

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**  
**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**  
**KATEDRA TEORETICKÉ**  
**ELEKTROTECHNIKY**

# **DIZERTAČNÍ PRÁCE**

**Modelování rázových jevů ve vinutí**  
**transformátoru**

**Školitelka: Prof. Ing. Zdeňka Benešová, CSc.**

**2011**

**Autor: Ing. Antonín Předota**

## **Anotace**

Tato práce se v první části zabývá odvozením matematického modelu transformátoru pro rázové jevy pomocí odvodu s rozprostřenými parametry. Jsou zde modelovány typické stavy zapojení a zkoumáno časoprostorové rozložení napětí a proudu v jeho vinutí. Vytvořený numerický model je ověřen analytickým řešením pro jeden provozní stav. V následných kapitolách je zkoumán vliv strmosti nárůstu napětí na vstupu vinutí, vliv několika druhů odstupňovaného izolačního systému, vliv svodu a vliv induktivní vazby. Je zde modelováno i spojení vedení a transformátoru. V závěru práce jsou prezentovány výsledky měření.

## **Klíčová slova**

rázový jev, vinutí transformátoru, rozprostřené parametry, časoprostorové rozložení napětí

## **Abstract**

The first section of this paper deals with mathematical model formulating. The model is based on a circuit with distributed parameters and transient phenomena are considered. Typical connections are modeled and the voltage and the current time-space distribution in the transformer winding studied. The numerical model is verified by an analytical solution under very simplified conditions. Next chapters present results for influence of the rate of the rise of the input voltage signal, influence of some types of the non-homogenous isolation system, influence of the conductance and influence of the inductive coupling. The connection of the transmission line and the transformer is analyzed. The last section presents measurement results.

## **Keywords**

surge phenomena, transformer winding, distributed parameters, time-space distribution

## **Annotation**

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich im ersten Teil mit der Ableitung des mathematischen Transformatormodells für die Stoßeﬀekte mit Hilfe der Schaltung mit verteilten Parametern. Es werden hier typische Schaltzustände simuliert und Raumzeitverteilung der Spannung und des Stroms in seiner Wicklung erforscht. Das erzeugte Modell ist durch die analytische Lösung für einen Betriebszustand überprüft. In folgenden Kapiteln wird weiter geforscht: Einfluss der Anstiegssteilheit der Spannung an der Eingangsklemme, Einfluss von mehreren Arten des inhomogenen Isoliersystems, Einfluss der Ableitung und Gegeninduktivität. Es ist hier auch das Interface der Leitung und des Transformators modelliert. Im Abschluss sind die Messergebnisse präsentiert.

## **Schlagwörter**

Stoßeﬀekt, Trafowicklung, verteilte Parametern, Raumzeitverteilung Spannung

## Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě dizertační práci zpracovanou na závěr doktorského studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto dizertační práci na téma **Modelování rázových jevů ve vinutí transformátoru** vypracoval samostatně pod vedením prof. Ing. Zdeňky Benešové, CSc. s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu použité literatury, který je součástí této práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této dizertační práce, je legální.

V Plzni dne 19.12.2011

*Antonín Předota*

## Poděkování

Na tomto místě bych rád v první řadě poděkoval **prof. Ing. Zdeňce Benešové, CSc.**, která byla mou školitelkou během doktorského studia. Její připomínky a cenné odborné rady značnou měrou přispěly k výsledné podobě práce.

Rovněž děkuji všem mých kolegům z Katedry teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni, kteří mi poskytli pevné zázemí pro psaní předkládané práce.

V neposlední řadě patří můj dík i všem, kteří mi umožnili průběžně prezentovat dílčí odborné výsledky.

*Antonín Předota*

# Obsah

ÚVOD.....	10
<b>1 PŘEHLED O SOUČASNÉM STAVU PROBLEMATIKY.....</b>	<b>11</b>
<b>2 CÍLE PRÁCE.....</b>	<b>14</b>
<b>3 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ RÁZOVÝCH JEVŮ V TRANSFORMÁTORU .....</b>	<b>15</b>
3.1 Formulace rovnic – spojitý matematický model .....	15
3.2 Odvození algoritmu pro numerické řešení.....	17
3.3 Verifikace algoritmu pro numerické řešení.....	20
3.4 Časoprostorové rozložení napětí a proudu .....	24
3.4.1 Odezva na atmosférický impulz .....	24
3.4.2 Odezva na jednotkový skok napětí .....	29
3.4.3 Odezva na pulz s proměnnou náběžnou hranou .....	34
3.4.4 Odezva na spínací impulz.....	36
<b>4 MODEL VINUTÍ S PROSTOROVĚ PROMĚNNÝMI PARAMETRY.....</b>	<b>39</b>
4.1 Model s odstupňovaným izolačním systémem .....	40
4.2 Model respektující měnící se induktivní vazby ve vinutí .....	46
4.2.1 Vyšetření závislosti $L(x)$ .....	46
4.2.2 Časoprostorové rozložení napětí ve vinutí s prostorově proměnnou indukčností.....	47
4.3 Model s respektováním svodu kapacitní vazby .....	50
<b>5 MODEL TRANSFORMÁTORU S NAPÁJECÍM VEDENÍM .....</b>	<b>54</b>
<b>6 MĚŘENÍ.....</b>	<b>61</b>
<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>65</b>
<b>POUŽITÁ LITERATURA.....</b>	<b>67</b>
<b>SEZNAM AUTOROVÝCH PRACÍ.....</b>	<b>70</b>

## Seznam symbolů a zkratk

$u_0(t)$	napětí rázového zdroje
$R_0$	vnitřní odpor rázového zdroje napětí
$U_0$	maximální hodnota rázového zdroje napětí
$u_R(t)$	vstupní rázové napětí vinutí
$U_R$	konstantní hodnota napětí na vstupu vinutí
$x$	souřadnice podél vinutí transformátoru
$R_Z$	odpor rezistoru zátěže
$U_M$	maximální hodnota napětí
$I_M$	maximální hodnota proudu
$i_L(t, x)$	proud tekoucí vinutím transformátoru
$i_K(t, x)$	proud daný kapacitní vazbou mezi závity vinutí transformátoru
$i_C(t, x)$	proud daný kapacitní vazbou vinutí k jádru transformátoru
$i_{GK}(t, x)$	svodový proud mezizávitové izolace transformátoru
$i_{GC}(t, x)$	svodový proud hlavní izolace transformátoru
$L$	indukčnost vinutí
$R$	odpor vinutí
$K$	kapacita mezizávitové izolace vinutí
$C$	kapacita hlavní izolace vinutí
$G_K$	vodivost mezizávitové izolace vinutí
$G_C$	vodivost hlavní izolace vinutí
$\alpha$	koeficient vinutí transformátoru
$dx$	elementární úsek vinutí
$v(t, x)$	obecná časoprostorová funkce
$\Delta x$	prostorový krok výpočtu
$\Delta t$	časový krok výpočtu
$Z_k^\ell$	vyjádření prostorové derivace na hladině $\ell$
$Z_k^{\ell-1}$	vyjádření prostorové derivace na hladině $\ell-1$



$A, B, B_1, B_2$	matice obsahující parametry vinutí
$D$	matice obsahující okrajové podmínky
$\ell$	časová hladina
$k$	prostorová hladina
$\mathbf{v}^{(\ell)}$	vektor proměnných na hladině $\ell$
$\mathbf{v}^{(\ell-1)}$	vektor proměnných na hladině $\ell - 1$
$K_0$	konstantní hodnota kapacity mezizávitové izolace vinutí
$t_{ON}$	doba náběžné hrany pulzu
$L_V$	indukčnost vedení
$R_V$	odpor vedení
$C_V$	kapacita vedení
$G_V$	vodivost vedení
$N$	počet prostorových uzlů, počet závitů
$L_{ij}$	vzájemná indukčnost mezi závitů $i$ a $j$
$F(k)$	Legendrův eliptický integrál 1. druhu
$E(k)$	Legendrův eliptický integrál 2. druhu
$\mu$	permeabilita
$dl$	elementární úsek závitů
$h$	vzdálenost mezi závitů
$r_{ij}$	vzdálenost mezi elementárními úseky závitů $i$ a $j$

## ÚVOD

V předložené práci je provedena analýza rázových jevů a navržena metoda umožňující získat časoprostorové rozložení napětí a proudu včetně určení místa výskytu maximálních hodnot. Nejčastějším zdrojem rázových jevů jsou napěťové a proudové impulzy zavlečené z venkovního vedení při atmosférických přepětích, spínací procesy v libovolném místě rozvodné soustavy nebo například pulzní měniče. Uvedená problematika je v této práci řešena pro jednofázové uspořádání.

V minulosti byla publikována řada prací [7],[8],[9] zabývajících se analytickým řešením rázových jevů v bezztrátovém vinutí. Matematickým modelem je parciální diferenciální rovnice čtvrtého řádu s konstantními koeficienty, kterou však lze řešit analyticky pouze pro vstupní signál ve tvaru jednotkového skoku a výstup vinutí zakončený nakrátko resp. naprázdno, nelze tedy respektovat skutečný tvar rázové vlny ani další provozní stavy.

Znalost rozložení napětí a proudu je důležitá především pro určení maximálních hodnot, následný návrh izolačního systému a systému ochran. Hodnoty se v současnosti zpravidla určují měřeními při typových zkouškách na jednotlivých transformátorech. Znalost detailního rozložení napětí a proudu v časoprostorové oblasti umožní efektivnější návrh izolačního systému transformátoru včetně výběru a nastavení ochran.

Základním cílem této práce je navrhnout metodu pro numerickou analýzu rázových jevů ve vinutí transformátoru respektující především tvar vstupního rázového napětí a Joulovy ztráty ve vinutí. Kromě respektování těchto faktorů jsem rozšířil matematický model o další parametry vinutí jako je například svod izolačního systému, odstupňovaný izolační systém a další konstrukční úpravy vinutí.

Vzhledem ke skutečnosti, že rázové jevy jsou děje velmi rychlé, je nutno modelovat vinutí transformátoru jako obvod s rozprostřenými parametry. Následný matematický model vinutí vede na soustavu parciálních diferenciálních rovnic hyperbolického typu. Rozložení napětí a proudu ve vinutí se značně liší podle jednotlivých typů vstupních napětí. V práci jsou zkoumány odezvy na typická rázová napětí (např. atmosférický impulz, pulzy atd.) při různých provozních stavech. Je také provedena analýza soustavy obsahující rázový zdroj, vedení a transformátor.

Pro ověření správnosti navrženého matematického modelu a navrženého algoritmu pro jeho řešení jsem provedl měření na transformátorové tlumivce, jednofázovém a třífázovém transformátoru.

# 1 PŘEHLED O SOUČASNÉM STAVU PROBLEMATIKY

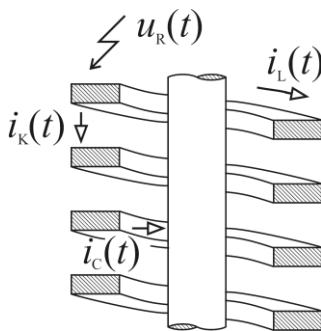
Analýza rázových jevů v transformátoru je problém aktuální, neboť na základě znalosti maximálních hodnot napětí a proudů lze optimalizovat návrh provedení vinutí a jeho izolační systém. Řešení této problematiky se věnovala celá řada autorů, jejich přístup lze rozdělit do několika skupin.

První skupinu tvoří modely založené na obvodech se soustředěnými parametry. Tyto modely jsou navrženy jako kaskádní spojení dvojbranů. Práce [1] předpokládá konstantní parametry vinutí po celé jeho délce a stanovuje rozložení napětí ve vinutí transformátoru při rázovém jevu na základě frekvenční analýzy uvažovaného dvojbranu. Jsou zde stanoveny frekvenční rozsahy s převažujícím kapacitním nebo induktivním účinkem na výsledné rozložení napětí. Dále je provedena analýza kaskádního zapojení dvojbranů pomocí profesionálního programu PSpice a vyhodnoceny napěťové odezvy pro různé parametry vinutí. Jsou zde prezentovány výsledky, podle nichž je odezva na vstupní napěťový signál v rozmezí 30 kHz - 50 kHz nejvíce ovlivněna hodnotou indukčnosti vinutí. Naopak v rozmezí 100 kHz – 300 kHz je zásadním parametrem kapacita vinutí. Pomocí modelu vinutí založeného na obvodu se soustředěnými parametry je možné modelovat i nehomogenní vinutí, parametry kaskádně zapojených dvojbranů se pak od sebe vzájemně liší. Stanovení odezvy může být provedeno pomocí profesionálního programu [2], případně lze celý systém popsat soustavou obyčejných diferenciálních rovnic a provést řešení této soustavy v časové oblasti. Autoři se ve svých pracích shodují, že modely založené na obvodu se soustředěnými parametry jsou vhodné pouze pro vstupní napětí, která jsou označována termínem rychlá rázová přepětí [3]. Jde o napětí s maximální frekvencí budícího napětí do 1 MHz.

Napětí s frekvencí nad touto hranicí jsou označována jako velmi rychlá rázová přepětí. Z důvodu srovnatelné vlnové délky těchto napětí s délkou vinutí transformátoru je pro přesné stanovení rozložení napětí a proudů nezbytné modelovat vinutí pomocí obvodu s rozprostřenými parametry. Autoři pracující s těmito modely volí pro stanovení napěťové a proudové odezvy ve vinutí několik technik. Jednou z možností je modelování jednotlivých disků vinutí jako sériového spojení obvodů s rozprostřenými parametry a vliv kapacitních vazeb je uvažován pomocí obvodů se soustředěnými

parametry. Způsob je vhodný při řešení sestaveného modelu pomocí profesionálních programů např. EMTP. Výsledky získané pomocí uvedeného přístupu však neumožňují zobrazení rozložení napětí a proudu v celém vinutí. Práce [4], [5] a [6] modelují vinutí transformátoru pomocí tohoto hybridního modelu, vstupní signál je zde uvažován harmonický. Za těchto podmínek autoři stanovili časoprostorové rozložení mezizávitového napětí ve vinutí transformátoru za použití FFT analýzy. Je zde také uvedeno porovnání změřené a nasimulované odezvy vinutí.

Jeden z prvních modelů, který je založený na obvodu s rozprostřenými parametry, je prezentován například v pracích [7], [8] a [9]. Jedná se o model ideálního vinutí transformátoru, který nerespektuje ztráty ve vinutí. Tento model je modifikovaným modelem ideálního vedení a jeho principiální schéma vyplývá z fyzikálního modelu vinutí na obr. 1.1. Pokud je na vstupní svorku přivedeno velmi rychle se měnící napětí  $u_R(t)$ , pak má toto napětí za následek nejen proud tekoucí vinutím  $i_L(t)$ , ale zároveň i kapacitní proudy. Proud  $i_C(t)$  je dán kapacitní vazbou vinutí k jádru transformátoru, která je v modelu vinutí značena  $C$ , proud  $i_K(t)$  je daný kapacitní vazbou mezi závitů vinutí transformátoru, ta je značena  $K$ . Čím větší je strmota změn napětí na vstupní svorce, tím větší roli mají kapacitní proudy a naproti tomu tím menší je proud tekoucí vinutím. Autoři však z důvodu náročnosti analytického výpočtu stanovili odezvu ideálního vinutí pouze na vstupní napětí tvaru jednotkového skoku.



**Obr. 1.1** Fyzikální model vinutí

Vzhledem ke skutečnosti, že je výpočet proveden pro velmi rychlé děje, je třeba uvažovat hodnoty parametrů vinutí závislé na frekvenci vstupního napětí. Hodnoty parametrů stanovené pro jmenovitou frekvenci transformátoru nelze při řešení těchto jevů uvažovat. Vysoké frekvence hrají významnou roli z důvodu vlivu skin efektu, ten se nejvíce projeví u hodnoty odporu vinutí. Například v práci [10] je respektován vliv vysoké frekvence na zvýšení hodnoty odporu vinutí násobením konstantou. Pro frekvenci řádově 1 MHz je zvýšení odporu až osminásobné. Zvýšení odporu je v

podstatě jev pozitivní, protože má za následek větší tlumení procházejícího signálu vinutím, a tím omezuje přepětí vznikající při rázovém jevu.

Důležitou roli při výpočtu parametrů hraje geometrické uspořádání vinutí, v práci [11] je uveden velmi zjednodušený výpočet mezizávitové kapacity vinutí pomocí vzorce pro výpočet rovinného uspořádání dvou vodivých desek. Problematika výpočtu rozložení indukčnosti podél vinutí je uvedena v [12]. Za pomoci Neumannova vzorce je stanovena vlastní i vzájemná indukčnost vinutí a ukázán výpočet vzájemné indukčnosti mezi dvěma vinutími transformátoru. Stanovení parametrů vinutí je velmi obtížné, po detailním prostudování literatury lze konstatovat, že tato problematika není doposud uspokojivě vyřešena.

Autoři ve svých pracích stanovují rozložení napětí a proudu ve vinutí transformátoru především pro harmonické napětí na jeho vstupu, dále nerespektují deformaci vstupního napětí vlivem průchodu napájecím vedením.

## 2 CÍLE PRÁCE

Cílem práce je analýza rázových jevů ve vinutí transformátoru. Pro dosažení tohoto cíle byly stanoveny následující kroky:

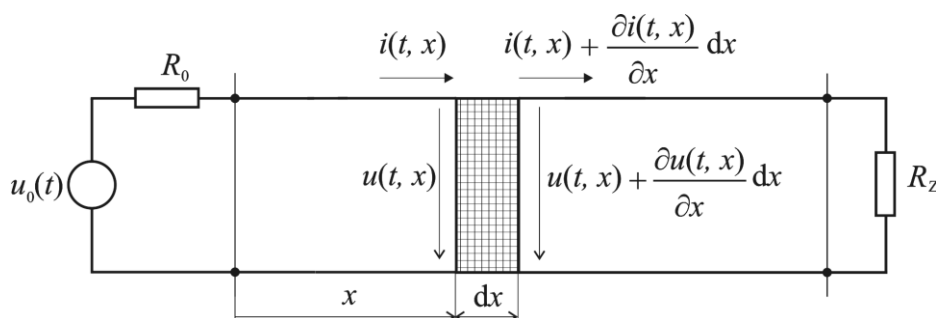
- Vytvoření modelu vinutí transformátoru pro řešení rázových jevů pomocí obvodu s rozprostřenými parametry (homogenní vedení) a jeho matematický model.
- Sestavení algoritmu pro numerický výpočet
- Určení časoprostorového rozložení napětí a proudu ve vinutí včetně zjištění maximálních hodnot napětí a proudů pro různé druhy rázových vln vstupního napětí a pro různé provozní stavy vinutí
- Ověření různých modelů vinutí (respektování svodů, kapacitních a induktivních vazeb)
- Modelování vinutí s prostorově proměnnými parametry – analýza nehomogenního vedení
- Modelování soustavy zdroje rázového napětí, vedení a vinutí transformátoru
- Měření rozložení rázového napětí v transformátoru

### 3 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ RÁZOVÝCH JEVŮ V TRANSFORMÁTORU

#### 3.1 Formulace rovnic – spojitý matematický model

Odvození modelu pro analýzu rázových jevů ve vinutí transformátoru vychází z náhrady vinutí obvodem s rozprostřenými parametry a jeho matematickým popisem. Většina autorů uvažuje pouze primární vinutí, například práce [7] uvádí, že při vysokých kmitočtech je železo v důsledku vířivých proudů přesyceno, takže sekundární vinutí nemá podstatný vliv na rozdělení magnetického pole.

Základní uspořádání obvodu je zobrazeno na obr. 3.1. Předpokládám napájení vinutí z ideálního zdroje libovolného typu rázového napětí se sériově připojeným rezistorem  $R_0$  respektujícím jeho vnitřní odpor. Vinutí je zakončeno rezistorem  $R_Z$ , kterým lze modelovat mezní stavy zakončení vinutí - stav nakrátko, naprázdno a zatížení blízké se přizpůsobené zátěži, které umožňují minimalizovat vliv odražených vln.



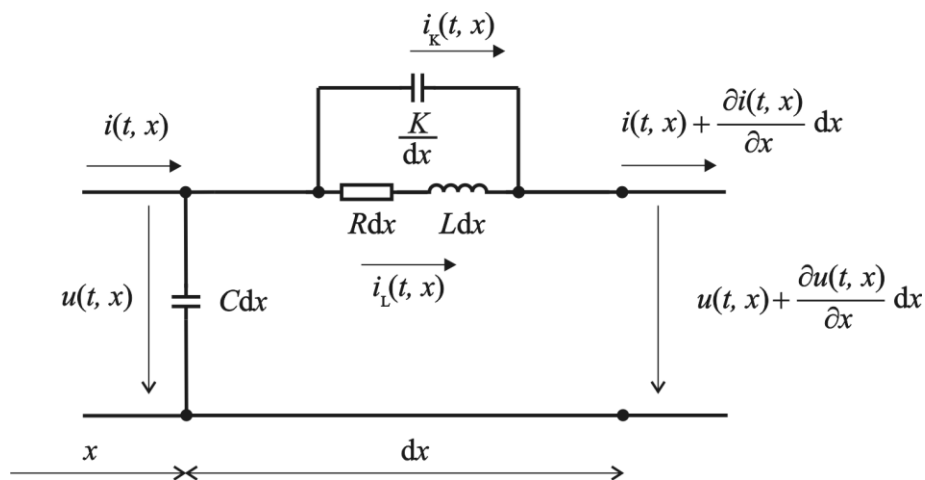
Obr. 3.1 Modelovaný elektrický obvod

Matematický model zkoumaných jevů vychází ze základního elementu obvodu s rozprostřenými parametry, přičemž konfigurace tohoto elementu dovoluje respektovat různé parametry mající vliv na výsledné časoprostorové rozložení napětí a proudu ve vinutí. Jako základní element je uvažován úsek vinutí o délce  $dx$  na obr. 3.2, který je ve vzdálenosti  $x$  od začátku vinutí transformátoru. Rezistor  $R$  respektuje Joulovy ztráty ve vinutí, indukčnost  $L$  vlastní indukčnost vinutí a induktivní vazby mezi závity, kapacita  $C$  kapacitní vazbu mezi závity vinutí a jádrem transformátoru a kapacita  $K$  kapacitní vazbu mezi jednotlivými závity vinutí. Všechny parametry jsou vztaženy na jednotku délky. Tento element lze popsat soustavou tří parciálních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = L \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial t} + R i_L(t, x) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \frac{1}{C} \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial x} + \frac{1}{C} \frac{\partial i_K(t, x)}{\partial x} \quad (3.2)$$

$$-\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x \partial t} = \frac{1}{K} i_K(t, x) \quad (3.3)$$



**Obr. 3.2** Elementární úsek vinutí  $dx$

Rovnice (3.1 – 3.3) je nutné doplnit počátečními a okrajovými podmínkami, které vyjadřují vztahy mezi napětími a proudy na začátku vinutí ( $x = 0$ ) a jeho konci ( $x = \ell$ ) – viz. obr. 3.1. Okrajovými podmínkami na počátku vinutí je respektována konfigurace napájecího zdroje a okrajovými podmínkami na konci vinutí všechny vyšetřované provozní stavy. V případě potřeby lze na výstupu vinutí transformátoru velmi snadno modelovat libovolný obvod se soustředěnými parametry. Dále jsou používány následující okrajové a počáteční podmínky

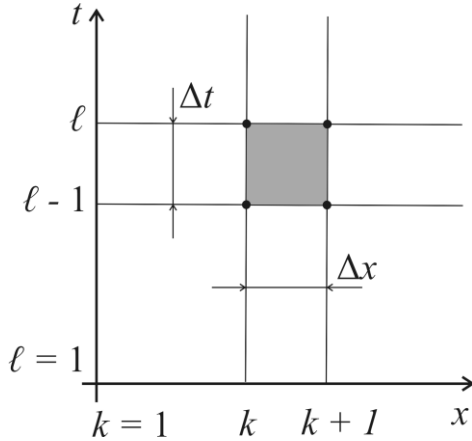
$$\begin{aligned} t = 0; & \quad u(0, x) = 0, \quad i_K(0, x) = 0, \quad i_L(0, x) = 0 \\ x = 0; & \quad u(t, 0) = u_0(t) - R_0 (i_K(t, 0) + i_L(t, 0)) \\ x = \ell; & \quad u(t, \ell) = R_Z i(t, \ell) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Takto definovaný matematický model pro rázové jevy ve vinutí transformátoru je nutno řešit numericky, v následující kapitole je odvozen algoritmus pro tuto analýzu.



### 3.2 Odvození algoritmu pro numerické řešení

Pro numerické řešení je zvolena metoda konečných diferencí. Obr. 3.3 zobrazuje jednoduchou časoprostorovou síť s prostorovým krokem  $\Delta x$  a časovým krokem  $\Delta t$ , která je použita k odvození diferenčních formulí.



*Obr. 3.3 Časoprostorová síť pro odvození diferenčních formulí*

Diferenční rovnice pro aproximaci rov. (3.1) a (3.2) jsou odvozeny pomocí Lax-Wendroffových aproximací [13] s přesností druhého řádu. Diferenční formule pro vyjádření časových a prostorových derivací jsou dány rov. (3.5) a (3.6), funkční hodnota v každém uzlu je nahrazena průměrnou hodnotou v okolních uzlech – rov. (3.7).

$$\left. \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right|_k^\ell \cong \frac{1}{2} \left( \frac{v_k^\ell - v_k^{\ell-1}}{\Delta t} + \frac{v_{k+1}^\ell - v_{k+1}^{\ell-1}}{\Delta t} \right) \quad (3.5)$$

$$\left. \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \right|_k^\ell \cong \frac{1}{2} \left( \frac{v_{k+1}^\ell - v_k^\ell}{\Delta x} + \frac{v_{k+1}^{\ell-1} - v_k^{\ell-1}}{\Delta x} \right) \quad (3.6)$$

$$v(t, x)|_k^\ell \cong \frac{1}{4} (v_k^{\ell-1} + v_{k+1}^{\ell-1} + v_k^\ell + v_{k+1}^\ell) \quad (3.7)$$

Diferenciální rovnice (3.3) obsahuje smíšenou parciální derivaci druhého řádu, pro kterou Lax-Wendroffovu aproximaci nelze použít. Pro její diskretizaci jsem navrhl vlastní aproximace s přesností 1. a 2. řádu. Diferenční formule s přesností 1. řádu je odvozena následujícím způsobem

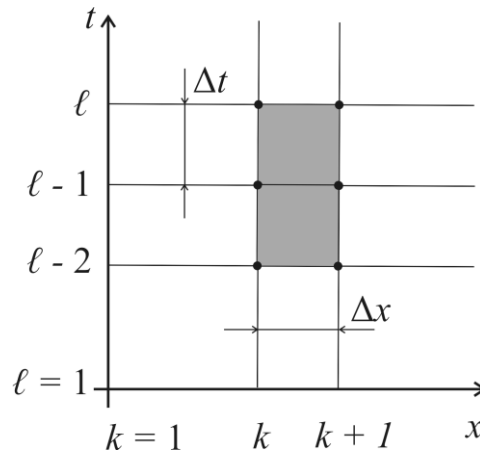
$$\left. \frac{\partial^2 v(t, x)}{\partial x \partial t} \right|_k^\ell = \left. \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right|_k^\ell \quad (3.8)$$

$$\left. \frac{\partial v^2(t, x)}{\partial x \partial t} \right|_k^\ell \cong \frac{\left. \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right|_{k+1}^\ell - \left. \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right|_k^\ell}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{v^\ell - v_{k+1}^{\ell-1}}{\Delta t} - \frac{v_k^\ell - v_k^{\ell-1}}{\Delta t} \right) \quad (3.8)$$

Aplikací diferenčních formulí (3.5) až (3.8) na rovnice (3.1) až (3.3) ve všech uzlech časoprostorové sítě vznikne soustava lineárních rovnic

$$\mathbf{A} \mathbf{v}^{(\ell)} = \mathbf{B} \mathbf{v}^{(\ell-1)} + \mathbf{D} \quad (3.9)$$

kde  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$  jsou matice obsahující parametry vinutí transformátoru  $R$ ,  $L$ ,  $C$  a  $K$ . Tyto matice jsou čtvercové o velikosti  $3N+3$ , kde  $N$  je dáno počtem prostorových kroků. Vektor  $\mathbf{D}$  je dán okrajovými podmínkami a respektuje tvar napětí vstupního rázového zdroje. Vektor  $\mathbf{v}$  obsahuje hodnoty napětí a proudů pro každý uzel prostorové sítě v jednotlivých časových hladinách. Ze znalosti známých hodnot na časové hladině  $\ell-1$  vektoru  $\mathbf{v}^{(\ell-1)}$  lze pomocí rekurentní rovnice (3.9) určit prvky vektoru  $\mathbf{v}^{(\ell)}$  v následující časové hladině. Řešením soustavy lineárních rovnic (3.9) získáme časoprostorové rozložení napětí a proudu podél vinutí transformátoru a můžeme jej snadno znázornit graficky.



**Obr. 3.4** Časoprostorová síť pro odvození diferenčních formulí s přesností druhého řádu

Odvození diferenční formule s přesností druhého řádu pro aproximaci smíšené parciální derivace je provedeno pro časoprostorovou síť na obr. 3.4. Nejprve jsou vyjádřeny prostorové derivace na časových hladinách  $\ell-1$  a  $\ell$  pomocí vztahů (3.10) a (3.11)

$$Z_k^\ell = \left. \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \right|_k^\ell \cong \frac{1}{2} \left( \frac{v_{k+1}^\ell - v_k^\ell}{\Delta x} + \frac{v_{k+1}^{\ell-1} - v_k^{\ell-1}}{\Delta x} \right) \quad (3.10)$$

$$Z_k^{\ell-1} = \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \Big|_k^{\ell-1} \cong \frac{1}{2} \left( \frac{v_{k+1}^{\ell-1} - v_k^{\ell-1}}{\Delta x} + \frac{v_{k+1}^{\ell-2} - v_k^{\ell-2}}{\Delta x} \right) \quad (3.11)$$

Prostorové derivace jsou poté použity ke stanovení výsledné diferenční formule podle následné rov. (3.13)

$$\frac{\partial v^2(t, x)}{\partial x \partial t} \Big|_k^{\ell} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \right) \Big|_k^{\ell} \cong \frac{Z_k^{\ell} - Z_k^{\ell-1}}{\Delta t} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial v^2(t, x)}{\partial x \partial t} \Big|_k^{\ell} \cong \frac{1}{2\Delta t \Delta x} (v_{k+1}^{\ell} - v_k^{\ell} + v_{k+1}^{\ell-1} - v_k^{\ell-1} - v_{k+1}^{\ell-1} + v_k^{\ell-1} - v_{k+1}^{\ell-2} + v_k^{\ell-2}) \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial v^2(t, x)}{\partial x \partial t} \Big|_k^{\ell} \cong \frac{1}{2\Delta t \Delta x} (v_{k+1}^{\ell} - v_k^{\ell} - v_{k+1}^{\ell-2} + v_k^{\ell-2})$$

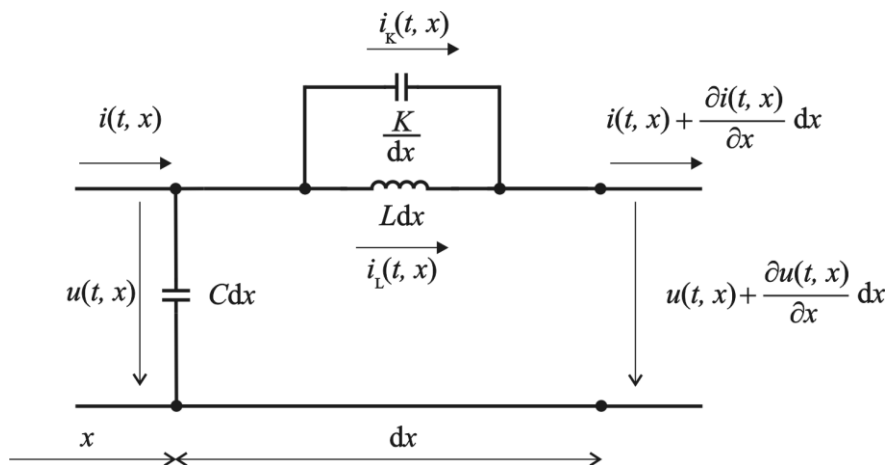
Aplikací odvozených formulí na parciální diferenciální rov. (3.1) až (3.3) ve všech uzlech časoprostorové sítě získáme soustavu diferenčních rovnic, která je uvedena maticově

$$\mathbf{A} \mathbf{v}^{(\ell)} = \mathbf{B}_1 \mathbf{v}^{(\ell-1)} + \mathbf{B}_2 \mathbf{v}^{(\ell-2)} + \mathbf{D} \quad (3.14)$$

Parametry vinutí transformátoru jsou obsaženy v maticích  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$  a  $\mathbf{B}_2$ , vektor  $\mathbf{D}$  respektuje okrajové podmínky včetně napětí zdroje. Uzlové hodnoty napětí a proudů v časové hladině  $\mathbf{v}^{(\ell)}$  lze určit z hodnot v předchozích časových hladinách  $\mathbf{v}^{(\ell-1)}$  a  $\mathbf{v}^{(\ell-2)}$ . Pro časovou hladinu  $\ell = 2$  (tj. pro čas  $t = \Delta t$ ), je výpočet odstartován dle rov. (3.9).

### 3.3 Verifikace algoritmu pro numerické řešení

K verifikaci navrženého algoritmu jsem použil analytické řešení [9], odvozené pro vinutí bez respektování Joulových ztrát (modelované ideálním vedením) a vstupní napětí tvaru jednotkového skoku. Elementární úsek vinutí o délce  $dx$  je zobrazen na obr. 3.5. Jedná se o tzv. Wagnerův element vinutí, který klasický model homogenního ideálního vedení rozšiřuje o mezizávitovou kapacitu  $K$ .



Obr. 3.5 Wagnerův element bezeztrátového vinutí transformátoru

Obvod lze popsat soustavou tří parciálních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = L \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial t} \quad (3.15)$$

$$-\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x \partial t} = \frac{1}{K} i_K(t, x) \quad (3.16)$$

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \frac{1}{C} \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial x} + \frac{1}{C} \frac{\partial i_K(t, x)}{\partial x} \quad (3.17)$$

Odvozenou soustavu je možné upravit a vyjádřit jednou parciální diferenciální rovnicí čtvrtého řádu.

$$-LK \frac{\partial u^4(t, x)}{\partial x^2 \partial t^2} - LC \frac{\partial u^2(t, x)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} = 0 \quad (3.18)$$

Tuto rovnici lze řešit užitím Laplaceovy transformace [9]. V práci bylo provedeno analytické řešení pro vinutí nakrátko se zdrojem napětí ve tvaru jednotkového skoku s maximální hodnotou  $U_R$ .

Zpětnou Laplaceovou transformací lze získat časoprostorové rozložení napětí podél vinutí transformátoru vyjádřené rovnicí

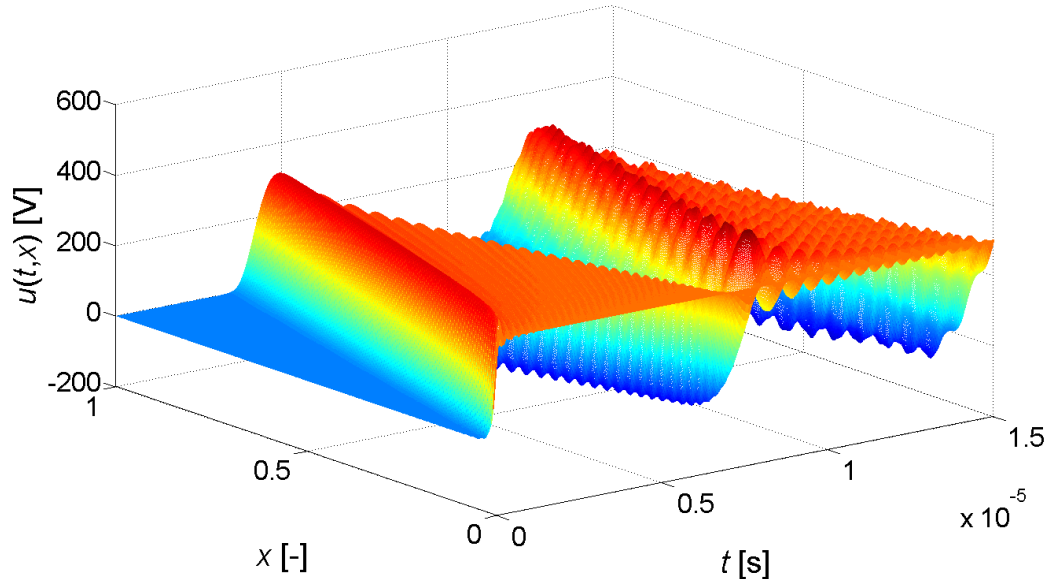
$$u(t, x) = U_R - U_R x - \sum_{n=1}^{\infty} A(n) \sin(n\pi x) \cos(2\pi f(n)t), \quad (3.19)$$

kde

$$A(n) = \frac{2U_R \alpha^2}{\pi n (\pi^2 n^2 + \alpha^2)}, \quad f(n) = \frac{n}{2\sqrt{LC \left(1 + \frac{n^2 \pi^2}{\alpha^2}\right)}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{C}{K}}.$$

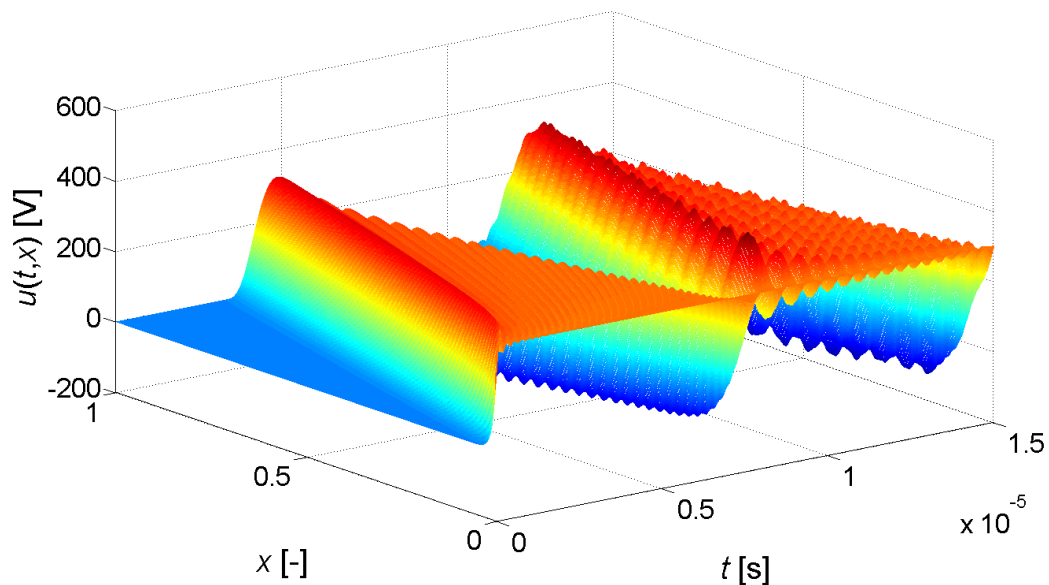
Prvé dva členy v rov. (3.19) udávají přímkové rozložení napětí ve vinutí, poslední člen respektuje vznik rázových vln v důsledku rázového jevu.

Obr. 3.6 znázorňuje časoprostorové rozložení napětí dle vztahu (3.19). Výpočet je proveden pro parametry vinutí  $L = 7 \mu\text{H/m}$ ,  $C = 2 \mu\text{F/m}$ ,  $K = 160 \text{ pF/m}$ , délka vinutí na ose  $x$  je z důvodu snadné vizualizace výsledků normována. Na vstupu vinutí je předpokládáno napětí ve tvaru jednotkového skoku s hodnotou  $U_R = 300 \text{ V}$ , výpočet je proveden pro  $n = 100$  členů řady v rov. (3.19).



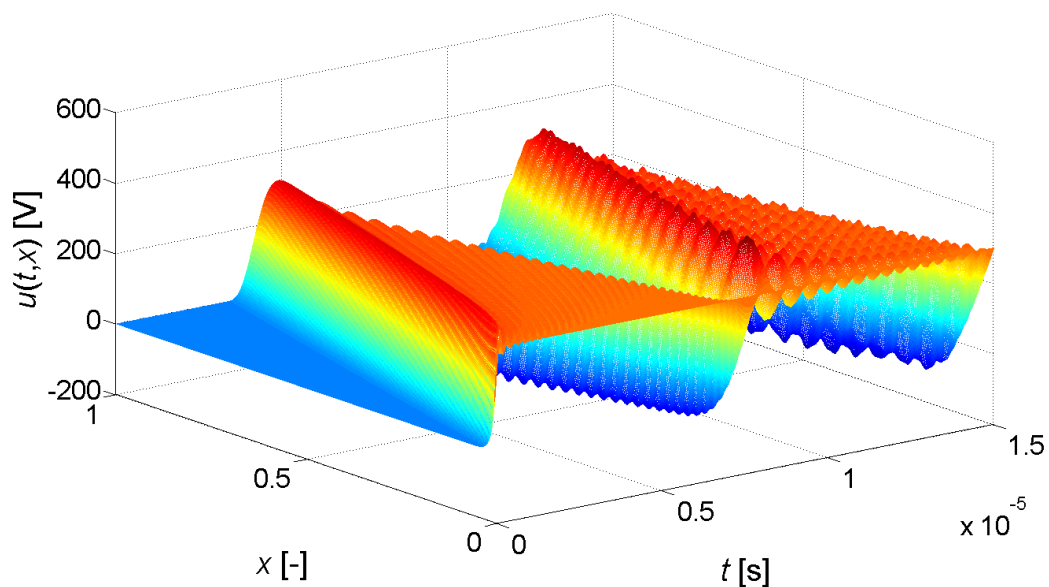
**Obr. 3.6** Rozložení napětí ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok  $U_0 = 300 \text{ V}$  a výstup vinutí uzemněn. Analytický výpočet

Toto rozložení bylo porovnáno s výsledky získanými numerickým řešením pro stejné parametry vinutí  $L$ ,  $C$  a  $K$ . Časoprostorové rozložení napětí získané pomocí rov. (3.8) ukazuje obr. 3.7.



**Obr. 3.7** Rozložení napětí ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok  $U_0 = 300$  V a výstup vinutí uzemněn. Numerický výpočet s aproximací s přesností 1. řádu, rov. (3.8).

Na obr. 3.8 je zobrazeno rozložení napětí vyčíslené pro přesnější aproximaci podle rov. (3.13).



**Obr. 3.8** Rozložení napětí ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok  $U_0 = 300$  V a výstup vinutí uzemněn. Numerický výpočet s aproximací s přesností 2. řádu, rov. (3.13).

Z porovnání výsledných průběhů na obr. 3.6 až 3.8 vyplývá, že algoritmus pro numerické řešení poskytuje prakticky shodné rozložení napětí.

V tab. 3.1 jsou pro všechny tři provedené postupy uvedeny maximální hodnoty napětí, okamžiky a místa jejich výskytu. Výsledky vykazují velmi dobrou shodu.

<i>řešení</i>	$U_{\text{MAX}}$ [V]	$t$ [ $\mu\text{s}$ ]	$x$ [-]
<i>analytické</i>	435,1907	8,342	0,0622
<i>numerické podle rov.(3.8)</i>	435,1557	8,307	0,0613
<i>numerické podle rov.(3.13)</i>	435,1640	8,312	0,0618

**Tab. 3.1** Maximální napětí pro různé způsoby řešení

Na základě provedených výpočtů lze porovnat i oba postupy pro numerické řešení. Algoritmus založený na aproximaci podle rov. (3.8) vyžaduje k dostatečně přesnému určení časoprostorového rozložení napětí a proudu malý časový a prostorový krok výpočtu. Matice  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$  jsou v tomto případě ale velmi řídké, proto je výpočet rychlejší než podle rov. (3.13).

Výpočet s aproximací s přesností druhého řádu je naopak efektivnější z pohledu požadavku velikosti časového a prostorového kroku výpočtu, matice  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_2$  jsou však plnější.

### 3.4 Časoprostorové rozložení napětí a proudu

Časoprostorové rozložení napětí a proudu ve vinutí transformátoru ovlivňují různé faktory. V následujících odstavcích je postupně zkoumán vliv tvaru vstupního rázového napětí (atmosférické impulzy, jednotkový skok napětí, pulz s proměnnou náběžnou hranou a spínací impulz) a vliv zakončení vinutí pomocí velikosti odporu rezistoru  $R_Z$  (stav naprázdno, nakrátko a stav blízký přizpůsobené zátěži).

V kap. 6 jsou uvedeny výsledky měření a jsou porovnány i s výsledky numerického výpočtu. Pro měření jsem měl k dispozici generátor rázové vlny s maximální hodnotou  $U_0 = 300$  V. Z tohoto důvodu jsem všechny dále uvedené testovací příklady prováděl pro rázové vlny s maximální hodnotou  $U_0 = 300$  V. Jelikož je vinutí modelováno jako lineární systém, jsou získané výsledky snadno aplikovatelné i pro rázové vlny s mnohem vyššími maximálními hodnotami, větší vypovídací hodnotu proto mají údaje vyjádřené v procentech.

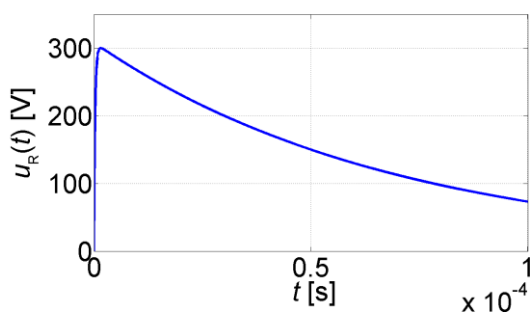
Prezentované příklady byly řešeny pro parametry vinutí  $R = 90$  m $\Omega$ /m,  $L = 7$   $\mu$ H/m,  $C = 2$   $\mu$ F/m,  $K = 160$  pF/m. Délka vinutí je z důvodu snadné vizualizace výsledků normována.

#### 3.4.1 Odezva na atmosférický impulz

Atmosférický impulz patří k nejčastějším nebezpečným napětím, jež ohrožují transformátorové vinutí. Zpravidla je aproximován přímkami nebo dvěma exponenciálními funkcemi podle rov. (3.20), kde napětí  $U_0$  udává maximální požadovanou hodnotu

$$u_R(t) = 1,03U_0(e^{-14400t} - e^{-350000t}) \quad (3.20)$$

Atmosférický impulz může být plný, useknutý v čele nebo useknutý v týlu. Průběh plného atmosférického impulzu je zobrazen na obr. 3.9.

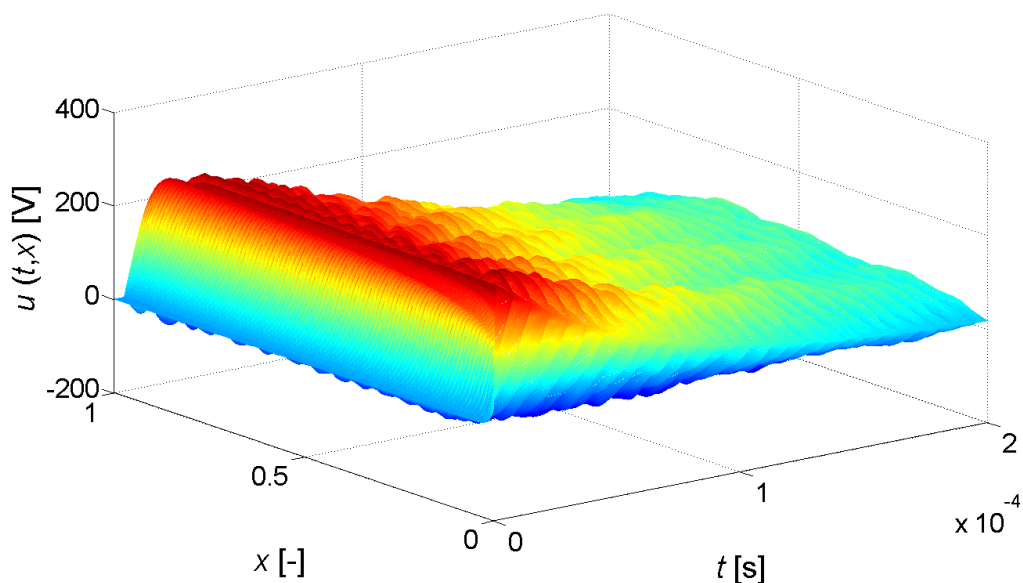


*Obr. 3.9 Plný atmosférický impulz*



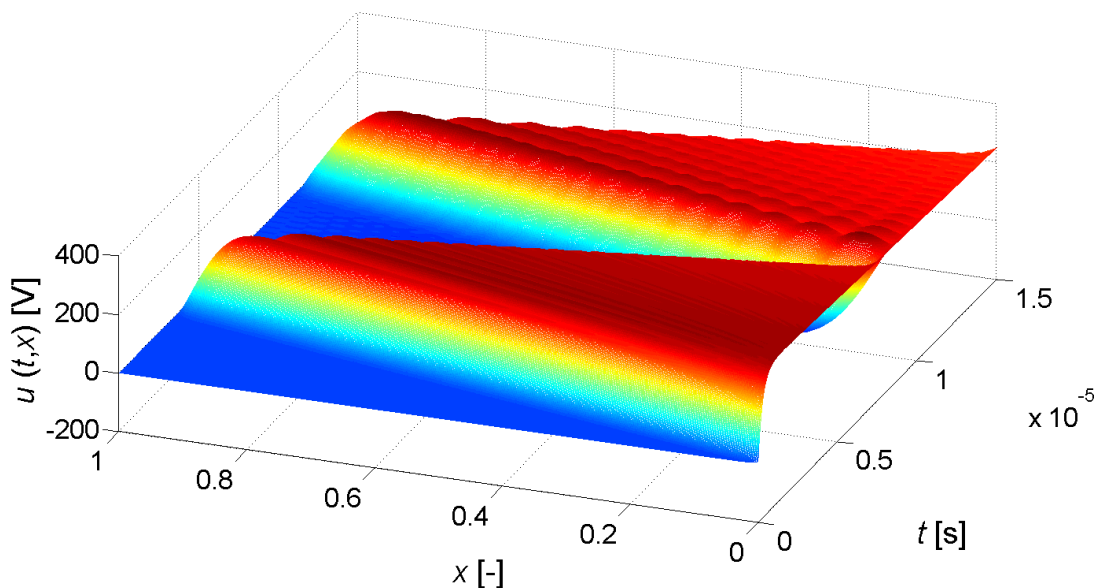
### a) Vinutí zakončené rezistorem $R_Z = 0 \Omega$

Následující příklad ukazuje časoprostorové rozložení napětí ve vinutí s výstupem zapojeným nakrátko. Modelovaný obvod se skládá z napětového zdroje, který generuje atmosférický impulz 1,2/50 aproximovaný dvěma exponenciálními funkcemi s maximem napětí  $U_0 = 300 \text{ V}$  a s nulovým vnitřním odporem napájecího zdroje  $R_0$ . Průběh napětí je vykreslen na obr. 3.10, je zřejmé, že se ve vinutí uplatňuje vliv Joulových ztrát a s rostoucím časem dochází k postupnému utlumování vstupního atmosférického impulzu. V čase  $t = 2 \text{ ms}$  může být přechodný děj považován za ustálený a napětí podél celého vinutí za zcela nulové.



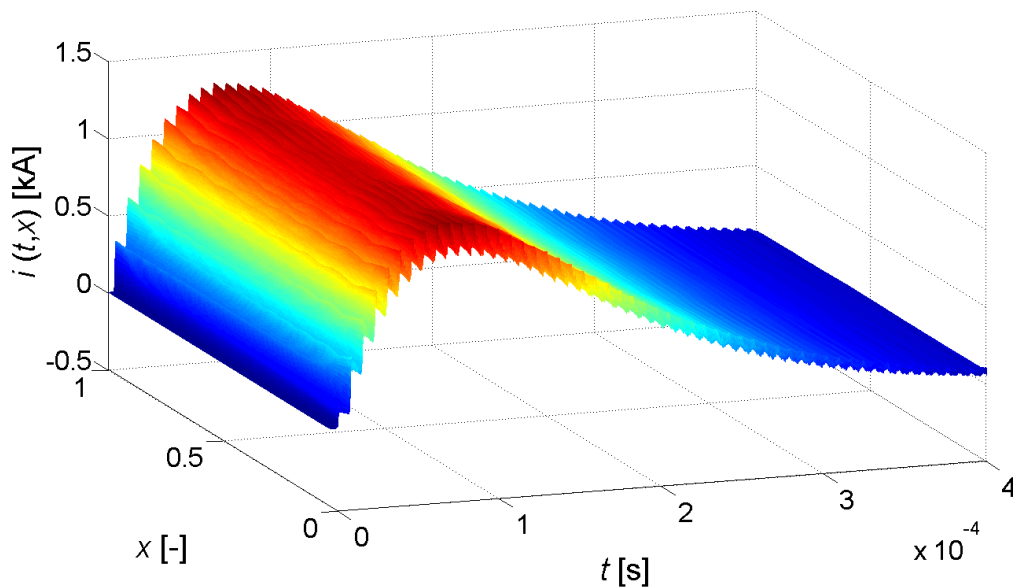
**Obr. 3.10** Napětí ve vinutí transformátoru pro vstupní plný atmosférický impulz 1,2/50 modelován exponenciálami,  $R_0 = 0 \Omega$ ,  $R_Z = 0 \Omega$

Na obr. 3.11 je vykreslen detail časoprostorového rozložení napětí v počátku do času  $t = 15 \mu\text{s}$ . Atmosférický impulz se šíří vinutím až do jeho konce, kde vzhledem k uzemnění dochází k odrazu napětí s opačnou polaritou a zpětnému šíření vlny až k počátku vinutí. Maximální napětí ve vinutí je  $U_M = 311 \text{ V}$ . Dosahuje tak o něco vyšší hodnoty, než je maximální hodnota vstupního napětí. Je to způsobeno superpozicí přímé a odražené vlny, kdy k maximální hodnotě napětí dochází po prvním odrazu vlny na vstupu vinutí. Na obr. 3.11 tomuto místu odpovídá čas  $t = 9,3 \mu\text{s}$  a souřadnice  $x = 0,045$ .



**Obr. 3.11** Detail napětí ve vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50 modelován exponenciálami,  $R_0 = 0 \Omega$ ,  $R_Z = 0 \Omega$

Časoprostorový průběh proudu ve vinutí je zobrazen na obr. 3.12. Okamžik vzniku maximální hodnoty proudu ve vinutí je vzhledem k maximální hodnotě napětí značně posunut. Proud vzrůstá během opakovaných odrazů na koncích vinutí z důvodu zapojení vinutí nakrátko na výstupu i vstupu. Následně ale opět dochází k utlumení do nulové hodnoty.

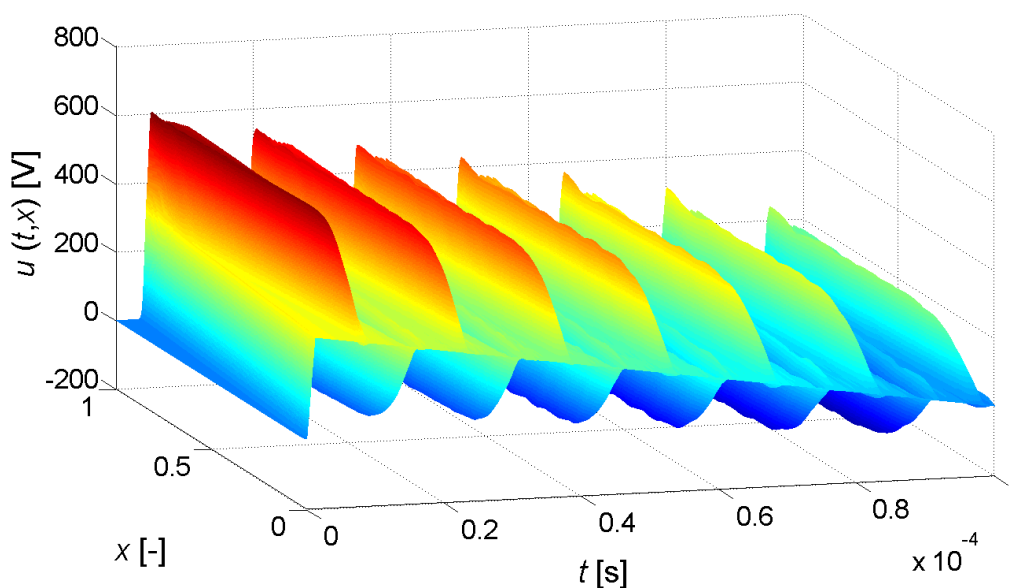


**Obr. 3.12** Proud ve vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50 modelován exponenciálami,  $R_0 = 0 \Omega$ ,  $R_Z = 0 \Omega$

**b) Vinutí zakončené rezistorem  $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$** 

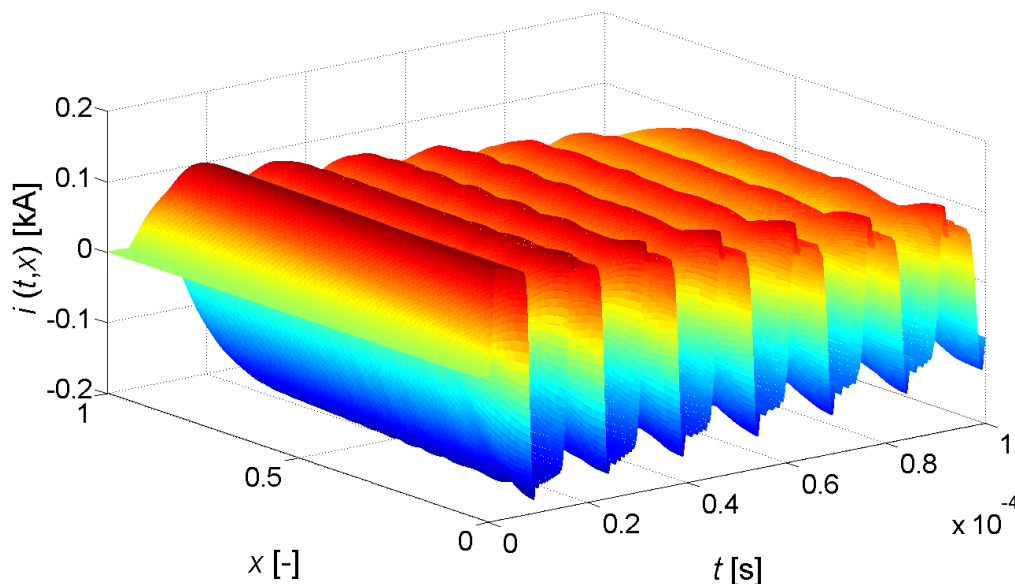
Při stavu naprázdno dochází v obvodech s rozprostřenými parametry na konci vinutí k úplnému napěťovému odrazu a maximální hodnota v tomto místě dosahuje extrémně vysokých hodnot. Z tohoto důvodu jsem také provedl analýzu tohoto stavu, i když v reálných případech k němu prakticky nedochází. Při měření rázových jevů na transformátoru se zpravidla v souladu s normami pro měření volí hodnota odporu na konci vinutí malá.

Následující příklad je řešen pro vstupní atmosférický impulz aproximovaný dvěma přímkami s maximem  $U_0 = 300 \text{ V}$ , vnitřní odpor napěťového zdroje není uvažován. Výstup vinutí je zakončen odporem  $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$ , na obr. 3.13 je zobrazeno časoprostorové rozložení napětí. Z průběhu lze odečíst maximální hodnotu napětí na konci vinutí  $U_M = 602 \text{ V}$ . Jde o více než dvojnásobnou velikost vstupního napěťového signálu.



**Obr. 3.13** Napětí ve vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50 modelován přímkami,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup naprázdno

Z obr. 3.14 je patrné, že hodnoty proudu ve vyšetřovaném provozním stavu nabývají menších hodnot než u stavu nakrátko, jelikož tyto stavy se liší polaritou odražené vlny na konci vinutí. Odeznění proudu v obou případech je pomalejší nežli u průběhů napětí.

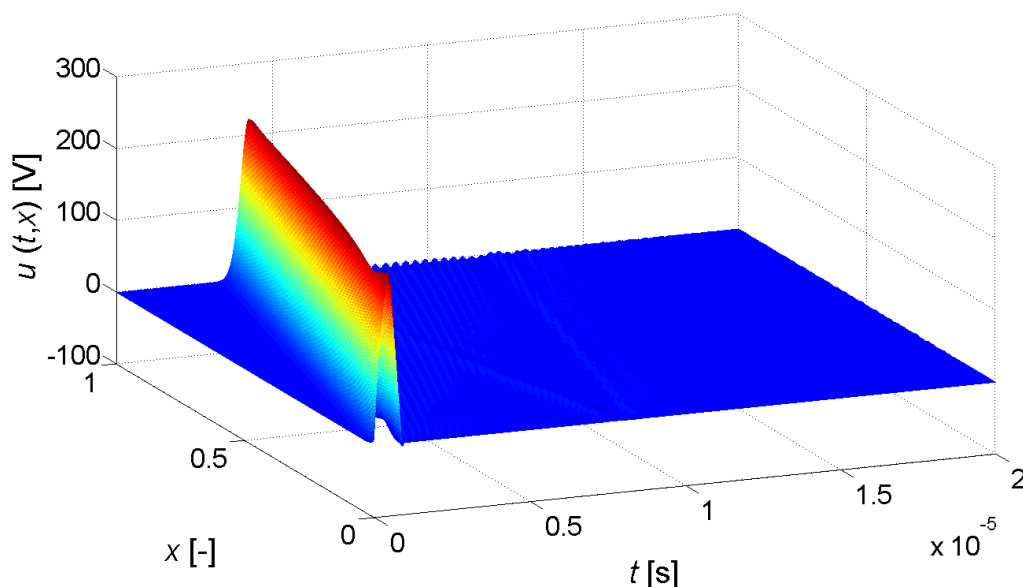


**Obr. 3.14** Proud ve vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50 modelován přímkami,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup naprázdno

### c) Vinutí zakončené rezistorem $R_Z$ s odporem blízkým přizpůsobené zátěži

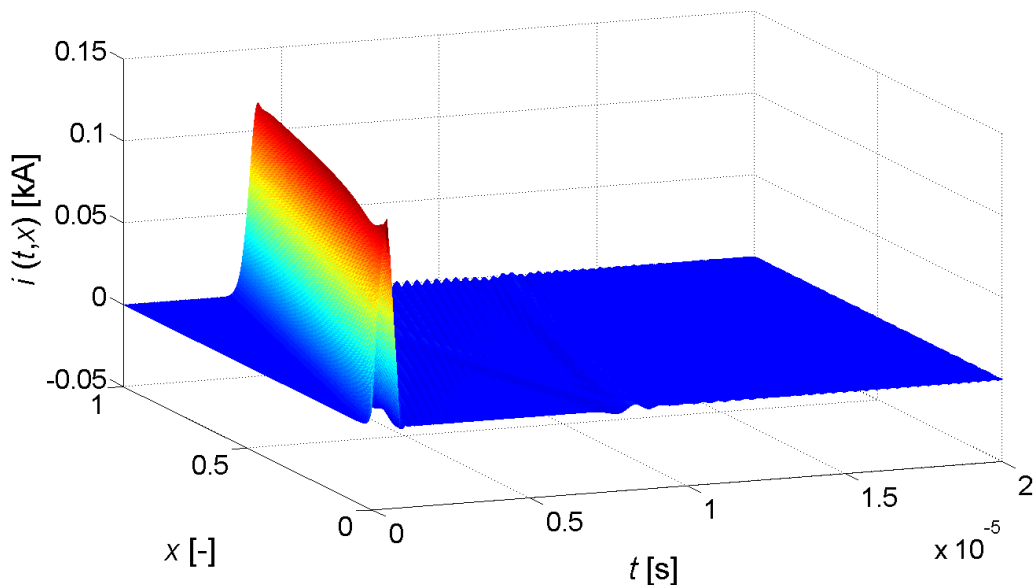
Pro sledování rozložení napětí a proudu s vyloučením odrazů je vyšetřen provozní stav se zakončením vinutí pomocí rezistoru, jehož hodnota odporu se blíží přizpůsobené zátěži. Při zakončení vinutí ideální přizpůsobenou zátěží nedochází k žádnému odrazu a napěťová i proudová vlna je utlumena již po prvním průletu vinutím.

Modelovaný obvod má na svém vstupu napěťový zdroj s atmosférickým impulzem useknutým v čele s  $U_0 = 300 \text{ V}$  a nulovým vnitřním odporem  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup vinutí je zakončen rezistorem  $R_Z = 1,9 \Omega$ , který simuluje stav blízký přizpůsobené zátěži. Časoprostorové rozložení napětí je na obr. 3.15



**Obr. 3.15** Napětí ve vinutí pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50 useknutý v čele,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je zakončený rezistorem  $R_Z = 1,9 \Omega$

Z průběhu lze stanovit dobu průletu vinutím  $3,4 \mu\text{s}$ . Po tomto prvním průletu je již napětí ve vinutí ve srovnání s maximální hodnotou první přímé vlny zanedbatelné. Ke konečnému utlumení dochází po třetím průletu vinutím v čase  $t = 10,2 \mu\text{s}$ . Časoprostorové rozložení proudu ukazuje obr. 3.16. Všechny vyšetřované průběhy vykazují vlastnosti analogické k průběhům rázových jevů na homogenním vedení.



*Obr. 3.16 Proud ve vinutí pro vstupní atmosférický impulz  $1,2/50$  useknutý v čele,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je zakončený rezistorem  $R_Z = 1,9 \Omega$*

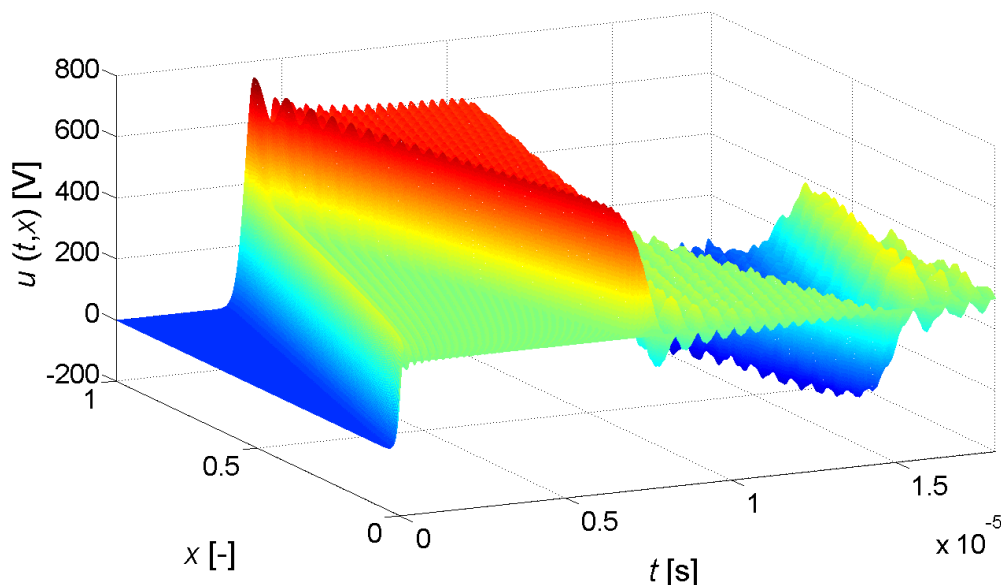
### 3.4.2 Odezva na jednotkový skok napětí

#### a) Zdroj s nulovým vnitřním odporem

Skoková změna napětí se na vstupní svorce transformátoru vyskytuje například po připojení transformátoru k rozvodné síti. Rozložení proudu ve vinutí je v tomto modelovaném provozním stavu značně závislé na velikosti vnitřního odporu napájecího zdroje.

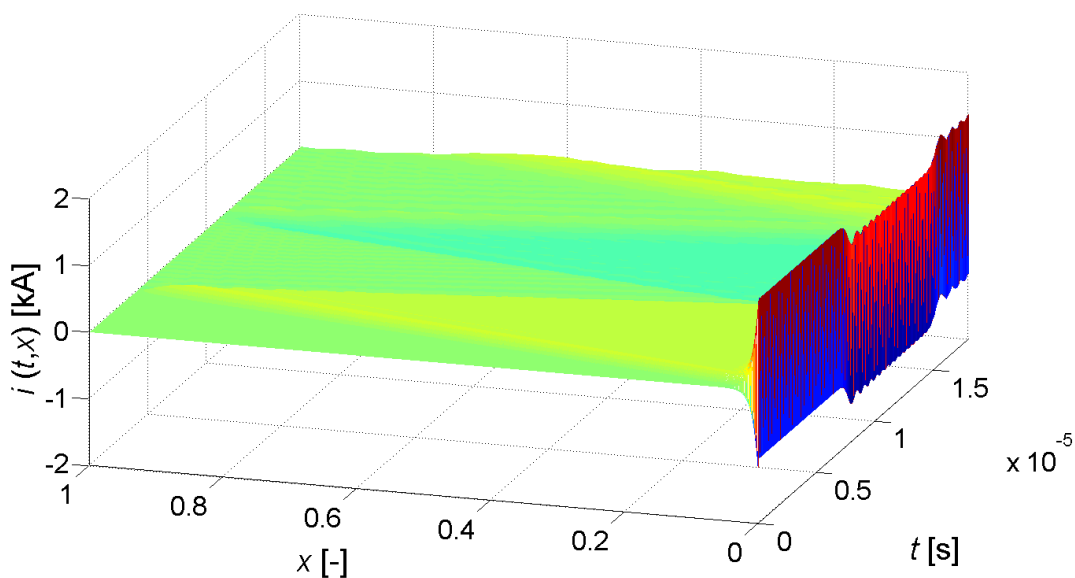
Modelovaný obvod má vinutí zakončené naprázdno ( $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$ ), vstupní napěťový zdroj generuje napětí s tvarem jednotkové funkce s maximálním napětím  $U_0 = 300 \text{ V}$ . Na obr. 3.17 je časoprostorové rozložení napětí pro nulový vnitřní odpor napájecího zdroje. Jde o nejneprůzračnější řešený provozní stav z pohledu výskytu maximálního možného napětí ve vinutí. Vlivem odrazu napětí na konci vinutí dosahuje napětí v tomto

místě maximální hodnoty 265% vstupního napětí (795 V). Místo ve vinutí s nejvyšším napětím je vždy v místě prvního odrazu na jeho konci.



**Obr. 3.17** Napětí ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok s  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno

Obr. 3.18 zachycuje časoprostorové rozložení proudu. Z důvodu nulového vnitřního odporu napěťového zdroje dochází v oblasti počátku vinutí k velmi vysokým hodnotám proudu.



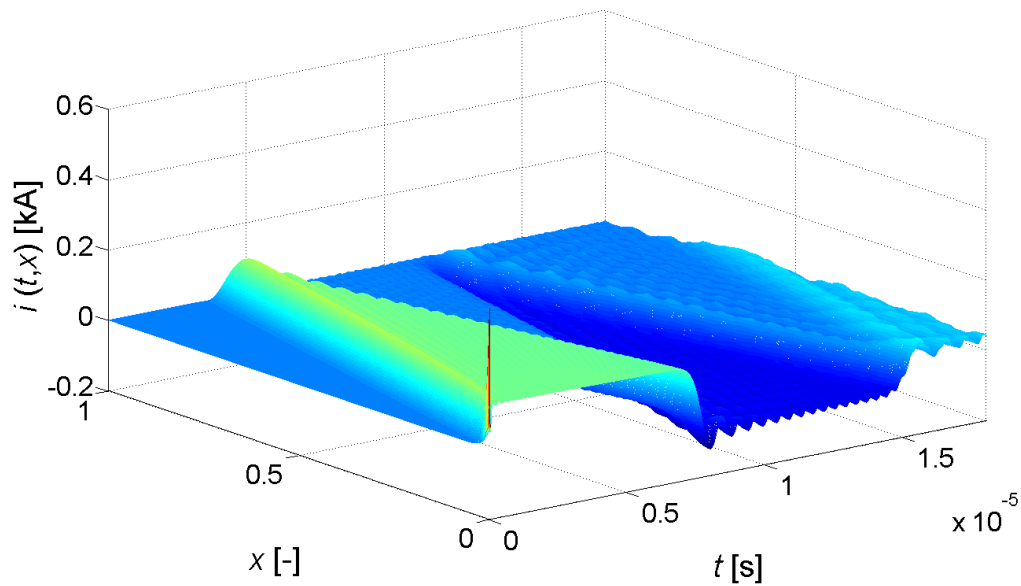
**Obr. 3.18** Proud ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok s  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno

Vstupní proud v počátku vinutí je mnohonásobně vyšší než proud v další části vinutí, neboť strmost náběžné hrany vstupního napětí ovlivňuje zejména velikost kapacitních

proudů na začátku vinutí. Pro přiblížení vyšetřovaného stavu skutečným provozním stavům jsem doplnil vstupní napěťový zdroj o nenulovou hodnotu vnitřního odporu  $R_0$ .

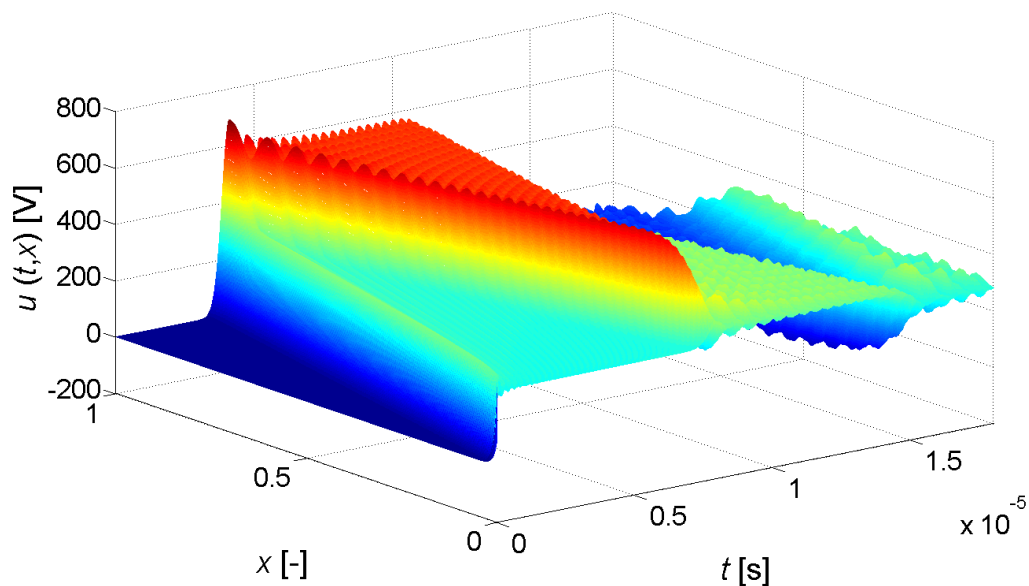
### b) Zdroj s uvažováním vnitřního odporu

Následující obrázek ukazuje rozložení proudu pro obvod s vnitřním odporem napěťového zdroje  $R_0 = 0,5 \Omega$ . Maximální velikost proudu v počátku vinutí je tímto rezistorem značně redukována.



**Obr. 3.19** Proud ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok s  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0,5 \Omega$ , výstup je naprázdno

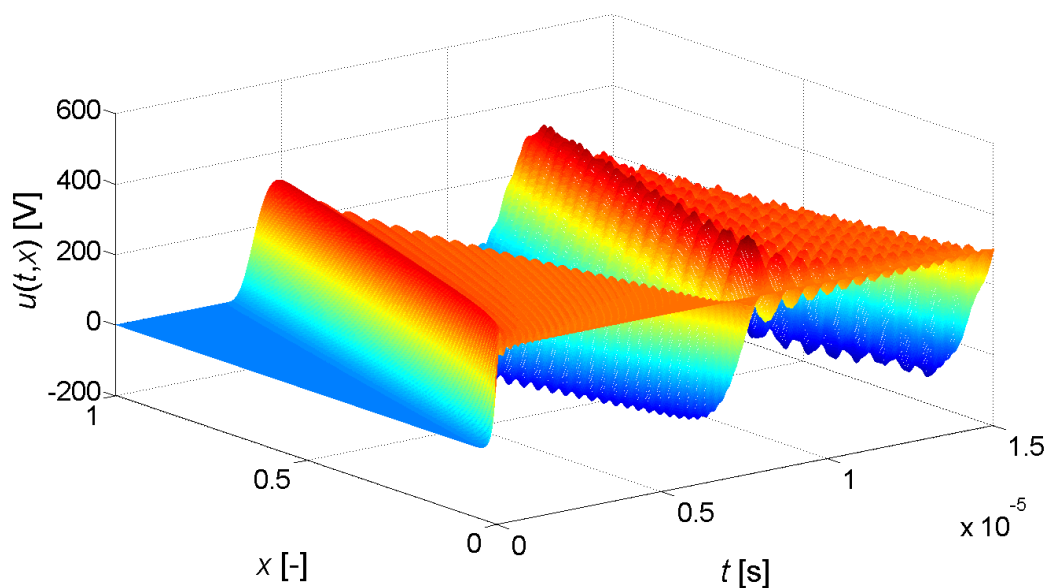
Časoprostorové rozložení napětí ve vinutí se pro nízké hodnoty vnitřního odporu zdroje napětí mění velmi málo. To dokládá obrázek 3.20, který ukazuje časoprostorové rozložení napětí v tomto stavu.



*Obr. 3.20* Napětí ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok  $U_0 = 300$  V,  $R_0 = 0,5$   $\Omega$ , výstup je naprázdno

### c) Maximální hodnota napětí ve vinutí

Pro návrh izolačního systému transformátoru je důležité znát maximální hodnoty napětí a proudů ve vinutí spolu s místem jejich výskytu. V případě vinutí naprázdno se objevují maximální hodnoty napětí na výstupní svorce. Naproti tomu při zapojení nakrátko se maximální hodnota vyskytuje mezi vstupní a výstupní svorkou. Přesné místo výskytu závisí na konkrétních parametrech vinutí a typu rázového napětí.

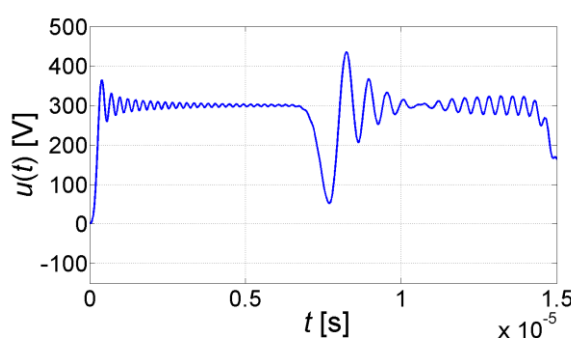


*Obr. 3.21* Rozložení napětí ve vinutí transformátoru pro jednotkový skok  $U_0 = 300$  V a výstup vinutí uzemněn

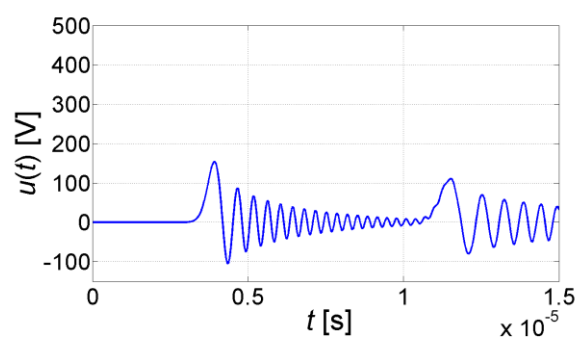


Na obr. 3.21 je zobrazeno rozložení napětí pro vyšetřovaný obvod se zdrojem skokové napěťové funkce  $U_0 = 300$  V, vnitřní odpor zdroje není uvažován, konec vinutí je zapojen nakrátko. Maximální detekované napětí ve vinutí dosahuje v tomto zapojení  $U_M = 467$  V. Rozložení napětí je v souladu se skutečností, že k poškození vinutí transformátoru z důvodů přepětí nedochází zpravidla na začátku vinutí, ale v důsledku superpozice postupných a odražených vln v jisté vzdálenosti od začátku vinutí.

Podrobnější informaci o rozložení napětí lze získat pomocí řezů v daném čase nebo ve zvoleném bodě vinutí. Na obr. 3.22 a 3.23 je znázorněn časový průběh napětí v různých místech vinutí.

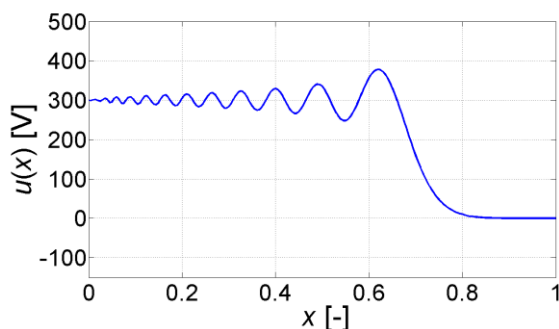


**Obr. 3.22** Časové rozložení napětí ( $x = 0,06$ )

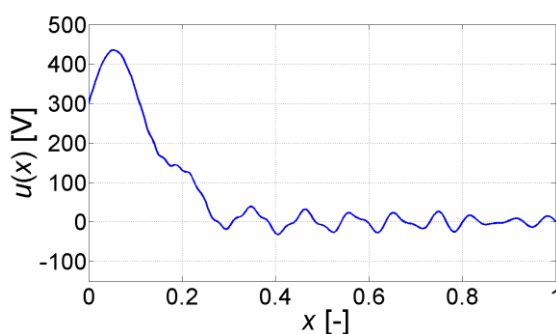


**Obr. 3.23** Časové rozložení napětí ( $x = 0,98$ )

Na obr. 3.22 je rozložení napětí pro  $x = 0,06$  (místo maximálního napětí), obr. 3.23 ukazuje rozložení napětí u konce vinutí transformátoru v bodě  $x = 0,98$ . Z obrázků lze stanovit dobu průletu signálu vinutím  $3,4 \mu\text{s}$ . Obr. 3.24 a 3.25 znázorňují prostorové rozložení napětí podél vinutí v čase  $t = 2,7 \mu\text{s}$  a v čase  $t = 8,3 \mu\text{s}$ , ve kterém napětí dosáhlo maximální hodnoty.



**Obr. 3.24** Prostorové rozložení napětí ( $t = 2,7 \mu\text{s}$ )



**Obr. 3.25** Prostorové rozložení napětí ( $t = 8,3 \mu\text{s}$ )

### 3.4.3 Odezva na pulz s proměnnou náběžnou hranou

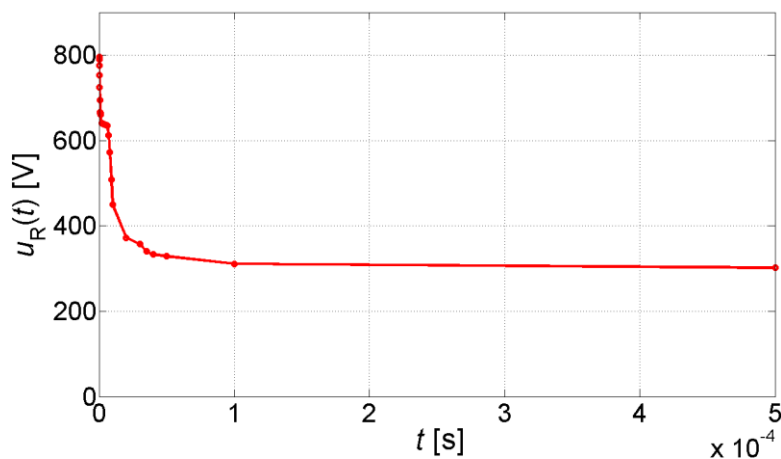
Význačným typickým tvarem rázového napětí je spínací pulz s velkou strmostí nárůstu napětí. Těmito napětími jsou transformátory namáhány především v obvodech obsahujících měniče s polovodičovými spínacími prvky. Například IGBT modul Eupec BSM 75 GB 60 DLC generuje náběžnou hranu napětí 300 V/25 ns. Pro stanovení maximálního napětí ve vinutí a určení místa jeho vzniku jsem zkoumal závislost maximálního napětí ve vinutí na strmosti vstupního pulzu napětí.

Modelovaný obvod má pro všechny níže stanovené maximální hodnoty na svém vstupu rázový generátor pulzu s náběžnou hranou 300 V/ $t_{ON}$ ,  $t_{ON} \in \langle 0 ; 500 \rangle \mu\text{s}$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ ,  $U_0 = 300 \text{ V}$ , výstup vinutí je naprázdno ( $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$ ).

Tab. 3.2 ukazuje některé vypočtené maximální hodnoty napětí ve vinutí transformátoru v závislosti na strmosti vstupní náběžné hrany. Všechny zjišťované maximální hodnoty jsou vyjádřeny na grafu na obr.3.26, ze kterého lze pozorovat výraznou změnu maximálního napětí až do hodnoty strmosti cca. 300 V/10  $\mu\text{s}$ , pro pomalejší náběhy již strmost nehraje velkou roli.

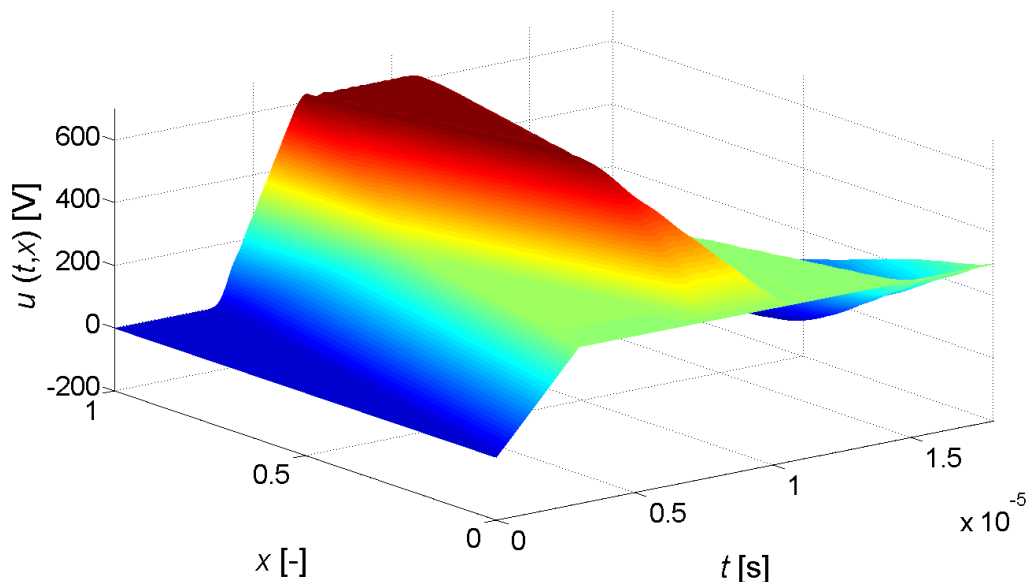
$t_{ON}$	$U_M(t_{ON})$	$t_{ON}$	$U_M(t_{ON})$
0 s	794,9 V	3 $\mu\text{s}$	639 V
1 ps	794,9 V	4 $\mu\text{s}$	637 V
1 ns	794,3 V	5 $\mu\text{s}$	636 V
10 ns	792 V	6 $\mu\text{s}$	635 V
100 ns	790 V	7 $\mu\text{s}$	612 V
400 ns	725 V	10 $\mu\text{s}$	450 V
600 ns	666 V	30 $\mu\text{s}$	357 V
900 ns	663 V	50 $\mu\text{s}$	329 V
2 $\mu\text{s}$	641 V	500 $\mu\text{s}$	302 V

**Tab. 3.2** Velikost maximálního napětí ve vinutí při vstupní náběžné hraně pulzu s  $U_0 = 300\text{V}$



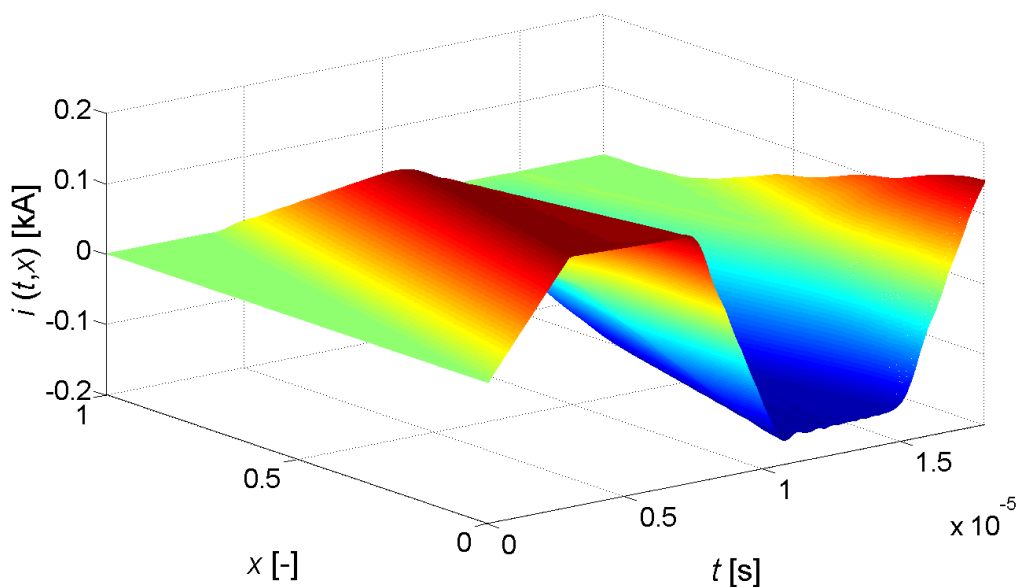
**Obr 3.26** Závislost maximálního napětí ve vinutí na vstupní náběžné hraně pulzu s  $U_0 = 300\text{V}$

Časoprostorové rozložení napětí pro jeden z vyšetřených stavů  $300 \text{ V}/3 \mu\text{s}$  je ukázáno na obr. 3.27. Oproti průběhům s velkou hodnotou strmosti, kde se projevují výrazné oscilace (např. obr. 3.17 – skoková změna napětí), jsou při menší strmosti oscilace značně potlačeny a dosahují i menší maximální hodnoty (639 V, tj. 213% vstupního napětí).



**Obr. 3.27** Napětí ve vinutí transformátoru pro vstupní náběžnou hranu  $300 \text{ V}/3 \mu\text{s}$ ,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno

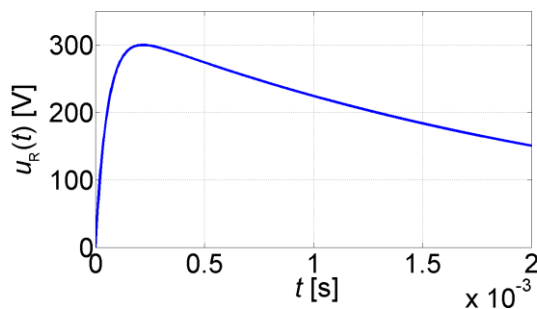
Obr. 3.28 znázorňuje časoprostorové rozložení proudu. Z důvodu pomalejších změn vstupního napětí již proud nedosahuje tak vysokých hodnot, a to ani při nulové hodnotě uvnitřního odporu vstupního rázového zdroje napětí.



**Obr. 3.28** Proud ve vinutí transformátoru pro vstupní náběžnou hranu  $300 \text{ V}/3 \mu\text{s}$ ,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno

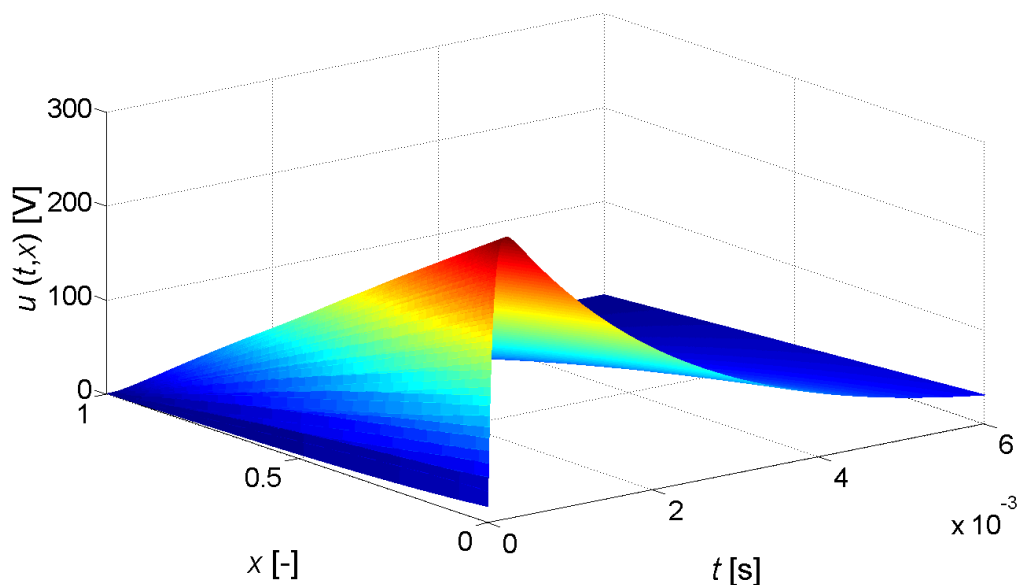
### 3.4.4 Odezva na spínací impuls

Při spínacích procesech v rozvodné síti jsou generovány spínací impulzy, jejichž tvar udává norma ČSN IEC 60-1 jako impuls 200/2000, který je zobrazen na obr. 3.29. Tento impuls má oproti atmosférickému impulsu mnohem menší strmost náběžné hrany, maximální hodnoty napětí a proudu ve vinutí jsou tedy nižší. Aproximace impulsu může být provedena exponenciálami nebo pomocí přímek.



*Obr. 3.29 Spínací impuls*

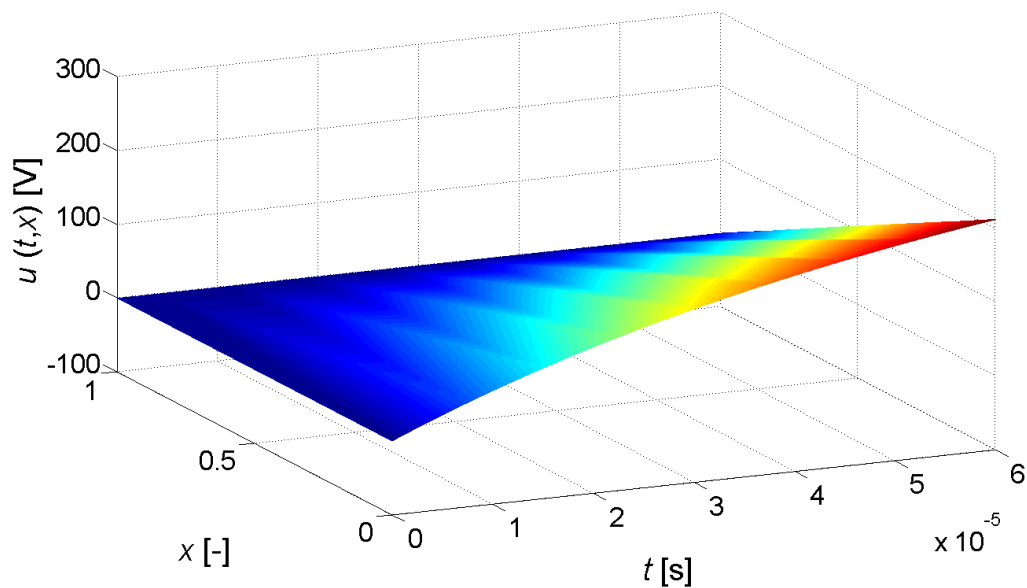
Modelovaný obvod je složený z napěťového zdroje s vnitřním odporem  $R_0 = 0,01 \Omega$  generující spínací impuls, vinutí je na výstupu spojeno nakrátko. Na obr. 3.30 je nakresleno časoprostorové rozložení napětí.



*Obr. 3.30 Napětí ve vinutí transformátoru pro vstupní spínací impuls,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0,01 \Omega$ , výstup je nakrátko*

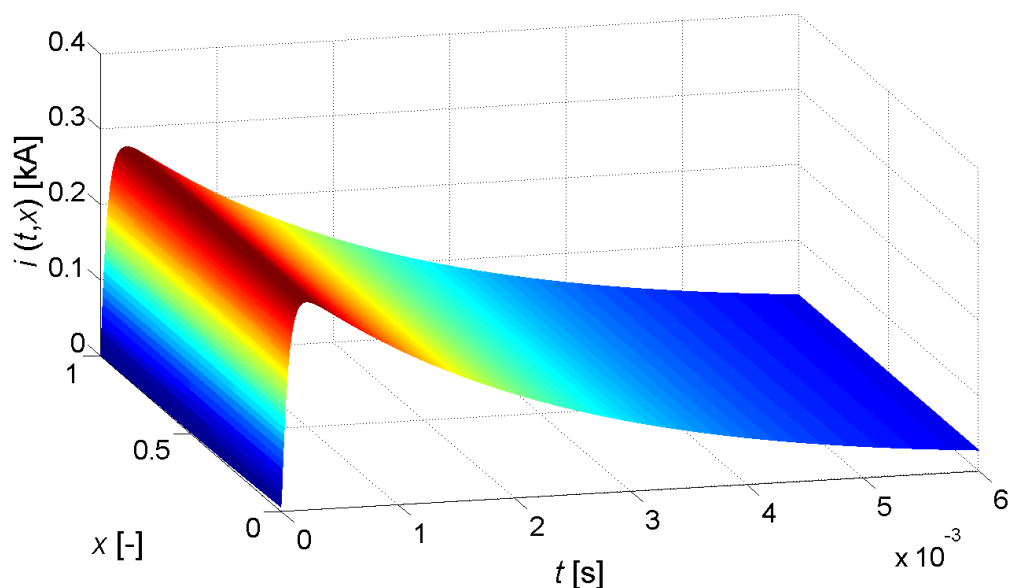
V porovnání se všemi ostatními modelovanými rázovými napětími se jedná o relativně pomalý přechodný děj, při kterém dochází k utlumení průběhu velmi rychle po jeho výskytu. Detail napěťového rozložení ve vinutí je vykreslen na obr. 3.31. Je vidět,

že napěťové vlny, šířící se vzhledem k délce trvání spínacího impulsu vinutím velmi rychle, dosahují poměrně nízkých hodnot.

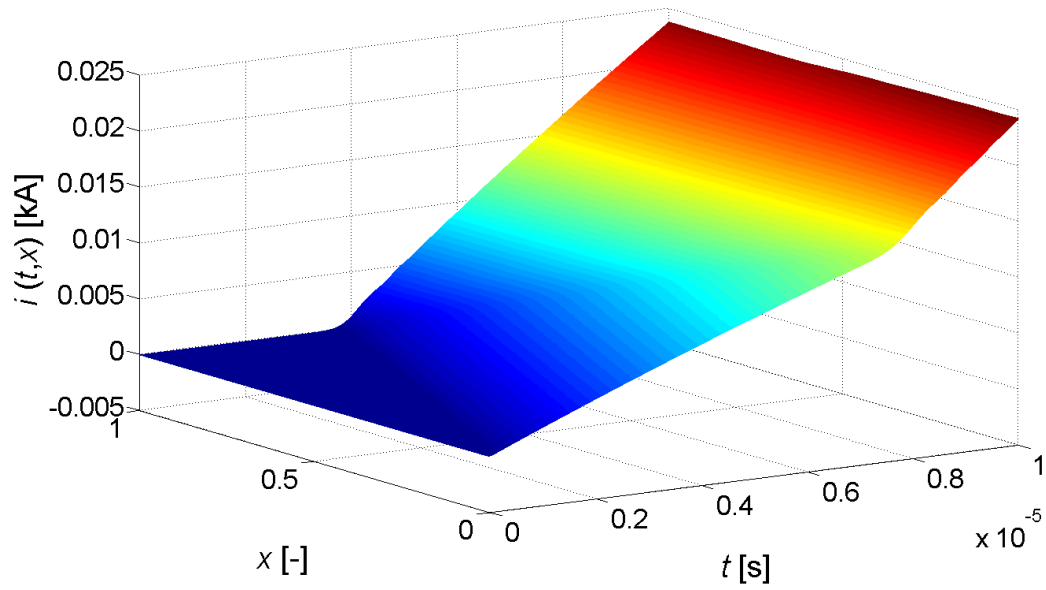


**Obr. 3.31** Detail napětí ve vinutí transformátoru pro vstupní spínací impuls,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 1 \Omega$ , výstup je nakrátko

Rozložení proudu až do odeznění je na obr. 3.32. Proud ve vinutí dosáhne maxima až po mnohonásobném odrazu proudové vlny na začátku a konci vinutí, detail šíření proudové vlny pro první tři doby průletu je znázorněn obr. 3.33. Z průběhu na obr. 3.32 je patrné, že při velmi malých strmostech vstupního napětí vinutí transformátoru je proudová vlna bez oscilací na vstupu i výstupu vinutí.



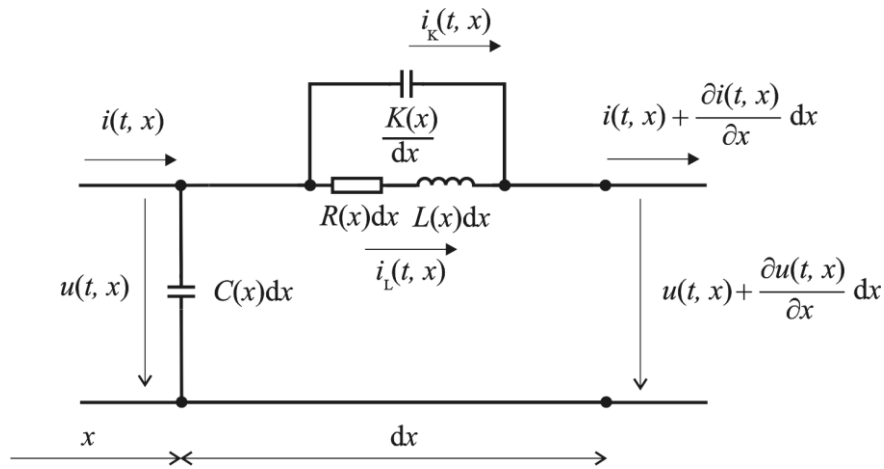
**Obr. 3.32** Proud ve vinutí transformátoru pro vstupní spínací impuls,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0,01 \Omega$ , výstup je nakrátko



**Obr. 3.33** Detail proudu ve vinutí transformátoru pro vstupní spínací impuls,  $U_0 = 300$  V,  $R_0 = 0,01$   $\Omega$ , výstup je nakrátko

## 4 MODEL VINUTÍ S PROSTOROVĚ PROMĚNNÝMI PARAMETRY

Konkrétní vinutí transformátoru může být navrženo s celou řadou odlišností oproti vinutí se standardní geometrií a jednotným izolačním systémem. Tyto podmínky lze respektovat modelem s proměnnými parametry analogicky k případu nehomogenního vedení. Za předpokladu prostorově proměnných parametrů v základním elementu vinutí dostáváme soustavu hyperbolických rovnic, které lze opět řešit numericky pomocí odvozeného algoritmu.



**Obr. 4.1** Elementární úsek vinutí respektující proměnné parametry

Na obr. 4.1 je zobrazen element vinutí respektující proměnné parametry vinutí  $R(x)$ ,  $L(x)$ ,  $C(x)$  a  $K(x)$  v závislosti na prostorové souřadnici  $x$ . Pro element lze formulovat parciální diferenciální rovnice s proměnnými koeficienty ve tvaru

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = L(x) \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial t} + R(x) i_L(t, x) \quad (4.1)$$

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \frac{1}{C(x)} \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial x} + \frac{1}{C(x)} \frac{\partial i_k(t, x)}{\partial x} \quad (4.2)$$

$$-\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x \partial t} = \frac{1}{K(x)} i_k(t, x) \quad (4.3)$$

Pro tyto rovnice s okrajovými a počátečními podmínkami analogickými rov. (3.1) až (3.3) lze odvodit diferenční rovnice postupem uvedeným v kap. 3.2. Ve výsledné maticové rovnici však matice  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$ , resp.  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_2$  mají prvky závislé na prostorové souřadnici  $x$  vyjadřující vzdálenost daného místa od začátku vinutí. V následujících odstavcích jsou řešeny případy modelující různé konstrukční úpravy vinutí. Byl vyšetřován vliv proměnné kapacity v případě vinutí se zesílenou izolací, vliv prostorově

měnicích se induktivních vazeb respektujících způsob provedení vinutí a byl rovněž zkoumán vliv svodu u kapacitních vazeb.

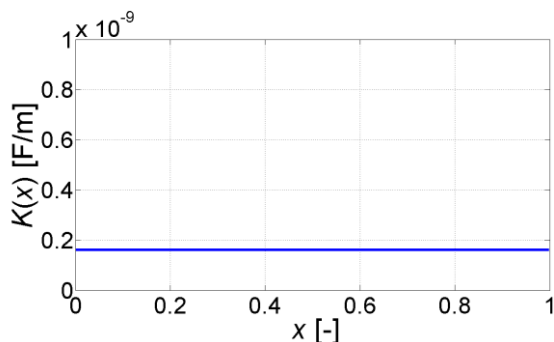
## 4.1 Model s odstupňovaným izolačním systémem

Jedna z možností, jak zlepšit izolační systém transformátoru, a předejít poruchám z důvodu přepětí, je zesílení izolačního systému vinutí. V minulosti byla některá vinutí navrhována tím způsobem, že se provádělo zesílení izolačního systému v okolí vstupní svorky. Z důvodu zhoršení poměrů ve vinutí se však od tohoto konstrukčního řešení později ustoupilo. Pro modelování odstupňovaného izolačního systému, a ověření správnosti navrženého řešení, je stanoveno rozložení napětí a proudu při rázovém jevu pro homogenní izolační systém a dva nehomogenní izolační systémy se skokovou změnou velikosti. Poté je vyšetřen spojitě se měnící nehomogenní izolační systém s určením rozložení napětí a proudu při stejných okrajových podmínkách. Předmětem mého zkoumání je stanovení takového odstupňovaného izolačního systému, který má za následek zlepšení poměrů ve vinutí oproti homogennímu izolačnímu systému.

Při uvažování odstupňovaného izolačního systému jsou parametry vinutí předpokládány konstantní s výjimkou mezizávitové kapacity  $K(x)$ , ta respektuje mezizávitovou izolaci v konkrétním místě.

Všechny následující průběhy jsem stanovil pro provozní stav se vstupním zdrojem napětí, který generuje napětí tvaru jednotkového skoku s  $U_0 = 300$  V, vnitřní odpor  $R_0$  je nulový, vinutí je zakončeno nakrátko. Parametry transformátorového vinutí jsou  $R = 90$  m $\Omega$ /m,  $L = 7$   $\mu$ H/m a  $C = 2$   $\mu$ F/m.

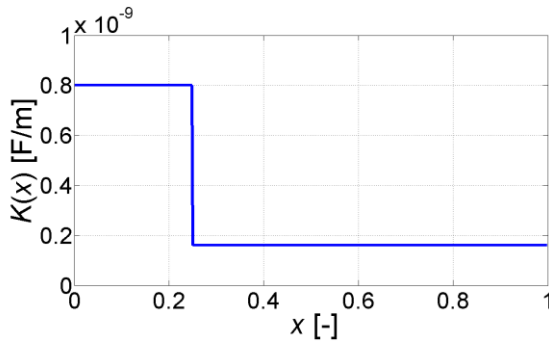
Pro porovnání jednotlivých typů modelovaných izolací s různou hodnotou mezizávitové kapacity  $K(x)$  je nejprve na obr. 4.2 zobrazen průběh pro konstantní rozložení  $K(x) = 160$  pF/m. Odpovídající časoprostorové rozložení napětí ve vinutí je vykresleno v předchozí kapitole na obr. 3.21. Maximální hodnota napětí je  $U_M = 434$  V.



**Obr. 4.2** Konstantní rozložení mezizávitové kapacity podél vinutí

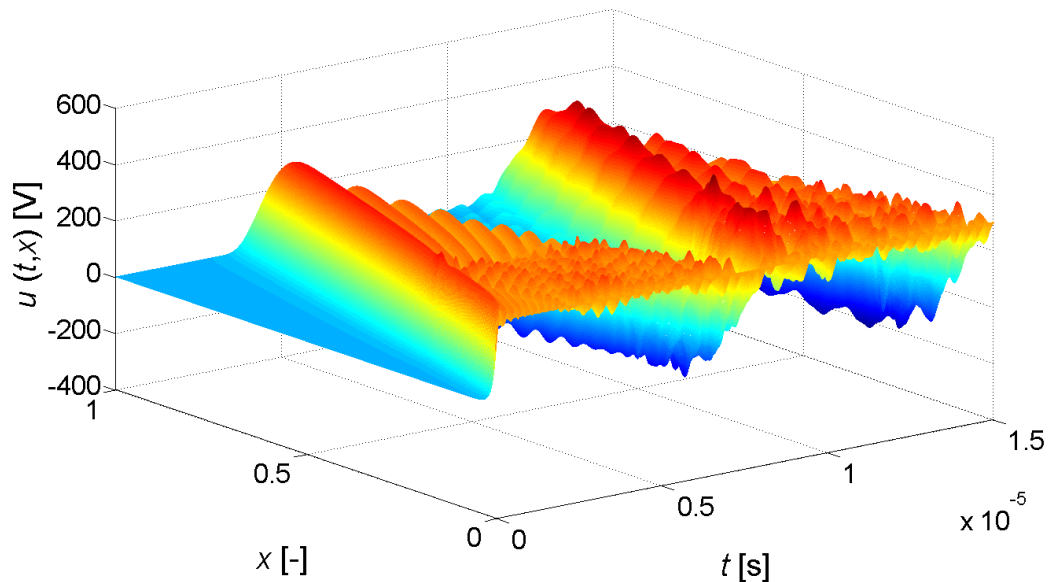


Druhým modelovaným vinutím je vinutí se skokovou změnou izolačního systému v jedné čtvrtině své délky. V počáteční části vinutí je 5-krát větší mezizávitová kapacita  $K(x) = 800 \text{ pF/m}$ , zbývající část vinutí pak má stejnou velikost jako v předchozím modelovaném vinutí  $K(x) = 160 \text{ pF/m}$  – obr. 4.3.



**Obr. 4.3** Skokové rozložení kapacity podél vinutí  
 $K_1 = 800 \text{ pF/m}$ ,  
 $K_2 = 160 \text{ pF/m}$ .

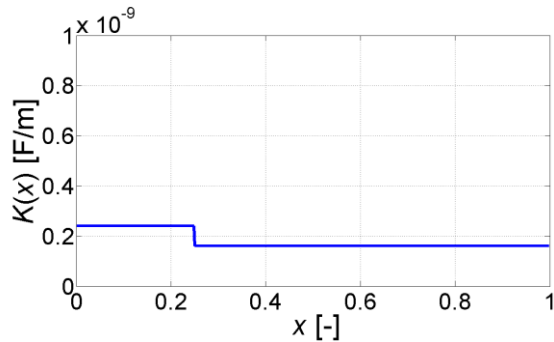
Časoprostorové rozložení napětí ve vinutí ukazuje obr. 4.4. Je zde patrné, že v místě rozhraní izolace ( $x = 0,25$ ) dochází k odrazům napětí, a tím k zhoršení napěťových podmínek v celém vinutí. Maximální detekovaná hodnota  $U_M = 469 \text{ V}$  se vyskytuje stejně jako u homogenního vinutí po prvním odrazu zpětné vlny od začátku vinutí, její poloha je ale v místě rozhraní izolací.



**Obr 4.4** Rozložení napětí ve vinutí pro skokovou změnu mezizávitové kapacity  
 $K_1 = 800 \text{ pF/m}$ ,  $K_2 = 160 \text{ pF/m}$ ,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ ,  $R_Z = 0 \Omega$

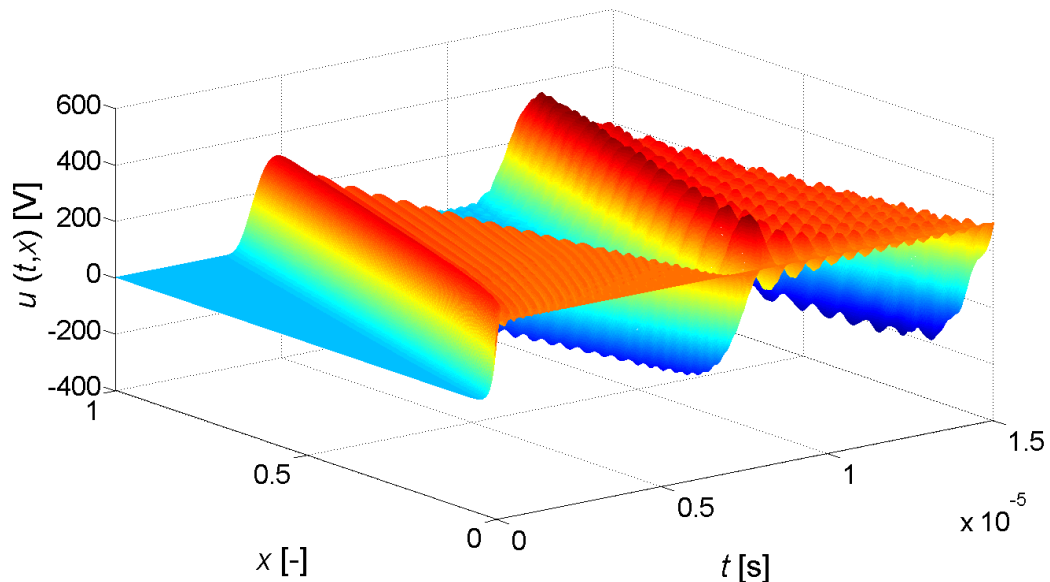
Třetím modelovaným vinutím je vinutí se skokovou změnou izolačního systému, poměr hodnot v místě rozhraní je pouze 1,5. První čtvrtina délky vinutí má hodnotu mezizávitové kapacity  $K(x) = 240 \text{ pF/m}$ , zbývající část opět  $K(x) = 160 \text{ pF/m}$ . Graficky

je závislost mezizávitové kapacity vinutí na prostorové souřadnici ukázána na obr. 4.5, časoprostorové rozložení napětí je znázorněno na obr. 4.6.



**Obr. 4.5** Rozložení kapacity podél vinutí  
 $K_1 = 240 \text{ pF/m}$ ,  
 $K_2 = 160 \text{ pF/m}$ .

Na průběhu není téměř pozorovatelný vliv napěťových odrazů v místě rozhraní izolace. Maximální hodnota napětí vzniká, stejně jako je tomu u konstantního rozložení mezizávitové kapacity, v okolí počátku vinutí.



**Obr. 4.6** Rozložení napětí ve vinutí pro skokovou změnu mezizávitové kapacity  
 $K_1 = 240 \text{ pF/m}$ ,  $K_2 = 160 \text{ pF/m}$ ,  $U_0 = 300 \text{ V}$ ,  $R_0 = 0 \text{ } \Omega$ ,  $R_Z = 0 \text{ } \Omega$

Z průběhu lze odečíst maximální hodnotu napětí ve vinutí  $U_M = 430 \text{ V}$ . Jde o nižší hodnotu, než pro izolaci s 5-krát větší hodnotu mezizávitové kapacity v místě rozhraní. Jde zároveň i o menší hodnotu, než je maximální hodnota pro konstantní rozložení mezizávitové kapacity  $K(x) = 160 \text{ pF/m}$ . Se snižujícím se rozdílem kvality izolací v místě rozhraní se snižuje zároveň velikost odražené vlny v tomto místě a tedy i velikost maximálního napětí.

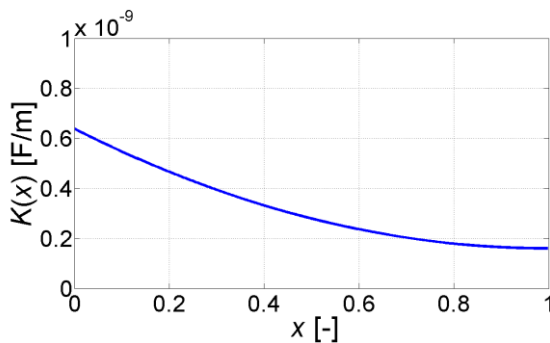
Prezentované příklady dokládají, že zvýšení mezizávitové kapacity má obecně pozitivní efekt na velikost maximální hodnoty napětí ve vinutí. Velikost změny

parametrů v místě rozhraní izolací ale nesmí být příliš velká, přesný poměr závisí na konkrétních parametrech daného vinutí. Navržený algoritmus umožňuje modelování libovolné skokové odstupňované izolace a následnou optimalizaci při návrhu izolačního systému.

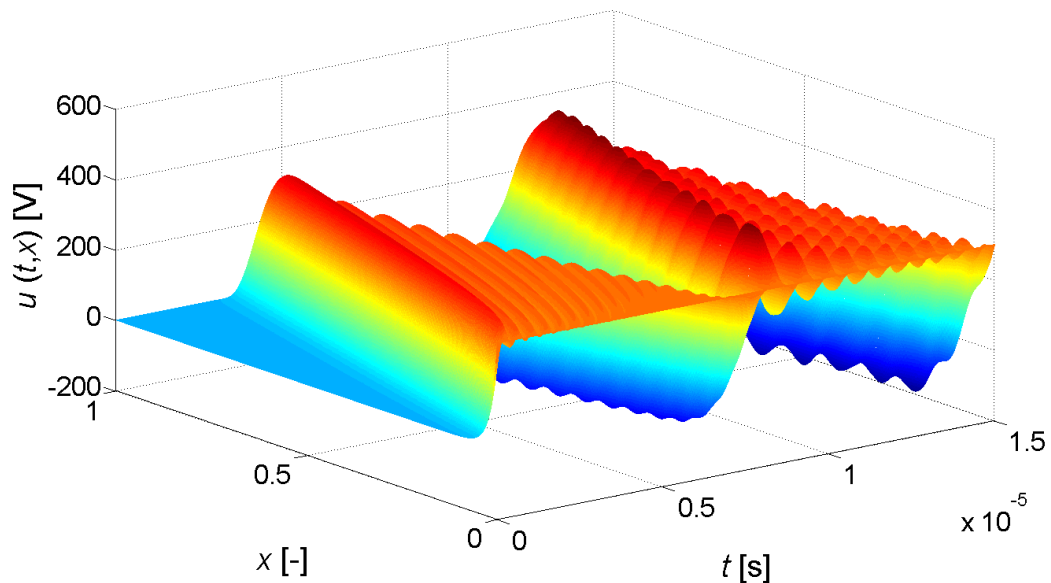
Vzhledem k negativnímu vlivu skokové změny izolace (skoková změna mezizávitové kapacity) byl vyšetřován i vliv spojitě se měnící kapacity  $K(x)$

$$K(x) = 3K_0(1-x/\ell)^2 + K_0, \quad (4.4)$$

kde  $K_0 = 160$  pF/m a  $\ell$  je délka vinutí. Průběh této funkce ukazuje obr. 4.7. Maximální hodnota mezizávitové kapacity, která je na začátku vinutí, je  $K(0) = 640$  pF/m.



*Obr. 4.7 Rozložení kapacity podél vinutí podle rov. (4.4)*



*Obr 4.8 Rozložení napětí ve vinutí pro plynulou změnu mezizávitové kapacity podle rov. (4.4)*

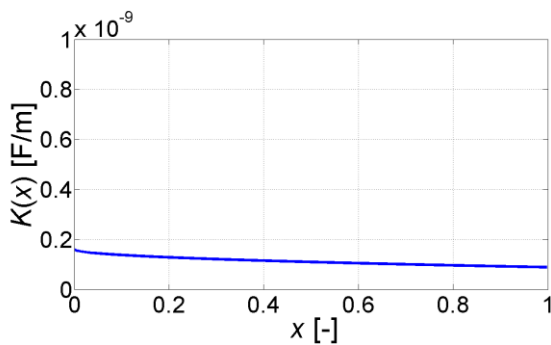
Rozložení napětí zobrazuje obr. 4.8. Je zřejmé, že v tomto případě nedochází k žádným odrazům v místě rozhraní při průchodu vlny napětí vinutím. Maximální

napětí dosahuje hodnoty  $U_M = 417$  V a jeho výskyt je téměř ve stejném místě jako ve vinutí s homogenním izolačním systémem.

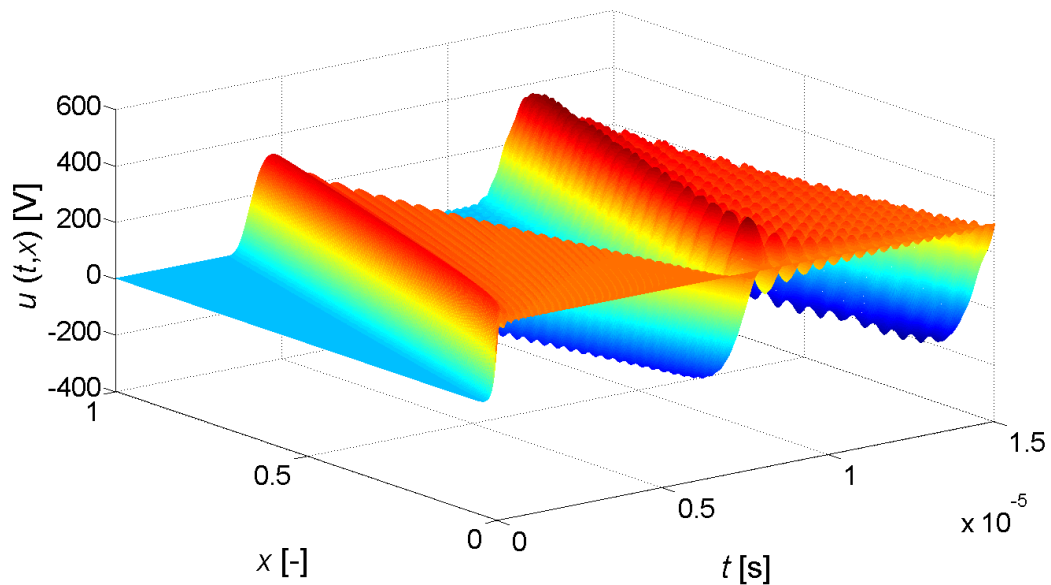
Posledním modelovaným příkladem je vinutí, které má plynulé rozložení mezizávitové kapacity s menšími rozdíly na vstupu oproti výstupu vinutí, byla uvažována závislost

$$K(x) = 0,1K_0(1 - x/\ell)^2 + K_0 \quad (4.5)$$

Její graf je vykreslen na obr. 4.9. Rozložení napětí je na obr. 4.10, maximální hodnota napětí je  $U_M = 422$  V, je vyšší než v předchozím případě, ale nižší nežli pro konstantní kapacitu.



**Obr. 4.9** Rozložení kapacity podél vinutí podle rov. (4.5)



**Obr 4.10** Rozložení napětí ve vinutí pro plynulou změnu mezizávitové kapacity podle rov. (4.5)

Ze všech testovaných typů vinutí transformátoru je zřejmé, že zvýšená velikost mezizávitové izolace má pozitivní vliv na maximální hodnotu napětí ve vinutí. Zvýšení izolace ale musí být provedeno plynule, případně odstupňovaným navýšením izolace ve

více krocích. Tab. 4.1 shrnuje hodnoty maximálních napětí stanovených pro vyšetřované případy provedení zesílené izolace. Ukazuje se, že při špatném návrhu izolace vinutí (její skokové změny) může dojít i k opačnému efektu a zhoršení napěťových a proudových poměrů v místě rozhraní izolací.

<b>Rozložení</b>	<b><math>K(x)</math> [pF/m]</b>	<b><math>U_M</math></b>
<i>Konstantní</i>	$K = 160$	434 V
<i>Plynulé</i>	$K(x)$ - rov. (4.4) : $K_{MAX} = 640$ ; $K_{MIN} = 160$	417 V
<i>Plynulé</i>	$K(x)$ - rov.(4.5) : $K_{MAX} = 176$ ; $K_{MIN} = 160$	422 V
<i>Skokové</i>	$K_1 = 800$ ; $K_2 = 160$	469 V
<i>Skokové</i>	$K_1 = 240$ ; $K_2 = 160$	430 V

**Tab 4.1**  
*Maximální napětí ve vinutích*

Navržený model je tedy vhodný k analyzování návrhu vinutí a stanovení takového odstupňovaného nehomogenního izolačního systému, který zamezí vzniku nebezpečných hodnot napětí a proudů.

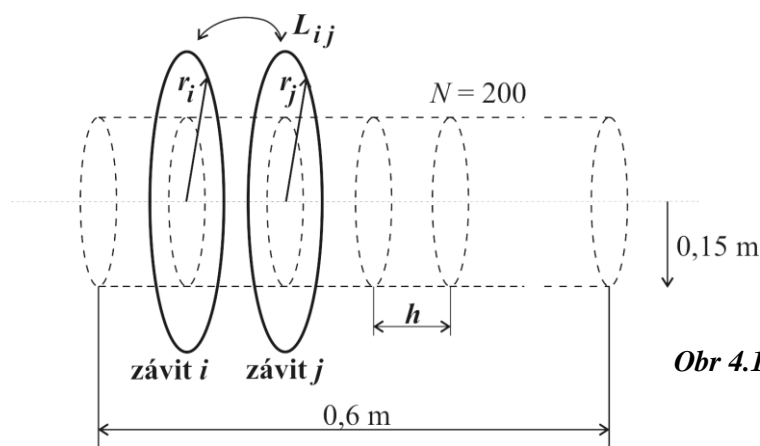
## 4.2 Model respektující měnící se induktivní vazby ve vinutí

Jedním z dalších parametrů vinutí transformátoru, jehož vliv na rozložení napětí ve vinutí lze pomocí navrženého algoritmu vyšetřovat, je proměnné rozložení indukčnosti podél vinutí  $L(x)$ . Lze tak respektovat měnící se induktivní vazby mezi jednotlivými závity v závislosti na provedení vinutí.

### 4.2.1 Vyšetření závislosti $L(x)$

V následujícím odstavci je odvozena závislost induktivní vazby mezi závity v jednovrstvé cívce. Induktivní vazbu mezi  $i$ -tým a  $j$ -tým závitem uspořádání dle obr. 4.11 lze vyjádřit pomocí Neumannova vzorce

$$L_{ij} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{C_i} \oint_{C_j} \frac{\overline{dl}_i \overline{dl}_j}{r_{ij}} \quad (4.6)$$



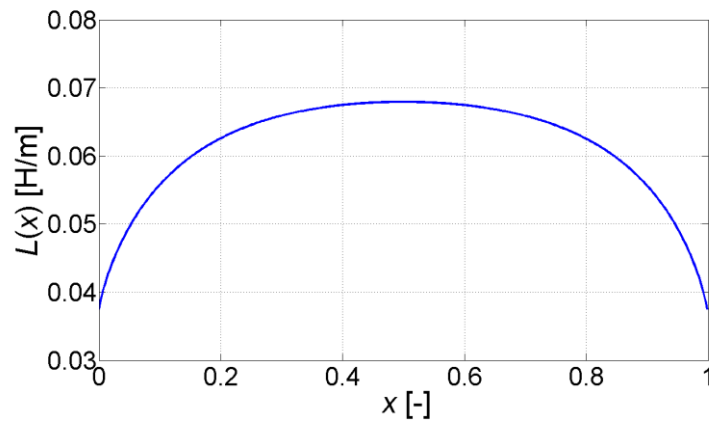
Obr 4.11 Vinutí s respektováním induktivních vazeb

Výpočet dvojného integrálu v rov. (4.6) lze pro kruhové závity provést analyticky pomocí Legendrových eliptických integrálů 1. a 2. druhu  $F(k)$  a  $E(k)$  [23]. Pro závity libovolného tvaru je nutno provést výpočet numericky. Použil jsem oba dva způsoby. Po vyčíslení induktivní vazby  $L_{ij}$  pro každý z  $N$  závitů lze vyjádřit indukčnost  $i$ -tého závitu vztahem

$$L_i = L_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N L_{ij} \quad (4.7)$$

Rozložení této závislosti je vykresleno na obr. 4.12, délka vinutí je normována. Velikost indukčnosti na počátku vinutí je  $L(0) = 0,037$  H/m, indukčnost ve střední části

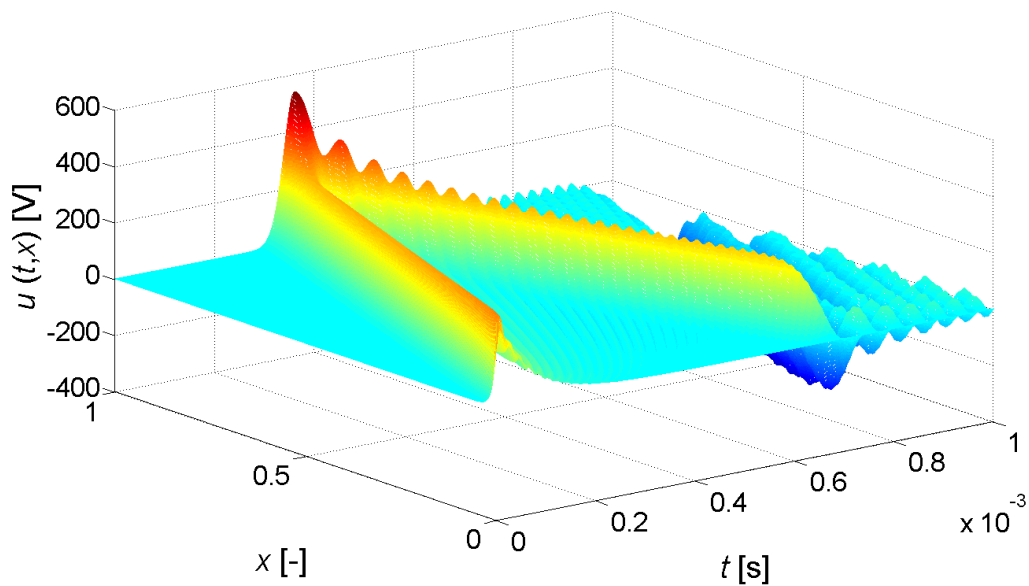
je cca. dvakrát větší. Pro kontrolní výpočet bylo vyšetřeno i vinutí s konstantní induktivní vazbou odpovídající střední hodnotě  $L(x) = 0,061$  H/m.



Obr 4.12 Rozložení indukčnosti  $L(x)$  podél vinutí

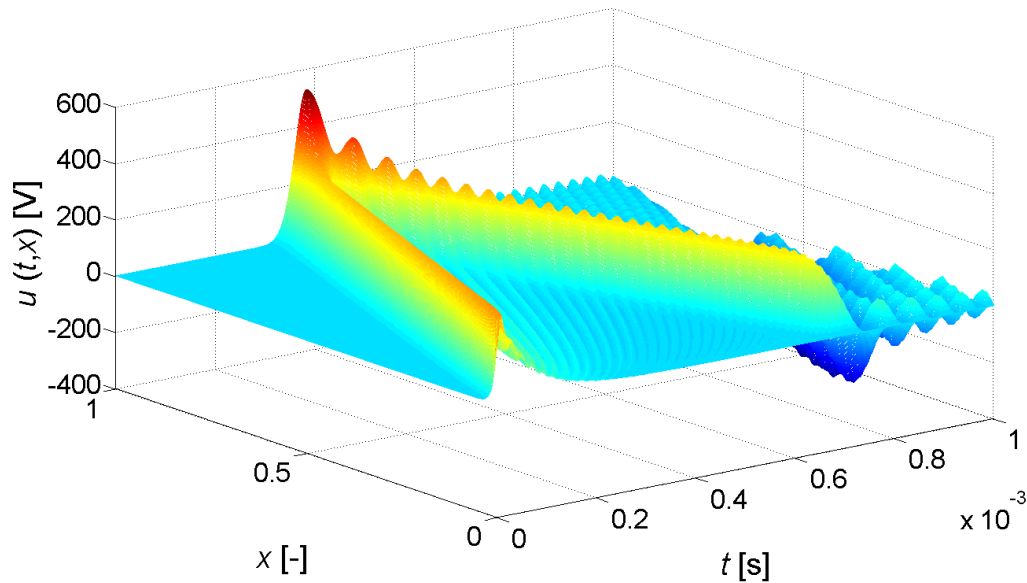
#### 4.2.2 Časoprostorové rozložení napětí ve vinutí s prostorově proměnnou indukčností

Je vyšetřováno vinutí s proměnnou hodnotou indukčnosti, na vstupu vinutí je aplikována rázová vlna napětí ve tvaru atmosférického impulzu 1,2/50 s maximálním napětím  $U_0 = 300$  V a nulovým vnitřním odporem  $R_0$ . Vinutí je zakončeno naprázdno ( $R_Z = 3$  M $\Omega$ ). Časoprostorové rozložení napětí je zobrazeno na obr. 4.13.



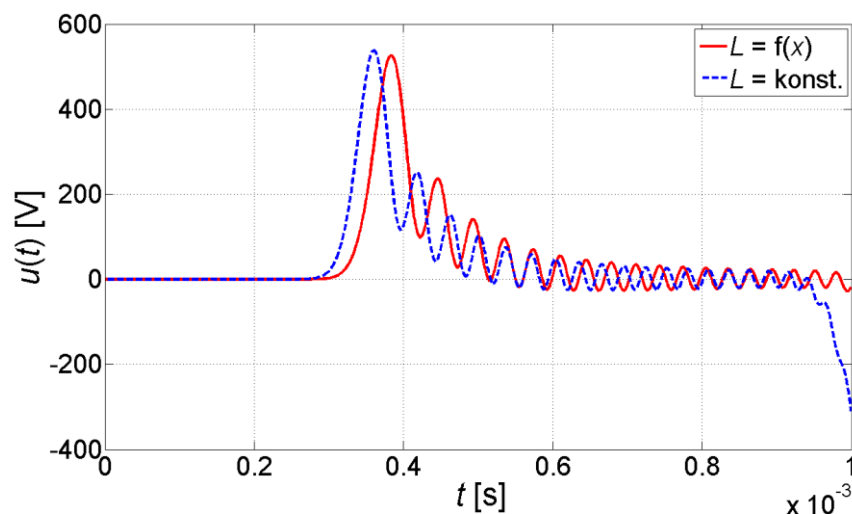
Obr. 4.13 Rozložení napětí ve vinutí pro proměnnou indukčnost vinutí  $L(x)$  podle obr. 4.12 a atmosférický impulz

Pro srovnání je na obr. 4.14 ukázáno časoprostorové rozložení napětí pro konstantní hodnotu indukčnosti  $L(x) = 0,061 \text{ H/m}$  (střední hodnota průběhu na obr. 4.12.)



**Obr. 4.14** Rozložení napětí ve vinutí pro konstantní indukčnost vinutí  $L(x) = 0,061 \text{ H/m}$  a atmosférický impulz

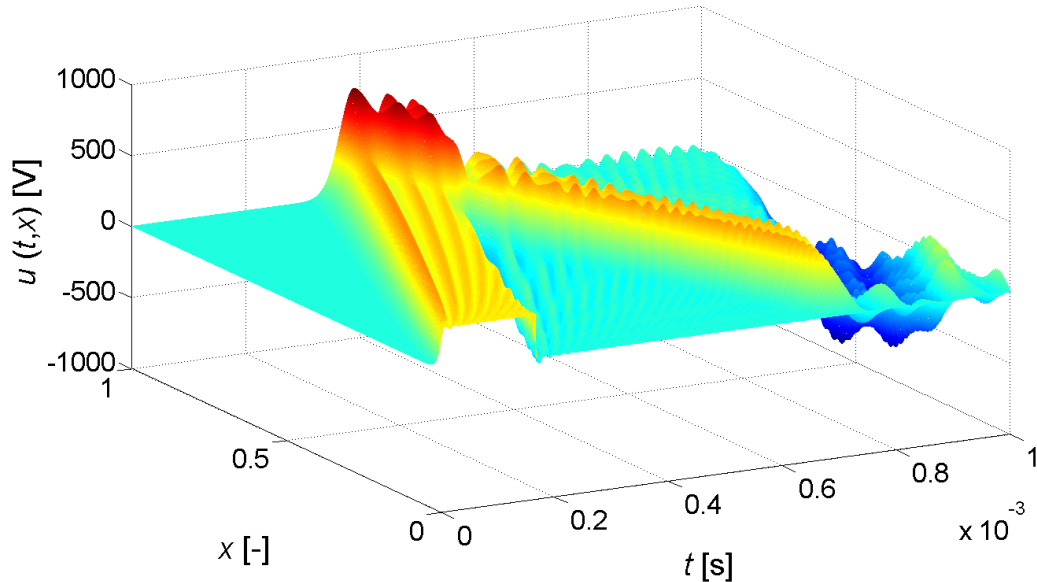
Při porovnání obou sledovaných průběhů je patrné, že velikost maximálních hodnot je přibližně stejná, u vinutí s konstantní indukčností jsou tyto hodnoty nepatrně vyšší. Detailním porovnáním jednotlivých variant lze zjistit, že podstatný vliv má prostorově proměnná indukčnost na dobu průletu napěťové vlny, oba sledované průběhy jsou tedy fázově posunuty. To dokládá obr. 4.15, kde jsou zobrazeny časové řezy obou předchozích průběhů na konci vinutí.



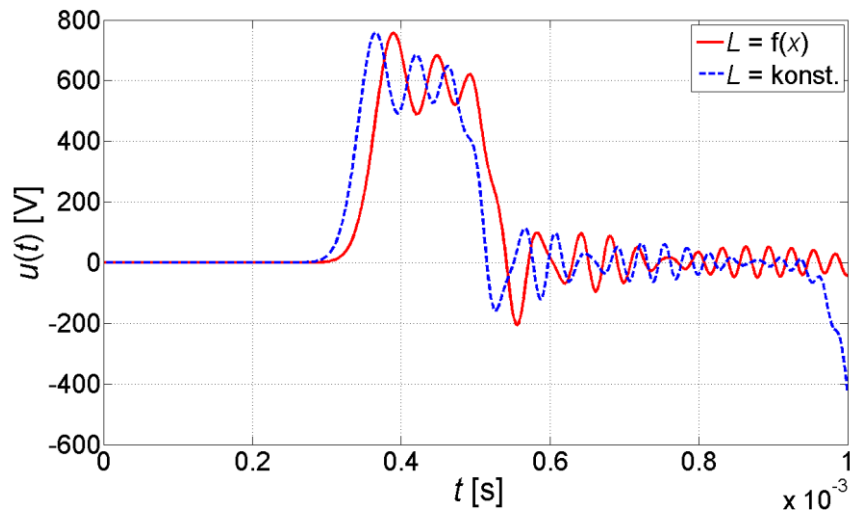
**Obr. 4.15** Porovnání napětí na konci vinutí pro konstantní a proměnný průběh  $L(x)$  při atmosférickém impulzu,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno



Podobné závěry lze učinit i z dalšího vyšetřovaného příkladu, kdy je na vstupu vinutí injektován pulz s náběžnou hranou 300 V/ 25 ns a doběžnou hranou 300 V/10 ns, pulz trvá 0,17 ms. Časoprostorové rozložení napětí ve vinutí s respektováním induktivních vazeb je zobrazeno na obr. 4.16, porovnání výstupního napětí s odpovídajícím konstantním rozložením je zachyceno na obr. 4.17.



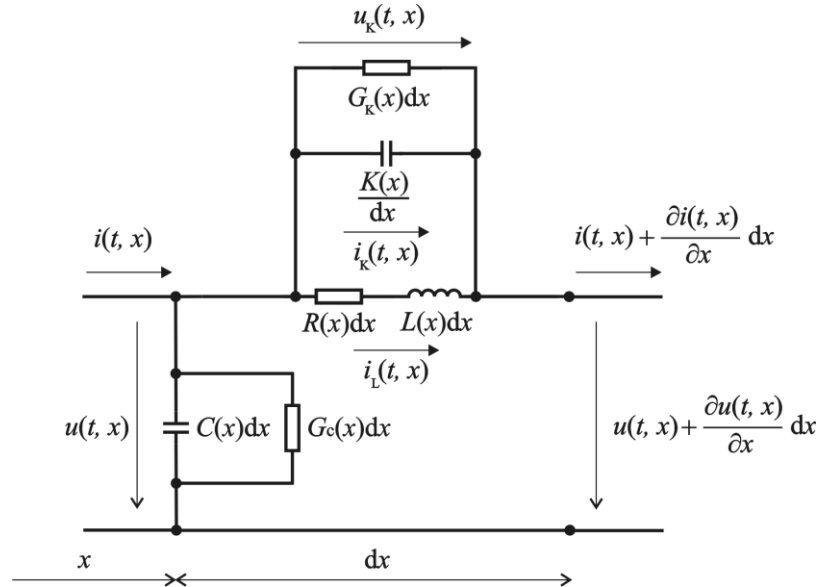
**Obr. 4.16** Rozložení napětí ve vinutí pro proměnnou indukčnost vinutí  $L(x)$  podle obr. 4.12



**Obr. 4.17** Porovnání napětí na konci vinutí pro konstantní a proměnný průběh  $L(x)$  při napěťovém pulzu,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno

### 4.3 Model s respektováním svodu kapacitní vazby

Nedokonalý izolační systém lze modelovat paralelním připojením vodivostí  $G_C(x)$  a  $G_K(x)$  ke kapacitám – obr. 4.18.

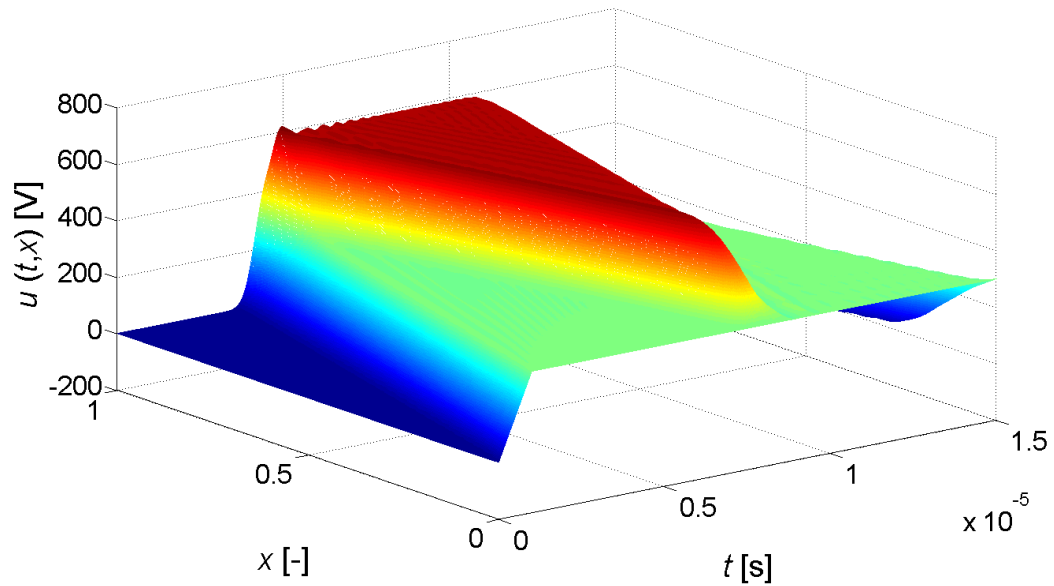


Obr 4.18 Rozšířený elementární úsek vinutí  $dx$

Obvod lze obecně popsat soustavou tří parciálních diferenciálních rovnic s proměnnými koeficienty (4.8). V důsledku respektování kapacitních svodů se zde objevují ještě smíšené parciální derivace druhého řádu. I pro tuto soustavu lze analogicky odvodit soustavu diferenčních rovnic typu (3.9)

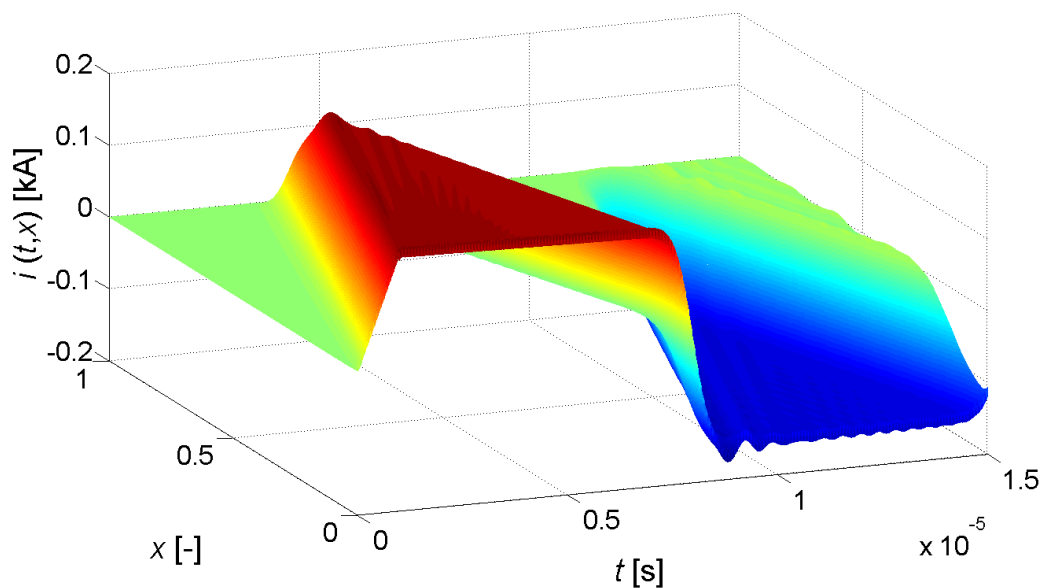
$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial i_k(t, x)}{\partial x} &= G_K(x) \frac{\partial u^2(t, x)}{\partial x \partial t} + C(x) \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial x} + G_C(x) u(t) \\
 -\frac{\partial i_L(t, x)}{\partial t} &= \frac{1}{L(x)} \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} + \frac{R(x)}{L(x)} i_L(t, x) \\
 -\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x \partial t} &= \frac{1}{K(x)} i_k(t, x)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Daný matematický model vinutí je použit ke sledování vlivu svodu a jeho prostorové závislosti na rozložení rázových napětí. Ve všech dále vyšetřovaných příkladech jsou uvažovány konstantní parametry vinutí  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $K$ . Modelovaný obvod má na svém vstupu rázový generátor pulzu s náběžnou hranou  $300 \text{ V} / 1 \mu\text{s}$  s vnitřním odporem  $R_0 = 0,01 \Omega$ , vinutí je zakončeno naprázdno. První modelovaný obvod má dokonalý izolační systém, tedy  $G_C = 0 \text{ S/m}$  a  $G_K = 0 \text{ S/m}$ .



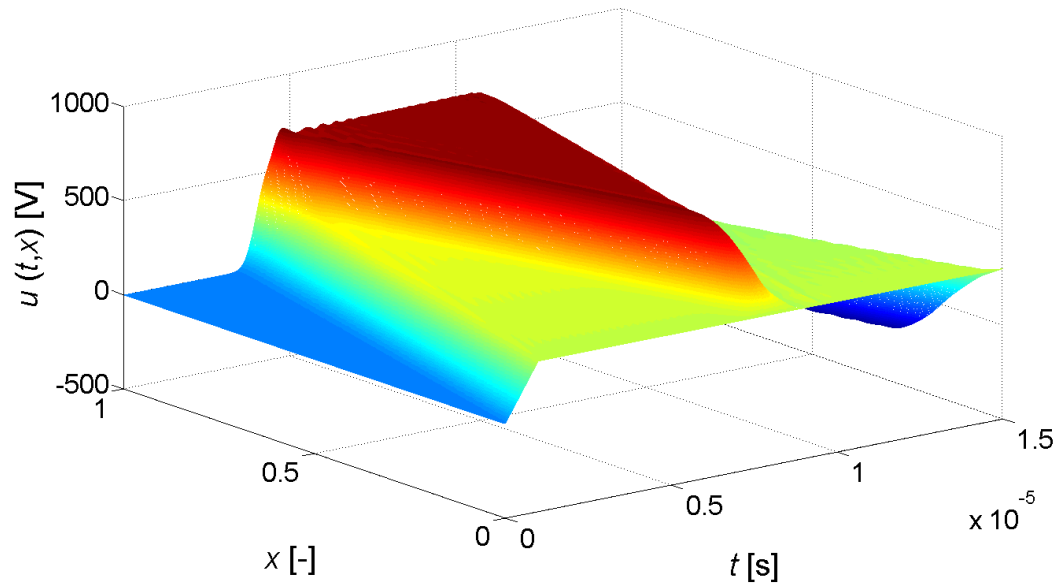
**Obr. 4.19** Rozložení napětí ve vinutí pro parametry svodu  $G_C = 0 \text{ S/m}$  a  $G_K = 0 \text{ S/m}$  pro pulz  $300 \text{ V}/1 \text{ } \mu\text{s}$ ,  $R_0 = 0,01 \text{ } \Omega$ , výstup je naprázdno

Maximální napětí ve vinutí je v tomto případě  $U_M = 639 \text{ V}$ . Následující průběh ukazuje rozložení proudu. Na průběhu je zřejmý zvýšený proud v oblasti počátku vinutí.



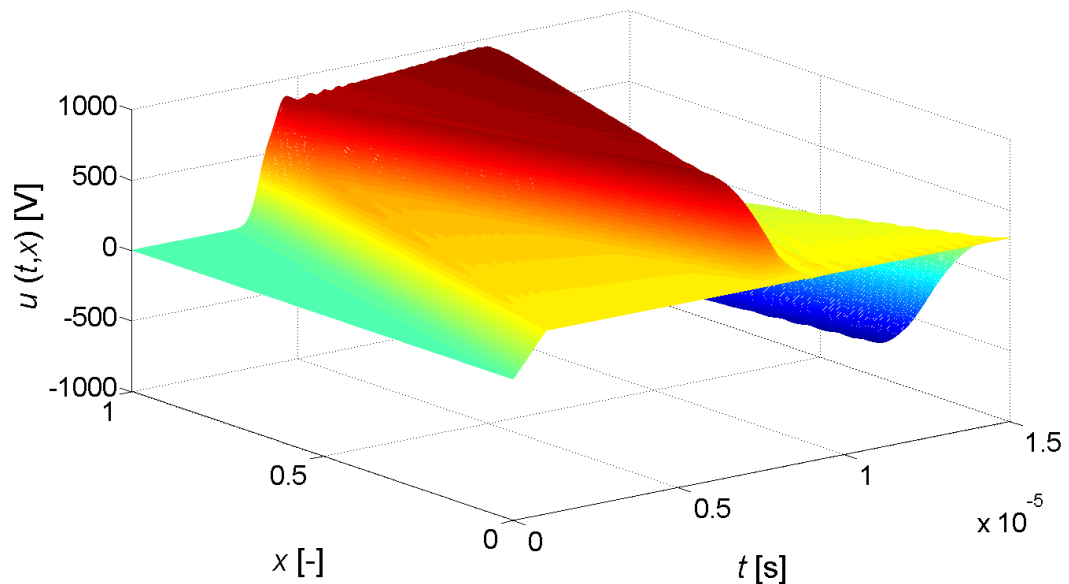
**Obr. 4.20** Rozložení proudu ve vinutí pro parametry svodu  $G_C = 0 \text{ S/m}$  a  $G_K = 0 \text{ S/m}$  pro pulz  $300 \text{ V}/1 \text{ } \mu\text{s}$ ,  $R_0 = 0,01 \text{ } \Omega$ , výstup je naprázdno

Druhým modelovaným případem je obvod s nedokonalým izolačním systémem, vodivost izolace vinutí byla zvolena  $G_C = 6 \text{ pS/m}$  a  $G_K = 6 \text{ pS/m}$ . Napětí v tomto případě již dosahuje hodnoty  $U_M = 719 \text{ V}$ , ale charakter průběhu je analogický průběhu pro vinutí s ideálním izolačním systémem.

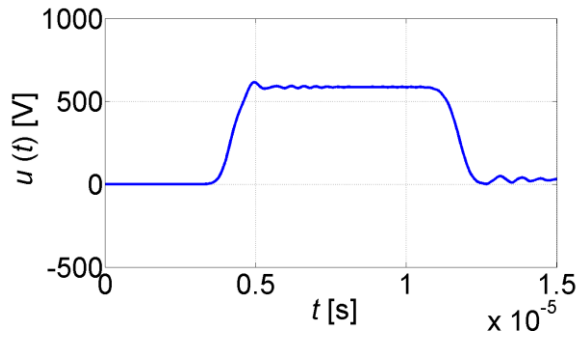


**Obr. 4.21** Rozložení napětí ve vinutí pro parametry svodu  $G_C = 6 \text{ pS/m}$  a  $G_K = 6 \text{ pS/m}$  pro pulz  $300 \text{ V/1 } \mu\text{s}$ ,  $R_0 = 0,01 \text{ } \Omega$ , výstup je naprázdno

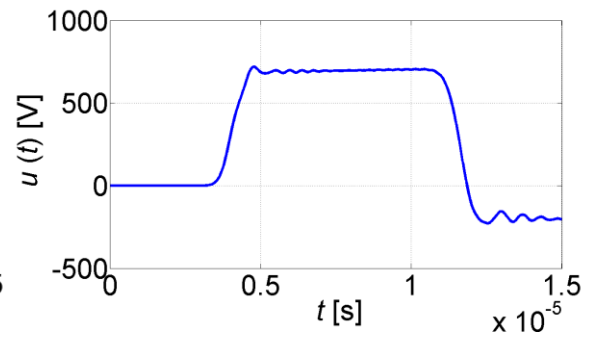
Při zvyšující se hodnotě vodivosti však dochází k dalšímu nárůstu napětí na konci vinutí i k deformaci tvaru rozložení napětí. Obr. 4.22 ukazuje časoprostorové rozložení napětí pro vinutí s parametry svodu  $G_C = 12 \text{ pS/m}$  a  $G_K = 12 \text{ pS/m}$ . Přesnější porovnání výsledků je možné získat z časových průběhů napětí na konci vinutí. Ty jsou vykresleny na obrázcích 4.23 až 4.26 a maximální hodnoty napětí jsou shrnuty v tab. 4.2.



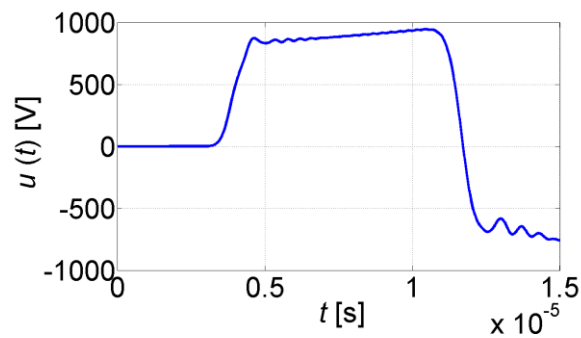
**Obr. 4.22** Rozložení napětí ve vinutí pro parametry svodu  $G_C = 12 \text{ pS/m}$  a  $G_K = 12 \text{ pS/m}$  pro pulz  $300 \text{ V/1 } \mu\text{s}$ ,  $R_0 = 0,01 \text{ } \Omega$ , výstup je naprázdno



Obr. 4.23 Výstupní napětí,  $G_C, G_K = 0 \text{ pS/m}$



Obr. 4.24 Výstupní napětí,  $G_C, G_K = 6 \text{ pS/m}$



Obr. 4.25 Výstupní napětí,  $G_C, G_K = 12 \text{ pS/m}$

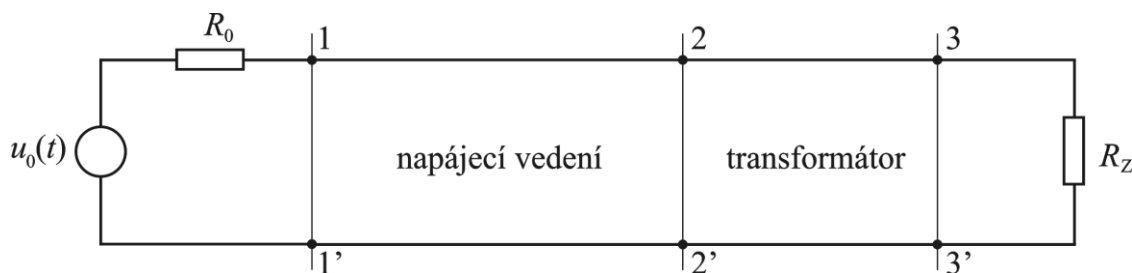
Z údajů v tab. 4.2 je patrné, že vyšší hodnoty vodivosti izolačního systému způsobují zvýšení maximálních hodnot rázových napětí ve vinutí.

typ izolace	$G_C, G_K \text{ [pS/m]}$	$U_{\text{MAX}} \text{ [V]}$	$U_{\text{MAX}}/U_0 \text{ [-]}$
ideální	0	639	2,1
neideální	6	719	2,4
neideální	12	960	3,2

Tab. 4.2 Maximální napětí ve vinutí transformátoru s dokonalým a nedokonalým izolačním systémem

## 5 Model transformátoru s napájecím vedením

V předchozí části práce byla provedena podrobná analýza vlivu různých faktorů na rozložení napětí a proudů ve vinutí transformátoru za předpokladu, že je na vstupní svorku vinutí přivedena rázová vlna napětí. Ve většině případů vzniká rázová vlna atmosférickými přepětími na vedení nebo v důsledku velmi rychlých spínacích procesů v dané soustavě. Vliv rázové vlny na vinutí a charakter takto vybuzených přepětí ve vinutí pak závisí nejen na samotném vinutí ale i na připojené soustavě. Tato kapitola je proto věnována vyšetření časoprostorového rozložení napětí a proudu s uvažováním obou částí – napájecího vedení i vinutí. V praxi je transformátor vždy připojen přes systém přepět'ových ochran a svodičů přepětí. Nejprve je však nutno vyšetřit toto propojení bez ochranných prvků a teprve na základě této analýzy lze přesněji navrhnout na jak rychlé a na jak velká přepětí by měla příslušná ochrana reagovat.



**Obr 5.1** Soustava zdroje rázového napětí, napájecího vedení a transformátoru

Uvažované spojení vedení a vinutí transformátoru je schematicky znázorněno soustavou na obr. 5.1. Napájecí vedení lze analogicky jako vinutí transformátoru modelovat obvodem s rozprostřenými parametry a platí pro něj telegrafní rovnice

$$-\frac{\partial i(t, x)}{\partial x} = G_v u(t, x) + C_v \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} \quad (5.1)$$

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = R_v i(t, x) + L_v \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \quad (5.2)$$

Parametry vedení  $G_v$ ,  $R_v$ ,  $L_v$  a  $C_v$  jsou uvažovány konstantní. Pro soustavu rovnic popisujících vedení a rov. (3.1) až (3.3) popisujících vinutí transformátoru je nutno formulovat počáteční a okrajové podmínky, tj. vyjádřit vztahy mezi napětími a proudy na vstupních svorkách 1-1' a výstupních svorkách 3-3'. Ty jsou stejně jako u modelu samotného transformátorového vinutí dány vztahy (3.4). Na svorkách 2-2', tj. v místě

spojení vedení a vinutí transformátoru, vyplývají potřebné rovnice z Kirchoffových zákonů. Počáteční podmínky jsou uvažovány nulové.

Algoritmus pro numerické řešení je sestaven analogicky k postupu uvedenému v kap. 3.2. Rov. (5.1) a (5.2) lze v každém uzlu časoprostorové sítě aproximovat pomocí diferenčních formulí (3.5), (3.6) a (3.7). Výsledná soustava diferenčních rovnic obsahuje matice  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$ , které v tomto případě respektují parametry vedení i vinutí transformátoru. V následujícím odstavci jsou řešeny dva typické příklady spojení vedení-vinutí, jedná se například o propojení venkovního vedení a transformátoru nebo připojení kabelem.

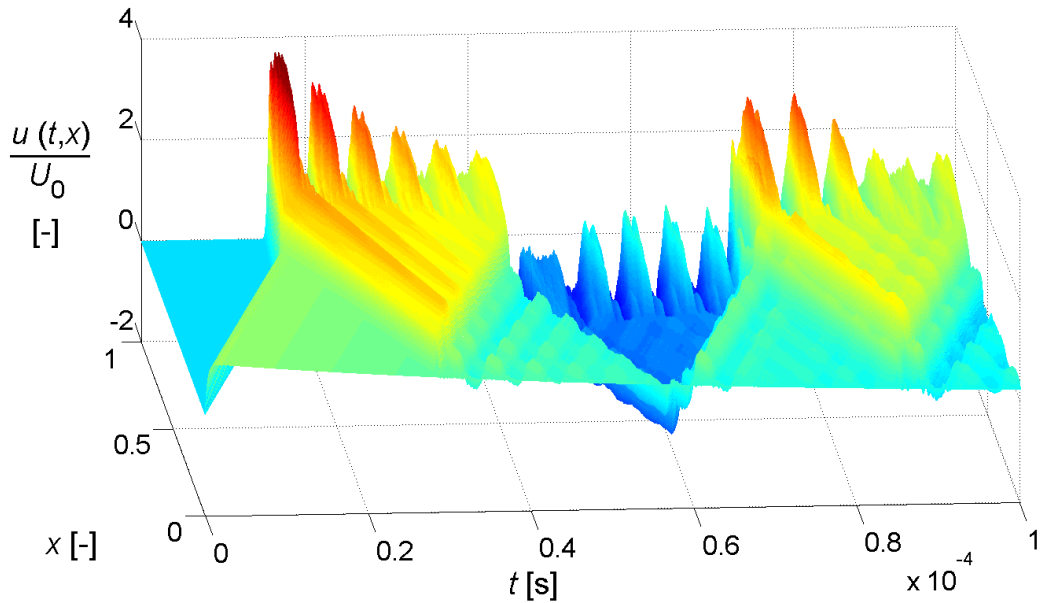
#### a) Vinutí zakončené rezistorem $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$

Předpokládám, že na vedení vznikne v důsledku úderu blesku atmosférické přepětí, vzniklá rázová vlna napětí se šíří po vedení do vinutí transformátoru. Modelovaná soustava má na vstupních svorkách 1-1' napětový zdroj rázového napětí s atmosférickým impulzem 1,2/50 s maximální hodnotou  $U_0 = 300 \text{ V}$ , vnitřní odpor zdroje není uvažován.

Z důvodů uvedených v kap. 3.4 a pro možnost porovnání výsledků jsem volil maximální hodnotu  $U_0 = 300 \text{ V}$ . Jelikož je modelován lineární systém, lze odpovídající hodnoty pro skutečnou rázovou vlnu (řádově kV) získat vynásobením příslušnou konstantou, obecnější vyjádření hodnoty proto mají údaje uváděné v procentech.

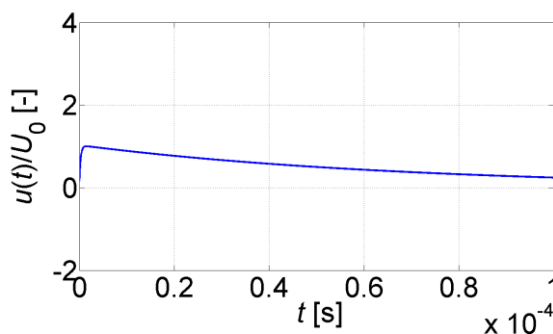
Napájecí vedení má parametry  $R_V = 60 \text{ }\mu\Omega/\text{m}$ ,  $L_V = 2 \text{ }\mu\text{H}/\text{m}$ ,  $C_V = 56 \text{ pF}/\text{m}$ ,  $G_V = 1 \text{ n}\Omega/\text{m}$ , hodnota odporu výstupního rezistoru simulující zakončení vinutí je  $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$ , čili je řešen napětově nejnepříznivější stav. Parametry vinutí jsou shodné s hodnotami používanými v předchozích kapitolách.

Časoprostorové rozložení napětí na vedení a ve vinutí transformátoru je na obr 5.2. Pro snazší vizualizaci výsledků je délka vedení a vinutí normována, poměr délek je 1:2.

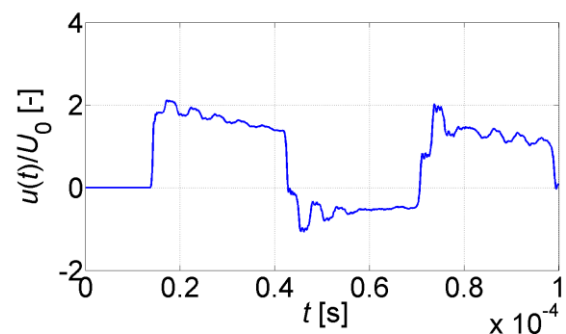


**Obr. 5.2** Rozložení napětí v napájecím vedení a vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz  $1,2/50$ ,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je naprázdno

Z obr. 5.2 je patrné, že podobně jako v místě spojení dvou vedení s různými parametry vzniká i v tomto případě v místě propojení vedení a vinutí (svorky 2-2' na obr. 5.1) odražená vlna. Takto deformovaná vlna se pak šíří do vinutí transformátoru. Vzhledem k různým parametrům vedení a vinutí se liší doby průletů. Doba průletu ve vinutí je 12-krát kratší, vzniká proto více opakovaných průletů nežli na vedení, následkem toho dochází i k výraznějším oscilacím. Podrobnější náhled lze získat z časových průběhů napětí na začátku vedení (svorky 1-1') na obr. 5.3, v místě spojení (svorky 2-2') na obr. 5.4 a na konci vinutí (svorky 3-3') na obr. 5.5.

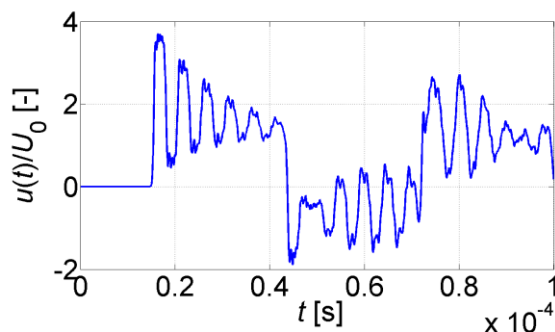


**Obr. 5.3** Napětí na počátku vedení (svorky 1-1')  $U_0 = 300 \text{ V}$



**Obr. 5.4** Napětí na konci vedení (svorky 2-2')  $U_M = 2,1U_0$





**Obr. 5.5** Napětí na konci vinutí  
(svorky 3-3')  $U_M = 3,7 U_0$

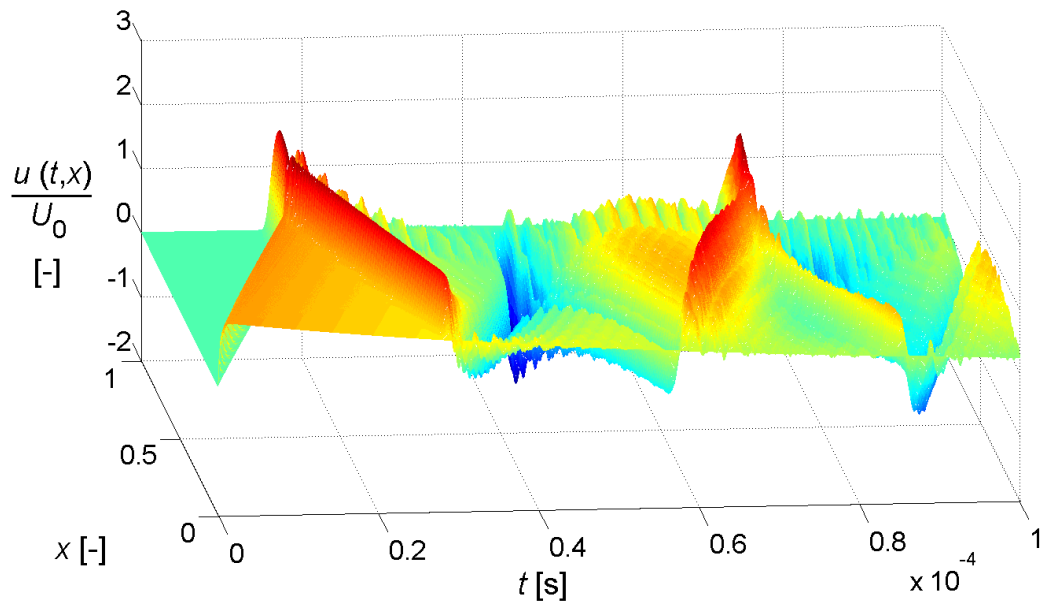
Z obrázků 5.2 až 5.5 je patrné, že maximální hodnoty napětí na vstupu i výstupu vinutí jsou mnohem vyšší, na konci vedení  $U_M = 636 \text{ V}$ , tj. 212 %  $U_0$  a na konci vinutí při uvažování stavu naprázdno dokonce  $U_M = 1,1 \text{ kV}$ , tj. 371 %  $U_0$ .

Provedené výpočty naznačují, že velmi rychlá přepětí mohou být šířením v rozvodné síti značně deformována a pro spolehlivou analýzu rázových jevů ve vinutí transformátoru je třeba tento vliv respektovat. Z porovnání s výsledky bez uvažování vlivu vedení plyne, že maximální hodnota napětí na konci vinutí je mnohem větší ( $U_M = 602 \text{ V}$  pro samotné vinutí,  $U_M = 1,1 \text{ kV}$  v soustavě s vedením).

### b) Vinutí zakončené rezistorem $R_Z = 0 \Omega$

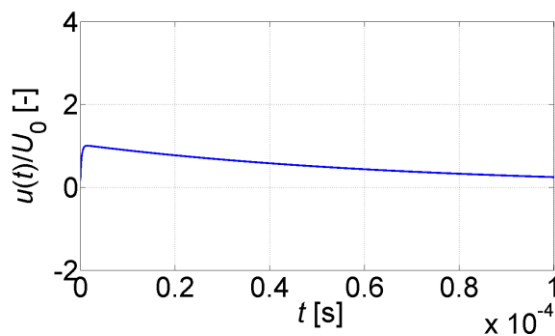
Druhým vyšetřovaným provozním stavem je spojení rázového zdroje napětí, napájecího vedení a transformátoru s výstupem nakrátko. Na vstupu vedení je generován atmosférický impulz 1,2/50 s maximální hodnotou  $U_0 = 300 \text{ V}$ . Parametry napájecího vedení a vinutí transformátoru jsou shodné s předchozím modelovaným provozním stavem.

Časoprostorové rozložení napětí ve vyšetřované soustavě je znázorněno na obr 5.6. Pro zvolené parametry vedení a vinutí v tomto provozním stavu je maximální hodnota napětí přímo na rozhraní vedení a vinutí transformátoru a dosahuje hodnoty  $U_M = 533 \text{ V}$ , tj. 178% maximální hodnoty vstupního atmosférického impulzu. Je to zapříčiněno skutečností, že po prvních dvou průletech napěťové vlny vinutím již dochází k poklesu napětí v místě rozhraní a následná superpozice přímé a odražené vlny již nevede k maximální hodnotě ve vinutí. Místo s maximální hodnotou napětí ve vinutí tak závisí především na parametrech vedení a vinutí.

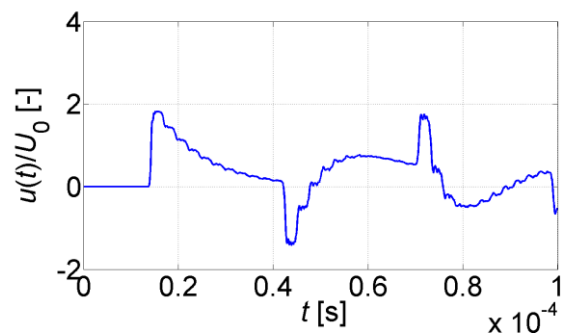


**Obr. 5.6** Rozložení napětí v napájecím vedení a vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je nakrátko

Řezy časoprostorového rozložení napětí na začátku vedení (svorky 1-1') a na začátku vinutí (svorky 2-2') jsou zobrazeny na obr. 5.7 a obr. 5.8. Napětí na konci vinutí je nulové pro všechny časové okamžiky. Napětí na svislé ose je normováno.

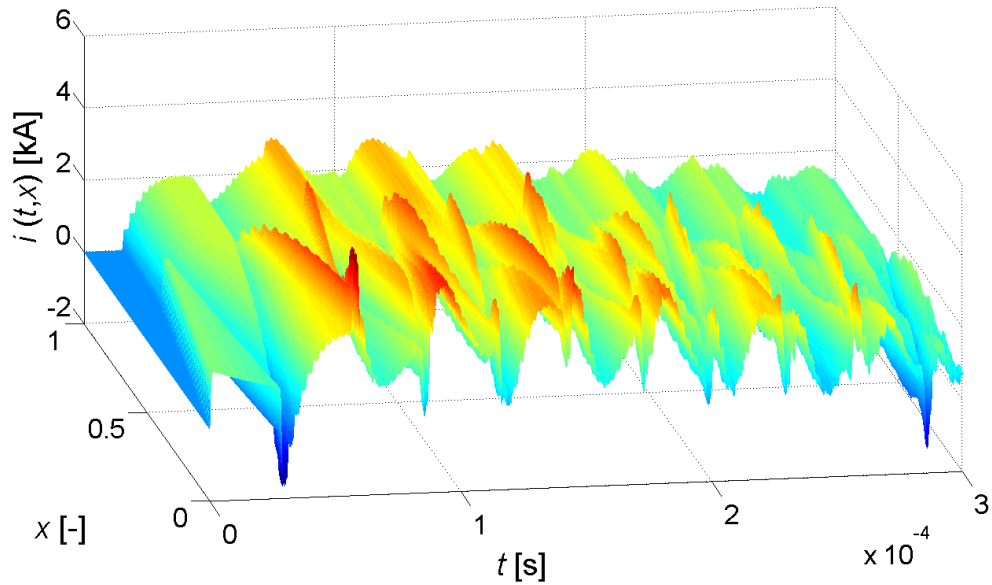


**Obr. 5.7** Napětí na počátku vedení (svorky 1-1')



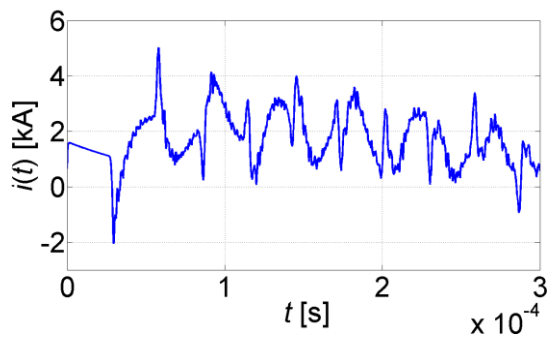
**Obr. 5.8** Napětí na konci vedení (svorky 2-2')

Časoprostorové rozložení proudu při stejném provozním stavu je zachyceno na obr. 5.9. Proudová vlna se vedením šíří až do rozhraní s vinutím transformátoru (svorky 2-2'), kde se procházející vlna proudu téměř celá odrazí a jen velmi malá část prochází do vinutí transformátoru. Z důvodu krátké doby průletu se velikost proudu ve vinutí velmi rychle zvyšuje vlivem odrazů na konci vinutí a v místě rozhraní vedení a vinutí transformátoru.

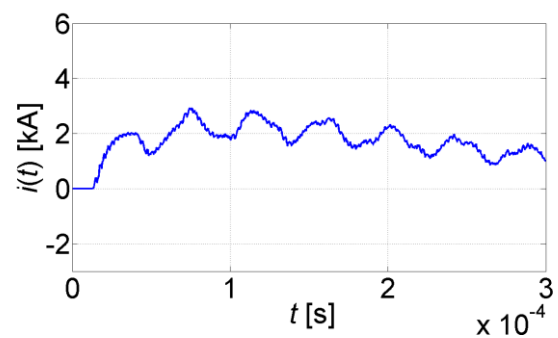


**Obr. 5.9** Rozložení proudu v napájecím vedení a vinutí transformátoru pro vstupní atmosférický impulz 1,2/50,  $R_0 = 0 \Omega$ , výstup je nakrátko

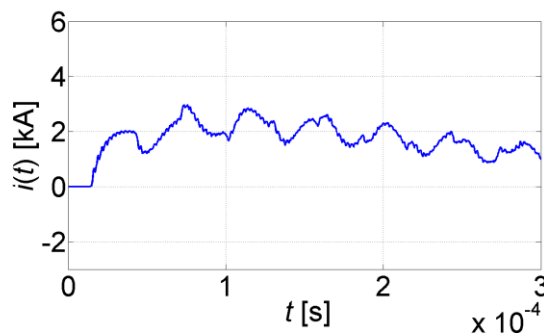
Řezy časoprostorového rozložení proudu na svorkách 1-1', 2-2' a 3-3' jsou zobrazeny na následujících obrázcích. Na vstupu vedení je při prvním průchodu proudu vedením velikost proudu 1,8 kA, v důsledku odrazů je ale následně maximální hodnota v tomto místě  $I_M = 4,8$  kA, projeví se po druhém odrazu proudové vlny na vstupu vedení.



**Obr. 5.10** Proud na počátku vedení (svorky 1-1')



**Obr. 5.11** Proud na konci vedení (svorky 2-2')

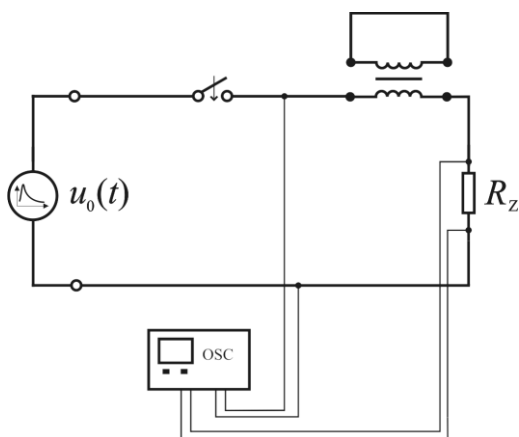


**Obr. 5.12** Proud na konci vinutí (svorky 3-3')

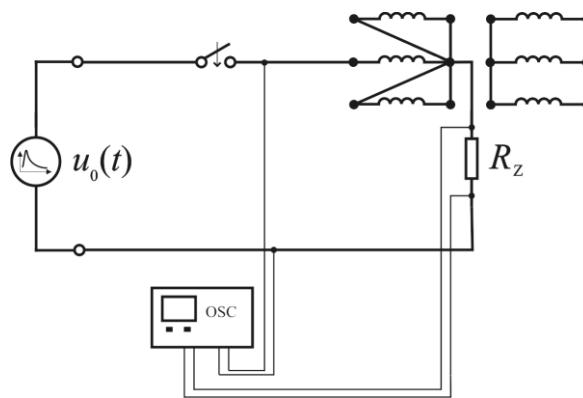
Průběh proudu na začátku vinutí (svorky 1-1') je velmi podobný průběhu proudu na konci vinutí (svorky 2-2'). Je to dáno krátkou dobou průletu proudové vlny vinutím a způsobem zakončení vinutí na obou jeho koncích při tomto provozním stavu.

## 6 MĚŘENÍ

Podmínky zkoušek a měření rázových jevů ve vinutí transformátorů a tlumivek upravují normy ČSN EN 60076-3 a ČSN EN 60076-4. Udávají zapojení při zkouškách na fázových svorkách podle následujících obrázků.



**Obr. 6.1** Měření na 1-f transformátoru

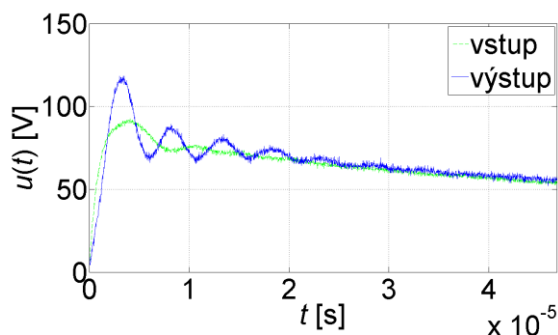


**Obr. 6.2** Měření na 3-f transformátoru

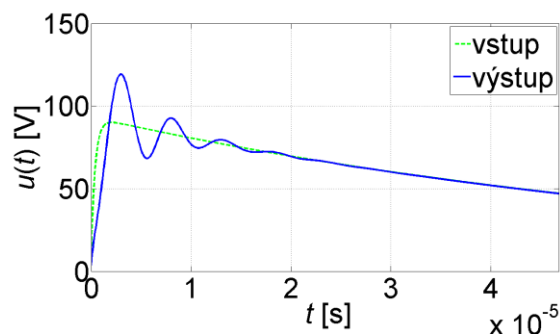
Sled zkušebních impulzů se přikládá postupně na každou z fázových svorek vyšetřovaného vinutí. V případě trojfázového transformátoru musí být ostatní fázové svorky vinutí uzemněny přímo nebo přes malou impedanci, nepřevyšující vlnovou impedanci připojeného vedení. Má-li vinutí svorku N, musí být střed uzemněn přímo nebo přes malou impedanci jako na měřící proudový bočník. Nádoba musí být uzemněna. V případě transformátorů s odděleným vinutím jsou svorky nezkoušeného vinutí rovněž uzemněny [20].

Pro zkoušky rázové pevnosti se užívá rázových generátorů, které vytváří umělé rázové impulzy podle normy ČSN IEC 60-1 udávající parametry vln pro jednotlivá zařízení. Nejčastější je atmosférický impulz 1,2/50, tedy impulz s dobou čela 1,2  $\mu$ s a dobou půltýlu 50  $\mu$ s.

Na obr. 6.3 je znázorněno vstupní a výstupní napětí při měření na jednofázovém transformátoru s výkonem 1000 VA, testována je primární cívka transformátoru. Vstupním napětím je atmosférický impulz a výstup cívky je zatížen rezistorem  $R_Z = 3 \text{ M}\Omega$ , jenž svojí velikostí simuluje stav naprázdno. Modrý průběh je zde vstupní atmosférický impulz a zelený výstupní napětí vinutí. Na obr. 6.4 je zakreslen průběh získaný numerickým výpočtem dle mého algoritmu. Z porovnání obou grafů je patrná velmi dobrá shoda získaných výsledků.

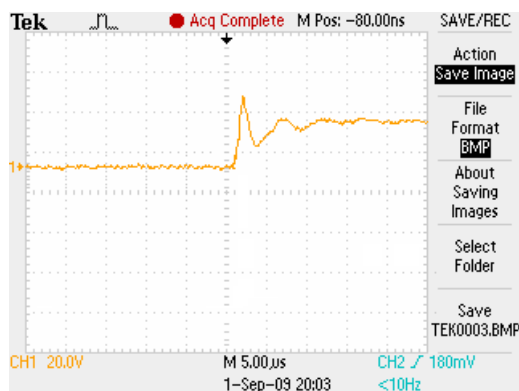


**Obr. 6.3** Naměřené průběhy na 1-f transformátoru

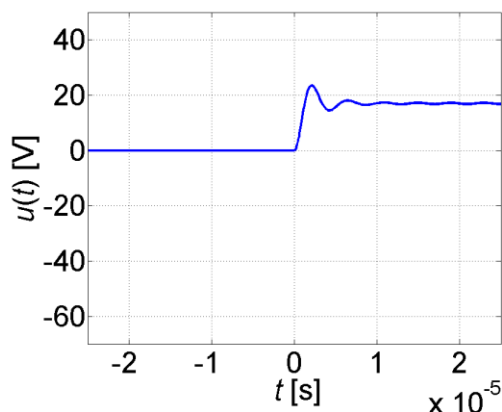


**Obr. 6.4** Vypočítané průběhy z matematického modelu

Výsledky měření na třífázovém transformátoru s výkonem 900 VA jsou uvedeny na obr. 6.5, testována byla primární cívka vinutí. Ostatní primární cívky byly uzemněny a sekundární vinutí pospojováno podle schéma zapojení na obr. 6.2. Vstupním napětím je napětí tvaru jednotkového skoku s maximálním napětím  $U_R = 17$  V, zatěžovací rezistor má hodnotu  $R_Z = 3$  M $\Omega$ . Graf získaný numerickým řešením pro stejné podmínky je uveden na obr. 6.6. Opět je patrná velmi dobrá shoda obou průběhů.

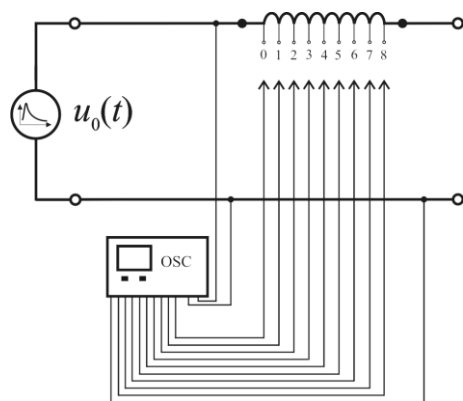


**Obr. 6.5** Naměřený průběh na 3-f transformátoru



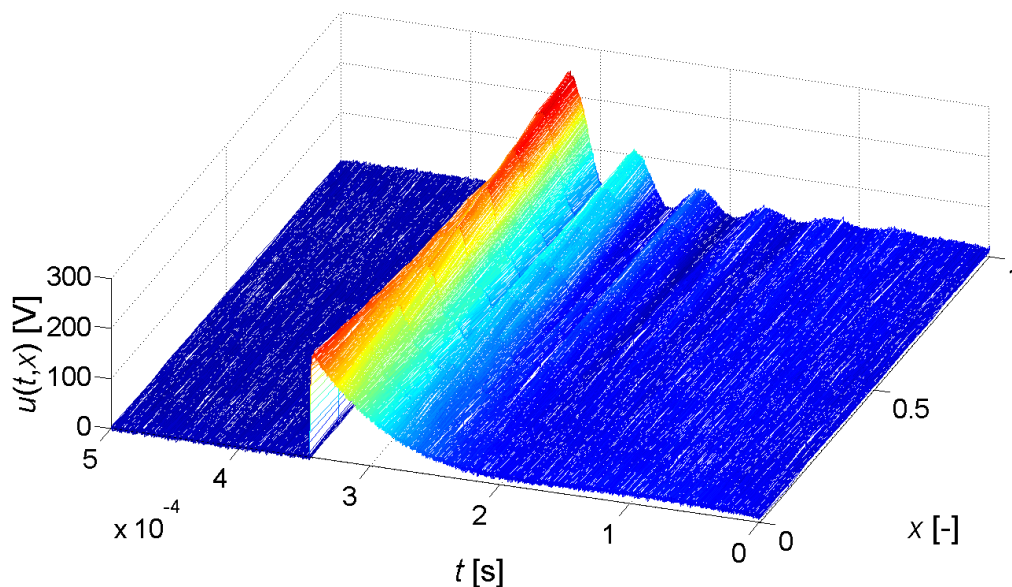
**Obr. 6.6** Vypočítaný průběh z matematického modelu

Pro zjištění časoprostorového rozložení napětí a proudu ve vinutí pomocí měření je nezbytné, aby vinutí transformátoru či transformátorová tlumivka měly odbočky. Při současném zaznamenávání časového průběhu napětí na všech odbočkách vinutí je vstup vinutí napájen zvoleným typem rázového napětí. Schéma zapojení pro měření časoprostorového rozložení napětí je zobrazeno na obr. 6.7. Ze získaných časových průběhů napětí lze vytvořit 3D graf zobrazující rozložení napětí v časoprostorových souřadnicích.

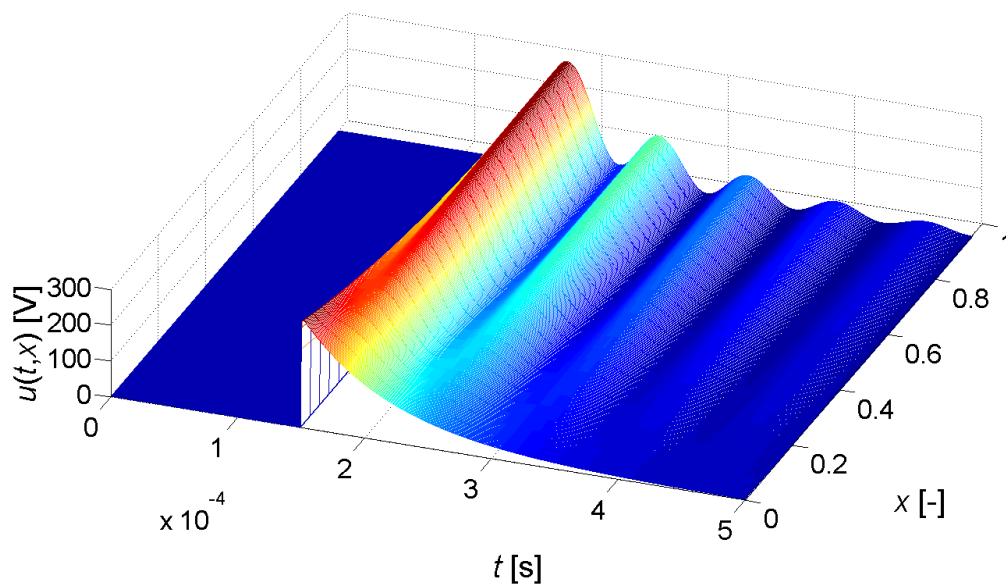


**Obr. 6.7** Schéma zapojení pro měření časoprostorového rozložení napětí

Měření jsem provedl na transformátorové tlumivce naprázdno napájené rázovým napětím ve tvaru atmosférického impulsu 1,2/50 s maximem  $U_0 = 300$  V, počátek impulsu je na průběhu v čase  $t = 158$   $\mu$ s. Z osmi odboček bylo snímáno napětí, z těchto průběhů byl lineární aproximací vytvořen graf na obr. 6.8. Porovnáním s výsledky numerického výpočtu uvedenými na obr. 6.9 je opět patrná velmi dobrá shoda.



**Obr. 6.8** Naměřený průběh na transformátorové tlumivce



**Obr. 6.9** Nasimulovaný průběh z matematického modelu

Ze všech porovnávaných případů vyplývá, že numerický výpočet poskytuje výsledky odpovídající naměřeným hodnotám. Lze tedy konstatovat, že algoritmus pro numerické řešení rázových jevů ve vinutí transformátoru, který jsem v práci odvodil, je ověřen měřeními a lze tak získat poměrně spolehlivé informace o rozložení napětí ve vinutí. Pro praktické využití je však nutno pro konkrétní uspořádání mít k dispozici dobře stanovené hodnoty parametrů vinutí.



## ZÁVĚR

V předložené práci byl formulován spojitý matematický model pro náhradu vinutí transformátoru pomocí obvodu s rozprostřenými parametry respektující indukčnost a odpor vinutí spolu s kapacitními vazbami mezi závity i mezi závity a jádrem transformátoru. Tento matematický model umožňuje vyšetřit různé provozní stavy, respektovat tvar rázové vlny, měnící se parametry podél vinutí transformátoru apod. Pro analýzu modelu byl sestaven algoritmus výpočtu pro numerické řešení. Ověření navrženého algoritmu bylo provedeno po ideální vinutí transformátoru, neboť pro tento model je známo i přesné analytické řešení.

Hlavní část práce je věnována analýze rázových jevů pomocí navrženého algoritmu a posouzení vlivu jednotlivých faktorů na časoprostorové rozložení napětí a proudu. Byl zkoumán vliv tvaru a strmosti rázové vlny, způsob zakončení vinutí - stav naprázdno, nakrátko apod. Z hlediska maximálního napětí je nejnepříznivějším stavem stav naprázdno, maximální hodnoty se vyskytují na konci vinutí a dosahují více než dvojnásobku maximální hodnoty vstupní veličiny. V ostatních případech se maximální napětí vyskytuje v důsledku superpozice postupných a odražených vln v jisté vzdálenosti od počátku vinutí, což je ve shodě s praktickými poznatky o místě poškození izolace transformátoru. Vyšetřované provozní stavy ve vinutí transformátoru (naprázdno, nakrátko, přizpůsobené zakončení) poskytují výsledky analogické s jevy pozorovanými na vedení při šíření rázových vln.

Na základě provedených výpočtů lze formulovat pro praxi zajímavé závěry. Pro velmi krátké čelo rázové vlny (do hodnoty 10  $\mu$ s) se silně uplatňuje vliv strmosti na velikost maximálního napětí ve vinutí  $U_{MAX}$ . Ve vyšetřovaných příkladech pro rázovou vlnu s maximem  $U_0 = 300$  V, byla při strmostech 300 V/1 ps až 300 V/10  $\mu$ s maximální hodnota napětí v rozmezí  $U_{MAX} \in \langle 795; 450 \rangle$  V, tj. 265% až 150%. Při méně strmém náběhu dosahovalo maximum cca. 110% vstupního napětí.

V další části práce jsou prezentovány výsledky analýzy respektující konkrétní provedení vinutí. Byl vyšetřován vliv zesílení izolace vinutí v nejvíce ohrožených částech. Pokud je tato změna skoková, je rozhraní zdrojem dalších odrazů, což zeslabuje pozitivní vliv této konstrukční úpravy.

Podle způsobu provedení vinutí se liší i induktivní vazby jednotlivých závitů. Byl vyšetřován vliv měnící se induktivní vazby pro jednovrstvové vinutí. Charakter časového průběhu v kritických místech se podstatně neliší, dochází však k jeho

časovému posunu v důsledku měnící se doby průletu, která závisí na parametrech vinutí.

Z rozboru modelu vinutí respektujícího svod izolace, jak mezi závity, tak mezi závity a jádrem transformátoru vyplynulo, že zvýšení vodivosti kapacitních vazeb má za následek zvýšení maximální hodnoty napětí. Velikost zvýšení závisí na velikosti uvažované vodivosti.

Přepětí, která mohou poškodit vinutí transformátoru, vznikají zpravidla na vedení, k němuž je transformátor připojen. Vzhledem k tomu, že se jedná o velmi rychlé děje, je rázová vlna ovlivněna i vlastním vedením, které je nutno rovněž modelovat obvodem s rozprostřenými parametry. Této problematice je věnována kapitola 5. Byl proveden rozbor šíření rázové vlny napětí z napájecího vedení do vinutí transformátoru. Kromě celkového časoprostorového rozložení napětí a proudu byly porovnány časové průběhy v místě spojení a na konci vinutí. V důsledku odrazů v místě spojení byly maximální hodnoty napětí ve vinutí vyšší než při vyšetřování rázových jevů v samostatném vinutí a docházelo rovněž k deformaci tvaru vlny. Pokud je mi známo, autoři zabývající se problematikou rázových jevů ve vinutí transformátoru, řeší vždy jen samotné vinutí a nezahrnují do výpočtu vliv napájecího vedení. Z mých výpočtů vyplývá, že tento vliv je nezanedbatelný. Z tohoto důvodu považuji mnou navrženou metodiku za originální a pro praxi přínosnou.

V závěru práce jsou uvedeny výsledky měření na jednofázovém a třífázovém transformátoru a transformátorové tlumivce, které jsem použil k verifikaci algoritmu pro numerické řešení. Výsledky měření jsou s numerickým řešením v dobré shodě.

Prezentovanou metodu pro analýzu rázových jevů lze principiálně aplikovat i na trojfázový transformátor. V návrhu modelu hrají důležitou roli i induktivní vazby mezi fázemi, jejich stanovení pro konkrétní konfiguraci je však velmi obtížné. Vzhledem k tomu, že při měření a zkoušení transformátorů se vyšetřuje každé vinutí zvlášť a ostatní fáze jsou uzemněny, lze analýzu jednofázového transformátoru, tak jak byla v práci provedena, považovat za postačující. Získané výsledky poskytují zajímavé a pro praxi využitelné informace o šíření rázových vln ve vinutí.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Li, Y., Liu, G., Zhang, L., Zhang, L., Lin, Z.: *Transformer Winding Deformation Diagnosis Using Middle Band Frequency Response Analysis Solid Dielectrics*, ICSD '07, IEEE International Conference on Solid Dielectrics, UK, 2007, pp. 677-680
- [2] Masdi, H., Mariun, N., Mohamed, A., Wahab, N.I.A.: *Study of impulse voltage distribution in transformer windings* Power and Energy (PECon), IEEE International Conference, 2010, pp. 379-383
- [3] Hosseini, S., Vakilian, M., Gharehpetian, G.: *Comparison of Transformer Detailed Models for Fast and Very Fast Transient Studies*. IEEE Trans. On power delivery, v. 23, No. 2, 2008, pp.733-741
- [4] Popov, M., Sluis, L., Smeets, R. P. P., Roldan, L.: *Analysis of Very Fast Transients in Layer-Type Transformer Winding*. IEEE Trans. Power Delivery, vol. 22, no.1, Jan. 2007, pp.238-247.
- [5] Youhua, G., Yanbin, L., Chunhong, D., Guogang W.: *Computation of very fast transient over-voltages (VFTO) in transformer windings* ICEMS 2009, International Conference on Electrical Machines and Systems, 2009, pp. 15-18
- [6] Popov, M., Sluis, L., Paap, G., Herdt, H.: *Computation of Very Fast Transient Overvoltage in Transformer Winding*. IEEE Trans. Power Delivery, v.18, No.4, 2003, pp.1268-1273
- [7] Heller, B., Veverka, A.: *Surge Phenomena in Electrical Machines*. London Ilife 1968
- [8] Karsai, K., Kerényi, D., Kiss, L.: *Large Power Transformers*, Akadémia Kiadó, Budapest 1987
- [9] Eugeniusz, J.: *Transformátory teoretické základy*. Academia, Československá akademie věd, Praha 1973

- [10] Ying, P., Jiangjun, R.: *Investigation of Very Fast Transient Overvoltage Distribution in Taper Winding of Tesla Transformer*. IEEE Trans. Magnetics, vol.42, no.3, March 2006, pp.434-441
- [11] Shibuya, Y., Fujita, S.: *High Frequency Model and Transient Response of Transformer Windings* IEEE Transmission and Distribution Conference and Exhibition, 2002, v. 3, pp. 1839-1844
- [12] Chan, H.L., Cheng, K.W.E., Sutanto, D.: *Calculation of inductances of high frequency air-core transformers with superconductor windings for DC-DC converters* IEE Proceedings Electric Power Applications, 2003, v. 150, No. 4, pp. 447- 454
- [13] Benešová, Z., Kotlan, V.: *Propagation of Surge Waves Induced by Lightning Stroke on Interconnected Transmission Lines*. Acta Technica 51 (2006), No. 3, Institute of Thermomechanics AS CR, 2006, pp. 301-316
- [14] Shibuya, Y., Fujita, S.: *High frequency model of transformer winding*. Elect. Eng. Jpn., 2004, v. 146, No. 3, pp. 8-15
- [15] Adamson, C., Mansour, E.A.A.: *Nonlinear transformer-winding synthesis for improved surge-voltage distribution* Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1968, v. 115, No. 12, pp. 1821-1827
- [16] Guardado, J.L., Cornick, K.J.: *The effect of coil parameters on the distribution of steep-fronted surges in machine windings* IEEE Transactions on Energy Conversion, 1992, v. 7, No. 3, pp. 552-559
- [17] Popov, M.; Sluis L.; Smeets R.P.P., Roldan J. L.: *Analysis of Very Fast Transients in Layer-Type Transformer Windings* IEEE Transactions on Power Delivery, 2007, v. 22, No.1, pp. 238-247
- [18] Jeyabalan, V., Usa, S.: *Frequency domain correlation technique for PD location in transformer winding* IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2009, v. 16, No. 4, pp. 1160-1167
- [19] ČSN IEC 60-1  
Technika zkoušek vysokým napětím

- [20] EN 60076-3  
Výkonové transformátory – Část 3: Izolační hladiny, dielektrické zkoušky a vnější vzdušné vzdálenosti
- [21] EN 60076-4  
Výkonové transformátory – Část 4: Průvodce zkouškami atmosférickým a spínacím impulzním napětím – Výkonové transformátory a tlumivky
- [22] Mayer, D.: *Elektrodynamika v energetice*, Ben, Praha 2005
- [23] Mayer, D. *Teorie elektromagnetického pole*. Západočeská univerzita v Plzni, 2004, ISBN 80-7082-826-9
- [24] Rahimpour E., Christian J., Feser K., Mohseni H.: *Modellierung der Transformatorwicklung zur Berechnung der Übertragungsfunktion für die Diagnose von Transformatoren*. *Elektrie* v. 54 No. 1-2, Berlin, 2000, pp. 18-30
- [25] Kasturi R., Murty G.R.K., *Computation of impulse-voltage stresses in transformer windings* *Electrical Engineers* v. 126, No.5, 1979, pp. 397-400,
- [26] Shibuya Y., Fujita S., Hosokawa N.: *Analysis of very fast transient overvoltage in transformer winding* *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, , v. 144, no. 5, 1997, pp. 461-468,
- [27] Palani A., Jayashankar V., Usa S., Venketesh S., Udayakumar K.: *Switching surge test in windings* *CEIDP '04, Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena*, 2004, pp. 202- 205
- [28] Zhu X., Dong H., Liang G., Ji C.: *A new hybrid model of transformer windings under very fast transient overvoltages* *ICEMS 2008, International Conference on Electrical Machines and Systems*, 2008, pp.4296-4301

## SEZNAM AUTOROVÝCH PRACÍ

- [A1] Předota, A., Benešová, Z.: *Voltage Surge Wave Propagation in Transformer Winding* Acta Technica v. 56 no. 3 (2011), Institute of Thermomechanics AS CR, 2011, ISSN 0001-7043, pp. 43-54
- [A2] Předota, A.: *Current Time-Space Distribution in Transformer* Informatyka Automatyka Pomiarzy w Gospodarce i Ochronie Środowiska, Fundacja Nauka dla Przemysłu i Środowiska, 2011, ISSN 2083-0157, pp. 13-16
- [A3] Předota, A.: *Simulace a měření rozložení napětí a proudu v transformátoru* Elektrotechnika a informatika - 12. ročník konference doktorských prací, Zámek Nečtiny, část 1. Elektrotechnika, Západočeská univerzita v Plzni, 2011, ISBN 978-80-261-0016-4., str. 105-108
- [A4] Předota, A., Benešová Z.: *Current Analysis of Transients in Transformer Winding Respecting Space-varying Inductance* Advanced Methods in the Theory of Electrical Engineering, Klatovy, Západočeská univerzita v Plzni, 2011, ISBN 978-80-7043-993-7, pp. 43-44
- [A5] Kindl, V., Pechánek, R., Předota, A.: *Magnetic Wheel Optimization for Undercarriage of Self-Acting Robot* Advanced Methods in the Theory of Electrical Engineering, Klatovy, Západočeská univerzita v Plzni, 2011, ISBN 978-80-7043-993-7, pp. 47-48
- [A6] Předota, A.: *Current Time-Space Distribution in Transformer* Advanced Numerical Modelling, Electrotechnical Institute Warsaw, ISBN 978-83-61956-02-0, pp. 81-82
- [A7] Předota, A., Benešová, Z.: *Fast Transient Overvoltage in Transformer Winding* Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review) v. 87 No. 5 (2011), 2011, ISSN 0033-2097, pp. 142-145
- [A8] Pánek, D., Kropík, P., Předota, A.: *On fractal dimension estimation* Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review) v. 87 No. 5 (2011), 2011, ISSN 0033-2097, pp. 120-122

- [A9] Předota, A., Benešová, Z.: *Voltage Surge Wave Propagation in Transformer Winding*, The 14<sup>th</sup> International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering, Graz University of Technology, 2010, pp. 90
- [A10] Pánek, D., Kropík, P., Předota, A.: *Radar with Chaotic Wave – Principle and Simulation*, The 14<sup>th</sup> International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering, Graz University of Technology, 2010, pp. 107
- [A11] Předota, A., Benešová, Z.: *Fast Transient Overvoltage in Transformer Winding*, Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Lázně Kynžvart, ISBN 978-80-7043-899-2, 2010, pp. 29
- [A12] Pánek, D., Kropík, P., Předota, A.: *On fractal dimension estimation* Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Lázně Kynžvart, ISBN 978-80-7043-899-2, 2010, pp. 59
- [A13] Předota, A.: *Rázové jevy ve vinutí transformátoru s nehomogenní izolací* Elektrotechnika a informatika - 11. ročník konference doktorských prací, Zámek Nečtiny, část 1. Elektrotechnika, Západočeská univerzita v Plzni, 2010, ISBN 978-80-7043-913-5, str. 93-96
- [A14] Předota, A., Benešová, Z.: *Modelling of Transients in Transformer Winding* Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review) v. 86, No. 1 (2010), 2010, ISSN 0033-2097, pp. 14-16
- [A15] Předota, A.: *Návrhy elementů pro modelování rázových jevů ve vinutí transformátoru pomocí modelu s rozprostřenými parametry* Elektrotechnika a informatika - 10. ročník konference doktorských prací, Zámek Nečtiny, část 1. Elektrotechnika, Západočeská univerzita v Plzni, 2009, ISBN 978-80-7043-810-7, str. 87-90
- [A16] Předota, A., Benešová, Z.: *Time Response of Voltage Distribution in Transformer* Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE) 2009, Warsaw University of Technology, pp. 10

- [A17] Předota, A.: *Modelování rázových jevů ve vinutí transformátoru XLI*. Sešit katedry Elektrotechniky 2009, Katedra elektrotechniky FEI VŠB-TU Ostrava, 2009, ISBN 978-80-248-2020-0, str. 96-98
- [A18] Předota, A.: *Surge Voltage of Transformer Topical Issues of Subsoil Usage*, 2009, St. Petersburg, State Mining Institute, pp. 65
- [A19] Předota, A.: *Implementace řízení přímého měniče kmitočtu* Elektrotechnika a informatika 2007 - 8. ročník přehlídky doktorských prací, zámek Nečtiny, část 2. Elektrotechnika, Západočeská univerzita v Plzni, 2007, ISBN 978-80-7043-571-7 str. 73-76
- [A20] Předota, A.: *Implementace řízení přímého měniče kmitočtu* [diplomová práce] Západočeská univerzita v Plzni, 2007, 49 str., 31 str. příl.
- [A21] Předota, A.: *Využití mikroprocesorové jednotky MP400T pro řízení 3-fázového tyristorového usměrňovače* [bakalářská práce] Západočeská univerzita v Plzni, 2005, 72 str. plus 11 str. příl.