní vztahy elektromagnetického pole

Vychází se z obecných tvarů Maxwellových rovnic, ale v tomto případě se uvažují některá zjednodušení vzhledem k aplikační oblasti a uvažuje se pouze zařízení využívající magnetickou složku pole. Většina elektromagnetických zařízení se konstruuje tak, aby vzniklé síly byly maximální možné, a z toho vyplývají již zmíněná zjednodušení obecnějších vztahů. Ve vzduchové mezeře musí vzniknout určitá indukce a k tomu je zapotřebí napájet vinutí určitým napětím.



Obr. 1.1 Magnetický obvod se vzduchovou mezerou [4]

Magnetické napětí mezi dvěma body magnetického obvodu znázorněného na obrázku 1.1 je

$$U_{mg} = \int_a^b H dl . \quad (1.1-1)$$

Uvažuje se homogenní pole a integrál po indukční čáře, tím se získá vztah

$$U_{mg} = H \cdot l . \quad (1.1-2)$$

Pro magnetický obvod, který je na obrázku 1.1 bude platit, že magnetické napětí vyskytující se v magneticky vodivém materiálu je

$$U_{mg} = H_{Fe} l_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_{Fe}} l_{Fe} \quad (1.1-3)$$

a ve vzduchové mezeře

$$U_{mg\delta} = H_{\delta} \delta = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \cdot \delta . \quad (1.1-4)$$

Když bude dostatečně malá vzduchová mezera δ , pak magnetická indukce v ní je

$$B_{\delta} = B_{Fe} . \quad (1.1-5)$$

V aplikacích se většinou počítá s magnetickým tokem Φ . Pokud je rovnoměrně rozložená indukce na ploše S_{Fe} kolmé k indukčním čarám, pak je tento tok dán vztahem

$$\Phi = B_{Fe} S_{Fe} . \quad (1.1-6)$$

Obdobně jako u elektrických obvodů lze analogicky zavést magnetický odpor, tedy magnetickou vodivost. S výše uvedených zjednodušujících předpokladů vzniká vztah

$$R_{mg} = \frac{1}{S\mu} = \frac{1}{\Lambda_{mg}} . \quad (1.1-7)$$

Dále se uvažuje plocha S , kterou bude procházet magnetický tok, délka indukční čáry l . Ze vztahu (1.1-7) potom vyplývá

$$\Phi = \frac{U_{mg}}{R_{mg}} = \frac{Ni}{R_{mg}} = Ni\Lambda_{mg} . \quad (1.1-8)$$

Pro dimenzování tzv. magnetického obvodu elektromechanického měniče jsou výše uvedené vztahy nezbytné. Magnetický materiál s velkou magnetickou vodivostí slouží pro zavedení toku právě do těch míst, ve kterých dochází k vzájemnému působení s pohyblivou částí měniče. Velká magnetická vodivost umožňuje udržet magnetické napětí na dostatečně nízké hodnotě, protože na této hodnotě napětí závisí rozměry a hmotnost celého zařízení

$$U_m = N i , \quad (1.1-9)$$

to má za následek zmenšení objemu budícího vinutí a tedy snížení ztrát v tomto vinutí. Další důležitá veličina je zpřažený tok definován vztahem

$$\Psi = N \Phi , \quad (1.1-10)$$

který ovšem beze zbytku platí jenom tehdy, pokud prochází tok Φ celým vinutím. Výše zmíněný zpřažený tok ψ je nezbytný pro určení indukovaného napětí pomocí druhé Maxwellovy rovnice.

1.2 Zákon elektromagnetické indukce

Z druhé Maxwellovy rovnice psané v integrálním tvaru, lze přímo odvodit vztah pro indukované napětí, které pro pravotočivé cívky bude

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt}. \quad (1.2-1)$$

Ze statické definice indukčnosti plyne následující vztah

$$\Psi = L i \quad (L = N^2 \Lambda_{mg}), \quad (1.2-2)$$

takže indukované napětí pro konstantní indukčnost je

$$u_i = L \frac{di}{dt}. \quad (1.2-3)$$

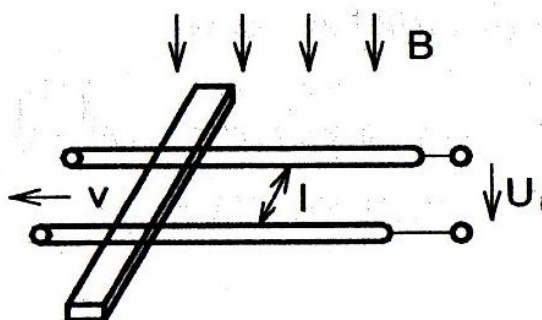
Toto indukované napětí je nazýváno transformační a je způsobeno změnou toku v čase. Elektromechanická přeměna je vždy provázána určitým relativním pohybem mezi soustavou vodičů a magnetickým polem, nebo mezi dvěma soustavami vodičů, přičemž není rozhodující, který prvek se pohybuje. Potom lze psát

$$u_i = B l v. \quad (1.2-4)$$

Tento vztah je odvozen z obecnější formulace

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1.2-5)$$

a platí jenom za předpokladu, že \mathbf{B} je kolmé na \mathbf{v} . Zároveň bylo řečeno, že $B(x, t) = \text{konst.}$ a tedy indukce bude konstantní v čase i prostoru. Potřebuje se odvodit indukované napětí pro dva zvláštní případy: nepohyblivý tedy pevný obvod se spřaženým tokem závislým na čase $\Psi(t)$ a pohyblivý obvod s konstantním spřaženým tokem $\Psi(x)$.



Obr. 1.2 Indukované napětí ve vodiči pohybem [4]

Velmi často se vyskytují oba případy dohromady a platí tedy

$$\Psi = \Psi(x, t). \quad (1.2-6)$$

Spřažený tok je tak funkcí dvou proměnných, a proto je pro jeho derivaci je nutné použít úplného diferenciálu

$$d\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial t} dt + \frac{\partial\Psi}{\partial x} dx, \quad (1.2-7)$$

takže pro indukované napětí platí

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial x} v. \quad (1.2-8)$$

Elektrické stroje jsou ve většině případů zařízení s rotačním pohybem, tedy hřídel otáčející se v ose statoru. Proto se veličina x nahradí úhlem ϑ a ze vztahu pro otáčivý pohyb

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega \quad (1.2-9)$$

vyplývá

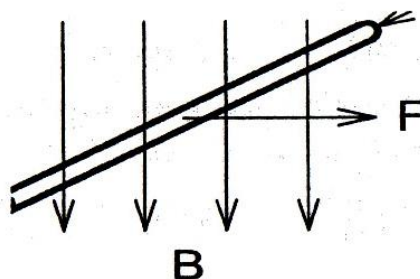
$$u_i = \frac{\partial\Psi}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial\vartheta} \omega = u_{it} + u_{ip}. \quad (1.2-10)$$

Ze vztahu (1.2-10) tedy vyplývá, že indukované napětí má dvě složky, pohybovou a transformační. Pro elektromechanickou přeměnu je nezbytná složka pohybová, která se využívá se například u točivých zdrojů elektrické energie.

1.3 Síly v magnetickém poli

Z obecného vztahu pro sílu $\mathbf{f} = \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{B}$ lze za podmínky, že proudová hustota $\boldsymbol{\sigma}$ je kolmá na magnetickou indukci \mathbf{B} psát

$$F = B i l. \quad (1.3-1)$$



Obr. 1.3 Síla na vodič v magnetickém poli [4]

Takové uspořádání s vyznačením směru síly F znázorňuje obrázek 1.3. Sílu mezi dvěma vodiči protékanými proudy i_1 a i_2 lze odvodit podobně. Předešlý výraz (1.3-1) je jedním ze způsobů jejího vyjádření. Sílu lze také definovat změnou magnetické energie. Tento postup je bez základních znalostí náročnější, ale získají se vztahy, které jsou snáze aplikovatelné pro

reálná technická zařízení. Platí-li obecný vztah, že síla je dána

$$F = \frac{dW_{mg}}{dx} \quad (1.3-2)$$

a také magnetická energie

$$W_{mg} = \frac{1}{2} L i^2, \quad (1.3-3)$$

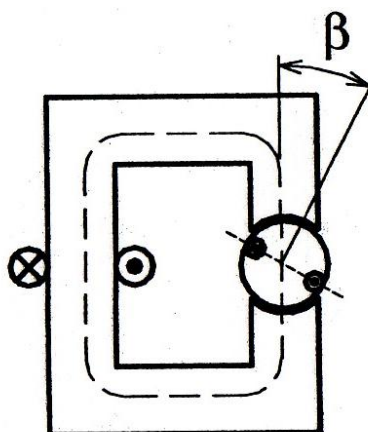
pro $i = \text{konst.}$ platí vztah

$$F = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}. \quad (1.3-4)$$

Proměnná veličina x může znázorňovat lineární posuv nebo úhel natočení točivého systému.

V případě otáčivého měniče se dvěma vinutími uspořádaného tak, že vlastní indukčnosti L_1 a L_2 jsou konstantní viz obrázek 1.4, bude magnetická energie

$$W_{mg} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2. \quad (1.3-5)$$



Obr. 1.4 Otáčivý systém s jedním vinutím a neproměnnou vzduchovou mezerou [4]

Za předpokladu, že i_1 a $i_2 = \text{konst.}$ a že vzájemná indukčnost je

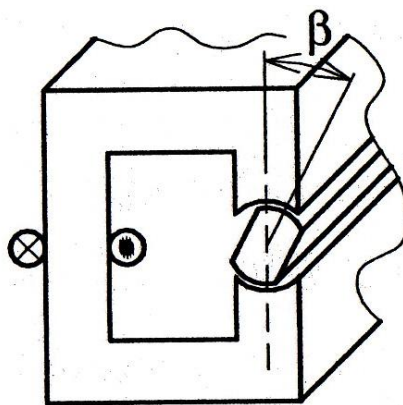
$$L_{12} = L_{12m} \sin \beta, \quad (1.3-6)$$

dostáváme točivý moment

$$M = \frac{\partial W_{mg}}{\partial \beta} = -L_{12m} i_1 i_2 \sin \beta. \quad (1.3-7)$$

Z toho plyne jeden ze základních vztahů, které platí prakticky pro všechny typy točivých strojů

$$M \approx F_1 \times F_2. \quad (1.3-8)$$



Obr. 1.5 Otáčivý systém s jedním vinutím a proměnnou vzduchovou mezerou [4]

Ze vztahu (1.3-7) je zřejmé, že silové působení nemůže vzniknout, bude-li jeden z proudů i_1 nebo i_2 nulový. Tedy jen za předpokladu, že v obvodu není zbytkový magnetický tok. Jestliže však bude systém uspořádaný podle obrázku 1.5, proud bude téci pouze vinutím 1, tedy $i_1 \neq 0$, $i_2 = 0$ a magnetická energie bude

$$W_{mg} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 . \quad (1.3-9)$$

Protože platí vztah

$$L_1 = N_1^2 \Lambda_{mg} , \quad (1.3-10)$$

a $L_1 = L_1(\alpha)$ bude maximální indukčnost odpovídat maximální magnetické vodivosti, tedy vlastně úhlům $\alpha = 0, \pi$ a bude nezávislá na tom, kterou stranou osa otáčivé části splyne s osou vinutí na pevné části. Z toho lze soudit, že platí

$$L_1 = L_{10} + L_{1m} \cos(2\beta) , L_{10} > L_{1m} \quad (1.3-11)$$

takže se může přímo psát

$$M \approx -L_{1m} i_1^2 \sin(2\beta) . \quad (1.3-12)$$

Tomuto momentu se říká reluktanční. Způsobuje to, že systém má tendenci se nastavovat tak, aby jeho magnetická energie byla co možná největší. Tento moment je využíván u některých druhů elektrických strojů a u elektromagnetických ovladačů například nějaká relé, stykače a podobné zařízení.

2 Ekvivalentní schéma a momentová charakteristika asynchronního stroje

2.1 Obvodové znázornění asynchronního stroje

Z analogie mezi asynchronním strojem a transformátorem nakrátko, vznikne ekvivalentní schéma, které je do určité míry podobné ekvivalentnímu schématu transformátoru. Je tu ovšem rozdíl mezi kmitočtem rotoru a statoru. S tímto problémem se lze vypořádat formální úpravou viz níže. Dále je to pak rozdílný počet fází mezi státorem m_1 a rotorem m_2 . Rovnost $m_1 = m_2$ platí poze u vinuté trojfázové kotvy.

2.1.1 Počet fází rotoru

Předpokládá se, že stroj má Q_2 drážek rotoru, které tvoří klec nakrátko a p pólových dvojic a navíc nejvyšší společný dělitel

$$\kappa(Q_2, p) = 1. \quad (2.1.1-1)$$

To znamená, že nelze dělit Q_2 , p . Potom bude platit

$$m_2 = Q_2. \quad (2.1.1-2)$$

Proud fáze bude roven proudu tyče, tedy

$$I_2 = I_t. \quad (2.1.1-3)$$

Z toho vyplývá, že pro počet závitů v sérii N_{s2} musí být

$$N_{s2} = \frac{1}{2}. \quad (2.1.1-4)$$

Počet dvojic paralelních větví a_2 bude

$$a_2=1. \quad (2.1.1-5)$$

Vysvětlení pojmu paralelních větví najdete v kapitole vinutí viz [1]. Činitel vinutí klecové kotvy pro základní i vyšší prostorové harmonické je

$$k_{v2}=1. \quad (2.1.1-6)$$

Toto je nežádoucí vlastnost klecové kotvy. U kotvy vinuté tento činitel pro vyšší harmonické klesá. Nyní se bude předpokládat, že Q_2 a p jsou dělitelné, tedy

$$\kappa(Q_2, p) > 1, \text{ celá čísla}, \quad (2.1.1-7)$$

potom platí následující vztah

$$m_2 = \frac{Q_2}{\kappa}, I_2 = \kappa I_t, N_{s2} = \frac{1}{2}, a_2 = \kappa. \quad (2.1.1-8)$$

2.1.2 Převody rotor na stator pro $m_1 \neq m_2$

Nejprve se zavede činitel převodu napětí, který je definovaný následujícím vztahem

$$k_U = \frac{U_{i1}}{U_{i20}}, \quad (2.1.2-1)$$

s tím, že platí vztahy

$$U_{i1} = 4,44N_{s1}k_{v1}\phi_h f_1, \quad (2.1.2-2)$$

$$U_{i20} = 4,44N_{s2}k_{v2}\phi_h f_1. \quad (2.1.2-3)$$

Z toho vyplývá převodní činitel ve tvaru

$$k_U = \frac{N_{s1}k_{v1}}{N_{s2}k_{v2}}. \quad (2.1.2-4)$$

Potom převedené napětí je dáno

$$U'_2 = k_U U_2. \quad (2.1.2-5)$$

Převodní činitel proudů se nedefinuje jako poměr převedeného proudu ke skutečnému proudu kotvy

$$k_1 = \frac{I'_2}{I_2}. \quad (2.1.2-6)$$

Převod se určuje z podmínky rovnosti magnetických napětí $F_{m1} = F_{m2}$. Pro stator tedy platí

$$F_{m1} = \frac{m_1 N_{s1} k_{v1} I'_2 \sqrt{2}}{\pi p} \quad (2.1.2-7)$$

a podobně i pro rotor

$$F_{m2} = \frac{m_2 N_{s2} k_{v2} I_2 \sqrt{2}}{\pi p}. \quad (2.1.2-8)$$

Z toho už vyplývá převodní činitel proudů, který je dán vztahem

$$k_I = \frac{m_2 N_{s2}}{m_1 N_{s1}} = \frac{m_2}{m_1} \frac{1}{k_U}. \quad (2.1.2-9)$$

Pomocí dříve odvozených převodů napětí a proudů lze napsat, že platí

$$k_Z = \frac{k_U}{k_I} \quad (2.1.2-10)$$

a po dosazení

$$k_Z = \frac{m_1 N_{s1}^2 k_{v1}^2}{m_2 N_{s2}^2 k_{v2}^2} = \frac{m_1}{m_2} k_U^2. \quad (2.1.2-11)$$

Správnost předchozího výrazu se ověří pomocí invariance Joulových ztrát, který je ze zákona o zachování energie nadřazen. Musí tedy platit

$$m_1 R'_2 I_2'^2 = m_2 R_2 I_2^2 \quad (2.1.2-12)$$

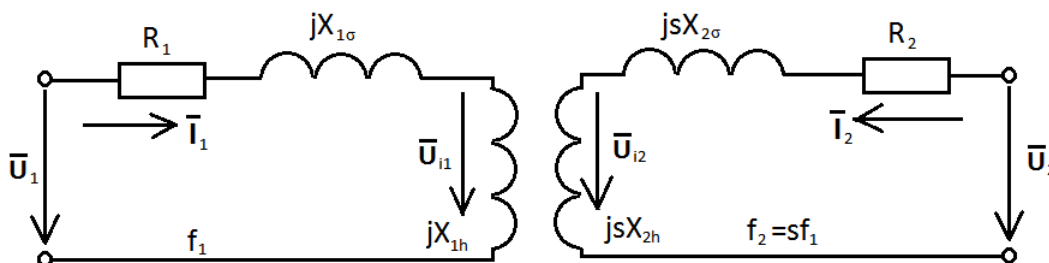
a z toho vyplývá

$$\frac{R'_2}{R_2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{I_2}{I_2'} \right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \left(k_U \frac{m_1}{m_2} \right)^2 = \frac{m_1}{m_2} k_U^2. \quad (2.1.2-13)$$

Tímto je potvrzena platnost vztahu (2.1.2-11).

2.1.3 Ekvivalentní schéma

Nejprve se uvede základní obvodové znázornění stroje obrázek 2.1, které dodržuje různé kmitočty na statoru a rotoru. V takovéto podobě se však nehodí pro další užití a platí pro něj následující rovnice.



Obr. 2.1 Základní schéma asynchronního stroje [1]

$$\mathbf{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma})\mathbf{I}_1 + \mathbf{U}_{i1}, \quad (2.1.3-1)$$

$$\mathbf{U}_2 = (R_2 + jsX_{2\sigma})\mathbf{I}_2 + \mathbf{U}_{i2}, \quad (2.1.3-2)$$

$$\mathbf{U}_{i2} = s\mathbf{U}_{i20}. \quad (2.1.3-3)$$

Problém různých kmitočtů lze snadno vyřešit formální úpravou. Vydělí se druhá rovnice soustavy skluzem a potom se dostávají vztahy

$$\mathbf{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma})\mathbf{I}_1 + \mathbf{U}_{i1}, \quad (2.1.3-4)$$

$$\frac{\mathbf{U}_2}{s} = \left(\frac{R_2}{s} + jX'_{2\sigma}\right)\mathbf{I}_2 + \mathbf{U}_{i20}. \quad (2.1.3-5)$$

Následujícím krokem bude zavedení převodů. Platí

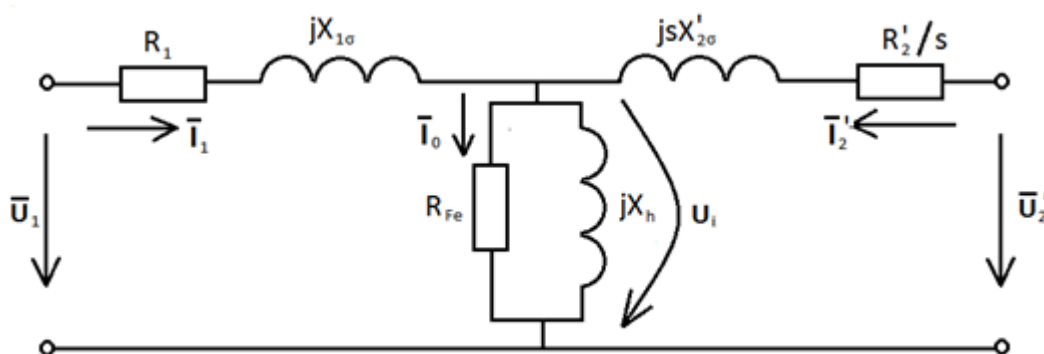
$$U'_2 = k_U U_2, I'_2 = k_I I_2, Z'_2 = k_Z Z_2 \quad (2.1.3-6)$$

$$U'_{i20} = U_{i1}. \quad (2.1.3-7)$$

První rovnice soustavy (2.1.3-4) zůstane beze změny a pro druhou (2.1.3-5) platí

$$\frac{U_2}{s} k_U = \left(\frac{R_2}{s} + jX'_{2\sigma}\right) I'_2 + U_{i1}. \quad (2.1.3-8)$$

Dále ze položí $U_2=0$ a vznikne tím soustava rovnic, která se hodí pro ekvivalentní schéma ve tvaru dvojbranu typu T, které je znázorněno na obrázku 2.2.



Obr. 2.2 Ekvivalentní schéma asynchronního stroje typu T [1]

Ještě se musí zavést veličina \mathbf{Z}_{1h} pro paralelní spojení X_{1h} a R_{Fe} . Platí

$$\mathbf{Z}_{1h} = \frac{jX_{1h}R_{Fe}}{R_{Fe} + jX_{1h}}, \quad (2.1.3-9)$$

$$\mathbf{U}_{i1} = \mathbf{Z}_{1h}\mathbf{I}_0 = \mathbf{Z}_{1h}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}'_2). \quad (2.1.3-10)$$

Ekvivalentní schéma má tvar, který na obrázku 2.2. Výsledné rovnice ekvivalentního schématu jsou

$$\mathbf{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma})\mathbf{I}_1 + \mathbf{U}_{i1}, \quad (2.1.3-11)$$

$$0 = \left(\frac{R'_2}{s} + jX_{2\sigma}\right)\mathbf{I}'_2 + \mathbf{U}_{i1}. \quad (2.1.3-12)$$

Ve zmíněné předloze je obsažen i mechanický výkon stroje v podobě Joulových ztrát rotoru.

Reálné Joulovy ztráty rotoru jsou udány vztahem

$$\Delta P_{j2} = m_2 R_2 I_2^2 = m_1 R'_2 I'^2_2. \quad (2.1.3-13)$$

Vyjádří-li se Joulovy ztráty dle ekvivalentního schématu, dostaneme fakticky výkon přenesený přes vzduchovou mezeru, pro nějž platí

$$P_\delta = m_1 U_{i1} I'_2 \cos \varphi_2 \quad (2.1.3-14)$$

a to také musí být

$$P_\delta = m_1 \frac{R'_2}{s} I'^2_2. \quad (2.1.3-15)$$

Po formulaci Joulových ztrát se obdrží vztah

$$P_\delta = m_1 R'_2 I'^2_2 + m_1 R'_2 \frac{1-s}{s} I'^2_2 = \Delta P_{j2} + P. \quad (2.1.3-16)$$

Jestliže P je mechanický výkon stroje, pro který platí

$$P = M\omega = m_1 R'_2 I'^2_2, \quad (2.1.3-17)$$

lze také vyjádřit výkon přenesený přes vzduchovou mezeru v podobě

$$P_\delta = M\omega_1. \quad (2.1.3-18)$$

Tomu odpovídá případný název používaný v anglické literatuře, výkon točivého pole. Vyřešením rovnic je možno určit proudy statoru i_1 a rotoru i_2 , potom také velikost točivého momentu, tedy vlastně další požadované provozní charakteristiky. Tato podoba ekvivalentního schématu není však výhodná v případech, kde může být problémem proměnný proud \mathbf{I}_0 příčnou větví viz obrázek 2.2. Proto je zvykem transformovat tvar T ekvivalentního schématu na tvar Γ .

2.2 Změna ekvivalentního schématu tvaru T na tvar Γ

Ke zmíněné změně využijeme obrázek 2.2 s naznačeným spojením sekundární strany nakrátko a budou se psát rovnice tohoto obvodu v odvozeném tvaru. Potom vyvstanou tyto rovnice

$$\mathbf{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma} + \mathbf{Z}_{1h})\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{1h}\mathbf{I}'_2, \quad (2.1.3-19)$$

$$0 = \mathbf{Z}_{1h}\mathbf{I}_1 + \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma} + \mathbf{Z}_{1h}\right)\mathbf{I}'_2. \quad (2.1.3-20)$$

Zavede se značení pro zkrácení zápisu

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_{1\sigma} + \mathbf{Z}_{1h}, \quad (2.1.3-21)$$

$$\mathbf{Z}'_2 = \frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma} + \mathbf{Z}_{1h}. \quad (2.1.3-22)$$

Dosazením se získají rovnice pro T-ekvivalentní schéma ve tvaru

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{1h}\mathbf{I}'_2, \quad (2.1.3-23)$$

$$0 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}'_2\mathbf{I}'_2. \quad (2.1.3-24)$$

Z první rovnice se vyjádří proud \mathbf{I}_1 a získá se

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{U}_1}{\mathbf{Z}_1} - \frac{\mathbf{Z}_{1h}}{\mathbf{Z}_1}\mathbf{I}'_2. \quad (2.1.3-25)$$

Sekundární proud \mathbf{I}'_2 se určí řešením soustavy. Pak bude platit

$$\mathbf{I}'_2 = \frac{-\mathbf{U}_1\mathbf{Z}_{1h}}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}'_2 - \mathbf{Z}_{1h}^2}. \quad (2.1.3-26)$$

Dále se musí zavést jistý komplexní činitel c_1 ve tvaru

$$c_1 = \frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_{1h}} = \frac{\mathbf{Z}_{1h} + R_1 + jX_{1\sigma}}{\mathbf{Z}_{1h}} = 1 + \frac{R_1 + jX_{1\sigma}}{\mathbf{Z}_{1h}}. \quad (2.1.3-27)$$

Dosazením vztahu (2.1.3-27) dostaneme nový tvar vztahu pro primární proud \mathbf{I}_1 . Platí

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{U}_1}{\mathbf{Z}_1} - \frac{\mathbf{I}'_2}{c_1}. \quad (2.1.3-28)$$

Proud naprázdno se získá pro $\mathbf{I}'_2=0$ a tedy platí

$$\mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{U}_1}{\mathbf{Z}_1}, \quad (2.1.3-29)$$

takže obrat pro \mathbf{I}'_2 dělíme činitelem c_1 a postupnými úpravami se získává vztah

$$\frac{\mathbf{I}'_2}{c_1} = \frac{-\mathbf{U}_1}{c_1(c_1\mathbf{Z}'_2 - \mathbf{Z}_{1h})}. \quad (2.1.3-30)$$

V této chvíli se jmenovatel vztahu (2.1.3-30) rozepíše do podoby, která se získá dosazením pro \mathbf{Z}'_2 ze vztahu (2.1.3-22)

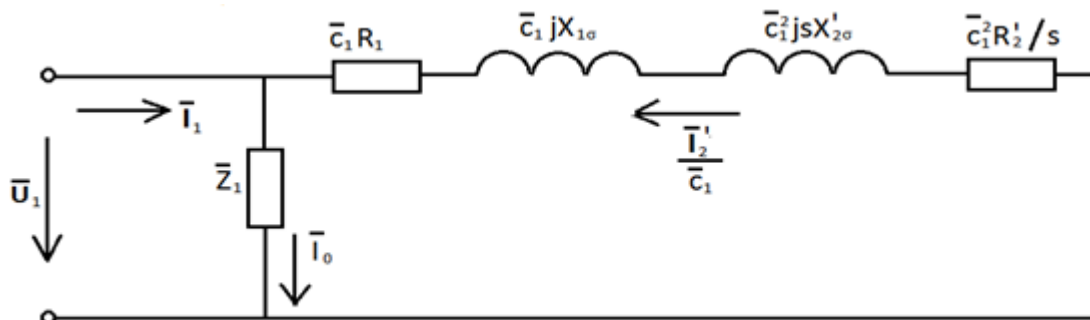
$$c_1(c_1\mathbf{Z}'_2 - \mathbf{Z}_{1h}) = c_1 \left[c_1 \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma} \right) + \frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_{1h}}\mathbf{Z}_{1h} - \mathbf{Z}_{1h} \right] = c_1^2 \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma} \right) + c_1(R_1 + jX_{1\sigma}). \quad (2.1.3-31)$$

Upotřebením posledního tvaru předešlého vztahu vzniká proud rotoru

$$\frac{I_2}{c_1} = \frac{-U_1}{c_1(R_1 + jX_{1\sigma}) + c_1^2 \left(\frac{R_2'}{s} + jX_{2\sigma}' \right)} \quad (2.1.3-32)$$

a proud statoru bude

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_1}{c_1(R_1 + jX_{1\sigma}) + c_1^2 \left(\frac{R_2'}{s} + jX_{2\sigma}' \right)}. \quad (2.1.3-33)$$



Obr. 2.3 Náhradní schéma ve tvaru Γ [1]

S touto podobou se shoduje Γ -tvar ekvivalentního schématu. Je zřejmé, že sekundární proud má změněné měřítko a také jiný fázový posuv. Rovněž se s činitelem c_1 upravili i parametry ekvivalentního schématu. To má význam takový, že původně reálné odpory budou mít nyní imaginární složku a reaktance reálnou. Nyní k analýze činitele c_1 . Může se vyjádřit ve tvaru

$$c_1 = |c_1| e^{j\delta} \quad (2.1.3-34)$$

a rovněž je možné také napsat

$$Z_{1h} = |Z_{1h}| e^{j\varphi_{1h}}. \quad (2.1.3-35)$$

Zpravidla je $R_{Fe} \gg X_{1h}$, z toho vyplývá, že pro úhel φ_{1h} bude platit

$$\varphi_{1h} \rightarrow \pi/2. \quad (2.1.3-36)$$

Dle definice c_1 lze psát

$$c_1 = 1 + \frac{R_1 + jX_{1\sigma}}{Z_{1h}} = 1 + \frac{R_1}{Z_{1h}} e^{j\varphi_{1h}} + \frac{X_{1\sigma}}{Z_{1h}} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{1h}\right)}. \quad (2.1.3-37)$$

S ohledem na běžné parametry asynchronních strojů je úhel $\delta < 0$.

2.3 Momentová charakteristika

V této kapitole se bude řešit momentová charakteristika, to znamená zjišťovat moment jako funkci skluzu $M = M(s)$. Bude se vycházet z ekvivalentního schématu dle posledního obrázku tedy 2.3 a ve shodě se vztahem (2.1.3-15) pro výkon přenesený přes vzduchovou mezeru platí

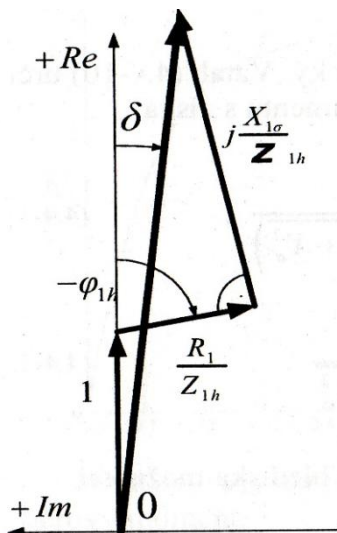
$$P_\delta = m_1 \frac{R_2'}{s} I_2'^2 \quad (2.2-1)$$

Bude se psát vztah pro výkon přenesený přes vzduchovou mezeru, platí

$$P_{\delta} = M\Omega_s = M \frac{\omega_1}{p} \quad (2.2-2)$$

$$P_{\delta} = m_1 \frac{R'_2}{s} I_2'^2. \quad (2.2-3)$$

Následující akcí bude proud rotoru. Následující úvahy se zjednoduší tím, že místo koeficientu c_1 , což je komplexní číslo, se zavede $c_1 = |c_1|$.



Obr. 2.4 Grafická konstrukce činitele c_1 [1]

Předběžně se zavede celková rozptylová reaktance

$$X_{\sigma} = X_{1\sigma} + c_1 X'_{2\sigma}. \quad (2.2-4)$$

Je to vlastně také reaktance nakrátko X_k . Nyní se napíše že

$$I_2' = \frac{-U_1}{R_1 + c_1 \frac{R'_2}{s} + jX_{\sigma}}. \quad (2.2-5)$$

Napětí U_1 se bude pokládat za reálné. Určí se I_2' a lze tedy napsat

$$|I_2'|^2 = I_2' I_2'^* = \frac{U_1^2}{|Z_2'|^2} = \frac{-U_1}{\left(R_1 + c_1 \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{\sigma}^2}. \quad (2.2-6)$$

Na čež už je moment dán vztahem

$$M(s) = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_2}{s} \frac{U_1^2}{\left(R_1 + c_1 \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{\sigma}^2}. \quad (2.2-7)$$

V tom jak probíhá momentová charakteristika $M = M(s)$ se vyskytují 2 extrémy, jeden pro režim motor a druhý pro režim generátor. Jejich postavení vzhledem ke skluzu se určí z podmínky

$$\frac{dM}{ds} = 0. \quad (2.2-8)$$

Aplikací se získá podmínka

$$\frac{d}{ds} \left\{ s_m \left[\left(R_1 + c_1 \frac{R'_2}{s_m} \right)^2 + X_{\sigma}^2 \right] \right\} = 0. \quad (2.2-9)$$

Označením s_m se zavedl skluz pro maximální moment. Po provedené derivaci se získá

$$s_m^2(R_1^2 + X_\sigma^2) - c_1^2 R_2'^2 = 0. \quad (2.2-10)$$

Z toho už je hledaný skluz pro extrém momentu v podobě

$$s_m = \pm \frac{c_1 R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_\sigma^2}}. \quad (2.2-11)$$

Znaménko + platí pro režim motor, znaménko - pro režim generátor. Předcházející vztah (2.2-11) určil jenom skluz pro maximální moment. Velikost tohoto momentu se získá dosazením (2.2-11) do (2.2-7) tedy

$$M_{max} = \pm \frac{pm_1}{2\omega_1} \frac{U_1^2 \sqrt{R_1^2 + X_\sigma^2}}{c_1 \left(R_1^2 + X_\sigma^2 \pm R_1 \sqrt{R_1^2 + X_\sigma^2} \right)}, \quad (2.2-12)$$

a po úpravě bude platit

$$M_{max} = \pm \frac{pm_1}{2c_1\omega_1} \frac{U_1^2}{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_\sigma^2}}. \quad (2.2-13)$$

Výraz udává, že moment je závislý na U_1^2 to je nepříznivé z hlediska možnosti snížení napájecího napětí. Následně momentová charakteristika pro motor a generátor není působením odporu R_1 zcela symetrická, jak se zpravidla zakresluje. A nakonec, že působení satorového odporu R_1 na momentovou charakteristiku stroje se snižuje s rostoucím výkonem stroje. Momentová charakteristika za předpokladu $R_1=0$. Obdobně vztahu (2.2-7)

$$M(s) = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R_2'}{s} \frac{U_1^2}{\left(c_1 \frac{R_2'}{s} \right) + X_\sigma^2}. \quad (2.2-14)$$

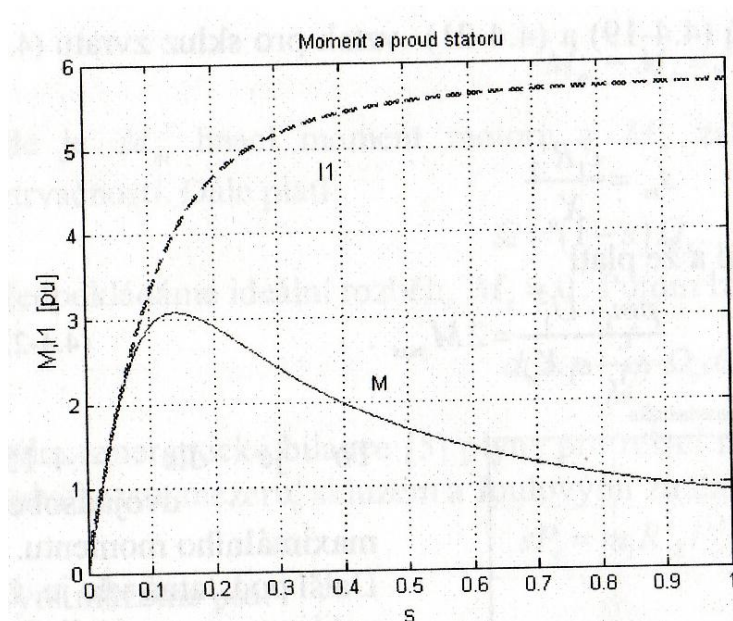
Skluz pro maximální moment podle (2.2-11) bude

$$s_m = \pm \frac{c_1 R_2'}{X_\sigma}, \quad (2.2-15)$$

a maximální moment pak bude

$$M_{max} = \frac{pm_1}{2c_1\omega_1} \frac{U_1^2}{X_\sigma}. \quad (2.2-16)$$

Zde je vidět, že maximální moment je omezován velikostí rozptylové reaktance X_σ , kterou z konstrukčních důvodů nelze libovolně zmenšovat. Není to ani žádané, protože to vede ke zvyšování záběrného proudu, jehož maximální možná velikost bývá mnohokrát důležitější než záběrný moment.



Obr. 2.5 Moment a proud statoru (stroj 155kW) [1]

Kromě toho se vyjádří poměr pomocí (2.2-14) a (2.2-16)

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2c_1 X_\sigma R_2'}{c_1 R_2'^2 + s X_\sigma^2} \quad (2.2-17)$$

Využití vztahu pro s_m (2.2-15) se dostává známý vztah

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m}} \quad (2.2-18)$$

Následná analýza momentové charakteristiky je možná následujícím způsobem. Vztah (2.2-14) se upraví do podoby

$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R_2' U_1^2 s}{c_1^2 R_2'^2 + s^2 X_\sigma^2} \quad (2.2-19)$$

Pro dostatečně malé skluzu lze ve jmenovateli předchozího výrazu zanedbat $s^2 X_\sigma^2$ a pak po úpravě se dostane vztah

$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{U_1^2 s}{c_1^2 R_2'} \quad (2.2-20)$$

to je přímková závislost momentu na skluzu. V této chvíli pro dostatečně velké skluzu lze vzít, že platí

$$c_1^2 R_2'^2 \ll s^2 X_\sigma^2, \quad (2.2-21)$$

potom se získává

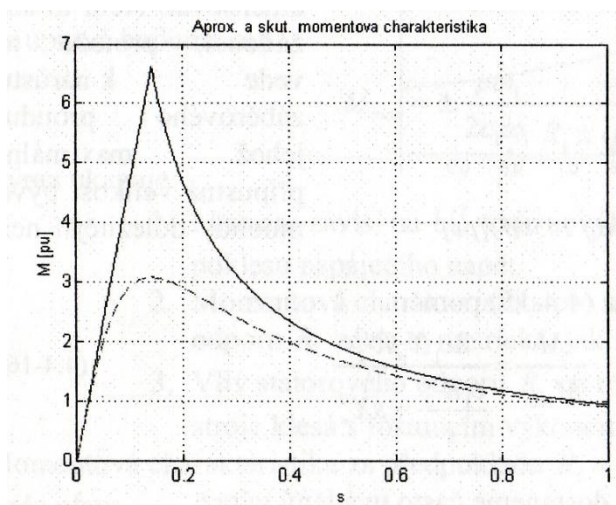
$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R_2' U_1^2}{s X_\sigma^2} \quad (2.2-22)$$

Nyní dosadíme do (2.2-20) a (2.2-22) vztah pro skluz v podobě (2.2-15)

$$s_m = \frac{c_1 R_2'}{X_\sigma}, \quad (2.2-23)$$

tím se zjistí, že se oba vztahy sobě rovnají a tak platí

$$\frac{pm_1}{\omega_1} \frac{U_1^2}{c_1 X_\sigma} = 2M_{max} \quad (2.2-24)$$



Obr. 2.6 Momentová aproximovaná charakteristika (stroj 155kV) [1]

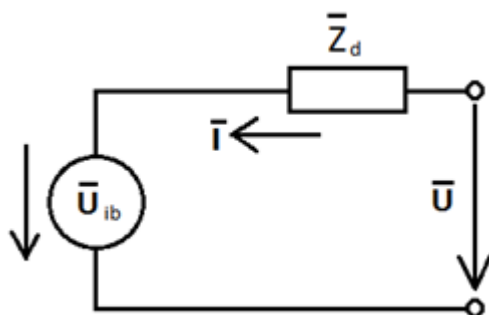
Je to dvojnásobek maximálního momentu. Následující jedna z hlavních věcí je, že velikost maximálního momentu je závislá na rotorovém odporu R_2 , ale skluz pro maximální moment je rotorovému odporu úměrný.

3 Ekvivalentní schéma a momentová charakteristika synchronního stroje s hladkým rotorem

Synchronní stroj s hladkým rotorem má konstantní vzduchovou mezeru.

3.1 Ekvivalentní schéma stroje s hladkým rotorem

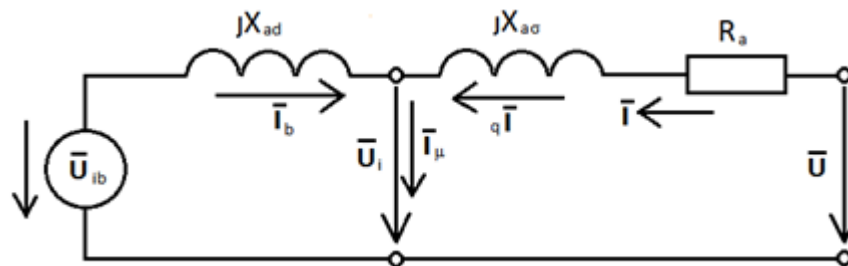
Ekvivalentní schéma je tvořeno podélnou reaktancí jX_{ad} , rozptylovou reaktancí $jX_{a\sigma}$ a odporem kotvy R_a . Co se týká tzv. synchronní reaktance tak bylo zavedeno



$$U - Z_d I = U_{ib} \quad (3.1-1)$$

$$Z_d = R_a + jX_d = R_a + j(X_{a\sigma} + X_{ad}) \quad (3.1-2)$$

Obr. 3.1 Ekvivalentní schéma synchronního stroje [1]



Obr. 3.2 Podrobnější ekvivalentní schéma synchronního stroje

Na obrázku 3.2 je vidět, že platí rovnice (3.1-2)

$$\mathbf{U}_{ib} = \mathbf{U} - R_a \mathbf{I} - jX_d \mathbf{I} . \quad (3.1-3)$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U} - \mathbf{U}_{ib}}{Z_d} . \quad (3.1-4)$$

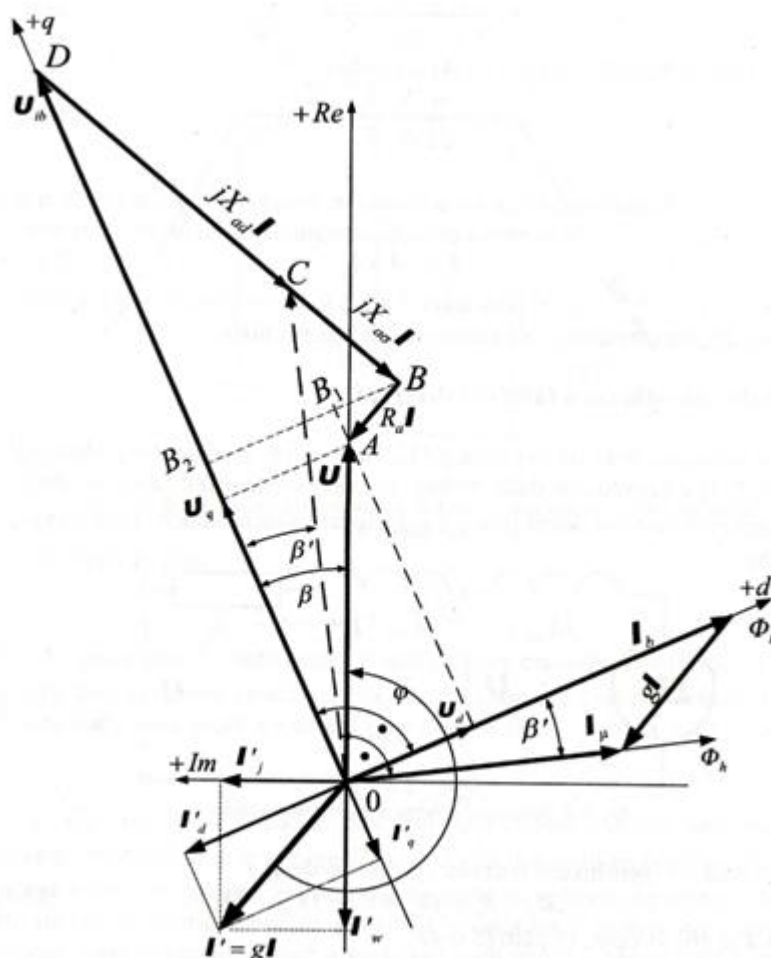
Stav nakrátko $\mathbf{U}=0$, z rovnice (3.1-1)

$$\mathbf{I}_k = -\frac{\mathbf{U}_{ib}}{Z_d} , \quad (3.1-5)$$

a pokud stroj není buzen, tak $\mathbf{U}_{ib}=0$ a platí

$$\mathbf{I}_\mu = \frac{\mathbf{U}}{Z_d} . \quad (3.1-6)$$

Z ekvivalentního schématu je rovněž zřejmé, že stroj má reaktanci X_d , není-li buzen. Prakticky vždy je $X_{ad} > X_{\alpha\sigma}$. Nadále je důležitý také magnetizační proud \mathbf{I}_μ , který je dán vztahem (3.1-6). Na základě ekvivalentního schématu je možné nakreslit fázorový diagram viz obrázek 3.3, kde jsou zavedeny osy d a q , které nesmíme zaměňovat s osami komplexní roviny. Jejich vazba na rotor je znázorněna na obrázku 3.4.

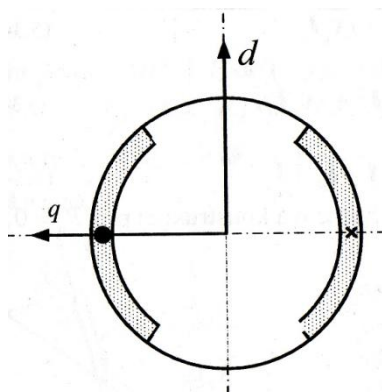


Obr. 3.3 Fázorový diagram stroje s válcovým rotorem [1]

Nyní lze zavést složky napětí a proudů do uvedeného souřadného systému d-q. Platí

$$U = U_d + U_q, \tag{3.1-6}$$

$$I = I_d + I_q. \tag{3.1-7}$$



Obr. 3.4 Orientace os d-q. Osa d- tzv. podélná, osa q- tzv. příčná [1]

Buzené napětí leží pokaždé v ose q, takže lze psát

$$U_{ib} = 0 + U_{ib(q)}. \tag{3.1-8}$$

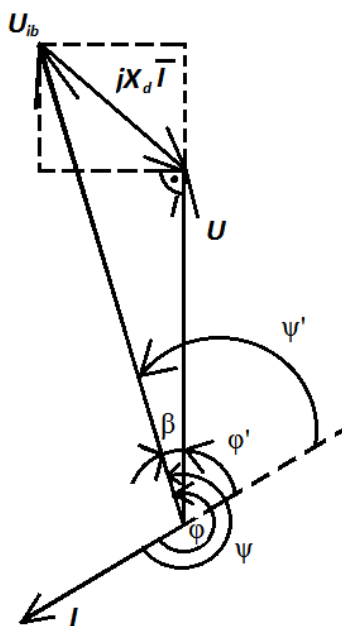
3.2 Odvození momentové charakteristiky pro synchronní stroj s vyniklými póly

Napětové rovnice ve složkovém tvaru nahrazují jednu rovnici v komplexní rovině. Pro podélnou osu d se dostává vztah

$$U_d = jX_d I_q + R_a I_d, \quad (3.2-1)$$

a pro osu q

$$U_q = U_{ib} + jX_d I_d + R_a I_q. \quad (3.2-2)$$



Obr.3.5 Fázorový diagram stroje s válcovým rotorem a s $R_a=0$ [1]

Z obrázku 3.5 je patrné,

$$\varphi = \pi + \varphi', \Psi = \pi + \Psi', \quad (3.2-3)$$

$$\Psi = \varphi + \beta \quad (3.2-4)$$

V ideálním stroji s hladkým rotorem se rovná součet všech výkonů. Tzn. $\sum \Delta P = 0$.

Elektrický výkon stroje je

$$P_e = mUI \cos \varphi', \quad (3.2-5)$$

vnitřní výkon

$$P_i = mU_{ib}I \cos \Psi', \quad (3.2-6)$$

a výkon mechanický

$$P_m = M_i \omega_s, \text{ pro } p=1. \quad (3.2-7)$$

Platí, že mechanický a elektrický výkon se rovnají $P_m = P_e$ a tedy platí vztah

$$M_i \omega_s = mUI \cos \varphi' \quad (3.2-8)$$

$I \cos \varphi'$ se získá ze vztahu

$$X_d I \cos \varphi' = U_{ib} \sin \beta, \quad (3.2-9)$$

$$I \cos \varphi' = \frac{U_{ib}}{X_d} \sin \beta. \quad (3.2-10)$$

Točivý moment se potom spočítá jako

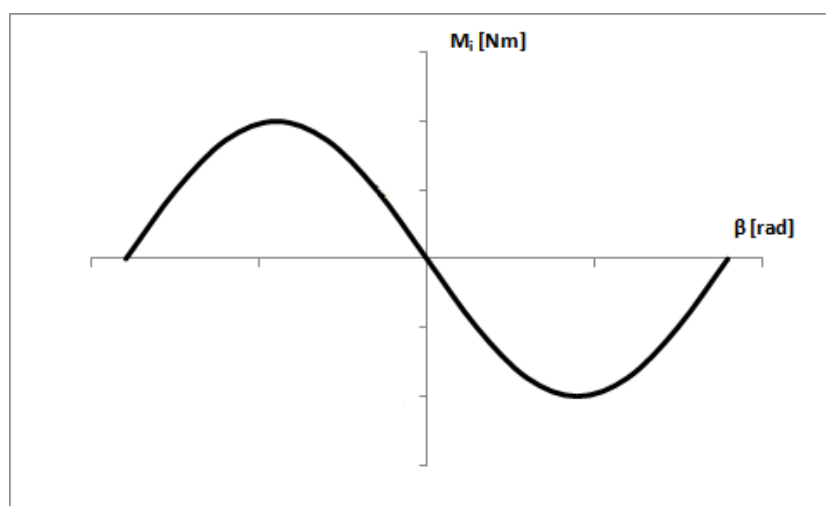
$$M_i = \frac{m}{\omega_s} U \frac{U_{ib}}{X_d} \sin \beta = \frac{m}{\omega_s} U I_k \sin \beta \quad (3.2-11)$$

a pro $p > 1$ platí vztah

$$\omega_s = \frac{\omega_1}{p}, \quad (3.2-12)$$

a z toho vyplývá vztah pro moment, který platí bez ohledu na znaménko

$$M_i = \frac{pm}{\omega_1} U I_k \sin \beta. \quad (3.2-13)$$



Obr. 3.6 Momentová charakteristika synchronního stroje s válcovým rotorem

4 Konstrukce fázorového diagramu pro synchronní stroj s vyniklými póly a stroje s permanentními magnety

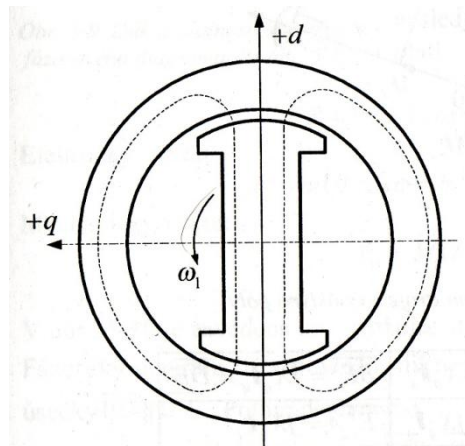
4.1 Stroj s vyniklými póly

Stroje s vyniklými póly mají proměnnou vzduchovou mezeru a z toho také vyplývá proměnná magnetická vodivost po obvodu stroje viz obrázek 4.1. Z obrázku je vidět, že v ose q je velká vzduchová mezera a to znamená i malá vodivost pro pole reakce kotvy. U těchto strojů bývá skoro vždy $p \geq 2$. Protože platí úměra $X \sim \Lambda_{mg}$, bude reaktance

$$X_{aq} < X_{ad}. \quad (4.1-1)$$

O rozptylové reaktanci X_{σ} se předpokládá, že zůstává i nadále konstantní, proto bude také platit vztah pro synchronní reaktance

$$X_q < X_d . \quad (4.1-2)$$



Obr. 4.1 Princip stroje s vyniklými póly [1]

A proto nelze použít při popisu synchronního stroje s vyniklými póly vztah (3.1-3), ale je nezbytný rozpis do složek ve smyslu definovaných os d a q. Buzené napětí U_{ib} je stále v ose q. Proto je jeho složka do osy d nulová a napěťová rovnice v ose d má tvar

$$0 = U_d - R_a I_d - jX_q I_q . \quad (4.1-3)$$

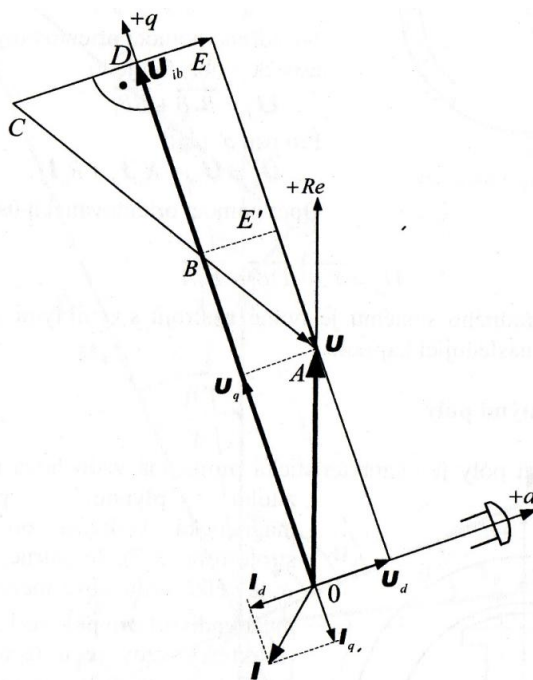
a v ose q

$$U_{ib} = U_q - R_a I_q - jX_d I_d . \quad (4.1-4)$$

Kromě toho také platí

$$U = U_d + U_q, I = I_d + I_q . \quad (4.1-5)$$

Tzv. Sumcova konstrukce fázorového diagramu je na obrázku 4.2 pro $R_a=0$.



Obr. 4.2 Fázorový diagram synchronního stroje s vyniklými póly [1]

V obrázku 4.2 platí vztahy

$$\begin{aligned} \overline{CA} &= jX_d I & \overline{DE} &= jX_q I_q = \overline{BE'} \\ \overline{BA} &= jX_q I & \overline{CE} &= jX_d I_q \\ \overline{CB} &= j(X_d - X_q) I & \overline{E'A} &= jX_q I_d \\ \overline{EA} &= jX_d I_d & \overline{DB} &= j(X_d - X_q) I_d \end{aligned}$$

Jako důkaz platnosti konstrukce fázorového diagramu, který je na obrázku 4.2 se uvádí napěťová rovnice stroje ve tvaru

$$\mathbf{U} = jX_d \mathbf{I}_d + jX_q \mathbf{I}_q + \mathbf{U}_{ib} . \quad (4.1-6)$$

Kromě toho aplikujeme vztah (4.1-5), z kterého vyplývá, že platí vztah

$$\mathbf{I}_q = \mathbf{I} - \mathbf{I}_d . \quad (4.1-7)$$

V této chvíli se dosadí vztah (4.1-7) do vztahu (4.1-6) a z toho se získá

$$\mathbf{U} = jX_d \mathbf{I}_d + jX_q (\mathbf{I} - \mathbf{I}_d) + \mathbf{U}_{ib} = j(X_d - X_q) \mathbf{I}_d + jX_q \mathbf{I} + \mathbf{U}_{ib} . \quad (4.1-8)$$

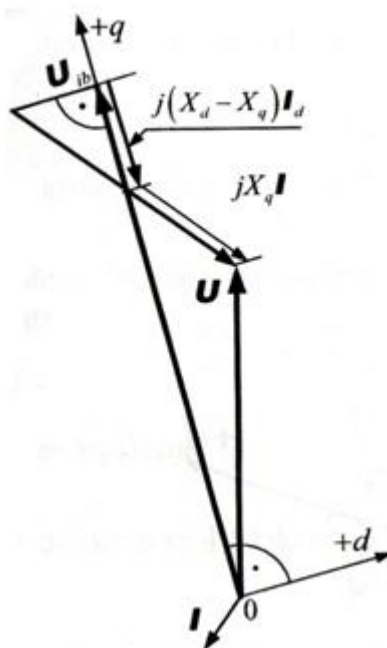
Na obrázku 4.3 platí, že \mathbf{U}_{ib} a $j(X_d - X_q) \mathbf{I}_d$ mají shodný směr a tím je vlastně celá konstrukce dokázána.

4.2 Točivý moment synchronního stroje s vyniklými póly

Velmi snadno lze odvodit moment ideálního stroje s válcovým rotorem, jak bylo uvedeno v kapitole 3 a je uvedeno vztahem

$$M = \frac{pm}{\omega_1} U \frac{U_{ib}}{X_d} \sin \beta . \quad (4.2-1)$$

U strojů s vyniklými póly je stav poněkud složitější, protože k dříve odvozenému momentu přibývá i tzv. moment reluktanční. Závislost momentu na zátěžném úhlu lze odvodit zásadně dvěma metodami, buď výpočtem ze složkových rovnic, nebo s použitím fázorového diagramu, kde se z diagramu na obrázku 4.3 vytvoří diagram smyšleného stroje s válcovým rotorem a posléze už jenom geometrickými vztahy stanovíme moment stroje s vyniklými póly.



Obr. 4.3 Důkaz platnosti konstrukce fázorového diagramu podle obrázku 4.2 [1]

K tomu se použije obrázek 4.4 a napíšou se následující vztahy, pro vnitřní výkon stroje platí

$$P_i = mU_{ib}I \cos \Psi, \Psi = \Psi' + \pi, \quad (4.2-2)$$

pro elektrický výkon

$$P_e = mUI \cos \varphi = mUI_w, \varphi = \varphi' + \pi \quad (4.2-3)$$

a pro mechanický výkon

$$P_m = M\Omega_s, \Omega_s = \frac{\omega_1}{p}. \quad (4.2-4)$$

Na obrázku 4.4 je zavedena tzv. kružnice statické vyniklosti D_s s průměrem $\overline{00'}$. Fázorový diagram již dříve zmíněného smyšleného stroje bude tvořen body $0', A, C$ a úsečky $\overline{0D} \parallel \overline{0'C}$. Potom se dostává

$$\overline{0F} = \overline{CD} = \overline{EC} - \overline{ED}, \quad (4.2-5)$$

$$\overline{0F} = X_d I_q - X_q I_q = (X_d - X_q) I_q. \quad (4.2-6)$$

Pomocí pouze velikostí úseček a fázorů platí vztah

$$\overline{OF} = \overline{CD} = \overline{EC} - \overline{ED} \Rightarrow \overline{OF} = X_d I_q - X_q I_q = (X_d - X_q) I_q. \quad (4.2-10)$$

D_s je průměr kružnice statické vyniklosti $D_s = \overline{OO'}$ a můžeme ho formulovat z obrázku 4.4, kde je vidět, že platí

$$D_s = \frac{\overline{OF}}{\sin \beta} = \frac{(X_d - X_q) I_q}{\sin \beta}, \quad (4.2-11)$$

Tento úhel β je proměnný a závislý na zatížení, proto se musí odstranit a to se provede následující metodou

$$\sin \beta = \frac{\overline{AJ}}{U}; \overline{AJ} = \overline{DE} = X_q I_q; \sin \beta = \frac{X_q I_q}{U}. \quad (4.2-12)$$

A po dosazení vztahu (4.2-12) do (4.2-11) vznikne

$$D_s = U \frac{X_d - X_q}{X_q}. \quad (4.2-13)$$

Pro činnou složku proudu, která je vlastně momentotvorná, platí následující nezbytný vztah

$$\overline{GC} = X_d I_w. \quad (4.2-14)$$

V následujícím kroku se uvažuje pravoúhlý trojúhelník $O'GC$. Z něhož je zřejmé, že platí

$$\sin \beta = \frac{\overline{GC}}{\overline{O'C}} = \frac{X_d I_w}{\overline{O'C}} \Rightarrow I_w = \frac{\overline{O'C}}{X_d} \sin \beta. \quad (4.2-15)$$

Z předešlého rovněž vyplývá

$$\overline{O'C} = \overline{OD} + \overline{O'F} = U_{ib} + D_s \cos \beta. \quad (4.2-16)$$

Do předchozího vztahu se dosadí vztah pro D_s (4.2-13) a vznikne

$$\overline{O'C} = U_{ib} + U \frac{X_d - X_q}{X_q} \cos \beta. \quad (4.2-17)$$

Nyní se do I_w ze vztahu (4.2-15) dosadí vztah (4.2-17) a platí tedy

$$I_w = \frac{\sin \beta}{X_d} \left[U_{ib} + \frac{U}{X_q} (X_d - X_q) \cos \beta \right]. \quad (4.2-18)$$

Dále se daný vztah upraví podle následujících pravidel

$$\sin \beta \cos \beta = \frac{1}{2} \sin 2\beta; \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} = \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}. \quad (4.2-19)$$

A nyní ze základní rovnice pro moment stroje

$$M_i \omega_s = M_i \frac{\omega_1}{p} = m U I \cos \varphi = m U I_w, \quad (4.2-20)$$

vyplývá konečná rovnice pro vnitřní moment klasického synchronního stroje s vyniklými póly

$$M_i = \frac{pm}{\omega_1} U \left[\frac{U_{ib}}{X_d} \sin \beta + \frac{U}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin \beta \right]. \quad (4.2-21)$$

První část této rovnice je složka momentu, která odpovídá hladkému rotoru a druhá složka znázorňuje reluktanční moment způsobený vyniklými póly rotoru a je nezávislý na buzení a konstrukci rotoru.

4.3 Stroj s vnitřními permanentními magnety

V konstrukci fázorového diagramu a zjišťování vnitřního momentu tohoto stroje se postupuje stejně jako u stroje s vyniklými póly pouze s tím rozdílem že bude platit $X_{aq} > X_{ad}$ a tedy $X_q > X_d$.

Závěr

Princip vzniku točivého momentu stroje byl naznačen v kapitole 1. Je zde popsáno jakým způsobem vzniká, a jak je matematicky vyjádřen a odvozen.

Popisem ekvivalentního schématu asynchronního stroje se zabývá kapitola 2, základní ekvivalentní schéma z kterého se vycházelo je na obr. 2.1. Pozměněné schéma na tvar T je na obr. 2.2 a na tvar Γ je na obr. 2.3. Odvozená momentová charakteristika je pak znázorněna na obrázcích 2.5 a 2.6. Při čemž výsledný moment je uvedený vztahem (2.2-22).

Popisem ekvivalentního schématu synchronního stroje se zabývá kapitola 3, základní ekvivalentní schéma z kterého se vycházelo je na obr. 3.1 a jeho podrobnější tvar pak na obr. 3.2. Fázorový diagram z kterého se vychází při odvození je znázorněn na obr. 3.5. Momentová charakteristika je znázorněna na obr. 3.6 a výsledný vnitřní moment je popsán vztahem (3.2-13).

Konstrukcí fázorového diagramu se zabývá kapitola 4, kde je znázorněn na obr. 4.2, a důkaz platnosti této konstrukce je na obr. 4.3. Fázorový diagram k odvození vnitřního momentu synchronního stroje se dostane konstrukcí rovnoběžky s osou q což ukazuje obr. 4.4. Odvozovaný vnitřní moment je potom určen vztahem (4.2-21).

Použitá literatura

- [1] Bartoš, V.: *Teorie elektrických strojů*, ZČU v Plzni 2006.
- [2] Bašta, J., Chládek, J., Mayer, I.: *Teorie elektrických strojů*, Praha 1968.
- [3] Švajcr, J.: *Elektrické stroje pro obor elektroenergetika*, Plzeň 1985.
- [4] Bartoš, V., Červený, J., Hruška, J., Kotlanová, A., Skala, B.: *Elektrické stroje*, Plzeň 2006
- [5] Bartoš. V.: *Elektrické stroje*, Vydavatelství ZČU v Plzni, 1995
- [6] Bartoš. V.: *Elektrické stroje I,II*, Evidenční středisko VŠSE, Plzeň 1986