

Hodnocení vedoucího diplomové práce

Autor/Autorka	Bc. Ondřej Špaček
Název práce	Semidefinitní programování v kombinatorické optimalizaci
Studijní obor	Matematika
Vedoucí práce	doc.Ing.Roman Čada, PhD.

Splnění cílů práce:

nadstandardně velmi dobře splněny s výhradami nebyly splněny

Odborný přínos práce:

nové výsledky netradiční postupy zpracování výsledků z různých zdrojů shrnutí výsledků z různých zdrojů bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné, větší množství podstatnější, větší množství závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Přístup autora k řešení práce, spolupráce s vedoucím práce:

samostatná práce s výbornou komunikací pečlivá práce, drobné zásahy vedoucího pečlivá práce, podstatnější zásahy horší komunikace špatný přístup k práci

Slovní hodnocení a dotazy:

Práce je věnována oblastem využití semidefinitního programování (SDP) v kombinatorické optimalizaci. Jedná se o relativně náročnější téma propojující několik matematických oblastí.

Diplomová práce je rozdělena na dvě větší části, optimalizační část a část věnovanou kombinatorickým úlohám. V první části je zpracováno lineární programování (LP) a následně SDP. V druhé části jsou pak rozebrány úlohy o Shannonově kapacitě grafu, maximálním řezu a maximálním řezu s kapacitami.

Přínos práce spočívá nakonec převážně v implementační oblasti a částečně také v neimplementační oblasti návrhem algoritmu spojenému s implementací. Implementační příspěvek je představen implementací optimalizačních úloh pro výpočet Lovászovy funkce a algoritmů pro úlohu MAX-CUT a CMAX-k-CUT. Jako neimplementační příspěvek práce je navržen algoritmus pro úlohu CMAX-k-CUT založený na semidefinitním programování.

Práce je psána srozumitelně. Z textu práce je dále znatelná snaha o pečlivost při zpracování textu, ne vždy se to však povedlo. Z věcnějších připomínek uvádím následující:

- Jelikož se lineární programování z kapitoly 3 v dalším textu příliš neobjevuje, bylo by možná vhodné explicitně poukázat na rozdíly LP a SDP (např. v oblasti nabývání extrémálních hodnot).
- V sekcích 1.3 a 1.4 by bylo dobré uvést, že se vše uvažuje v nějakém lineárním prostoru.
- Sekce 1.6 by zasloužila lepší zpracování, není zde např. zaveden pojem „extrémální vrchol“ použitý v Minkovského větě. Používání pojmů V-polytop a H-polytop není zcela srozumitelně podáno.
- V sekci 4.1 na str. 21 by bylo dobré zpřesnit definici vedoucího hlavního minoru matice.
- Tvrzení uvedené jako bod 4 na str. 22 není dobře (přestože je převzaté z literatury).
- Na str. 23 není zcela přesně zaveden skalární součin matic (chybí popis matice \mathbf{Y}). Navíc by bylo vhodné jej nadefinovat na začátku sekce o SDP (není jasné, zda se v dalším používá stále stejná definice tohoto součinu).
- Na str. 25 v odvození duální úlohy se standardně kvůli získání ekvivalence používá Fejérová věta, kterou by možná proto bylo vhodné zmínit.
- Na str. 25 se bez dalšího osvětlování použije rozpis pozitivně semidefinitní matice pomocí matic o hodnoti 1.
- V sekci o Lovászově funkci a sendvičové větě by bylo vhodné podrobněji zmínit problematiku perfektních grafů. Rovněž jako příklad perfektních grafů by na str. 29 místo hranových grafů mohly být uvedeny spíše hranové grafy bipartitních grafů (hranové grafy nejsou perfektní).
- Na str. 45 je na konci sekce uvedeno, že počet opakování randomizovaného algoritmu je dán uvedeným předpisem, ale není zdůvodněno, proč by tomu tak mělo být.
- V sekci o úloze CMAX-k-CUT by bylo vhodné rovněž zmínit již známé algoritmy založené na SDP (speciálně pro úlohu MAX-p-SECTION).
- Ve zpracování srovnávacích výsledků testů nejsou uvedeny žádné údaje o době běhu jednotlivých výpočtů.
- Bylo by velmi vhodné zmínit využívání systémů Mosek a Gurobi již hned v abstraktu a naprosto bez váhání v seznamu citací.
- Není zmíněna přesnost a nastavení parametrů systému Mosek použitá při výpočtu (a ani jeho verze).

Nad výsledným hodnocením práce jsem dlouho váhal. Autor prokázal značný zájem o věc a zpracoval řadu i ne zcela triviálně přístupných algoritmů. Toto se bohužel zcela nezrcadlí v textu předložené práce, ke které je možné mít řadu nejen formálních připomínek. Část je zřejmě dána podceněním náročnosti sepsání práce.

Otázky k obhajobě:

- Jak zní kritérium pozitivní semidefinitnosti matice vyjádřené pomocí minorů?
- Jak zní Fejérová věta o Frobeniově součinu matic?
- Dá se každá pozitivně definitní matice \mathbf{S} vyjádřit (dekomponovat) jako součet matic hodnoti 1, jejichž počet je roven hodnoti matice \mathbf{S} , a případně proč?
- Proč je u úlohy SDP obecně nutné hledat infimum místo minima?
- Uvedte údaje o dobách výpočtů (aspoň některých) testových úloh.

Navrhuji hodnocení známkou:

výborně

Datum, jméno a podpis:

V Plzni 16.8.2020

doc.Ing. Roman Čada, PhD.