

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd
Akademický rok: 2023/2024

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Ondřej BENDA**
Osobní číslo: **A22N0084P**
Studijní program: **N0714A150011 Kybernetika a řídicí technika**
Specializace: **Automatické řízení a robotika**
Téma práce: **Návrh a realizace algoritmů Repetitive control pro mechatronické systémy s kolokovanou zpětnou vazbou**
Zadávající katedra: **Katedra kybernetiky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s technikou řízení Repetitive control se zaměřením na použití v mechatronických systémech.
2. Navrhněte vhodnou metodiku návrhu regulátorů typu Repetitive control pro systémy s kolokovanou zpětnou vazbou.
3. Otestujte navržené algoritmy na simulačních modelech.
4. Realizujte navržené strategie řízení na fyzikálním modelu s využitím vhodných HW a SW prostředků.


Rozsah diplomové práce: **40-50 stránek A4**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

Melichar, Goubej: skripta Lineární systémy 1,2
Yamamoto: An Overview on Repetitive Control

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Goubej, Ph.D.**
Výzkumný program 1

Datum zadání diplomové práce: **2. října 2023**
Termín odevzdání diplomové práce: **20. května 2024**



Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan



Doc. Dr. Ing. Vlasta Radová
vedoucí katedry

V Plzni dne 2. října 2023



FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI

KATEDRA
KYBERNETIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Návrh a realizace algoritmů Repetitive control pro mechatronické systémy s kolokovanou zpětnou vazbou

Autor:
Bc. Ondřej Benda

Vedoucí práce:
Ing. Martin Gouběj, Ph.D.

20. května 2024

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 20. května 2024:

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá metodami repetitivního řízení, které jsou schopny efektivně sledovat periodický referenční signál nebo eliminovat periodické poruchy a tím zajistit stabilnější chod systému. Cílem práce je vyvinout a implementovat algoritmy repetitivního řízení pro mechatronické systémy s kolokovanou zpětnou vazbou. Práce se zaměřuje na teoretický návrh těchto algoritmů, jejich praktickou realizaci a experimentální ověření účinnosti. Teoretická část poskytuje přehled základních principů repetitivního řízení, včetně principu vnitřního modelu a různých struktur repetitivního řízení. Dále je popsán mechatronický stand, na kterém byly prováděny experimenty zaměřené na regulaci otáček. Je navržena regulační zpětnovazební smyčka s PI regulátorem a určeny parametry struktur repetitivního řízení pro řízený systém. Nakonec jsou prezentovány výsledky experimentů ověřující účinnost navržených algoritmů.

Klíčová slova

repetitivní řízení, mechatronický systém, kolokovaná zpětná vazba, princip vnitřního modelu, regulace otáček, PI regulátor

Abstract

This thesis deals with methods of repetitive control that are capable of effectively tracking a periodic reference signal or eliminating periodic disturbances, thereby ensuring a more stable operation of the system. The goal of the thesis is to develop and implement repetitive control algorithms for mechatronic systems with collocated feedback. The work focuses on the theoretical design of these algorithms, their practical implementation, and experimental verification of their effectiveness. The theoretical part provides an overview of the basic principles of repetitive control, including the internal model principle and various structures of repetitive control. Furthermore, it describes the mechatronic stand used for experiments focused on angular speed regulation. A feedback control loop with a PI controller is designed, and the parameters of the described repetitive control structures for the controlled system are determined. Finally, the results of the experiments verifying the effectiveness of the proposed algorithms are presented.

Keywords

repetitive control, mechatronic systems, collocated feedback, internal model principle, angular speed regulation, PI controller

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu diplomové práce Ing. Martinu Goubejovi, Ph.D., za skvělé vedení mé práce, jeho cenné rady, čas a vstřícnost, které mi během vypracování diplomové práce věnoval. Dále bych rád poděkoval své rodině a partnerce za to, že byly mou oporou nejen při psaní této práce, ale i během celého studia.

Obsah

Abstrakt	ii
1 Úvod	1
2 Teoretická část	2
2.1 Základní regulační schéma	2
2.2 Princip vnitřního modelu	3
2.3 Repetitivní řízení	4
2.3.1 Základní myšlenka	5
2.3.2 Struktura RC	6
2.3.3 $M - \Delta$ struktura a teorém malého zisku	7
2.3.4 Stabilita RC	8
2.3.5 Implementace filtru L	9
Implementace nekauzálního filtru	9
Inverze neminimálně fázového systému, ZPETC algoritmus	10
2.4 Kolokované řízení a jeho problémy	11
2.4.1 Spojení repetitivního a kolokovaného řízení	13
3 Mechatronický stand	15
3.1 Popis standu	15
3.2 Využití mechatronického standu a cíle práce	15
3.3 Identifikace systému	17
3.4 Návrh PI regulátoru	19
3.5 Poruchy na mechatronickém standu	23
3.5.1 Zdroje poruch	23
3.5.2 Analýza poruchy při konstantních otáčkách	24
4 Návrh repetitivního řízení	27
4.1 Podmínky stability RC	27
4.2 Návrh parametrů jednotlivých struktur RC	27
4.2.1 Zpětná vazba od y_m	28
RC typu r	28
RC typu u	34
4.2.2 Zpětná vazba od y_z	34
RC typu r	35
RC typu u	37
5 Realizace RC	38
5.1 Způsoby vyhodnocování kvality řízení	38
5.2 Simulace	38
5.3 Reálná měření	43
5.4 Validace fungování RC	53

6 Závěr	56
Bibliografie	57

Seznam obrázků

2.1	Základní regulační schéma zpětnovazebního řídicího systému	2
2.2	Základní schéma RC	5
2.3	RC - plug-in struktura	6
2.4	$M - \Delta$ struktura	7
2.5	RC překreslené do $M - \Delta$ struktury	8
2.6	Implementace nekauzálního filtru L v diskrétní oblasti	10
2.7	Obecného uspořádání kolokovaného řízení	12
2.8	RC s kolokovaným řízením typu r	13
2.9	RC s kolokovaným řízením typu u	13
3.1	Mechatronický stand - mechanická část (Goubej a Bláha, 2022)	16
3.2	Mechatronický stand - řídicí část (Goubej a Bláha, 2022)	16
3.3	Frekvenční spektrum vstupního signálu PRBS použitého pro identifikaci systému	18
3.4	Frekvenční charakteristika systému s výstupem na straně motoru y_m a na straně zátěže y_z	18
3.5	Porovnání frekvenčních charakteristik systému a identifikovaného modelu	20
3.6	Frekvenční charakteristika otevřené smyčky L pro regulaci od výstupu y_m - bezpečnost v zesílení (G.M.) a bezpečnost ve fázi (P.M.)	22
3.7	Frekvenční charakteristika citlivostní funkce S pro regulaci od výstupu y_m - bezpečnost ve stabilitě	22
3.8	Regulační smyčka s PI regulátorem od výstupu y_m - porovnání simulace a reálných dat	23
3.9	Regulační smyčka s PI regulátorem od výstupu y_z - porovnání simulace a reálných dat	24
3.10	Frekvenční spektrum odchylky výstupu y_m od $r(t) = 1$ Hz	25
3.11	Frekvenční spektrum odchylky výstupu y_z od $r(t) = 1$ Hz	25
3.12	Frekvenční spektrum odchylky výstupu y_m od $r(t) = 3.3$ Hz	26
4.1	Frekvenční charakteristika citlivostní funkce S	28
4.2	Frekvenční charakteristika $Q(s)S(s)$	29
4.3	Frekvenční charakteristika S a S_{RC} bez zavedení filtru Q	30
4.4	Frekvenční charakteristika S a S_{RC} po zavedení filtru Q	30
4.5	Frekvenční charakteristika S a S_{RC} po zavedení filtru Q - detail	31
4.6	Frekvenční charakteristika S a S_{RC} po zavedení filtru Q a změně parametru $N = 3912$	31
4.7	Porovnáním frekvenční charakteristiky nestabilní inverze T a L stabilizovaného pomocí ZPETC algoritmu	32
4.8	Frekvenční charakteristika $(1 - LT)$ při použití reálné frekvenční charakteristiky systému	33
4.9	Porovnání frekvenčních charakteristik inverze T , za použití reálné frekvenční charakteristiky systému a L	33

4.10	Frekvenční charakteristika vstupní citlivostní funkce $1 - PS$	34
4.11	Frekvenční charakteristika $(1 - LPS)$ při použití reálné frekvenční charakteristiky systému	35
4.12	Frekvenční charakteristika $(1 - LT_z)$ při použití reálné frekvenční charakteristiky systému	36
4.13	Frekvenční charakteristika $Q(1 - LT_z)$ - splnění podmínek stability pro RC typu r se zpětnou vazbou od y_z pomocí vhodného návrhu filtrů L a Q	36
4.14	Frekvenční charakteristika S_{RC} pro RC typu r se zpětnou vazbou od y_z při použití filtrů Q a L	37
5.1	Simulační schéma generátoru vstupní poruchy d_u	39
5.2	Simulační schéma bloku repetitivního řízení R	39
5.3	Simulační schéma RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m	39
5.4	Simulační schéma RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z	39
5.5	Regulace RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m v simulačním prostředí	41
5.6	Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z v simulačním prostředí	42
5.7	Schéma bloku repetitivního řízení R implementované v REXYGENu	43
5.8	Schéma RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m implementované v REXYGENu	43
5.9	Regulace RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m - struktura s filtrem Q	45
5.10	Porovnání kvalit regulace pro různé struktury RC se zpětnou vazbou od výstupu y_m	46
5.11	Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_m - struktura s filtry Q a L při $\omega_q = 100$ Hz	47
5.12	Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_m - kvalita řízení vzhledem k odchylce e_z	48
5.13	Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z - struktura s filtry Q a L	49
5.14	Porovnání kvalit regulace pro různé struktury RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z	50
5.15	Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z - kvalita řízení vzhledem k odchylce e_m	51
5.16	Porovnání regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_m a y_z - kvalita řízení vzhledem k odchylce e_z	52
5.17	Regulace RC se zpětnou vazbou od výstupu y_m při referenčním signálu $r(t) = 2$ Hz	54
5.18	Regulace RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z při referenčním signálu $r(t) = 1.8$ Hz	55

Seznam tabulek

4.1	Nastavení parametrů pro různé struktury RC	37
-----	--	----

1 Úvod

Mechatronické systémy představují integraci mechanických, elektronických a softwarových komponent, které společně vytvářejí komplexní a vysoce efektivní zařízení. Tyto systémy nacházejí široké uplatnění v různých průmyslových odvětvích, jako jsou automobilový průmysl, robotika, výrobní linky a mnoho dalších. S rostoucí složitostí a nároky na přesnost a výkon těchto systémů je nezbytné vyvíjet pokročilé metody řízení, které zajistí jejich stabilní a optimální provoz. Efektivní řízení mechatronických systémů je tedy klíčovou oblastí výzkumu a aplikace v současné automatizaci.

Mechatronické systémy často čelí problémům spojeným s periodickými rušivými vlivy, které mohou výrazně ovlivnit jejich stabilitu a výkon. Kolokovaná zpětná vazba, kde jsou senzor a aktuátor umístěny na stejném místě, přináší navíc specifické výzvy, které vyžadují pokročilé přístupy k řízení. Tato diplomová práce se zabývá metodami repetitivního řízení (anglicky repetitive control, zkráceně RC), které jsou schopné efektivně eliminovat tyto rušivé vlivy a zajišťovat tak stabilnější a spolehlivější chod systému.

Cílem této práce je vyvinout a implementovat algoritmy repetitivního řízení, které budou aplikovány na mechatronické systémy s kolokovanou zpětnou vazbou, aby se zlepšila kvalita řízení otáček tohoto systému. Práce se zaměřuje na teoretický návrh těchto algoritmů, jejich praktickou realizaci a experimentální ověření jejich účinnosti.

Repetitivní řízení je dlouhodobě zkoumáno jako metoda pro zlepšení výkonu systémů s periodickými vstupy a poruchami. V posledních letech se objevuje stále více aplikací tohoto přístupu v různých průmyslových odvětvích, jako je robotika, výroba a energetika. Jednou z oblastí výzkumu repetitivního řízení je zlepšení jeho stability a robustnosti. Tato práce se zařazuje do tohoto kontextu a přináší poznatky a ověřené postupy, které mohou být využity v praxi.

Práce je strukturována do několika kapitol, které systematicky pokrývají teoretické základy, návrh algoritmů, jejich praktickou realizaci a experimentální ověření. Obsah jednotlivých kapitol bude popsán v následujících odstavcích.

Teoretická část poskytuje přehled základních pojmů a principů, které jsou klíčové pro pochopení RC. Kapitola zahrnuje popis základního regulačního schématu, princip vnitřního modelu a různé struktury RC. Dále jsou diskutovány metody pro zajištění stability a zlepšení efektivity RC prostřednictvím implementace filtrů Q a L .

Následující kapitola popisuje konstrukci a využití mechatronického standu, který byl použit pro experimentální ověření navržených algoritmů. Stand je popsán včetně jeho mechanické a řídicí části, dále je provedena identifikace systému a návrh regulační zpětnovazební smyčky s PI regulátorem, která reguluje otáčky systému.

Čtvrtá kapitola se zabývá návrhem parametrů jednotlivých struktur RC pro řízený systém. Diskutují se zde podmínky stability RC a různé typy zpětné vazby, které jsou použity pro zajištění optimálního výkonu systému. V kapitole jsou prezentovány výsledky frekvenčních analýz, které hodnotí stabilitu navržených struktur RC.

Pátá kapitola se zaměřuje na praktickou realizaci navržených algoritmů repetitivního řízení. Popisuje metody vyhodnocování kvality řízení, simulace a reálná měření. Výsledky experimentů jsou analyzovány a validovány, což umožňuje ověřit efektivitu navržených algoritmů.

2 Teoretická část

2.1 Základní regulační schéma

Pro další teoretické odvozování si nejdříve definujeme základní strukturu a pojmy řídicího systému. Jeho schéma můžeme vidět na obrázku 2.1, skládá se z regulátoru $C(s)$ a řízeného systému $G(s)$, vstupem systému je referenční signál $r(t)$, výstupem systému je signál $y(t)$. Na vstup regulátoru přichází odchylka referenčního signálu od výstupu systému, označená $e(t)$, což charakterizuje systém jako *zpětnovazební systém*, výstup regulátoru $u(t)$ označme jako akční zásah. Dále do systému vstupují poruchy; konkrétně vstupní porucha $d_u(t)$, která zatěžuje řídicí signál vystupující z regulátoru, a výstupní porucha $d_y(t)$, která ovlivňuje výstup systému.

Můžeme si povšimnout, že regulátor a řízený systém je popsán pomocí komplexní proměnné s , která je základním stavebním kamenem Laplaceovy transformace. Laplaceova transformace transformuje z časové domény, kde jsou vstupy a výstupy funkce času, do frekvenční domény, kde jsou vstupy a výstupy funkce komplexní úhlové frekvence (Sharma, Sharma a Kaushik, 2022). Důvodem pro její použití v teorii řídicích systémů je schopnost Laplaceovy transformace poskytovat přehled o chování systému, včetně jeho stability, dynamiky a reakce na různé typy vstupních signálů. Tato schopnost je založena na transformaci diferenciálních rovnic, které popisují dynamické systémy, na polynomiální rovnice v s -doméně, což usnadňuje manipulaci a analýzu systému.

Pro existenci Laplaceovy transformace funkce $f(t)$ je nezbytné, aby tato funkce splňovala následující podmínky:

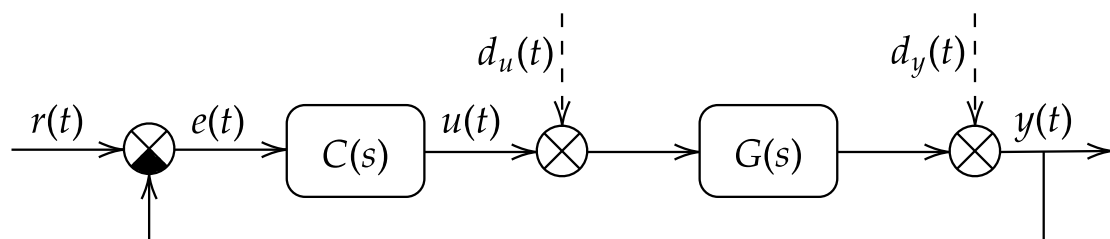
1. $f(t)$ je jednoznačná a po úsecích hladká v každém konečném časovém intervalu
2. $f(t) = 0$ pro $t < 0$
3. $f(t)$ je exponenciálního řádu: $\int_0^\infty |f(t)|e^{-\sigma_0 t} dt < \infty$ pro nějaké $\sigma_0 > 0$

Pokud jsou tyto podmínky splněny, pak je Laplaceova transformace funkce $f(t)$ definována vztahem:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt, \quad (2.1)$$

kde s je komplexní proměnná $s = \sigma + j\omega$.

Po definování Laplaceovy transformace je možné pro lineární časově invariantní systém



OBRÁZEK 2.1: Základní regulační schéma zpětnovazebního řídicího systému

získat jeho přenosovou funkci, jimiž jsou například $C(s)$ a $G(s)$. Přenosová funkce je definována jako poměr Laplaceových obrazů výstupní veličiny $Y(s)$ a vstupní veličiny $U(s)$ při nulových počátečních podmínkách (n.p.p.):

$$G(s) = \left. \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}} \right|_{n.p.p.} = \frac{Y(s)}{U(s)}. \quad (2.2)$$

Tato funkce ukazuje, jak systém reaguje na vstupní signál ve frekvenční doméně, a je nezbytná pro návrh řídicích systémů a pro analýzu jejich stability a dynamického chování. Pro další práci definujeme čtyři základní přenosové funkce, které charakterizují chování zpětnovazebního řídicího systému:

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{1}{1 + C(s)G(s)}, & T(s) &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}, \\ CS(s) &= \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}, & PS(s) &= \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

kde $S(s)$ je citlivostní funkce uzavřené smyčky (vyjadřující například přenos z referenčního signálu na odchylku), $T(s)$ je komplementární citlivostní funkce uzavřené smyčky (vyjadřující například přenos z referenčního signálu na výstup systému), $CS(s)$ je výstupní citlivostní funkce (vyjadřující například přenos z odchylky na akční zásah) a $PS(s)$ je vstupní citlivostní funkce (vyjadřující například přenos ze vstupní poruchy na výstup systému).

2.2 Princip vnitřního modelu

Naším dalším úkolem je vyvinout soubor pravidel, jejichž aplikace při konstrukci regulátoru $C(s)$ zaručí přesné asymptotické sledování referenčního signálu $r(t)$ nebo kompenzaci externí poruchy s předem definovanou strukturou. Tuto problematiku řeší princip vnitřního modelu, který představuje klíčový koncept v oblasti teorie automatického řízení.

Pro zajištění asymptotického sledování referenčního signálu lze efektivně využít následující větu.

Věta o konečné hodnotě:

Nechť $X(0) = 0$ a $\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s)$ a $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x(\infty)$ existuje nebo $X(s)$ je stabilní¹ a ryzí², potom

$$x(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s). \quad (2.4)$$

V našem případě nás zajímá přenos z referenčního signálu $r(t)$ na odchylku $e(t)$, který popisuje již zmíněná citlivostní funkce $S(s)$. Laplaceův obraz odchylky $E(s)$ je pak definován jako:

$$\mathcal{L}\{e(t)\} = E(s) = S(s)R(s), \quad (2.5)$$

kde $R(s)$ je tzv. *generátor referenčního signálu*, získaný pomocí Laplaceovy transformace analytického popisu referenčního signálu. Jako příklad uveďme, že konstantní referenční signál $r(t) = c \cdot 1(t)$, kde c je konstanta, má obraz $R(s) = c \cdot \frac{1}{s}$. Označme $N(s)$ jako čítelec obecné přenosové funkce, $D(s)$ pak jmenovatel. Dále upravme popis citlivostní

¹Přenosová funkce je stabilní právě tehdy, když pro všechny kořeny jejího jmenovatele p_i (póly) platí, že jejich reálná část je záporná.

²Přenosová funkce je ryzí právě tehdy, když její relativní řád je roven nule, kde relativní řád získáme jako rozdíl stupňů polynomu ve jmenovateli a čitateli přenosové funkce.

funkce

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{1}{1 + \frac{N_L(s)}{D_L(s)}} = \frac{D_L(s)}{D_L(s) + N_L(s)}, \quad (2.6)$$

kde $L(s)$ je přenosová funkce otevřené smyčky, tedy $L(s) = C(s)G(s)$. Rovnici (2.5) pak můžeme přepsat do tvaru

$$E(s) = \frac{D_L(s)}{D_L(s) + N_L(s)} \frac{N_R(s)}{D_R(s)}, \quad (2.7)$$

a s využitím věty o konečné hodnotě (2.4) můžeme zapsat

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{D_L(s)}{D_L(s) + N_L(s)} \frac{N_R(s)}{D_R(s)} \right). \quad (2.8)$$

Jak je uvedeno ve větě (2.4), limita $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ existuje, pokud je přenosová funkce $E(s)$ ryzí a stabilní. Při analýze přenosových funkcí generátoru referenčního signálu $\frac{N_R(s)}{D_R(s)}$, zjišťujeme, že pokud $r(t)$ představuje trvale působící signál, pak je jeho polynom jmenovatele $D_R(s)$ nestabilní. Je ho tedy nutné zkrátit pomocí polynomu $D_L(s)$ pro zajištění stability přenosu $E(s)$. Po této úpravě si můžeme povšimnout, že tento přenos je násoben proměnnou s , limita $\lim_{s \rightarrow 0}$ bude tedy rovna nule (díky zajištěné stabilitě přenosové funkce $E(s)$), což znamená, že odchylka $e(t)$ asymptoticky konverguje k nule. V předchozích řádcích byl odvozen princip vnitřního modelu. Tento princip stanoví, že pro sledování obecného referenčního signálu $r(t)$ regulovanou veličinou $y(t)$ v ustáleném stavu je nezbytné, aby póly systému generujícího referenční signál byly obsaženy v pólech otevřené regulační smyčky. Tyto póly by měly být buď součástí pólů systému $G(s)$, nebo musí být zavedeny do pólů regulátoru $C(s)$.

Na závěr poznamenejme, že shodné závěry bychom odvodili i při kompenzaci výstupní poruchy $d_y(t)$ v ustáleném stavu na výstupu $y(t)$. V případě kompenzace vstupní poruchy $d_u(t)$ je nezbytné tuto poruchu transformovat na výstupní poruchu, což vyžaduje její vynásobení přenosovou funkcí systému $G(s)$.

2.3 Repetitivní řízení

Repetitivní řízení (anglicky repetitive control, dále jen RC) představuje jeden z přístupů k řízení systémů, které operují s periodickým referenčním signálem nebo poruchou. Repetitivní řízení nachází uplatnění v mnoha oblastech, například v elektrotechnice, kde se používá u střídačů napětí Ramos a Costa-Castelló, 2018, v průmyslu pro velkoformátový tisk Blanken et al., 2020, nebo při řízení točivých strojů, jako jsou servosystémy Wang, 2016 a větrné turbíny Houtzager, Wingerden a Verhaegen, 2013. Zároveň je řízení točivých strojů hlavním tématem této práce.

Jak již bylo zmíněno, v reálných mechatrických systémech se často setkáváme s řízením repetitivní povahy, kde se referenční signál / vstupující porucha opakuje s danou základní periodou. Pro vysledování takového signálu je z principu vnitřního modelu, popsaného v předešlé sekci, potřeba implementovat póly generátoru signálu do pólů otevřené řídicí smyčky.

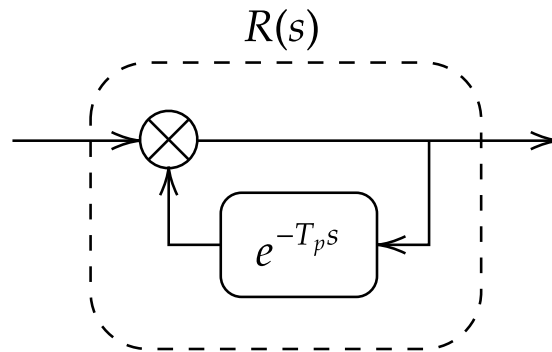
Generátor periodického signálu obvykle disponuje přenosovou funkcí vysokého řádu na mezi stability. Při standardní aplikaci principu vnitřního modelu by dosažený regulátor byl velmi vysokého řádu, což vyžaduje obrovské výpočetní nároky a vede ke křehkosti

systému, což komplikuje implementaci (Ramos a Costa-Castelló, 2018). Možným řešením tohoto problému je využití repetitivního řízení, které bude popsáno v následujících sekcích.

2.3.1 Základní myšlenka

Nejdříve se podíváme, jak na periodický vstupní signál s periodou T_p reaguje běžně používaný regulátor, jako je například PI regulátor³. Po odeznění přirozené odezvy se na výstupu projevuje pouze vynucená odezva regulátoru na vstupní signál, která nereflektuje periodicitu vstupního signálu. Regulátor reaguje v každý časový úsek na vstupní signál „jako kdyby ho viděl poprvé“, nijak nepracuje s jeho periodicitou, neumí predikovat jeho vývoj. Při řízení tedy nijak nepoužíváme apriorní informaci kterou o vstupním signálu máme a snižujeme tak možnou dosažitelnou kvalitu řízení⁴.

Nyní se nabízí otázka, jak integrovat zmíněnou apriorní informaci do regulátoru. Jako



OBRÁZEK 2.2: Základní schéma RC

možné řešení se jeví ke vstupnímu signálu regulátoru přičíst signál z minulosti, přesněji vstupní signál, který je přesně o T_p zpožděný. Tomu odpovídá schéma zobrazené na obrázku 2.2. Při analýze takového systému získáme následující přenosovou funkci

$$R(s) = \frac{1}{1 - e^{-T_p s}}. \quad (2.9)$$

Zjišťujeme, že póly tohoto systému jsou výsledkem rovnice $e^{-T_p s} = -1$, což odpovídá tzv. Eulerově identitě, která má jako řešení nekonečné množství pólů rozmístěných na imaginární ose následovně

$$p_k = jk \omega_p, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots, \infty; \quad \omega_p = \frac{2\pi}{T_p}. \quad (2.10)$$

V následujícím odstavci si vysvětlíme, proč je toto rozložení pólů vhodné.

Uvažujme sinusový referenční signál s periodou T_p , jehož vyjádření v časové a frekvenční

³PI regulátor (Proporční-Integrační regulátor) je typ regulátoru, který využívá dvě komponenty pro regulaci systému: proporční složku, reagující na okamžitou chybu, a integrační složku, která akumuluje chyby v čase, čímž pomáhá eliminovat trvalou regulační odchylku.

⁴Teoreticky je možné, aby zpětnovazební smyčka s PI regulátorem dokonale sledovala periodický signál, záleží však na typu periodického signálu a dynamice řízeného systému. Například, u sinusového nebo kosinusového signálu je přenosová funkce generátoru tvořena párem sdružených komplexních pólů. V souladu s principem vnitřního modelu je nutné tyto póly integrovat do přenosové funkce otevřené regulační smyčky L . Toto začlenění pólů může být realizovatelné pomocí PI regulátoru, avšak realizovatelnost závisí na dynamice řízeného systému.

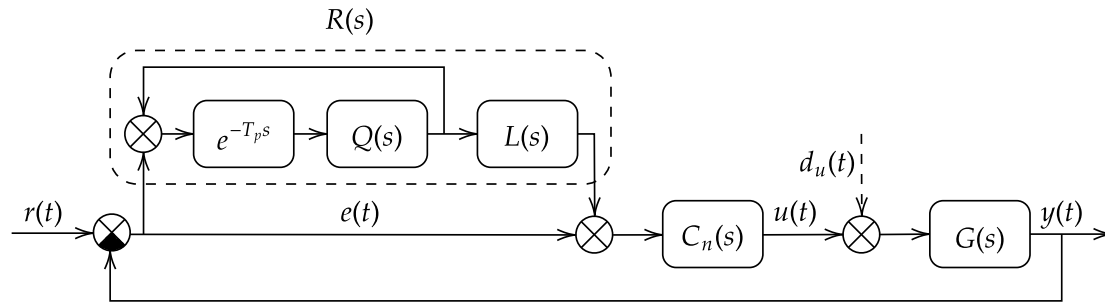
oblasti je následující:

$$r(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{T_p}t\right), \quad R(s) = \frac{\frac{2\pi}{T_p}}{s^2 + \left(\frac{2\pi}{T_p}\right)^2}. \quad (2.11)$$

Vidíme, že pól přenosové funkce tohoto generátoru signálu odpovídá jednomu z pólů v rovnici (2.10), konkrétně pólu $p_1 = j\frac{2\pi}{T_p}$. To je žádoucí výsledek, protože řídicí systém s RC by měl být schopen podle principu vnitřního modelu sledovat takovýto referenční signál. Poznamenejme, že stejného pólu bychom dosáhli i pro funkci kosinus.

Nyní uvažujme libovolný periodický referenční signál s periodou T_p . Tento signál lze aproximovat pomocí Fourierovy řady, která je tvořena funkcemi sinus a kosinus, jejichž perioda je celočíselným násobkem základní periody T_p . Póly generátoru signálu takovéto aproximace budou přesně odpovídat pólům uvedeným v rovnici (2.10). Z toho vyplývá, že řídicí systém s RC by měl být schopen⁵ sledovat libovolný periodický signál s periodou T_p .

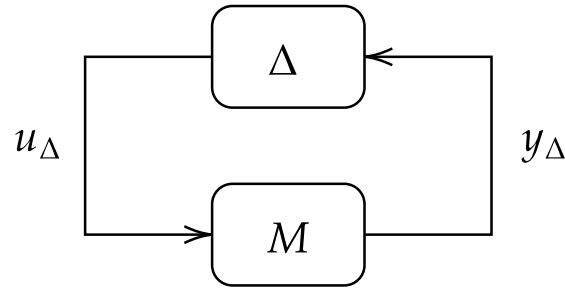
2.3.2 Struktura RC



OBRÁZEK 2.3: RC - plug-in struktura

Možností sestavení RC je více, mezi ně patří například sériové zapojení (Ramos a Costa-Castelló, 2018) nebo tzv. *plug-in* struktura, která bude použita v této práci. Její schéma můžeme vidět na obrázku 2.3, důvod přidání filtrů Q a L bude rozebrán v další sekci. Schéma *plug-in* struktury je vhodné pro praktickou implementaci, protože rozšiřuje konvenční zpětnovazební smyčku o blok R , který lze pohodlně zapnout nebo vypnout podle potřeby, aniž by byla narušena stabilita smyčky, pokud je správně navržena (Goubey a Schlegel, 2019). Možný postup, který je rovněž využit v této práci, zahrnuje nejprve návrh konvenčního regulátoru (například zmíněného PI regulátoru) dle standardních požadavků na regulační smyčku, jako jsou stabilita a rychlost regulace. Následně je k regulační smyčce připojen blok R , přičemž jeho parametry jsou nastaveny podle navrženého PI regulátoru a řízeného systému, tak aby byla zachována stabilita uzavřené smyčky.

Existuje více způsobů, jak odvodit podmínky pro stabilitu uzavřené smyčky v závislosti na parametrech RC. My pro odvození těchto pravidel využijeme tzv. $M - \Delta$ strukturu a *teorém malého zisku* (anglicky small-gain theorem, dále SGT), které budou popsány v následující sekci.

OBRÁZEK 2.4: $M - \Delta$ struktura

2.3.3 $M - \Delta$ struktura a teorém malého zisku

$M - \Delta$ struktura spolu s SGT se často používá k prokazování stability systémů s neurčitostmi. Tento přístup umožňuje zkoumat, jak různé perturbace⁶ ovlivňují stabilitu systému a zajišťuje, že systém zůstane stabilní i při přítomnosti těchto neurčitostí.

Na obrázku 2.4 je zobrazena $M - \Delta$ struktura. Blok Δ zahrnuje neurčitost systému, blok M obsahuje celý zbytek systému. Toto rozdělení umožňuje analyzovat stabilitu systému na základě kritérií stanovených pro oba bloky. Tyto kritéria stanovuje SGT, který uvádí, že pokud je otevřená smyčka (tedy $L = M\Delta$) stabilní, pak bude uzavřená smyčka, vytvořená zavedením jednotkové zpětné vazby, stabilní pokud

$$\|\Delta\| \cdot \|M\| < 1 \quad \forall \omega, \quad (2.12)$$

kde $\|\cdot\|$ je libovolná submultiplikativní maticová norma, splňující $\|AB\| \leq \|A\| \cdot \|B\|$. SGT je takto definován pro MIMO⁷ systém, v našem případě budeme pracovat pouze se SISO⁸ systémem, kde jako normu můžeme zvolit maximovou normu $\|\cdot\|_\infty$ ⁹. V následujícím odstavci bude dokázán SGT pro SISO systém, obecnou definici pro MIMO systém uvádí Dahleh, Dahleh a Verghese, 2022.

Stabilitu uzavřené smyčky dokážeme pomocí *Nyquistova kritéria stability*. To stanoví, že nutnou a postačující podmínkou stability uzavřeného regulačního obvodu je, aby přenosová funkce otevřené smyčky $L(s)$, vyhodnocená na $s = j\omega$ pro $\omega \in (-\infty, \infty)$ (tzv. *Nyquistova křivka*), obkličovala bod $(-1, j0)$ v záporném smyslu tolikrát, kolik má otevřená smyčka nestabilních pólů¹⁰.

Dále víme, že z podmínky pro stabilitu podle SGT (2.12) a vlastností maximové normy plyne

$$L = \|M\Delta\|_\infty < 1.$$

Vidíme tedy, že přenosová funkce otevřené smyčky L nikdy nevystupuje z jednotkového kruhu se středem v bodě $(0, j0)$ na komplexní rovině, tedy neobkličuje kritický

⁵Referenční signál jsme aproximovali pomocí Fourierovy řady, přesnost této aproximace tedy závisí na splnění určitých podmínek. Proto může být sledování signálu teoreticky přesné nebo se mu aproximativně blížit.

⁶Perturbace jsou neurčité odchylky, jako například odchylky parametrů systému, které se liší od parametrů nominálního systému.

⁷MIMO - multiple input multiple output systém je systém s několika vstupy a výstupy.

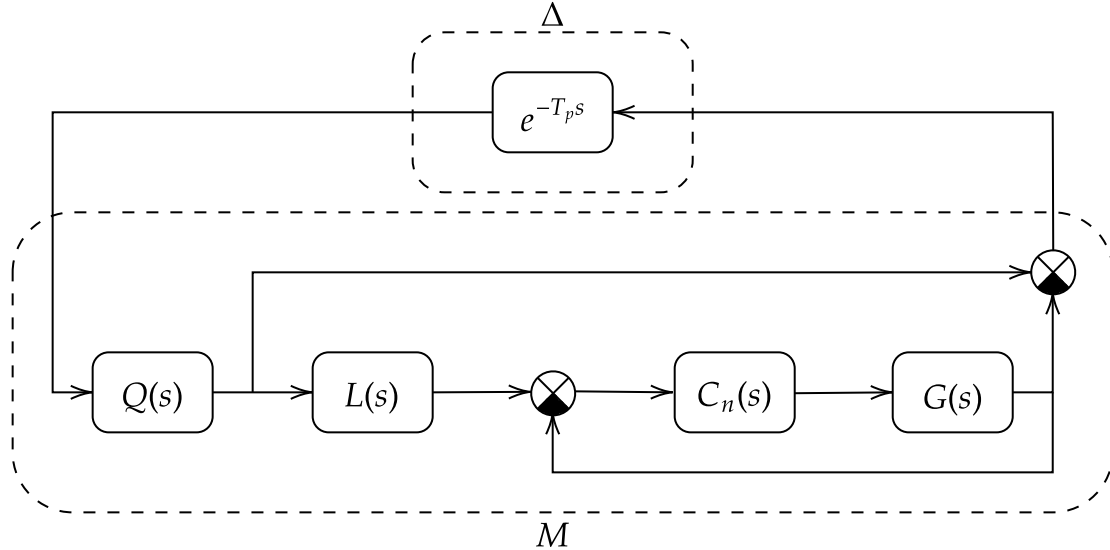
⁸SISO - single input single output systém je systém s jedním vstupem a výstupem.

⁹Maximová norma $\|\cdot\|_\infty$ je pro SISO systém nadefinována jako maximální absolutní hodnota přenosové funkce přes všechny frekvence ω

¹⁰Nyquistovo kritérium stability pracuje (na rozdíl od $M - \Delta$ struktury) se zápornou zpětnou vazbou. Perturbace v bloku Δ mohou mít libovolnou fázi a jsou omezeny pouze svojí amplitudou. Zpětná vazba může být proto v souladu s Nyquistovým kritériem stability změněna na zápornou a druhé záporné znaménko může být začleněno do bloku Δ .

bod $(-1, j0)$. Na základě Nyquistova kritéria stability tak můžeme konstatovat, že je uzavřená smyčka stabilní.

2.3.4 Stabilita RC



OBRÁZEK 2.5: RC překreslené do $M - \Delta$ struktury

Na základě odvozeného SGT můžeme nyní stanovit podmínky pro stabilitu uzavřené smyčky s RC. Základem odvození je překreslení stávající struktury do podoby $M - \Delta$ struktury. Do bloku Δ zahrneme pouze dopravní zpoždění, tedy $e^{-T_p s}$. Zesílení této přenosové funkce je pro každou frekvenci ω rovno jedné, první podmínka SGT je tedy splněna. Do bloku M zahrneme celý zbytek systému, čímž získáme schéma zobrazené na obrázku 2.5. Z toho můžeme odvodit, že přenosová funkce bloku M má předpis

$$M(s) = Q(s)(1 - L(s)T(s)), \quad (2.13)$$

kde $T(s) = \frac{C_n(s)G(s)}{1+C_n(s)G(s)}$ je komplementární citlivostní funkce základní regulační smyčky bez RC. Z SGT víme, že postačující podmínka pro stabilitu uzavřené smyčky s RC je

$$\|M\|_\infty = \|Q(s)(1 - L(s)T(s))\|_\infty < 1. \quad (2.14)$$

Analyzujeme nyní tuto podmínku pro různé volby filtrů $Q(s)$ a $L(s)$.

Nejdříve vynechme oba filtry, tedy zvolme $Q(s) = 1$ a $L(s) = 1$. Podmínka stability se poté změní na

$$\|S(s)\|_\infty < 1, \quad (2.15)$$

kde $S(s)$ je citlivostní funkce základní regulační smyčky bez RC (protože platí $S(s) = 1 - T(s)$). Tuto podmínku nelze splnit, což lze dokázat například pomocí *Bodeho integrálního pravidla* (známého také jako *Bodeho citlivostní integrál*). Toto pravidlo stanovuje, že celkový integrál logaritmičké zesílení frekvenční odezvy lineárního, časově invariantního systému přes všechny frekvence ω je konstantní a závisí na počtu pólů systému v pravé polovině komplexní roviny. Výsledek uvedené rovnice je nulový, pokud je systém stabilní a jeho relativní řád je větší než jedna. Tato rovnost ukazuje, že pokud je citlivostní funkce potlačena v určitém frekvenčním pásmu, je nutně zvýšena v jiném pásmu, a její zesílení proto nemůže být na všech frekvencích menší než jedna.

Vidíme tedy, že bez pomocného filtru nejsme schopni podmínku stability splnit. Přidáme

tedy nejprve pouze filtr Q , zatímco filtr L necháme ve tvaru $L(s) = 1$. Pro vhodnou volbu filtru Q nejdříve analyzujeme tvar přenosové funkce S . Ten se u většiny systémů podobá filtru typu horní propust, protože tohoto tvaru se ve většině případů snažíme dosáhnout při návrhu regulátoru pro řízený systém. Citlivostní funkce vyjadřuje přenos výstupní poruchy na výstup systému, který chceme, aby byl pokud možno nulový na všech frekvencích. To však není možné (např. z důvodu platnosti již zmíněného Bodeho integrálního pravidla), proto požadujeme, aby byla porucha potlačena alespoň na nízkých frekvencích, a snažíme se proto při návrhu citlivostní funkce S tvarovat jako horní propust. Z tohoto důvodu se Q často volí (a bude tak volen i v této práci) jako filtr typu dolní propust. Zlomovou frekvenci ω_Q filtru Q typicky nastavujeme na frekvenci, kde se S blíží jednotkovému zesílení. Nutno podotknout, že implementací filtru Q typu dolní propust narušujeme funkci RC a nejsme již schopni vysledovat všechny harmonické frekvence, efektivně budou vysledovány pouze frekvence nižší než je námi nastavená ω_Q . Lepších výsledků můžeme dosáhnout implementací tzv. učícího filtru L . Jeho návrhem se zabývá řada prací (například Kurniawan et al., 2021), v této práci se zaměříme na nejčastější postup. Při pohledu na podmínku stability (2.14) vidíme, že jako nejvhodnější volba filtru L se jeví $L(s) = T^{-1}$. Pokud by se nám tato inverze povedla implementovat dokonale, filtr Q by nebyl potřeba, protože norma $\|1 - L(s)T(s)\|_\infty$ by byla nulová a podmínka stability by tak byla splněna. V praxi však není možné přesnou inverzi implementovat, což je způsobeno jednak důvody, které budou popsány v následující sekci, ale především nepřesnou znalostí řízeného systému. Řízený systém obvykle identifikujeme a aproximujeme¹¹ pomocí zjednodušeného modelu (podle kterého následně navrhujeme inverzi T^{-1}), který však přesně neodpovídá reálnému systému, zejména na vysokých frekvencích. To implikuje nutnost použití $Q(s)$ filtru typu dolní propust, který však může být často nastaven na vyšší zlomovou frekvenci ω_Q , než v případě použití samotného filtru $Q(s)$ a tak zlepšit kvalitu regulace dosaženou pomocí RC.

2.3.5 Implementace filtru L

Zvolíme-li filtr L jako inverzi komplementární citlivostní funkce T , můžeme při jeho implementaci narazit na dva problémy. Prvním z nich je nekauzalita¹², která vzniká z kladného relativního řádu funkce T . Druhým problémem je nestabilita vzniklé přenosové funkce, způsobená tím, že T je neminimálně fázový systém s nestabilními nulami. Možná řešení těchto problémů budou představena v následujících sekcích.

Implementace nekauzálního filtru

Řešení tohoto problému bude rozebráno nejdříve ve spojitě a následně ve diskrétní oblasti.

Ve spojitě oblasti můžeme inverzi nahradit tzv. aproximativní inverzí, která invertuje systém na určitém rozsahu frekvencí. Její předpis je

$$L(s) = T^{-1}(s)F_L(s), \quad (2.16)$$

kde $F_L(s)$ je libovolný stabilní přenos s relativním řádem stejným nebo větším, než má T . Filtr F_L , dorovnávací relativní řád L , tak zajišťuje jeho kauzalitu. Rozsah frekvencí,

¹¹Reálné systémy zpravidla obsahují nelinearity a jsou vysokého řádu, je nutné je tedy aproximovat lineárním modelem pro možnou práci s nimi.

¹²Nekauzální systém je takový systém, jehož výstup závisí nejen na minulých a současných hodnotách vstupu, ale také na budoucích hodnotách. Nekauzální přenosová funkce má relativní řád záporné hodnoty, což znamená, že stupeň polynomu čitatele je vyšší než stupeň polynomu jmenovatele.

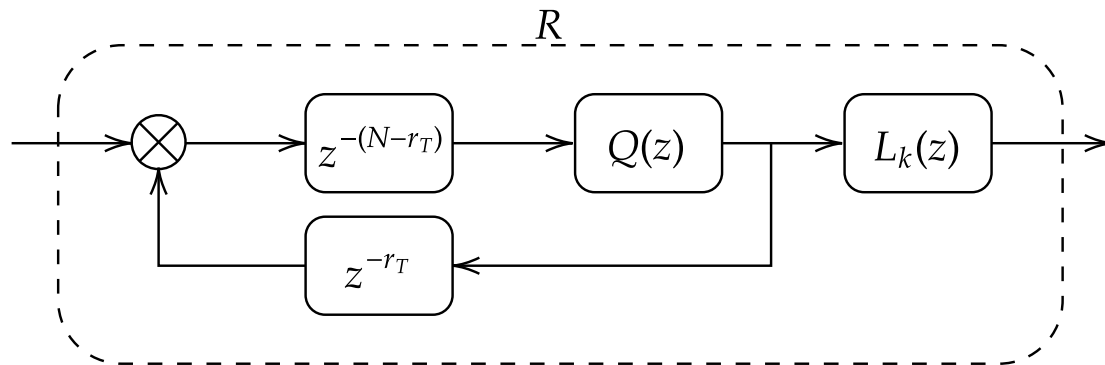
na kterých je T korektně invertováno, můžeme ovlivnit návrhem filtru F_L . Možnou volbou je filtr typu dolní propust, kde je pak T korektně invertováno na frekvencích do zlomové frekvence filtru F_L .

V diskretní oblasti můžeme taktéž použít výše zmíněný postup, nicméně vzhledem k naší zvolené struktuře RC se nabízí další možnost vypořádání se s nekauzální inverzí. Přenosová funkce dopravního zpoždění má v diskretní oblasti tvar z^{-N} , kde N je počet vzorků dopravního zpoždění, lze jí tedy využít pro dorovnání relativního řádu přenosové funkce na nulu pro zajištění kauzality. Označme relativní řád komplementární citlivostní funkce jako r_T , předpis kauzální podoby L pak bude

$$L_k(z) = z^{-r_T} L(z). \quad (2.17)$$

Takovouto operací bychom však narušili funkčnost RC, což by změnilo frekvence, které RC sleduje. Trik spočívá ve zmenšení dopravního zpoždění v přímé větvi RC o r_T . Do bloku L tak vstupuje správně zpožděný signál a stačí doplnit dodatečně dopravní zpoždění z^{-r_T} do zpětné větve RC, toto schéma můžeme vidět na obrázku 2.6.

Podobný postup bychom mohli aplikovat i při implementaci nekauzálního filtru Q , u kterého je pak možné dosáhnout nulového fázového posunu na všech frekvencích.



OBRÁZEK 2.6: Implementace nekauzálního filtru L v diskretní oblasti

Inverze neminimálně fázového systému, ZPETC algoritmus

Pokud je T neminimálně fázový, jeho inverzí vzniká nestabilní přenosová funkce, kterou nelze v reálných podmínkách použít. Pro řešení tohoto problému využijeme tzv. *Zero phase error tracking control* algoritmus (česky *algoritmus řízení s nulovou fázovou chybou sledování*, dále ZPETC), který bude popsán v následujícím odstavci.

Nuly přenosové funkce T rozdělíme na nuly v levé komplexní polorovině n_s a na nuly v pravé komplexní polorovině n_n

$$T(s) = \frac{n_s(s)n_n(s)}{p(s)}. \quad (2.18)$$

Jak již bylo popsáno, n_n se nesmí při inverzi přesunout do jmenovatele, protože by jinak vznikla nestabilní přenosová funkce. Těmito nulám vytvoříme obrazy n_{sn} , které vzniknou zrcadlením nul n_n symetricky kolem imaginární osy

$$n_{sn}(s) = n_n(-s). \quad (2.19)$$

Následně vytvoříme aproximativní inverzi

$$L_{approx}(s) = \frac{p(s)n_{sn}(s)}{Kn_s(s)}, \quad (2.20)$$

kde K je volitelný parametr. Nyní vyjádříme součin T a její aproximativní inverze

$$L_{approx}(s)T(s) = \frac{p(s)n_{sn}(s)}{Kn_s(s)} \frac{n_s(s)n_n(s)}{p(s)} = \frac{n_n(s)n_{sn}(s)}{K} \quad (2.21)$$

a analyzujeme výsledek. Pro funkci frekvenčního přenosu platí, že její část odpovídající kladným frekvencím ω je symetrická k části odpovídající záporným frekvencím $-\omega$ vzhledem k reálné ose v komplexní rovině, tedy

$$\arg(T(j\omega)) = -\arg(T(-j\omega)), \quad (2.22)$$

kde funkce $\arg()$ udává argument komplexního čísla, tedy úhel, který vektor reprezentující toto číslo v komplexní rovině svírá s reálnou osou. Pro tuto funkci platí $\arg(a + b) = \arg(a) + \arg(b)$, vidíme tedy, že vzhledem k návrhu n_{sn} bude

$$\arg(L_{approx}(j\omega)T(j\omega)) = 0 \quad \forall \omega, \quad (2.23)$$

tedy na všech frekvencích ω bude dosaženo nulového fázového zpoždění. Tato vlastnost je žádoucí, protože je podstatná pro funkčnost aproximativní inverze. Zbývá zvolit parametr K , kterým můžeme ovlivnit zesílení přenosové funkce $L_{approx}T$. Ideálně bychom chtěli, aby zesílení bylo jednotkové na všech frekvencích, což však není možné. Můžeme si vybrat jednu frekvenci, na které bude zesílení $L_{approx}T$ jednotkové, zpravidla se volí nulová frekvence (statické zesílení), požadujeme tedy

$$L_{approx}(s)T(s) \Big|_{s=0} = 1. \quad (2.24)$$

Tak získáme jednotkové zesílení na nulové frekvenci, zatímco pro $\omega > 0$ bude zesílení odlišné od jednotkového, obecně se bude odchylka zvětšovat s rostoucí frekvencí ω . Podobně jako ve spojité oblasti lze algoritmus ZPETC použít i v diskrétní oblasti. Nestabilní nuly budeme v tomto případě zrcadlit symetricky vůči jednotkové kružnici, tedy

$$n_{sn}(z) = n_n\left(\frac{1}{z}\right) \quad (2.25)$$

a parametr K budeme volit tak, aby platilo

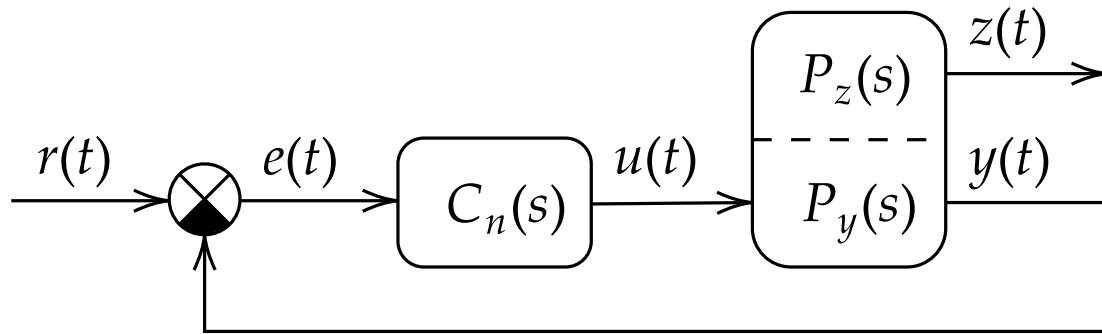
$$L_{approx}(z)T(z) \Big|_{z=1} = 1. \quad (2.26)$$

tedy obdoba požadavku na statické zesílení v diskrétní oblasti.

2.4 Kolokované řízení a jeho problémy

Tato sekce se bude věnovat takzvanému *kolokovanému řízení*, problémům, které toto uspořádání řídicího systému přináší, a možnostem jejich řešení pomocí repetitivního řízení.

Předpokládejme případ obecného uspořádání řízeného systému, zobrazeného na obrázku 2.7. Tato struktura, často označovaná jako kolokované řízení, je velmi běžná v oblasti mechatroniky a systémů řízení pohybu. Termín *kolokovaný* odkazuje na skutečnost, že



OBRÁZEK 2.7: Obecného uspořádání kolokovaného řízení

pár aktuátor-senzor je fyzicky instalován na stejném místě řízeného zařízení. Měřený výstup y , používaný k uzavření zpětné vazby rychlostní nebo polohové smyčky, je typicky poskytován optickým enkodérem přímo připojeným k hřídeli elektromotoru. Naším cílem je však řídit jinou fyzickou proměnnou z ; obvykle polohu nebo rychlost nějakého referenčního bodu na pohyblivé části na straně zátěže, jako je koncový efektor robota nebo vřeten CNC stroje. V případě ideálně tuhé hřídele provádějí motor a připojený aktuátor zcela synchronní pohyb. V takovém případě se výstupy shodují (kromě potenciálního škálování způsobeného kinematickou transformací) a topologie řízení se redukuje na standardní zpětnovazební SISO smyčku. Nicméně výskyt mechanické flexibility v řízené zátěži zavádí další stupně volnosti. Často dochází k složitějšímu oscilačnímu chování s nežádoucími přechodovými a reziduálními oscilacemi způsobenými ohybovými módy systému. Skutečnost, že $y \neq z$, činí návrh řízení zpětnou vazbou mnohem obtížnějším. Vynikající výsledky při řízení pomocí zpětné vazby od proměnné y automaticky nezaručují dobře chovající se odezvu proměnné z , která je skutečným zájmem řízení (Goubej, Tvrz a Kubeš, 2023).

Na první pohled by se mohlo zdát, že vhodným řešením problému kolokovaného řízení je implementace zpětné vazby z výstupu z . Toto řešení však nemusí být vždy vhodné z několika důvodů. Jedním z faktorů může být existence stávajícího řídicího systému, který pro regulaci používá výstup y . Tyto systémy jsou často integrovány do řízených zařízení a jsou nastaveny již výrobcem, což vylučuje možnost jejich modifikace. Dalším důvodem může být fakt, že uzavření zpětné vazby z výstupu y může poskytovat lepší regulační výsledky pro proměnnou z než uzavření zpětné vazby přímo z výstupu z . Tento jev může být způsoben dopravním zpožděním, odlišnou dynamikou a dalšími faktory, které se projevují na výstupu z a brání vytvoření regulátoru s optimálními parametry, například s požadovanou šířkou pásma¹³, kterých by bylo možné dosáhnout při řízení z výstupu y .

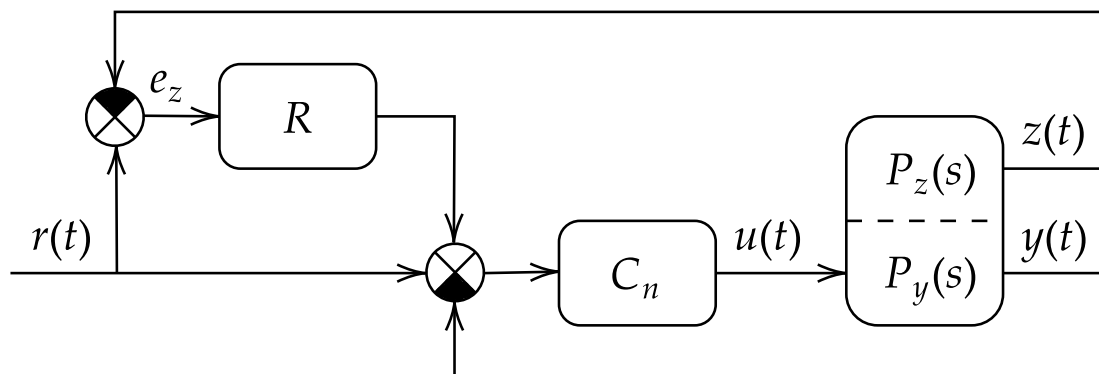
Jedním z možných řešení prezentovaného problému je implementace dvou zpětnovazebních regulačních smyček. Hlavní regulační smyčka, řízená výstupem y , zajišťuje splnění požadavků na rychlost regulace, šířku pásma apod. Tato smyčka však nemusí být schopna dostatečně eliminovat poruchy projevující se na výstupu z , v některých případech může dokonce přispívat k jejich vzniku. Proto zavádíme sekundární zpětnovazební regulační smyčku od výstupu z , která je navržena k eliminaci těchto poruch.

¹³Šířka pásma je frekvenční rozsah, uvnitř kterého regulátor dokáže dostatečně potlačit rušení a sledovat referenční signál. V bodeho diagramu, který zobrazuje frekvenční odezvu systému, je šířka pásma definována jako frekvence, při které amplituda komplementární citlivostní funkce T klesne pod hodnotu -3dB .

2.4.1 Spojení repetitivního a kolokovaného řízení

V této práci se budeme věnovat systému, u kterého se na výstupu z vyskytují periodické poruchy, což nasvědčuje možnosti využití repetitivního řízení, které bude v rámci zpětnovazební smyčky navázáno na výstup z . Současně bude od výstupu y zapojena zpětnovazební smyčka s regulátorem standardního typu, v našem případě PI regulátorem. Podívejme se na dvě různá schémata, kterými lze takto popsaný řídicí systém realizovat.

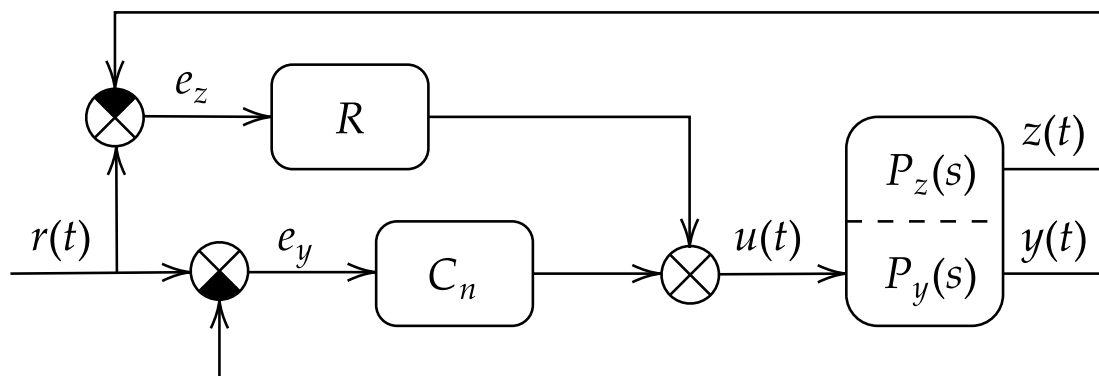
První schéma typu r , které je zobrazeno na obrázku 2.8, ukazuje, že výstup bloku



OBRÁZEK 2.8: RC s kolokovaným řízením typu r

R , představujícího subsystém části repetitivního řízení (viz. obrázek 2.3), se přičítá ke vstupu regulátoru hlavní regulační smyčky C_n . Toto uspořádání má výhodu v tom, že předchází hlavní regulační smyčce a lze ho aplikovat i v případech, kdy je hlavní regulační smyčka již integrována v rámci řízeného zařízení, jak bylo uvedeno v předchozí sekci.

Druhé schéma typu u , zobrazené na obrázku 2.9, přičítá výstup bloku R k výstupu



OBRÁZEK 2.9: RC s kolokovaným řízením typu u

regulátoru C_n . Tímto způsobem dosahujeme odlišné dynamiky celého systému a mění se také kritéria pro stabilitu repetitivního řízení, což bude podrobněji rozvedeno v následujícím odstavci. Toto uspořádání však vyžaduje přístup do hlavní regulační smyčky. Pro stanovení podmínek, které zajistí stabilitu celého řídicího systému, využijeme, obdobně jako v předchozím případě, $M - \Delta$ struktury a SGT. Za pomoci překreslení schématu dojdeme k následujícím podmínkám, pro schéma typu r

$$\left\| Q \left(1 - L \frac{C_n P_z}{1 + C_n P_y} \right) \right\|_{\infty} < 1 \quad (2.27)$$

a pro schéma typu u

$$\left\| Q \left(1 - L \frac{P_z}{1 + C_n P_y} \right) \right\|_{\infty} < 1. \quad (2.28)$$

Vidíme, že v obou případech došlo ke změně přenosové funkce, kterou násobí filtr L . Jak bylo zmíněno v sekci 2.3.4, tuto přenosovou funkci se filtr L snaží invertovat. Nyní v jejím čitateli vystupuje přenosová funkce P_z . Tento fakt může při návrhu RC pomoci; například vhodnou volbou výstupu z , který má přímý vliv na přenosovou funkci P_z , lze dosáhnout vhodnější dynamiky pro zajištění stabilizace smyčky RC, než v případě zpětné vazby od výstupu y .

Při srovnání nerovnic (2.27) a (2.28) lze pozorovat, že jediným rozdílem je člen v čitateli funkce, kterou násobí filtr L . V obou případech se v čitateli objevuje přenosová funkce P_z . Avšak u typu r je tato funkce navíc násobena přenosovou funkcí regulátoru C_n , což může ovlivnit návrh RC různými způsoby. Zatímco v některých případech může přítomnost dynamiky regulátoru pozitivně přispět k dosažení stability, v jiných může být její vliv nežádoucí. Tato variabilita poskytuje dodatečný stupeň volnosti v procesu návrhu RC.

3 Mechatronický stand

Pro praktické ověřování řídicích struktur a algoritmů, diskutovaných v předchozí kapitole, byl v rámci této práce použit mechatronický stand, který podrobně popisuje Goubej a Bláha, 2022. Tento stand je optimalizován pro detailní analýzu a testování rozličných metod řízení dynamických pohybových systémů.

3.1 Popis standu

Konstrukce mechatronického standu je rozdělena na dvě základní komponenty: mechanické části a řídicí části, které jsou podrobně popsány v následujících odstavcích.

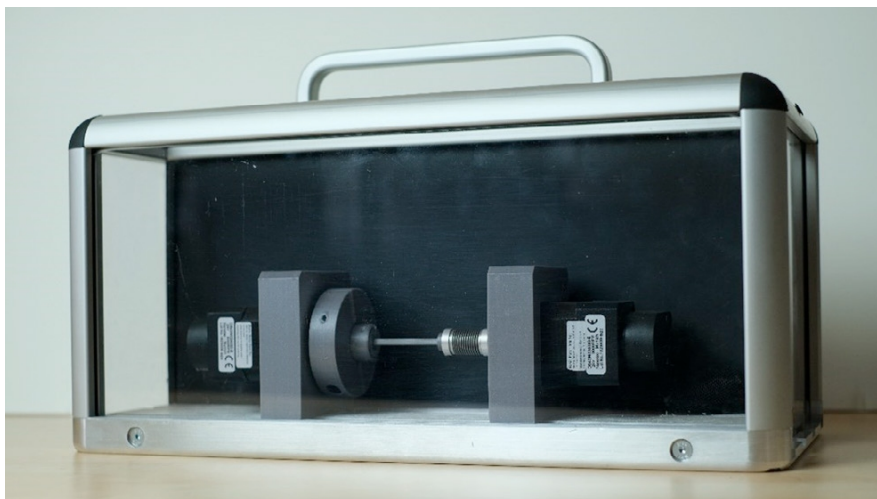
Mechanická část standu, zobrazená na obrázku 3.1, je navržena pro simulaci reálných průmyslových podmínek s určitými zjednodušeními pro lepší pochopení a manipulaci. Základním prvkem je robustní montážní deska vybavená kolejnicemi, které umožňují snadnou montáž a konfiguraci systému. Pohyblivé součásti jsou k desce připevněny pomocí sloupků vyrobených z kyseliny polymléčné (PLA), což efektivně redukuje přenos vibrací. Hlavními komponenty jsou dva *bezkartáčové stejnosměrné motory* (anglicky *brushless dc motor*, zkráceně BLDC motor) osazené enkódeři s vysokým rozlišením, které zajišťují přesné měření úhlové polohy a rychlosti. Tyto motory jsou spojeny torzní hřídelí, která umožňuje simulaci dynamického chování systémů s pružnými spojeními, jako je torzní kmitání, a pružnou spojkou, která eliminuje axiální nesouososti připojených hřídelí. Dynamika systému může být dále upravována změnou pozice setrvačnicku, který je připevněn k hřídeli.

Řídicí část standu, zobrazená na obrázku 3.2, je klíčová pro implementaci a testování řídicích algoritmů. Jejím centrálním prvkem je mikropočítač Raspberry Pi, který poskytuje dostatečný výpočetní výkon pro zpracování řídicích algoritmů v reálném čase. Raspberry Pi je dále rozšířen o vstupně-výstupní modul Monarco HAT, ke kterému jsou připojeny odpovídající ovladače dvou motorů. Klíčovým prvkem softwarové výbavy řídicí části standu je systém REXYGEN, který slouží jako integrované vývojové a runtime prostředí pro realizaci řídicích úloh přímo na mikropočítači Raspberry Pi. Vzorkovací perioda řídicího systému je nastavena na $T_s = 2.5 \times 10^{-4}$ [s], což odpovídá frekvenci $f_s = 4000$ [Hz].

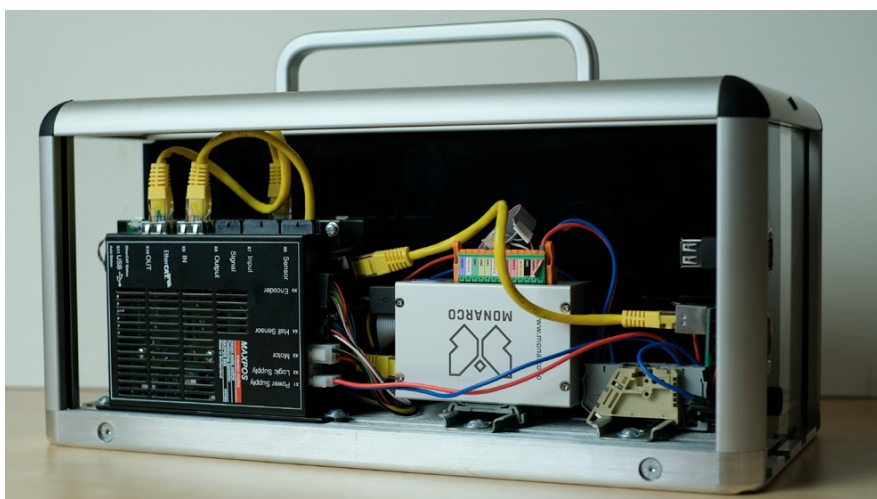
3.2 Využití mechatronického standu a cíle práce

V rámci této práce byla konfigurace mechatronického standu následující: první motor plnil dvojí roli - jako hnací jednotka zajišťoval rotaci systému a současně sloužil k měření úhlové polohy a rychlosti na straně motoru. Druhý motor byl využit jako pasivní zátěž a rovněž poskytoval údaje o úhlové poloze a rychlosti na straně zátěže. V ovladači hnacího motoru je implementována proudová regulační smyčka, kterou byl ovládán točivý moment motoru.

Cílem této práce bylo navrhnout a implementovat řídicí systém, který je schopen udržovat otáčky mechanické části standu na konstantní úrovni. Byla provedena analýza



OBRÁZEK 3.1: Mechatronický stand - mechanická část (Goubej a Bláha, 2022)



OBRÁZEK 3.2: Mechatronický stand - řídicí část (Goubej a Bláha, 2022)

a srovnání různých řídicích schémat využívajících data o úhlové rychlosti ze strany motoru, zátěže, nebo z obou. Hlavním cílem bylo dosáhnout konstantních otáček na straně zátěže a eliminovat jakékoli jejich výkyvy.

3.3 Identifikace systému

Pro návrh řídicí struktury systému je nezbytné nejprve získat model řízeného systému, což vyžaduje jeho identifikaci. Ta byla realizována vybuzením systému pomocí vstupního signálu a následnou analýzou měřených výstupů, přesněji úhlové rychlosti na straně motoru y_m a na straně zátěže y_z . Klíčovým faktorem pro úspěšnou identifikaci je volba vhodného vstupního signálu, který by měl systém vybudit v celém rozsahu frekvencí, na kterých je cílem systém identifikovat. V této práci byla pro tento účel využita tzv. *pseudonáhodná binární posloupnost* (anglicky *pseudorandom binary sequence*, zkráceně PRBS).

PRBS je často využívána jako budící signál pro identifikaci, jelikož má konečnou délku a lze ji opakovaně generovat s použitím jednoduchého generátoru, přičemž poskytuje vhodné frekvenční spektrum pro identifikační účely. Spektrum je na nízkých frekvencích ploché a konstantní, zatímco na vysokých frekvencích klesá, čímž je určena specifická šířka pásma, na kterých může být vhodně využita k vybuzení systému na požadovaném frekvenčním intervalu (Garcia-Gabin a Lundh, 2018).

Nyní můžeme přistupit k samotné identifikaci. Na vstup systému byla zavedena PRBS s amplitudou 0.1, ke které byla přidána konstantní složka rovněž o hodnotě 0.1. Výsledkem je signál alternující mezi hodnotami $\{0, 0.2\}$. Přidaná konstantní složka zajišťuje, že systém se během identifikace otáčí stále jedním směrem a jeho úhlová rychlost se neblíží k nulové hodnotě. To je žádoucí, jelikož při úhlových rychlostech blízkých nule může dojít ke změně dynamického chování systému vlivem nežádoucích faktorů, jako jsou statické tření či jiné nelinearity.

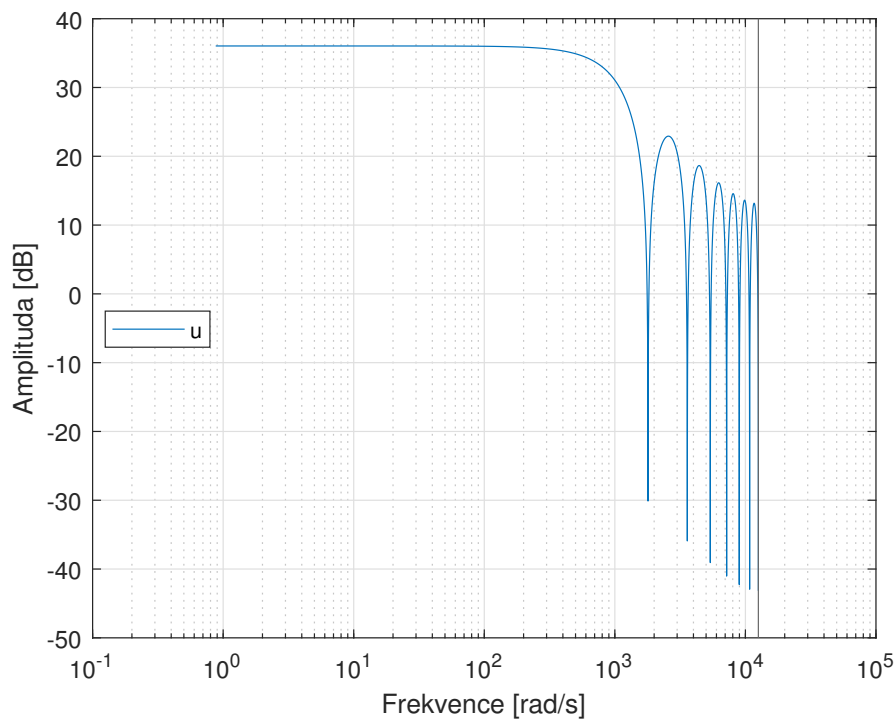
Zlomová frekvence PRBS ω_c , do které dobře vybuzuje identifikovaný systém, byla nastavena na $\omega_c = 628$ [rad/s]. Navíc byla identická PRBS zavedena na vstup pětkrát ihned po sobě. Celý výstupní signál, který teoreticky odpovídá pětkrát identickému signálu, se v praxi v každé iteraci mírně liší z důvodu působení vnějších poruch apod., jejichž vliv je právě díky několikanásobnému měření při identifikaci potlačen a je tak dosaženo lepších výsledků.

Frekvenční spektrum vstupního signálu¹ můžeme vidět na obrázku 3.3 a frekvenční charakteristiky systému na obrázku 3.4. U vstupního signálu je patrné, že všechny frekvence až do zlomové frekvence ω_c jsou obsaženy se stejnou energií, což signál činí vhodným pro účely identifikace. Na obou obrázcích je dále vyznačena maximální frekvence, pro kterou je frekvenční charakteristika vykreslována, známá jako *Nyquistova frekvence*. Její hodnota, odpovídá polovině vzorkovací frekvence f_s , tedy $\omega_{nyq} = \frac{f_s}{2} = 2000$ [Hz], a vychází z *Nyquistova–Shannonova vzorkovacího teoremu*². Při zkoumání frekvenční charakteristiky systému s výstupem na straně motoru pozorujeme jednu antirezonanci na frekvenci $\omega = 123$ [rad/s] ≈ 19.5 [Hz] a jednu rezonanci na frekvenci $\omega = 267$ [rad/s] ≈ 42.5 [Hz]. U systému s výstupem na straně zátěže je patrná pouze rezonance, která se nachází na stejné frekvenci jako u předchozího systému.

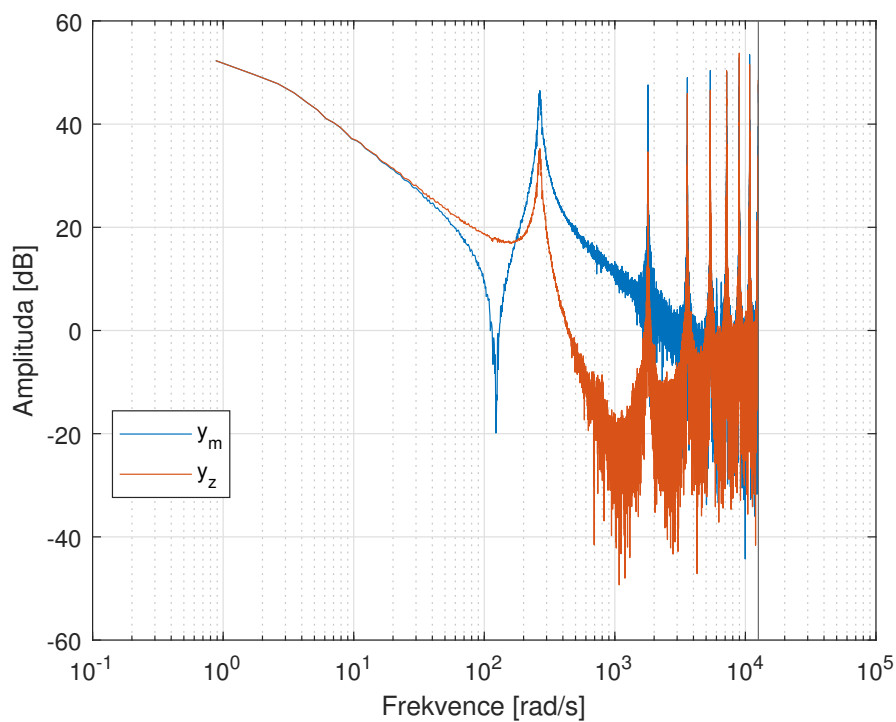
Nyní je naším cílem získat matematické modely, které budou aproximovat zkoumaný systém podle naměřených dat, tedy získat přenosové funkce systému. K tomu byl využit

¹Frekvenční spektrum bylo získáno v MATLABu pomocí funkce `fft()`, která provádí tzv. *rychlou Fourierovu transformaci*

²Nyquistův–Shannonův vzorkovací teorem stanoví, že přesná rekonstrukce spojitého, frekvenčně omezeného signálu z jeho vzorků je možná, pokud byla vzorkovací frekvence vyšší než dvojnásobek nejvyšší harmonické složky vzorkovaného signálu.



OBRÁZEK 3.3: Frekvenční spektrum vstupního signálu PRBS použitého pro identifikaci systému



OBRÁZEK 3.4: Frekvenční charakteristika systému s výstupem na straně motoru y_m a na straně zátěže y_z

System Identification Toolbox dostupný v prostředí MATLAB³. System Identification Toolbox poskytuje nástroje a funkce pro modelování a analýzu dynamických systémů z měřených dat. Umožňuje identifikovat jak spojité, tak diskrétní modely v různých formách (přenosová funkce, stavová reprezentace atd.) a konfiguracích (SISO, MIMO atd.). V našem případě identifikujeme model systému jako SIMO, což nám umožní získat dvě přenosové funkce: z vstupu u na výstup y_m , označenou P_{ym} , a z u na výstup y_z , označenou P_{yz} . Identifikace modelu systému jako SIMO zajišťuje, že přenosové funkce P_{ym} a P_{yz} budou mít stejné póly. To je žádoucí, protože póly jsou u systémů SIMO společné pro všechny výstupy, ovlivňují je vlastnosti systému samotného, přesněji jsou určeny charakteristickou rovnicí systému. Pokud bychom přenosové funkce systému identifikovali zvlášť jako dva SISO systémy, póly získaných přenosových funkcí by se pravděpodobně neshodovaly, což by neodpovídalo skutečné podobě systému. Naopak, nuly reflektují způsob, jakým jsou výstupy navázány na dynamiku systému, a lze tedy očekávat, že se pro každý výstup budou lišit.

Model systému byl identifikován v diskrétní oblasti⁴, ve formě stavového popisu. Řád modelu byl experimentálně určen na hodnotu 4. Při nižších hodnotách řádu schopnost modelu aproximovat reálný systém výrazně poklesla, zatímco při vyšších hodnotách nedošlo k žádnému markantnímu zlepšení této schopnosti. Dopravní zpoždění modelu systému d_m bylo experimentálně zjištěno a nastaveno na hodnotu třech vzorků, tedy $d_m = 7.5 \times 10^{-4}$ [s].

Z identifikovaného stavového popisu byly následně získány dvě požadované přenosové funkce P_{ym} a P_{yz} , u kterých bylo srovnáno jejich statické zesílení, což znovu odpovídá skutečné podobě identifikovaného systému. Jejich porovnání s reálnými frekvenčními charakteristikami systému můžeme vidět na obrázku 3.5, jejich předpis je

$$P_{ym} = \frac{-0.13943(z - 6.143)(z^2 - 1.99z + 0.9907)}{(z - 1)(z - 0.07728)(z^2 - 1.992z + 0.9969)} z^{-3}, \quad (3.1)$$

$$P_{yz} = \frac{-0.047341(z - 1.336)(z^2 - 1.93z + 0.9772)}{(z - 1)(z - 0.07728)(z^2 - 1.992z + 0.9969)} z^{-3}. \quad (3.2)$$

3.4 Návrh PI regulátoru

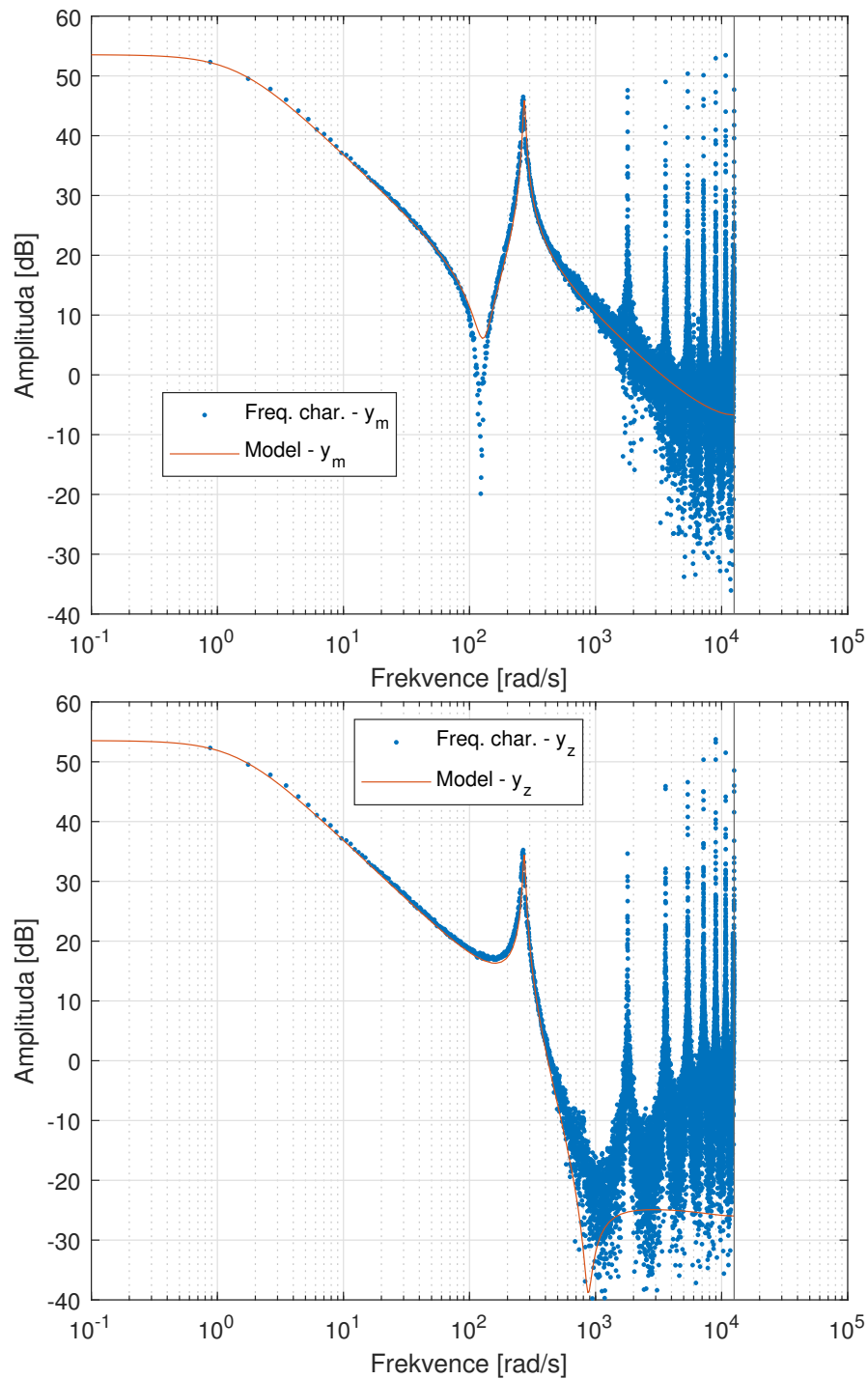
Po identifikaci systému můžeme přistoupit k návrhu regulátoru, který bude řídit otáčky celé mechanické soustavy pomocí vstupu u a zpětné vazby od výstupu y_m . Byl zvolen PI regulátor, jenž patří mezi nejčastěji používané regulátory v praxi. Jeho přenosová funkce je ve standardní formě

$$C_n(z) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i} \frac{T_s}{z - 1} \right), \quad (3.3)$$

kde K_p je zesílení regulátoru, T_i je integrační časová konstanta, a T_s je vzorkovací perioda systému. Požadavky na regulační smyčku s PI regulátorem byly stanoveny s ohledem na bezpečnost a rychlost regulace. Tyto požadavky budou podrobněji popsány v následujících odstavcích.

³MATLAB, název složený z anglických slov *matrix laboratory*, tedy *maticová laboratoř*, je interaktivní programovací prostředí a skriptovací jazyk. Jak název napovídá, hlavním využitím toho prostředí je práce s maticemi. Dále umožňuje vykreslování funkcí a dat, implementaci algoritmů, vytváření uživatelských rozhraní a mnoho dalších funkcí.

⁴Protože RC nabízí v diskrétní oblasti větší možnosti implementace, jak je popsáno v sekci 2.3.5, je vhodnější systém rovnou identifikovat v diskrétní oblasti, než jej identifikovat ve spojité oblasti a následně převádět.



OBRÁZEK 3.5: Porovnání frekvenčních charakteristik systému a identifikovaného modelu

V oblasti bezpečnosti byla vyžadována tzv. *robustnost ve stabilitě*, která je standardně definována třemi parametry, charakterizujícími bezpečnost v zesílení, bezpečnost ve fázi a bezpečnost ve stabilitě.

Bezpečnost v zesílení, označená jako $1/K_0$, udává, jakým maximálním násobkem může být zvýšeno zesílení otevřené smyčky L , než uzavřená smyčka přestane být stabilní. Tato hodnota poskytuje měřítko, jakou „rezervu“ má systém v zesílení před dosažením kritického bodu stability $(-1, j0)$ v Nyquistově diagramu.

Bezpečnost ve fázi, označená jako γ , vyjadřuje, o kolik stupňů může být fázový posun otevřené smyčky zvýšen, než uzavřená smyčka přestane být stabilní.

Bezpečnost ve stabilitě, označená jako s_m , udává minimální vzdálenost v Nyquistově diagramu mezi L a bodem $(-1, j0)$. Vyjadřuje tedy míru robustosti ve stabilitě při možné současné změně amplitudy a fáze otevřené smyčky. Pro s_m platí:

$$\begin{aligned} s_m &= \min_{\omega} | -1 - L(j\omega) | = \min_{\omega} | 1 + L(j\omega) | \\ &= \left(\max_{\omega} \frac{1}{| 1 + L(j\omega) |} \right)^{-1} = \left(\max_{\omega} | S(j\omega) | \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

snažíme se tedy minimalizovat maximální zesílení citlivostní funkce S , protože převrácená hodnota této hodnoty je rovna s_m .

Požadavky na popsané parametry bezpečnosti ve stabilitě byly stanoveny:

$$\begin{aligned} 1/K_0 &> 2 \approx 6 \text{ dB}, \\ \gamma &> 40^\circ, \\ s_m &> 0.4 \Rightarrow \max_{\omega} | S(j\omega) | < 2.5 \approx 8 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Požadavky na rychlost regulace byly stanoveny jako maximální šířka pásma uzavřené smyčky. Regulátor byl navržen metodou *loopshapingu*, tedy manuálním tvarováním frekvenčního přenosu otevřené smyčky $L(j\omega)$, kde její zesílení a fáze určuje hodnotu $1/K$ a γ , a citlivostní funkce S určuje hodnotu s_m .

Hodnoty takto navrženého PI regulátoru pro regulaci od výstupu y_m byly

$$K_p = 0.182, \quad T_i = 0.0307, \quad (3.6)$$

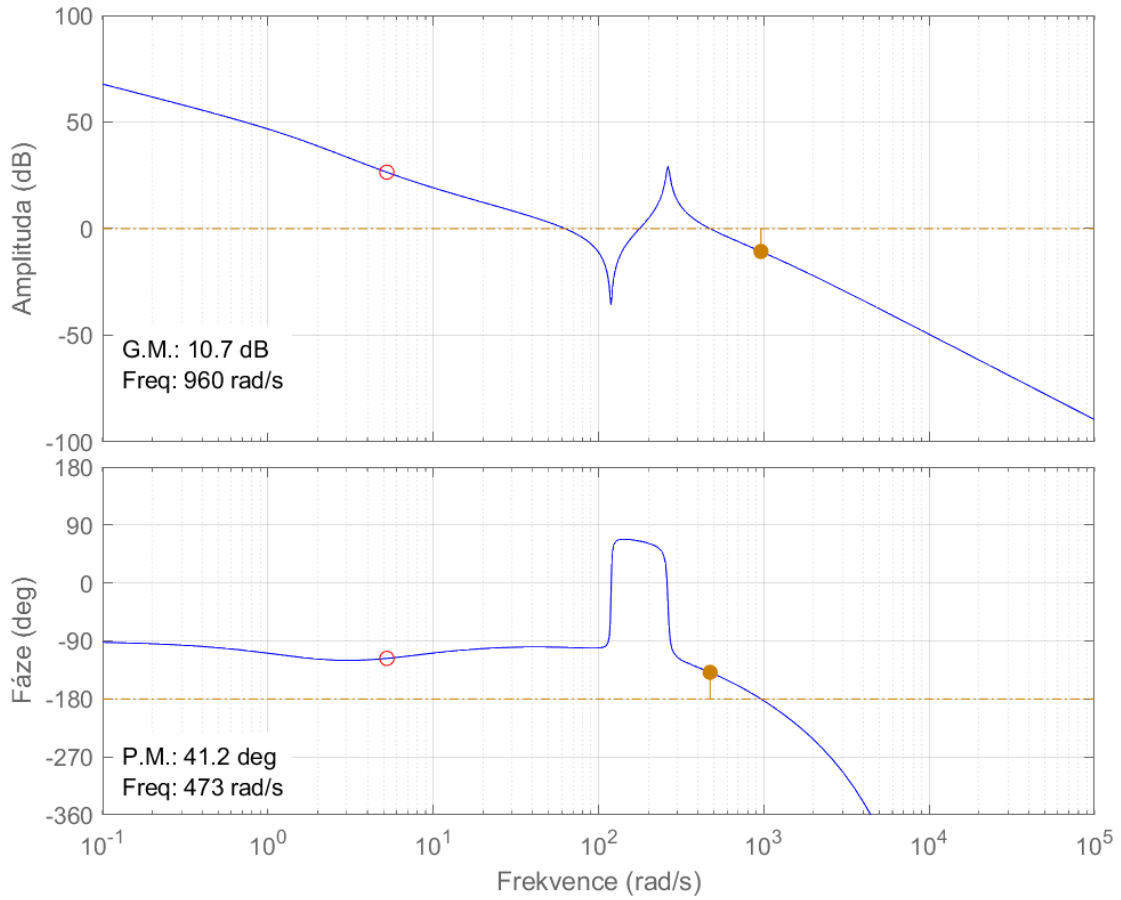
splnění požadavků na robustnost ve stabilitě můžeme vidět na obrázku 3.6, kde vidíme bezpečnost v zesílení (označenou G.M.) a bezpečnost ve fázi (označenou P.M.), a na obrázku 3.7, kde vidíme bezpečnost ve stabilitě.

Obdobně jako pro výstup y_m byl navržen PI regulátor pro smyčku regulující podle úhlové rychlosti na straně zátěže y_z , přičemž na uzavřenou smyčku byly kladeny stejné požadavky v oblasti její bezpečnosti a rychlosti. Hodnoty navrženého PI regulátoru pro regulaci od výstupu y_z byly

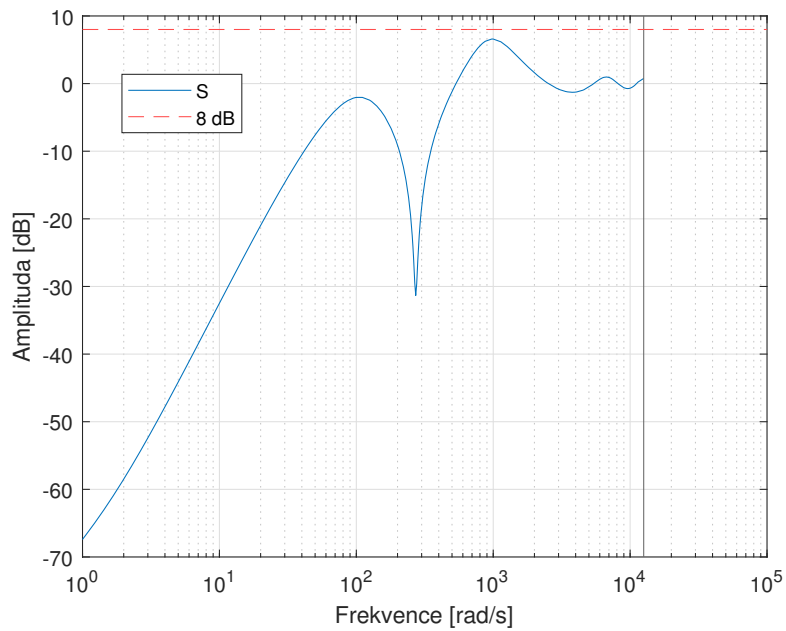
$$K_p = 0.0103, \quad T_i = 0.0888. \quad (3.7)$$

Regulační smyčky s navrženými PI regulátory byly následně integrovány jak do prostředí REXYGEN v rámci řídicího systému mechatronického standu, tak do prostředí Simulink⁵ v rámci simulovaného řídicího systému s identifikovaným modelem. Fungování regulačních smyček zobrazují obrázky 3.8 a 3.9. Vidíme, že data získaná ze simulace se

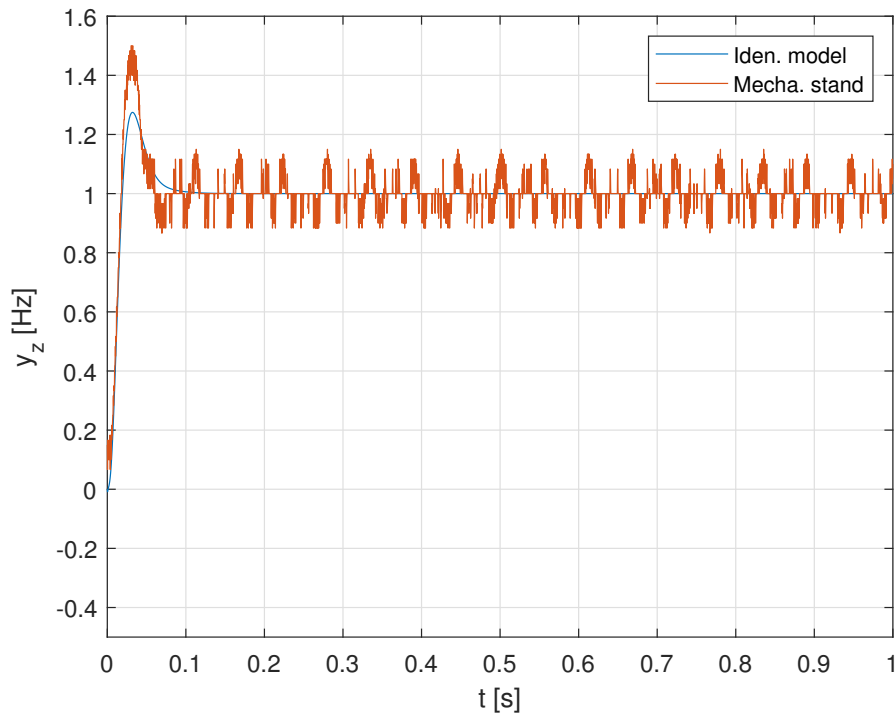
⁵Simulink je interaktivní, grafické prostředí založené na MATLABu, určené pro simulaci a modelování dynamických systémů. Umožňuje uživatelům sestavit modely pomocí blokových diagramů a poskytuje rozsáhlé knihovny bloků pro různé inženýrské aplikace.



OBRÁZEK 3.6: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky L pro regulaci od výstupu y_m - bezpečnost v zesílení (G.M.) a bezpečnost ve fázi (P.M.)



OBRÁZEK 3.7: Frekvenční charakteristika citlivostní funkce S pro regulaci od výstupu y_m - bezpečnost ve stabilitě



OBRÁZEK 3.8: Regulační smyčka s PI regulátorem od výstupu y_m - porovnání simulace a reálných dat

přibližně shodují s reálným měřením, přičemž hlavním rozdílem je výskyt poruchy v datech z mechatronického standu. Dále je zřejmé, že regulace probíhá v obou případech v pořádku, avšak v případě regulace od výstupu y_m bylo možné PI regulátor narhnut s výrazně větší šířkou pásma, což umožňuje rychlejší regulaci ve srovnání s výstupem y_z .

3.5 Poruchy na mechatronickém standu

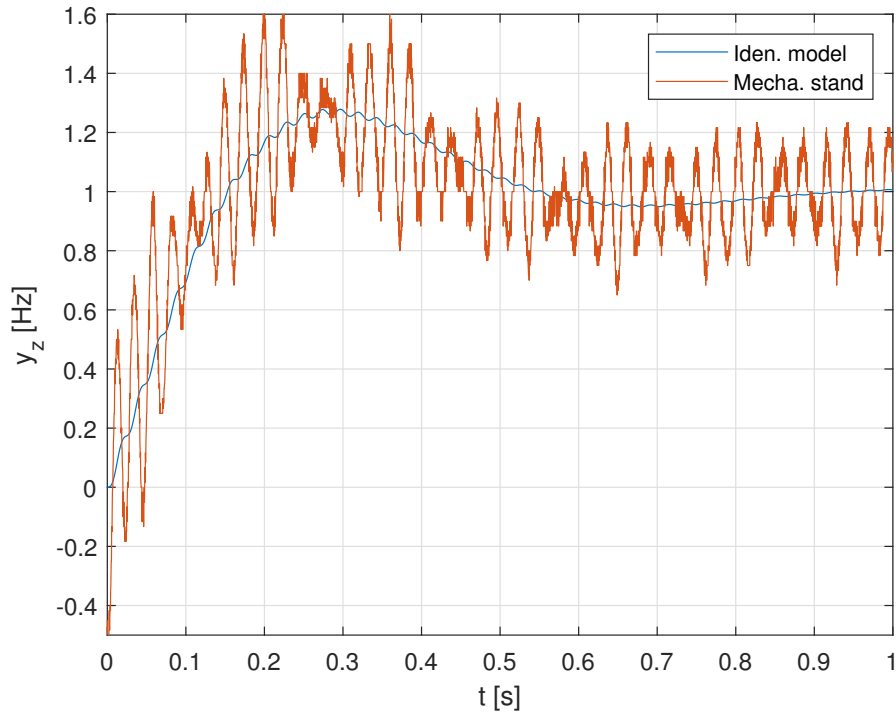
Při pohledu na obrázek 3.8 vidíme, že i přes lepší výsledky dosažené regulační smyčkou se zpětnou vazbou od výstupu y_m , není tato smyčka schopna efektivně odregulovat poruchy, které se při regulaci na mechatronickém standu projevují. Nejprve prozkoumáme možné zdroje těchto poruch a následně je podrobně analyzujeme.

3.5.1 Zdroje poruch

Jedním z možných zdrojů poruch je tzv. *aretační moment*. Aretační moment vzniká z interakce magnetů rotoru s kovovými zuby statoru. Tento jev se objevuje i bez proudu protékajícího cívkami statoru. Hlavní příčinou je nerovnoměrný magnetický tok v prostoru mezi rotorem a státorem, kvůli kterému magnety neustále vyhledávají polohu s nejnižší reluktancí (Srisiriwanna a Konghirun, 2012).

Tato porucha se projevuje zejména při nízkých otáčkách motoru a vyznačuje se periodickým kolísáním točivého momentu motoru.

Dalším možným zdrojem poruch může být elektronická komutace, která u BLDC motorů nahrazuje mechanický komutátor běžný u tradičních DC motorů. V tomto procesu dochází ke střídání směru proudu ve vinutích statoru za použití elektronického řídicího systému, čímž se generuje pohyb rotoru. Tento proces vyžaduje přesné časování, zajišťované pomocí senzorů polohy rotoru. Zvláště při nižších otáčkách mohou vznikat



OBRÁZEK 3.9: Regulační smyčka s PI regulátorem od výstupu y_z - porovnání simulace a reálných dat

periodické poruchy, které mohou být například zapříčiněny slabými signály ze senzorů polohy rotoru.

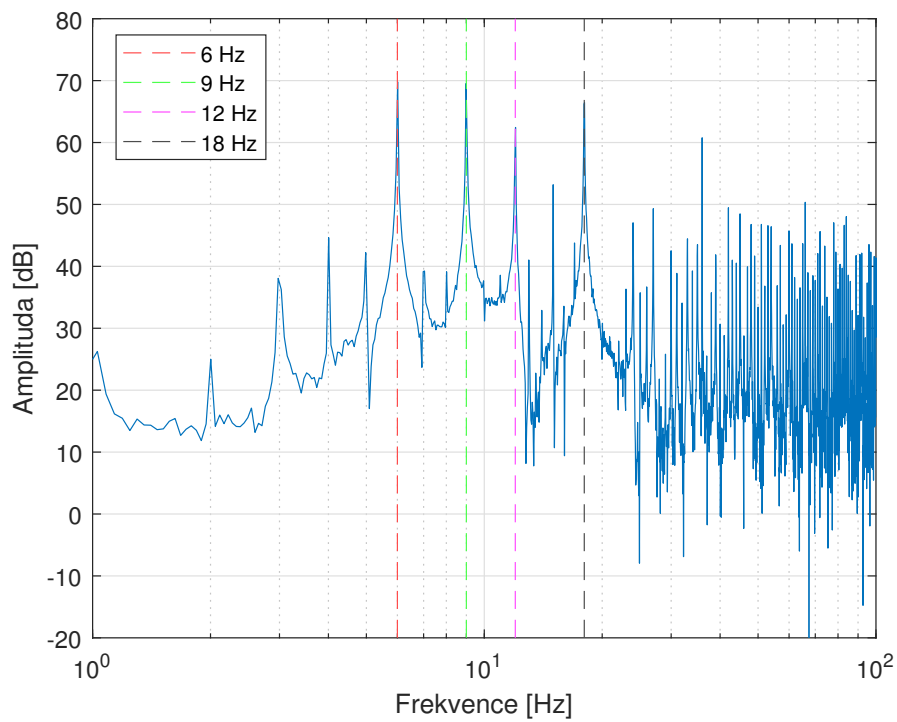
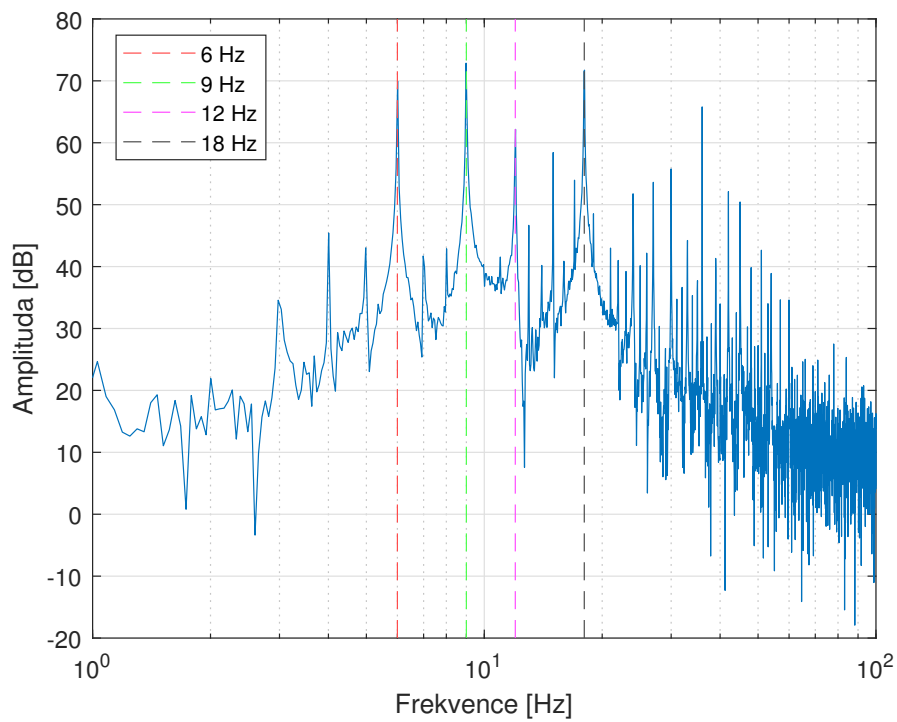
Zdrojem poruch mohou být také torzní vibrace mechanické části standu. Jedná se o úhlové kmitání objektu, typicky hřídele, podél jeho osy rotace. Tyto vibrace mohou být způsobeny mnoha faktory, jako jsou změny v točivém momentu pohonu nebo axiální nesouososti spojených hřídelí. Torzní vibrace obvykle vedou ke kolísání rotační rychlosti rotoru, což způsobuje rušení elektromagnetického toku a tím i další oscilace elektrických proudů ve vinutích motoru. Mechanické vibrace pohonu se tak propojují s elektrickými oscilacemi proudů ve vinutích motoru, což může způsobovat další poruchy.

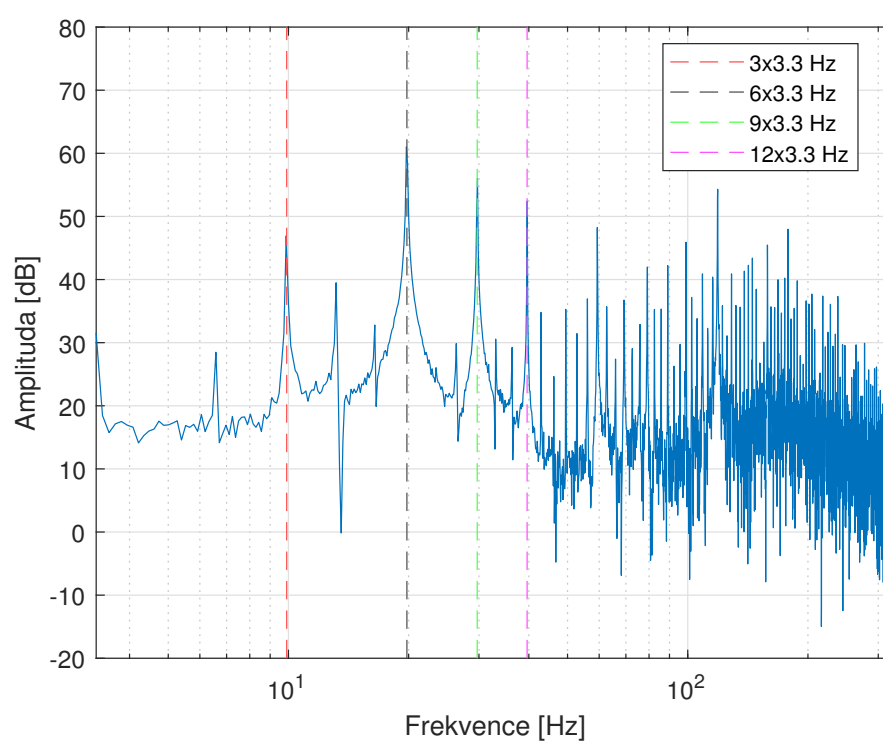
3.5.2 Analýza poruchy při konstantních otáčkách

V předchozí sekci, kde byly analyzovány možné zdroje poruch při regulaci otáček mechatronického standu, jsme pozorovali, že všechny zmíněné poruchy by měly být při regulaci na konstantní otáčky periodické a měly by souviset s rychlostí otáčení. Provedme tedy jejich analýzu.

Byl proveden experiment, při kterém probíhala regulace otáček podle výstupu y_m na konstantní hodnotu $r(t) = 1$ Hz. Na obrázcích 3.10 a 3.11 můžeme pozorovat frekvenční spektrum odchylek výstupů y_m a y_z od referenční hodnoty r , dále označených jako e_m a e_z . V obou případech lze vidět zvýšenou energii na frekvencích, které jsou celočíselné násobky otáček systému, přičemž nejvýraznější jsou šestinásobek, devítinásobek, dvanáctinásobek a osmnáctinásobek. Nárůst energie je však patrný i u trojnásobku, čtyřnásobku, pětinásobku a patnáctinásobku.

Pro validaci bylo vykresleno také frekvenční spektrum e_m při nastavení rychlosti otáček na $r(t) = 3.3$ Hz. Výsledek je znázorněn na obrázku 3.12. Z grafu je patrné, že došlo k mírné změně poměru frekvencí se zvýšenou energií, avšak tyto frekvence stále odpovídají celočíselným násobkům otáček systému.

OBRÁZEK 3.10: Frekvenční spektrum odchylky výstupu y_m od $r(t) = 1$ HzOBRÁZEK 3.11: Frekvenční spektrum odchylky výstupu y_z od $r(t) = 1$ Hz



OBRÁZEK 3.12: Frekvenční spektrum odchylky výstupu y_m od $r(t) = 3.3$ Hz

4 Návrh repetitivního řízení

V předchozí kapitole byla provedena analýza odchylek výstupu systému od konstantní referenční hodnoty. Při této analýze bylo zjištěno, že odchylky obsahují poruchu, jejíž frekvenční spektrum se významně skládá z frekvencí, které jsou celočíselnými násobky otáček systému. Toto zjištění nahrává tomu, že by mělo být možné tuto poruchu alespoň částečně odregulovat pomocí RC. V této kapitole budou navrženy parametry různých struktur RC, které byly popsány v kapitole 2, pro systém popsáný v kapitole 3.

4.1 Podmínky stability RC

Před návrhem parametrů struktur RC je vhodné zmínit, jak bylo pracováno s podmínkami stability odvozenými pro různé struktury RC v kapitole 2.

V podmínkách stability se objevují různé přenosové funkce základní regulační smyčky (regulační smyčka bez RC), například citlivostní funkce S apod. Jejich předpis bychom mohli získat pomocí identifikovaného modelu systému, který byl získán v sekci 3.3. Tento model je však pouze aproximací reálného systému. Při bližším pohledu na podmínky stability RC lze pozorovat, že pracují pouze s frekvenčním přenosem, konkrétně s jeho maximální absolutní hodnotou napříč všemi frekvencemi, která je specifikována normou $\|\cdot\|_\infty$. Frekvenční přenos řízeného systému lze přesněji získat z naměřených dat (získaných při identifikaci systému) pomocí funkce $\text{fft}()$, než z identifikovaného modelu. Proto bude při vyhodnocování podmínek stability RC využít frekvenční přenos řízeného systému, získaný zmíněným způsobem, což zvyšuje pravděpodobnost, že navrhovaný systém repetitivního řízení bude stabilní nejen teoreticky, ale i v praxi.

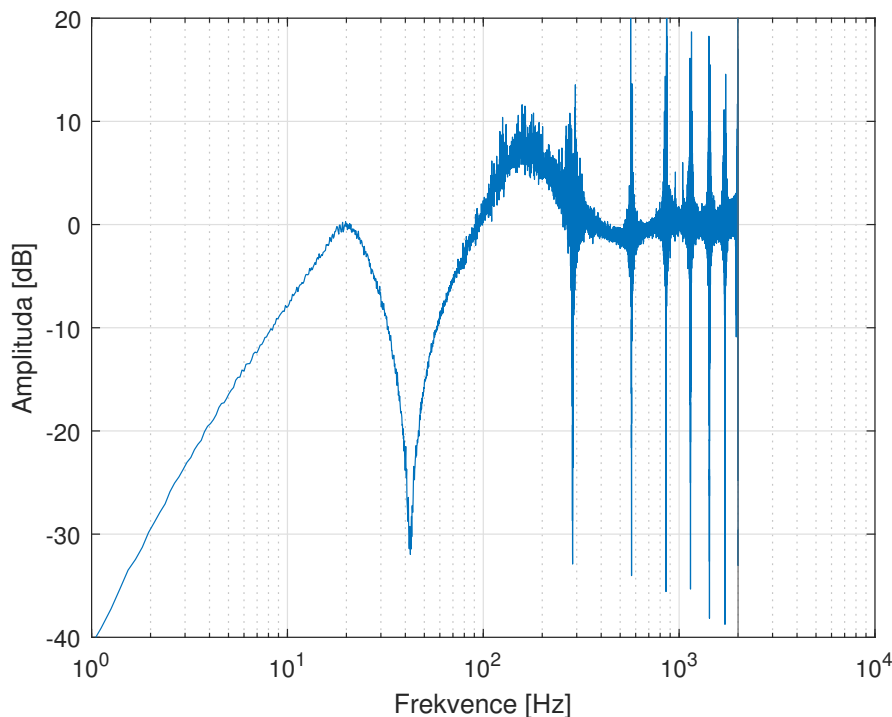
Dále lze pozorovat, že všechny podmínky stability požadují, aby norma $\|\cdot\|_\infty$ byla menší než jedna. Tyto podmínky platí v teoretické rovině, ani frekvenční přenos systému získaný z naměřených dat nemusí přesně odpovídat skutečnému frekvenčnímu přenosu systému, například kvůli drobným změnám v dynamice systému v čase. Z tohoto důvodu je vhodné v podmínkách stability zahrnout určitou rezervu. Všechny struktury RC byly proto navrženy tak, aby maximová norma jejich podmínek stability nepřesahovala hodnotu $-5 \text{ dB} \approx 0.56$.

Na závěr poznamenejme, že podmínka robustnosti ve stabilitě, která byla definována a splněna při návrhu PI regulátoru, bude u struktur s RC ztracena. Nicméně, v předchozím odstavci jsme de facto definovali jiný druh podmínky robustnosti ve stabilitě, který bude u struktur RC splněn.

4.2 Návrh parametrů jednotlivých struktur RC

Nyní můžeme přistoupit k samotnému návrhu parametrů jednotlivých struktur RC. Než začneme, je vhodné uvést několik poznámek, které s tímto návrhem souvisí.

V teoretické části byly struktury RC popsány a zobrazeny ve spojité oblasti, avšak návrh a implementace bude probíhat v diskrétní oblasti. Tato změna nijak neovlivňuje odvozené podmínky pro stabilitu struktur RC, které platí ve stejných podobách i v diskrétní oblasti.

OBRÁZEK 4.1: Frekvenční charakteristika citlivostní funkce S

V sekci 3.4 bylo demonstrováno, že u základní regulační smyčky s PI regulátorem bylo dosaženo výrazně lepších výsledků při regulaci od výstupu y_m . Repetitivní řízení bude tedy navrhováno výhradně pro tuto základní regulační smyčku s příslušným PI regulátorem.

Blok R , zobrazený na obrázku 2.6, zavádí dopravní zpoždění určené parametrem N (pokud nebudeme brát v úvahu parametr r_T , který zaručuje kauzalitu bloku L_k). Toto zpoždění by mělo odpovídat základní frekvenci referenčního signálu nebo výstupní poruchy, kterou chceme pomocí RC vysledovat. V našem případě to bude 1 Hz, což znamená, že parametr N by měl mít hodnotu $N = \frac{1}{T_s} = 4000$. Ve skutečnosti se jeho hodnota pro různé struktury RC může lehce lišit, což bude podrobněji popsáno v následujících sekcích.

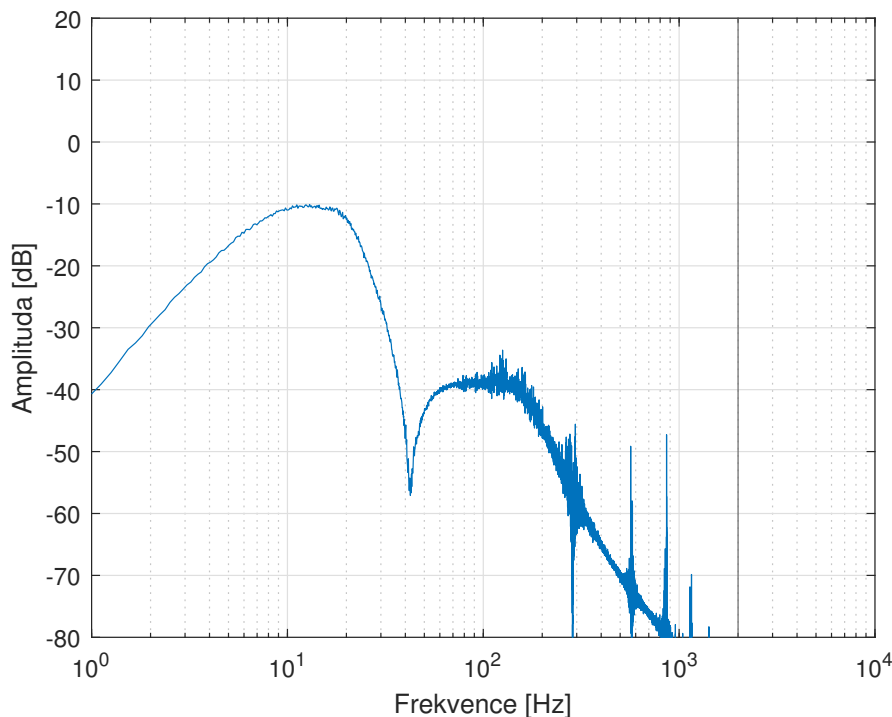
4.2.1 Zpětná vazba od y_m

Nejdříve navrheme RC, které bude využívat zpětnou vazbu od výstupu y_m .

RC typu r

Struktura RC typu r se zpětnou vazbou od y_m vychází z obrázku 2.3. Nejprve se zaměříme na to, jak by byla splněna podmínka stability pro RC tohoto typu, kdyby nebyly použity filtry Q a L . Tuto podmínku definuje nerovnost (2.15), která stanovuje, že absolutní hodnota citlivostní funkce S musí být menší než 1, což odpovídá 0 dB. Na obrázku 4.1 je zobrazena frekvenční charakteristika této funkce. Jak je vidět, již v okolí frekvence 20 Hz se charakteristika přibližuje hodnotě 0 dB a v oblasti frekvence 100 Hz ji přesahuje, podmínka stability tedy není splněna.

Pokusíme se splnit podmínku stability pomocí filtru Q , který zvolíme typu dolní propust. Tento filtr sníží frekvenční charakteristiku S na frekvenci, kde se blíží kritické hodnotě 0 dB. Jak bylo zmíněno výše, pro zajištění robustnosti ve stabilitě budeme požadovat,

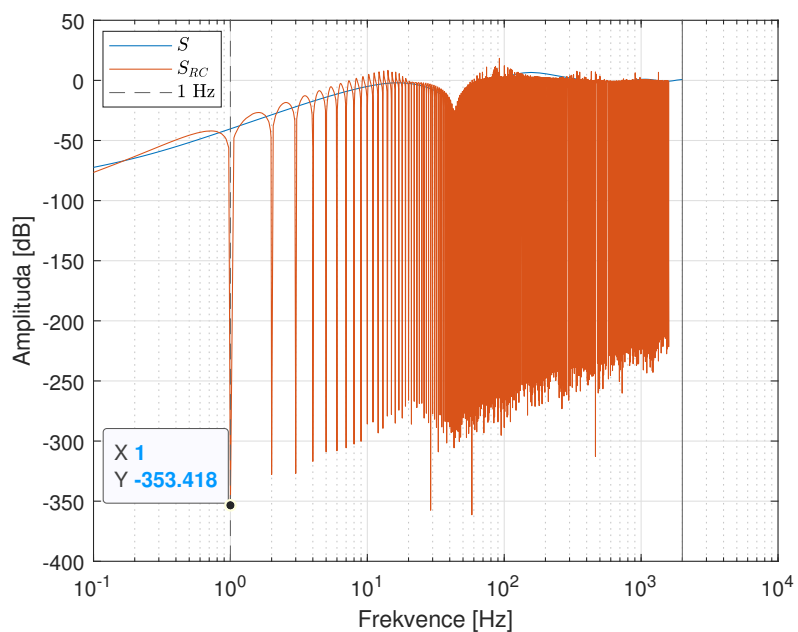
OBRÁZEK 4.2: Frekvenční charakteristika $Q(s)S(s)$

aby frekvenční charakteristika nepřesahovala hodnotu -5 dB. Zlomovou frekvenci filtru tedy zvolíme $\omega_Q = 10$ Hz. Jako realizace byl zvolen tzv. *Butterworthův filtr* typu dolní propust, který je díky své schopnosti poskytovat hladkou frekvenční charakteristiku v propustném pásmu široce používaný. Jeho předpis byl získán pomocí funkce `butter()`, přičemž řád filtru byl nastaven na hodnotu 2. Frekvenční charakteristiku $Q(s)S(s)$, která určuje podmínku stability pro RC s Q filtrem, můžeme vidět na obrázku 4.2. Vidíme, že podmínka stability je splněna.

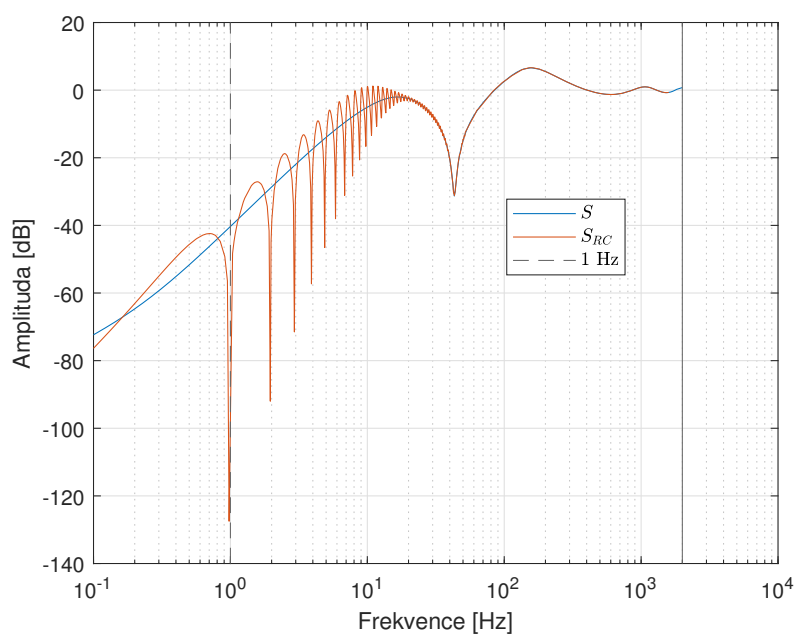
Nyní analyzujeme citlivostní funkci celé regulační smyčky RC, kterou označíme S_{RC} , nejdříve bez zavedení filtru Q . Výsledek je zobrazen na obrázku 4.3. Pozorujeme, že S_{RC} má podobnou frekvenční charakteristiku jako citlivostní funkce základní regulační smyčky S , s tím rozdílem, že efektivně potlačuje základní frekvenci 1 Hz a všechny její celočíselné násobky. Tento výsledek odpovídá našim cílům, nicméně jak bylo dříve zjištěno, takováto konfigurace regulační smyčky by byla nestabilní.

Analyzujeme nyní frekvenční charakteristiku S_{RC} po zavedení filtru Q , jejíž výsledek můžeme vidět na obrázku 4.4. Působení Q filtru je zřetelné; efektivně je potlačena základní frekvence 1 Hz a její celočíselné násobky do zlomové frekvence $\omega_Q = 10$ Hz, zatímco frekvence nad ω_Q nejsou potlačovány a S_{RC} zde vykazuje stejný průběh jako S . Při detailnějším pohledu, který ukazuje obrázek 4.5, si můžeme všimnout problému posunu základní frekvence, kterou RC potlačuje, způsobeného zavedením filtru Q . Tento problém bude nutné řešit u této i všech dalších struktur RC změnou parametru N , který určuje dopravní zpoždění uvnitř bloku R . Parametr N bude muset být upraven na takovou hodnotu, aby základní frekvence, kterou RC potlačuje, byla posunuta zpět na hodnotu 1 Hz. Navíc, tento posun musí být pro různě nastavené filtry Q různý; obecně platí, že čím blíže je zlomová frekvence ω_Q k základní frekvenci 1 Hz, tím větší musí posun být. Pro tento případ bylo experimentálně zjištěno, že N musí být změněno na hodnotu $N = 3912$, jak je ilustrováno na obrázku 4.6.

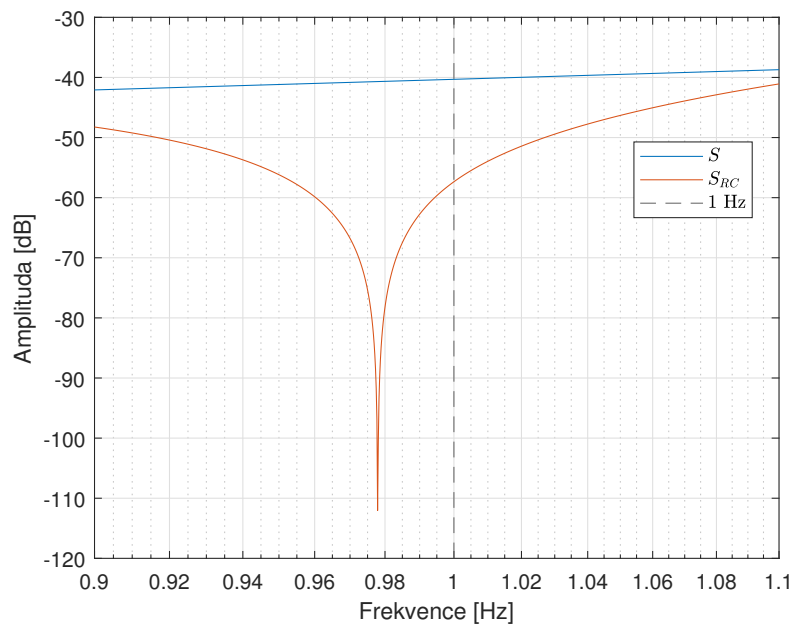
Nyní se pokusíme dosáhnout lepších výsledků s využitím obou filtrů, tedy Q a L . Jak bylo zmíněno v sekci 2.3.4, vhodnou volbou pro filtr L se jeví inverze komplementární



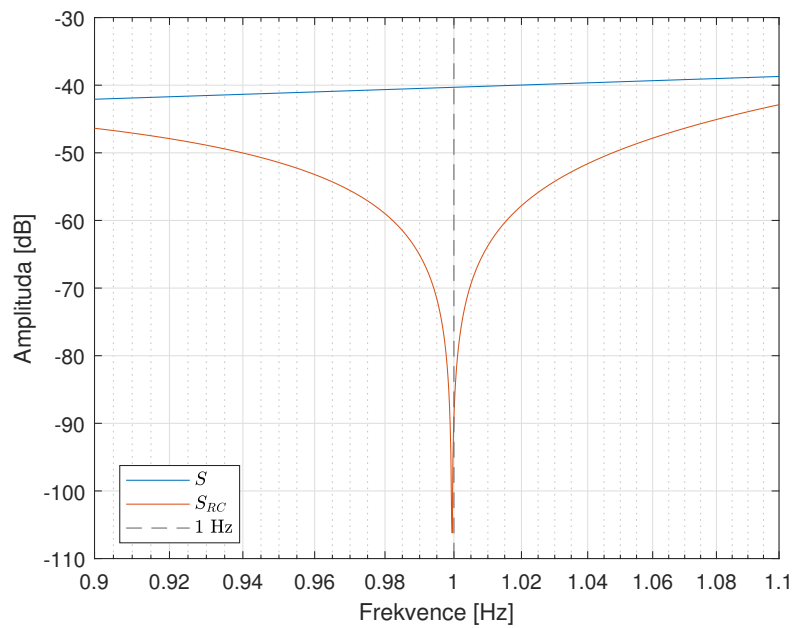
OBRÁZEK 4.3: Frekvenční charakteristika S a S_{RC} bez zavedení filtru Q



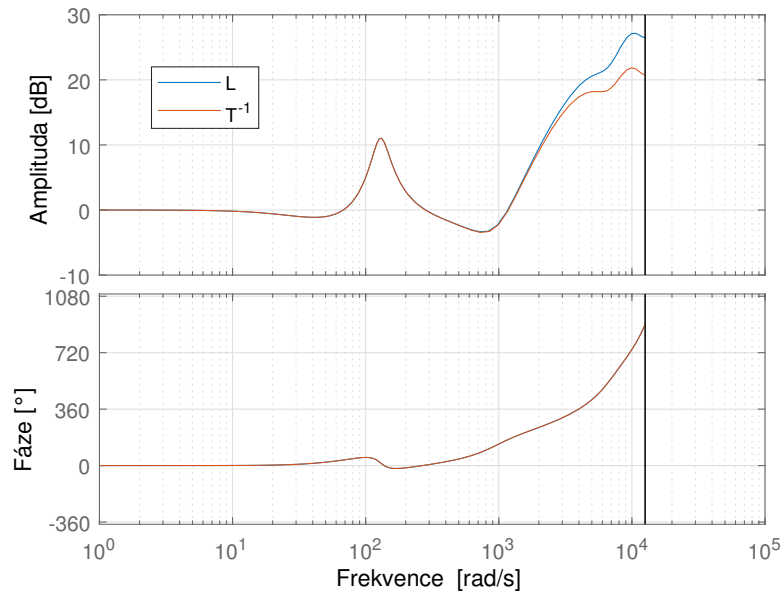
OBRÁZEK 4.4: Frekvenční charakteristika S a S_{RC} po zavedení filtru Q



OBRÁZEK 4.5: Frekvenční charakteristika S a S_{RC} po zavedení filtru Q - detail



OBRÁZEK 4.6: Frekvenční charakteristika S a S_{RC} po zavedení filtru Q a změně parametru $N = 3912$

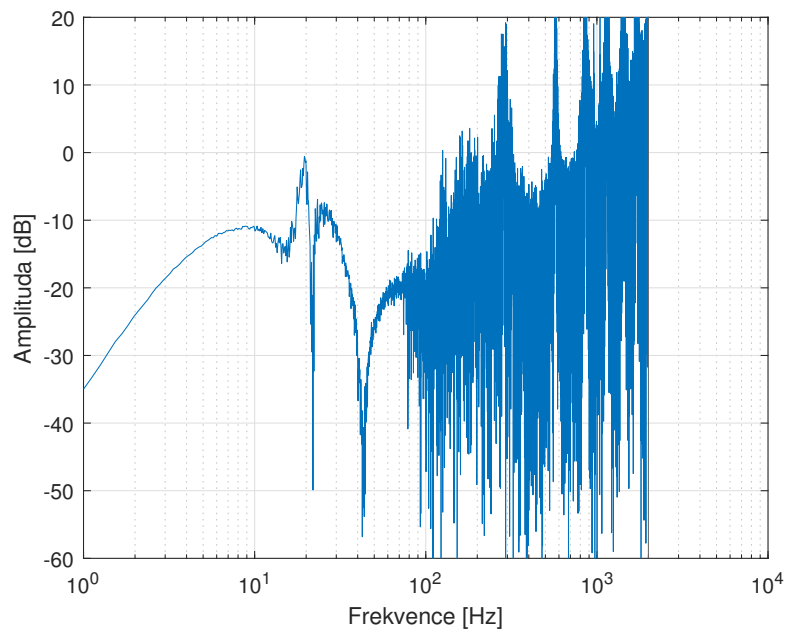


OBRÁZEK 4.7: Porovnáním frekvenční charakteristiky nestabilní inverze T a L stabilizovaného pomocí ZPETC algoritmu

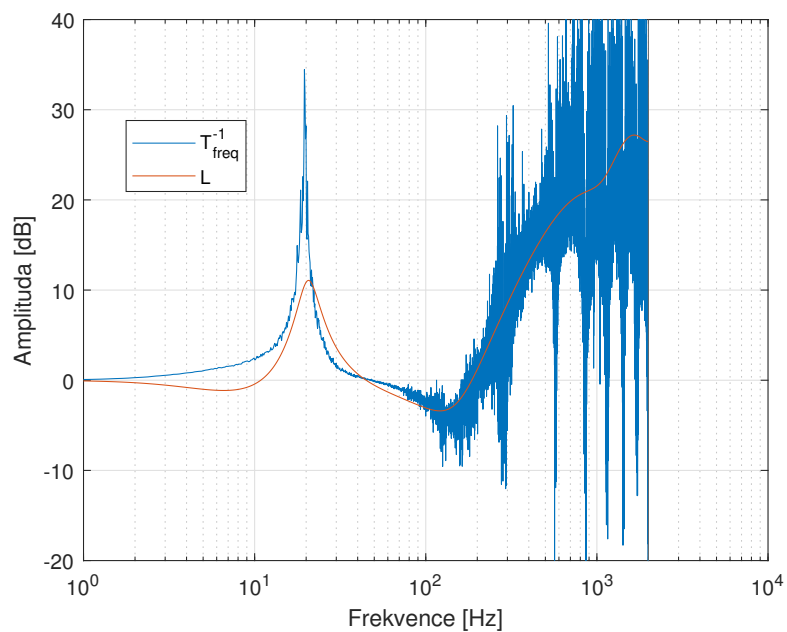
citlivostní funkce základní regulační smyčky T . Její přenosová funkce, získaná z identifikovaného modelu, má relativní řád 5 a obsahuje jednu nestabilní nulu, její inverze by proto byla nekauzální a nestabilní. V souladu s postupem popsaným v sekci 2.3.5, bylo nutné aplikovat algoritmus ZPETC a upravit strukturu bloku R , aby byla zajištěna kauzalita a stabilita filtru L . Funkčnost algoritmu ZPETC můžeme ověřit porovnáním frekvenční charakteristiky nestabilní inverze T a stabilního filtru L , které zobrazuje obrázek 4.7. Vidíme, že fáze obou frekvenčních charakteristik se na všech frekvencích shoduje, amplituda se shoduje na nulové frekvenci a s rostoucí frekvencí se začíná mírně lišit.

Pro takto navržený filtr L by teoreticky nebyl zapotřebí filtr Q , neboť podmínka stability, která odpovídá nerovnici (2.14), je splněna na všech frekvencích díky téměř dokonalé inverzi. Problém nastává, pokud pro ověření podmínky stability použijeme místo identifikovaného modelu systému jeho reálnou frekvenční charakteristiku. Frekvenční charakteristiku $(1 - LT)$ lze vidět na obrázku 4.8. Pozorujeme, že amplituda frekvenční charakteristiky se blíží kritické amplitudě 0 dB již v okolí frekvence 20 Hz. K vysvětlení tohoto jevu napomůže obrázek 4.9. Vidíme, že i když L dobře invertuje identifikovaný model systému, skutečná inverze systému se značně liší, přičemž největší odchylka se vyskytuje právě na zmíněné frekvenci 20 Hz, kde u reálného systému dochází k velké rezonanci, která není identifikovaným modelem správně zachycena.

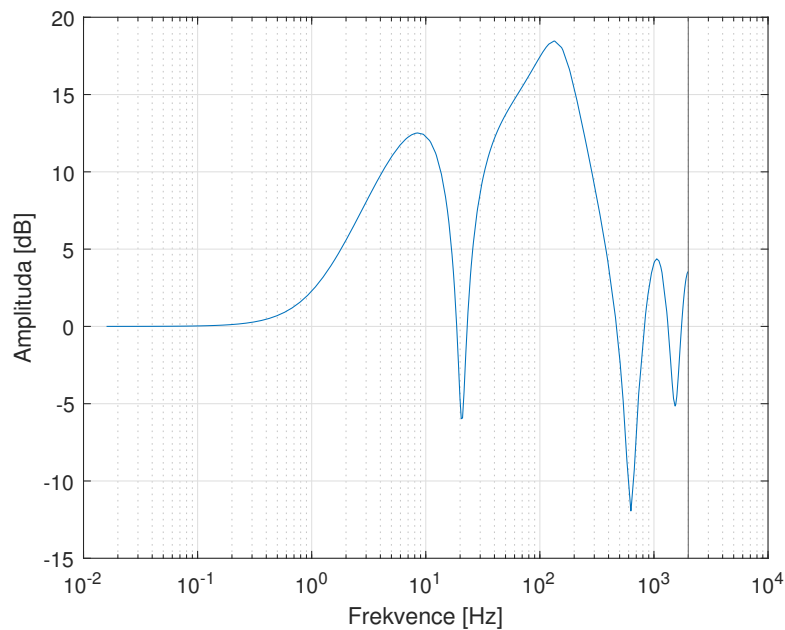
Poznamenejme, že byl proveden pokus o úpravu filtru L tak, aby více odpovídal skutečné inverzi systému, ale ani tak nebylo dosaženo lepších výsledků. Rezonance na frekvenci 20 Hz je příliš výrazná a představuje omezení pro fungování RC této struktury. Pro splnění podmínky stability bylo tedy nezbytné zavést filtr Q s parametry shodnými s předchozím případem, s výjimkou zlomové frekvence, která byla posunuta na $\omega_Q = 15$ Hz. Parametr N byl nastaven na hodnotu $N = 3908$.



OBRÁZEK 4.8: Frekvenční charakteristika $(1 - LT)$ při použití reálné frekvenční charakteristiky systému



OBRÁZEK 4.9: Porovnání frekvenčních charakteristik inverze T , za použití reálné frekvenční charakteristiky systému a L



OBRÁZEK 4.10: Frekvenční charakteristika vstupní citlivostní funkce $1 - PS$

RC typu u

Pokusíme se dosáhnout lepších výsledků než v předchozím případě pro RC strukturu typu u . Tento typ byl popsán v sekci 2.4.1 pro řízení od výstupu y_z , pro úplnost uvedme i podmínku stability pro tento typ při řízení od výstupu y_m

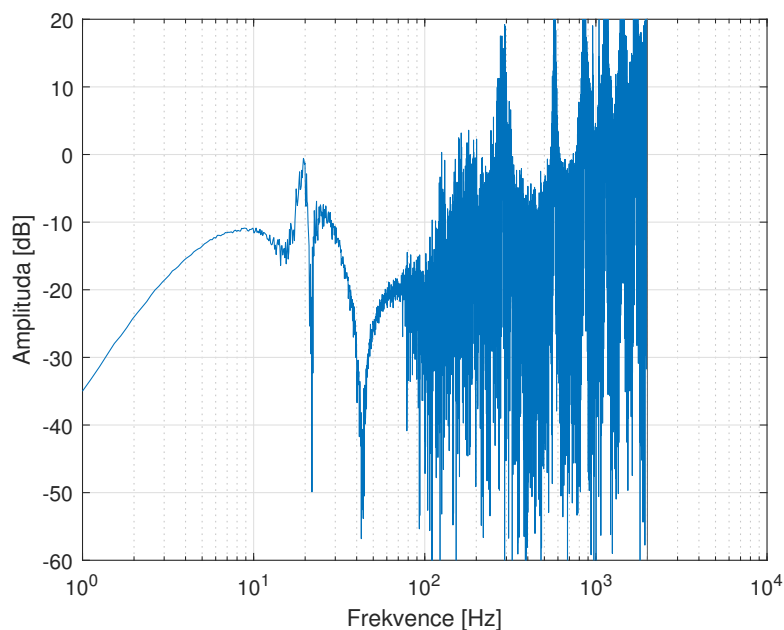
$$\left\| Q \left(1 - L \frac{P_{ym}}{1 + C_n P_{ym}} \right) \right\|_{\infty} = \left\| Q(1 - LPS) \right\|_{\infty} < 1, \quad (4.1)$$

kde PS je vstupní citlivostní funkce systému. Nejdříve se pokusíme splnit podmínku stability pouze s využitím filtru Q . Vykreslíme tedy frekvenční charakteristiku funkce $1 - PS$, kterou zobrazuje obrázek 4.10. Z výsledků je zřejmé, že použití samotného filtru Q v tomto případě nebude možné, neboť amplituda funkce $1 - PS$ dosahuje kritické hodnoty 0 dB již na nízkých frekvencích.

Pro splnění podmínek stability bylo tedy nutné implementovat filtr L , který byl navržen obdobně jako v předchozím případě, tedy jako inverze přenosu PS . Opět bylo třeba využít algoritmu ZPETC a upravit strukturu bloku R za účelem zajištění kauzality a stability filtru L . Frekvenční charakteristiku funkce $(1 - LPS)$ můžeme vidět na obrázku 4.11. Vidíme, že jsme dosáhli stejného výsledku jako v případě RC typu r . Pro zaručení stability bude nezbytné implementovat filtr Q se zlomovou frekvencí $\omega_Q = 15$ Hz.

4.2.2 Zpětná vazba od y_z

Nyní se pokusíme dosáhnout lepších výsledků pro RC, které bude využívat pro řízení zpětnou vazbu od y_z . Struktury tohoto RC jsou popsány v sekci 2.4.1.



OBRÁZEK 4.11: Frekvenční charakteristika $(1 - LPS)$ při použití reálné frekvenční charakteristiky systému

RC typu r

RC typu r je zobrazeno na obrázku 2.8. V podmínce stability této struktury vystupuje přenosová funkce, kterou označíme T_z

$$T_z = \frac{C_n P_{yz}}{1 + C_n P_{ym}}. \quad (4.2)$$

Podmínku stability pak lze přepsat do tvaru:

$$\left\| Q(1 - LT_z) \right\|_{\infty} < 1. \quad (4.3)$$

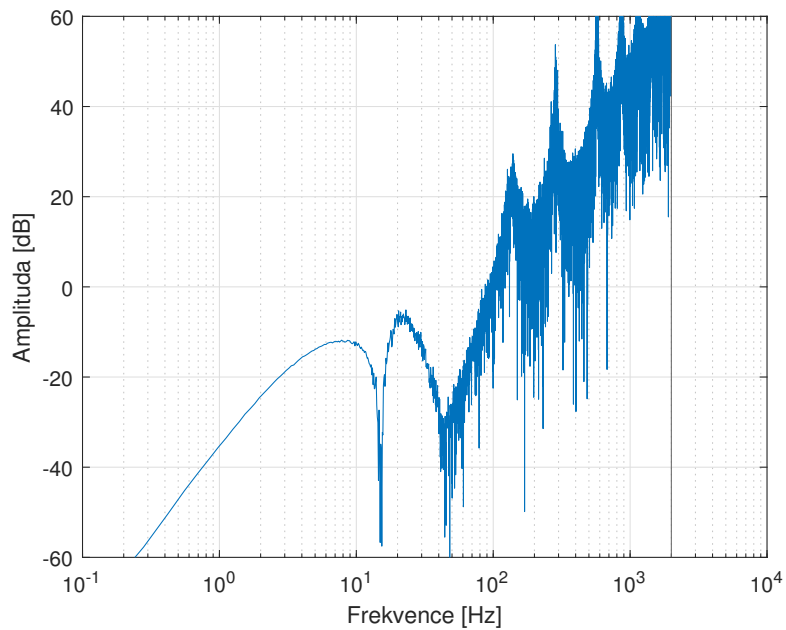
Stejně jako v předchozích případech byla nejprve splněna podmínka stability pouze s filtrem Q , jeho zlomová frekvence byla nastavena na $\omega_Q = 15$ Hz.

Lepších výsledků bylo dosaženo s přidáním filtru L . Stejně jako v předchozích případech byl tento filtr zvolen jako inverze T_z , opět bylo nutné využít ZPETC algoritmu a upravit strukturu bloku R . Po vykreslení frekvenční charakteristiky $(1 - LT_z)$, zobrazené na obrázku 4.12, je patrné, že tentokrát filtr L lépe invertuje skutečný přenos T_z , přičemž kritická hodnota 0 dB je dosažena až okolo frekvence 100 Hz.

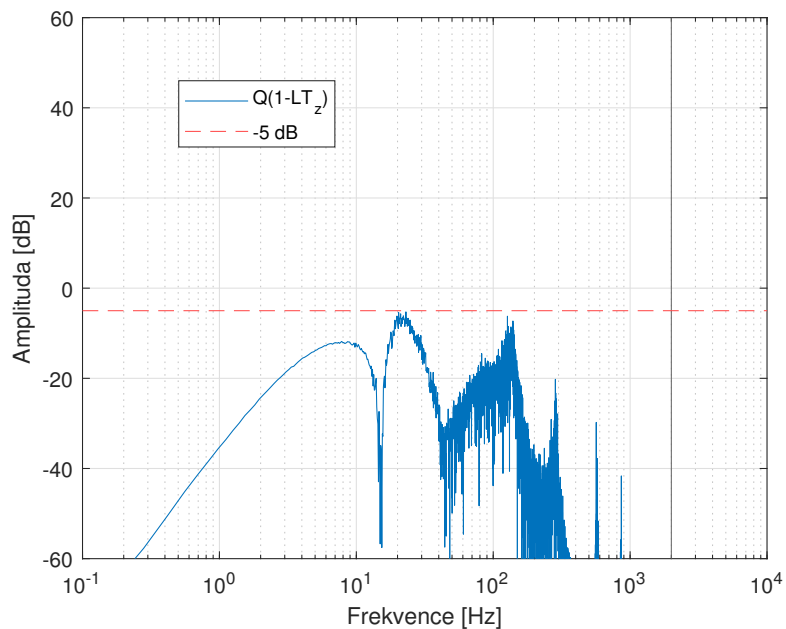
Pro zajištění podmínky stability byl zaveden filtr Q typu dolní propust se zlomovou frekvencí $\omega_Q = 70$ Hz, avšak tentokrát bylo nutné využít filtr šestého řádu¹. Frekvenční charakteristiku funkce $Q(1 - LT_z)$ s navrženými parametry filtrů Q a L můžeme vidět na obrázku 4.13. Vidíme, že volbou filtru Q byla zajištěna podmínka stability RC i s požadavkem na robustnost ve stabilitě.

Pro zajímavost vykresleme frekvenční charakteristiku citlivostní funkce celé regulační smyčky S_{RC} pro takto nastavené RC, kterou můžeme vidět na obrázku 4.14. Hodnota parametru N byla v tomto případě posunuta na $N = 3960$. Díky tomu funkce S_{RC}

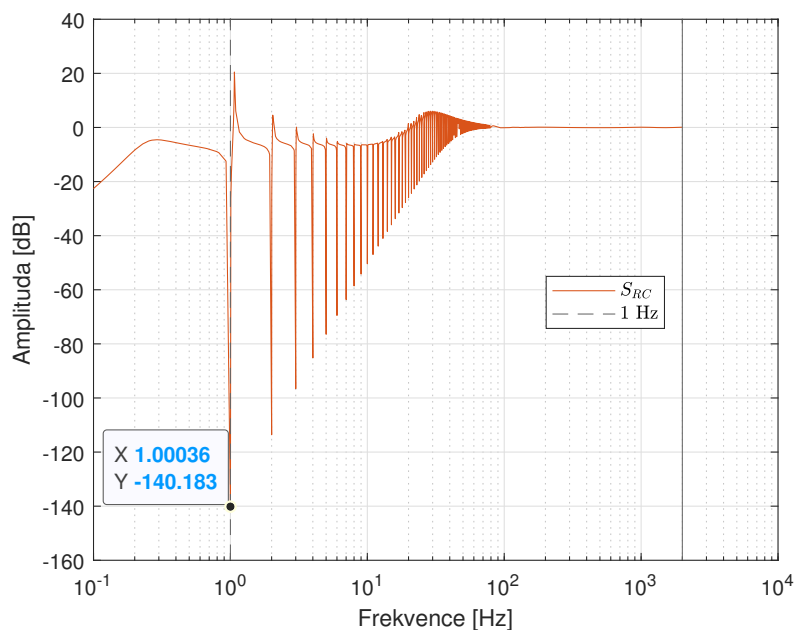
¹Filtr šestého řádu typu dolní propust byl realizován sériovým zapojením tří Butterworthových filtrů druhého řádu. Toto zapojení bylo zvoleno z důvodu snadné implementace v programu REXYGEN.



OBRÁZEK 4.12: Frekvenční charakteristika $(1 - LT_z)$ při použití reálné frekvenční charakteristiky systému



OBRÁZEK 4.13: Frekvenční charakteristika $Q(1 - LT_z)$ - splnění podmínek stability pro RC typu r se zpětnou vazbou od y_z pomocí vhodného návrhu filtrů L a Q



OBRÁZEK 4.14: Frekvenční charakteristika S_{RC} pro RC typu r se zpětnou vazbou od y_z při použití filtrů Q a L

efektivně potlačuje všechny celočíselné násobky základní frekvence 1 Hz až do zlomové frekvence filtru Q $\omega_Q = 70$ Hz.

RC typu u

RC typu u je zobrazeno na obrázku 2.9. Stejně jako v případě řízení se zpětnou vazbou od y_m tuto strukturu nelze stabilizovat pouze pomocí Q filtru. S pomocí filtru L se podařilo dosáhnout podobných výsledků jako v případě předchozího RC typu r , filtr Q bylo potřeba nastavit stejným způsobem, tedy šestého řádu se zlomovou frekvencí $\omega_Q = 70$ Hz.

Na závěr této kapitoly uvedme tabulku 4.1, která shrnuje nastavení parametrů všech RC struktur testovaných v dalších částech práce.

zpětná vazba	typ RC	pouze filtr Q		filtr Q a L	
y_m	r	Q řádu 2, $\omega_q = 10$ Hz	$N = 3912$	Q řádu 2, $\omega_q = 15$ Hz	$N = 3940$
y_m	u	-	-	Q řádu 2, $\omega_q = 15$ Hz	$N = 3940$
y_z	r	Q řádu 2, $\omega_q = 10$ Hz	$N = 3912$	Q řádu 6, $\omega_q = 70$ Hz	$N = 3960$
y_z	u	-	-	Q řádu 6, $\omega_q = 70$ Hz	$N = 3960$

TABULKA 4.1: Nastavení parametrů pro různé struktury RC

5 Realizace RC

5.1 Způsoby vyhodnocování kvality řízení

Pro vyhodnocování kvality regulace jednotlivých struktur RC byly použity různé grafické reprezentace a normy, které budou popsány v této sekci.

Časový průběh regulace, který můžeme vidět například na prvním grafu obrázku 5.5, nám poskytuje základní přehled o tom, jak regulace probíhá, nicméně pro podrobnou analýzu je méně vhodný. Vertikální přerušovaná linie v grafu označuje časový okamžik aktivace RC; do té doby je regulační smyčka řízena pouze PI regulátorem.

Lepší pohled na kvalitu regulace nám může poskytnout graf ve frekvenční oblasti, konkrétně frekvenční spektrum odchylky e , které zobrazuje druhý graf obrázku 5.13. Pomocí tohoto grafu můžeme analyzovat, jaké frekvence byly pomocí RC efektivně potlačeny.

Z frekvenčního spektra si můžeme vybrat několik konkrétních frekvencí, které jsou ve spektru dominantní, a analyzovat potlačení právě na těchto specifických frekvencích. Takovéto porovnání můžeme vidět na prvním grafu obrázku 5.10.

Často používanou normou pro vyhodnocení kvality regulace je *střední kvadratická chyba* (anglicky *mean squared error*, dále MSE), která udává průměr kvadrátů rozdílů mezi skutečnou a požadovanou hodnotou, v našem případě průměr kvadrátů odchylek e_m nebo e_z .

Dále byla využita norma *peak to peak*, která udává rozsah, v němž se pohybuje měřený signál, v našem případě odchylky e_m a e_z . Je definována jako rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou signálu. Hodnoty norem MSE a *peak to peak* můžeme vidět na druhém grafu obrázku 5.10. Poznamenejme, že každá z norem má odlišně škálovanou osu y , normě MSE odpovídá levá osa y , normě *peak to peak* pravá osa y .

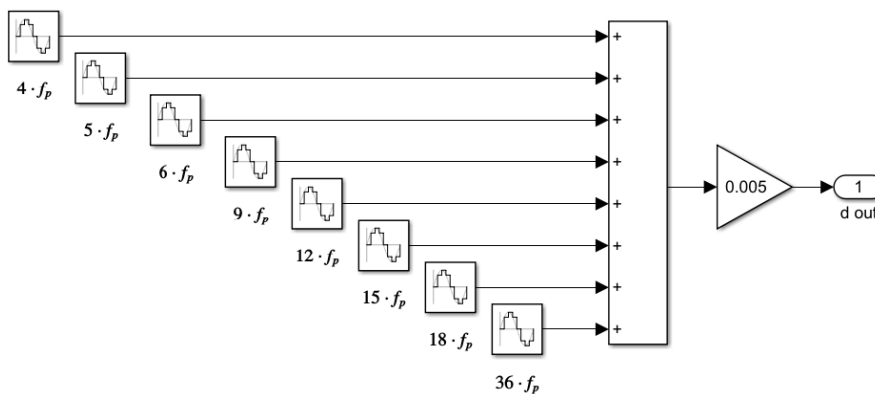
Nakonec uveďme, že všechny normy byly vyhodnocovány až po ustálení regulace, které v případě RC nastane po několika sekundách¹ po jeho aktivaci.

5.2 Simulace

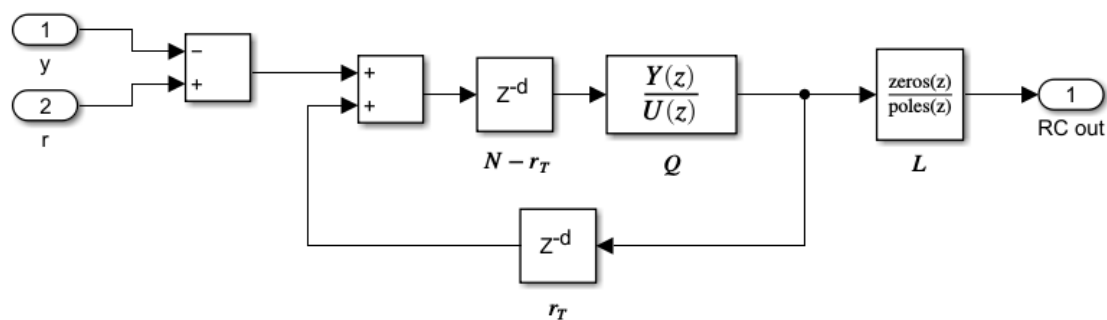
V Simulinku byla sestavena simulační schémata pro testování struktur RC. Na obrázku 5.1 je zobrazen generátor poruchy, který byl zaveden do systému jako vstupní porucha d_u . Tento generátor se skládá ze součtu sinusových signálů s různými fázovými posuny a frekvencemi. Tyto frekvence odpovídají frekvencím, které se nejvýrazněji projevují v poruše měřené na reálném systému. Amplitudy těchto frekvencí jsou nastaveny poměrově tak, aby jejich spektrum přibližně odpovídalo spektru odchylky e_z , které je zobrazeno na obrázku 3.11.

Na obrázku 5.2 je zobrazeno simulační schéma bloku R , který představuje hlavní komponentu RC. Na vstup y byl přiváděn výstup y_m nebo y_z , v závislosti na testované struktuře RC. Na obrázku 5.3 vidíme simulační schéma RC typu r se zpětnou vazbou od y_m , obrázek 5.4 zobrazuje simulační schéma RC typu u se zpětnou vazbou od y_z .

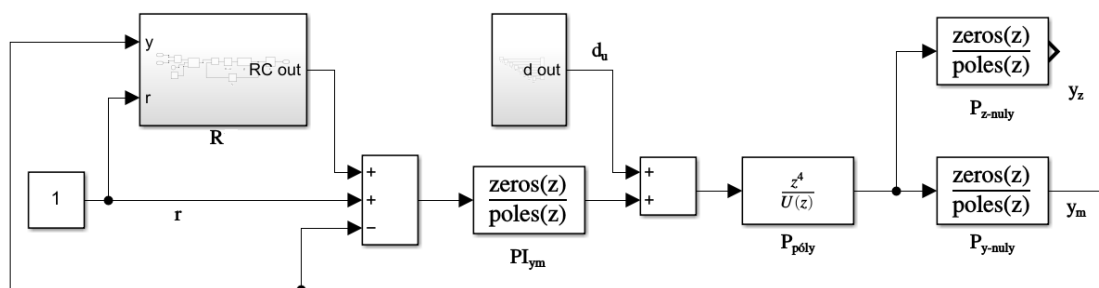
¹Doba několik sekund odpovídá nastavení RC pro tuto úlohu, základní frekvence je 1 Hz, což znamená, že dopravní zpoždění v bloku R trvá jednu sekundu.



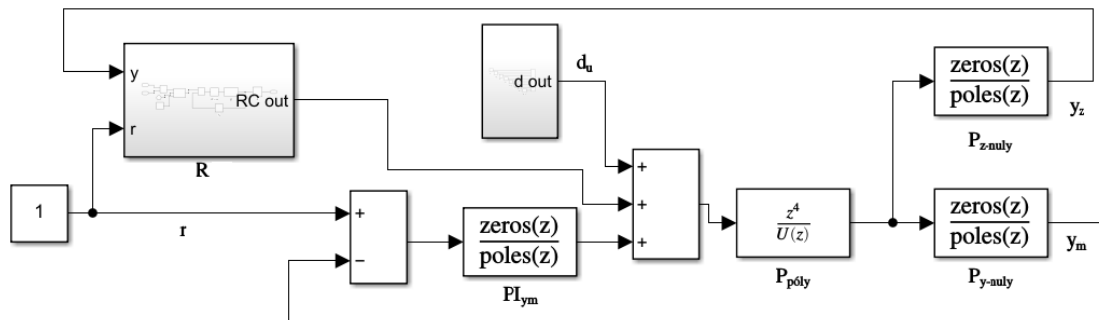
OBRÁZEK 5.1: Simulační schéma generátoru vstupní poruchy d_u



OBRÁZEK 5.2: Simulační schéma bloku repetitivního řízení R



OBRÁZEK 5.3: Simulační schéma RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m

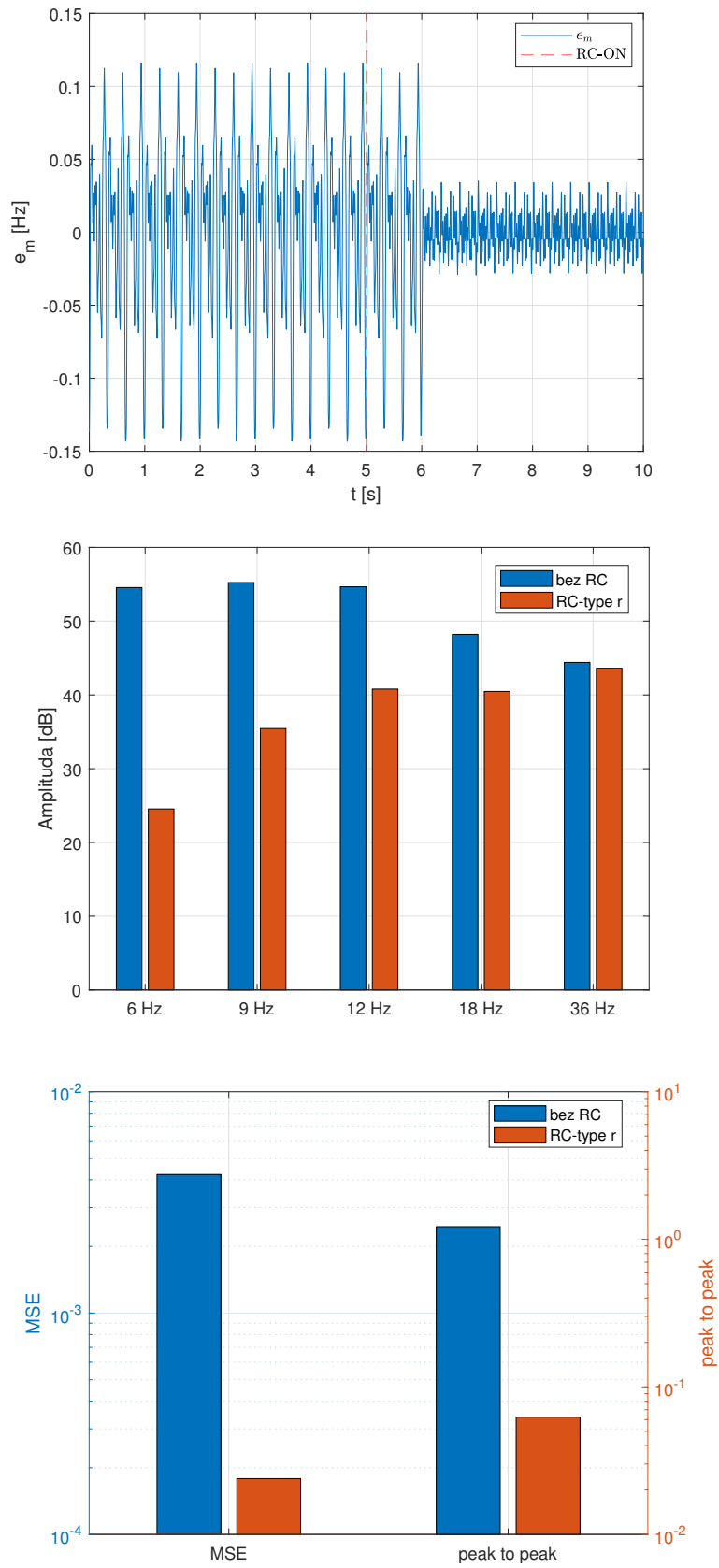


OBRÁZEK 5.4: Simulační schéma RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z

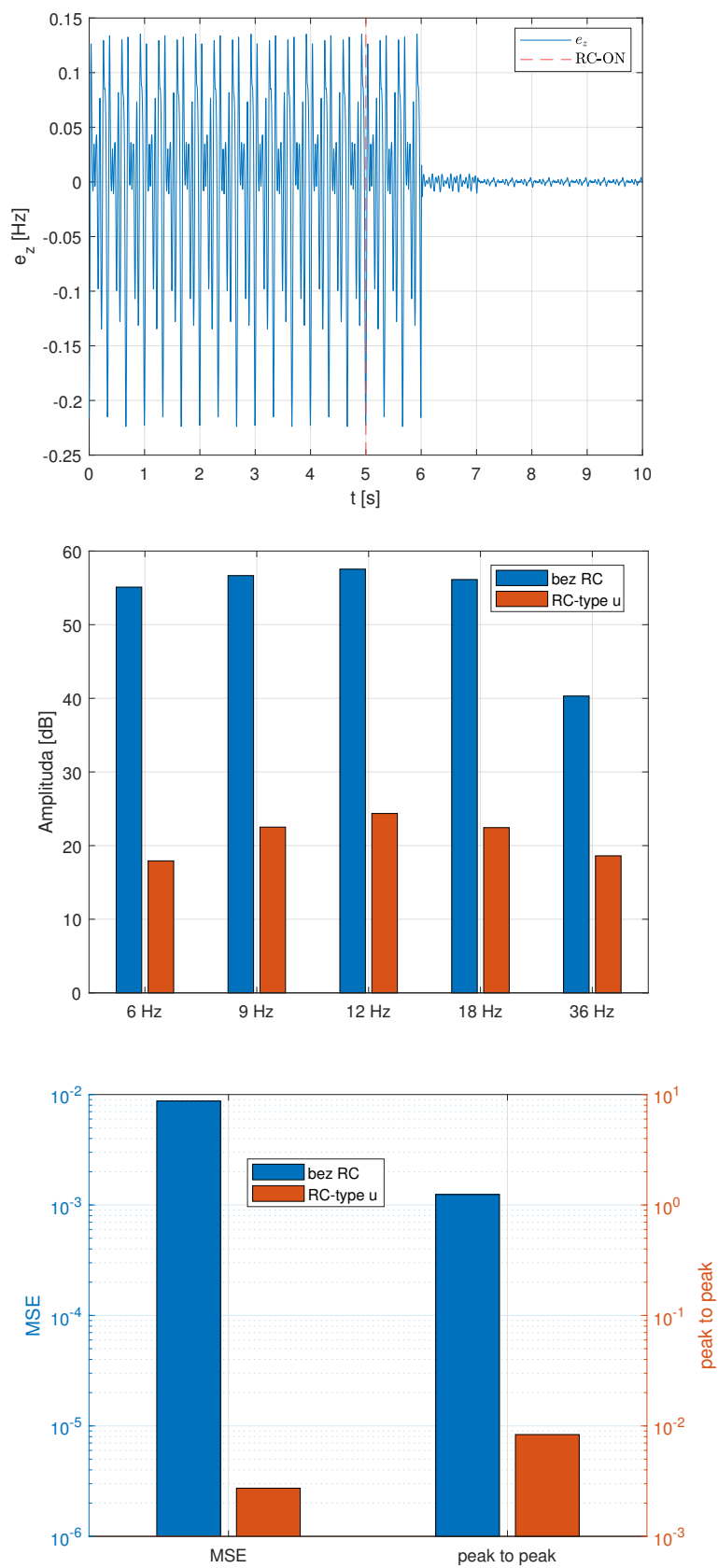
Všechny struktury RC byly před nasazením na reálný systém testovány v tomto simulačním prostředí. Nebudou vykreslovány všechny výsledky těchto simulací, naším hlavním zájmem je fungování RC na reálném standu, nicméně vykresleme alespoň pár porovnaní, pro ilustraci fungování RC v simulačním prostředí.

Na obrázku 5.5 jsou zobrazeny výsledky pro RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m při použití filtrů Q a L . Nastavení těchto filtrů je specifikováno v tabulce 4.1. Pozorujeme, že po aktivaci RC dochází k výraznému zlepšení kvality řízení, což se projevuje mnohonásobně menšími hodnotami příslušných norem. Ve frekvenčním spektru e_m jsou frekvence 6 a 9 Hz silně potlačeny, 12 a 18 Hz jsou potlačeny lehce a frekvence 36 Hz není potlačena vůbec, což koresponduje s nastavením filtru Q , jehož zlomová frekvence je v tomto případě $\omega_Q = 15$ Hz.

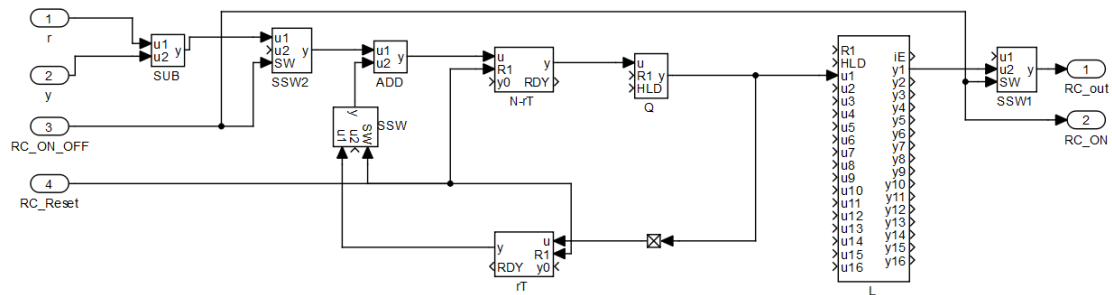
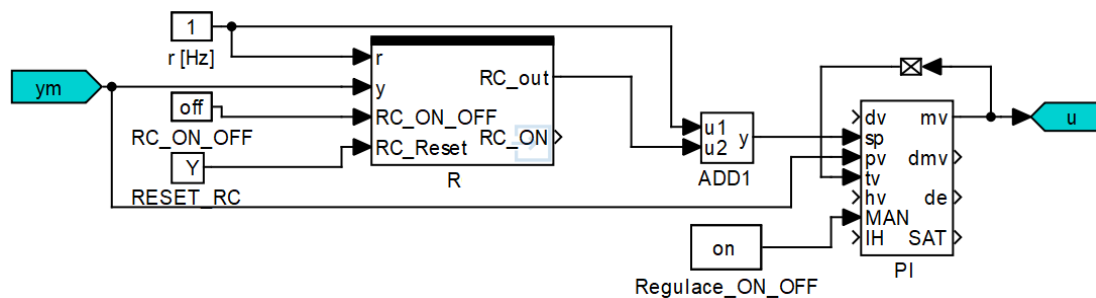
Na obrázku 5.6 jsou zobrazeny výsledky pro RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z při použití filtrů Q a L . Z výsledků je patrné, že bylo dosaženo ještě lepší kvality řízení než v předchozím případě. Toto zlepšení je důsledkem volby filtru Q , jehož zlomová frekvence byla pro tuto strukturu nastavena až na hodnotu $\omega_Q = 70$ Hz.



OBRÁZEK 5.5: Regulace RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m v simulačním prostředí



OBRÁZEK 5.6: Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z v simulačním prostředí

OBRÁZEK 5.7: Schéma bloku repetitivního řízení R implementované v REXYGENuOBRÁZEK 5.8: Schéma RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m implementované v REXYGENu

5.3 Realná měření

V programu REXYGEN byly implementovány struktury RC do stávajícího řídicího systému mechatrického standu. Blok R lze vidět na obrázku 5.7, RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m je zobrazeno na obrázku 5.8. Následně byly jednotlivé struktury RC otestovány.

Nejdříve proběhlo testování RC struktur se zpětnou vazbou od výstupu y_m , kvalita řízení bude tedy hodnocena na základě odchylky e_m . Výsledek při použití struktury pouze s filtrem Q můžeme vidět na obrázku 5.9. V časové oblasti pozorujeme mírné zlepšení regulace po aktivaci RC. Lepší hodnocení kvality regulace může poskytnout analýza ve frekvenční oblasti, kde pozorujeme výrazné potlačení frekvencí do 10 Hz, což odpovídá nastavení zlomové frekvence filtru Q na $\omega_Q = 10$ Hz pro tuto strukturu. Porovnání s dalšími strukturami RC se zpětnou vazbou od výstupu y_m je na obrázku 5.10. Zavedení filtru L zlepšuje kvalitu regulace, nicméně frekvence 18 Hz a 36 Hz se efektivně potlačit nepodařilo. Tento fakt je způsoben tím, že i při použití filtru L je zlomová frekvence filtru Q nastavena relativně nízko na hodnotu $\omega_Q = 15$ Hz, což nedovoluje efektivní potlačení těchto frekvencí pomocí této struktury RC. Mezi strukturou typu r a typu u nepozorujeme žádný výrazný rozdíl.

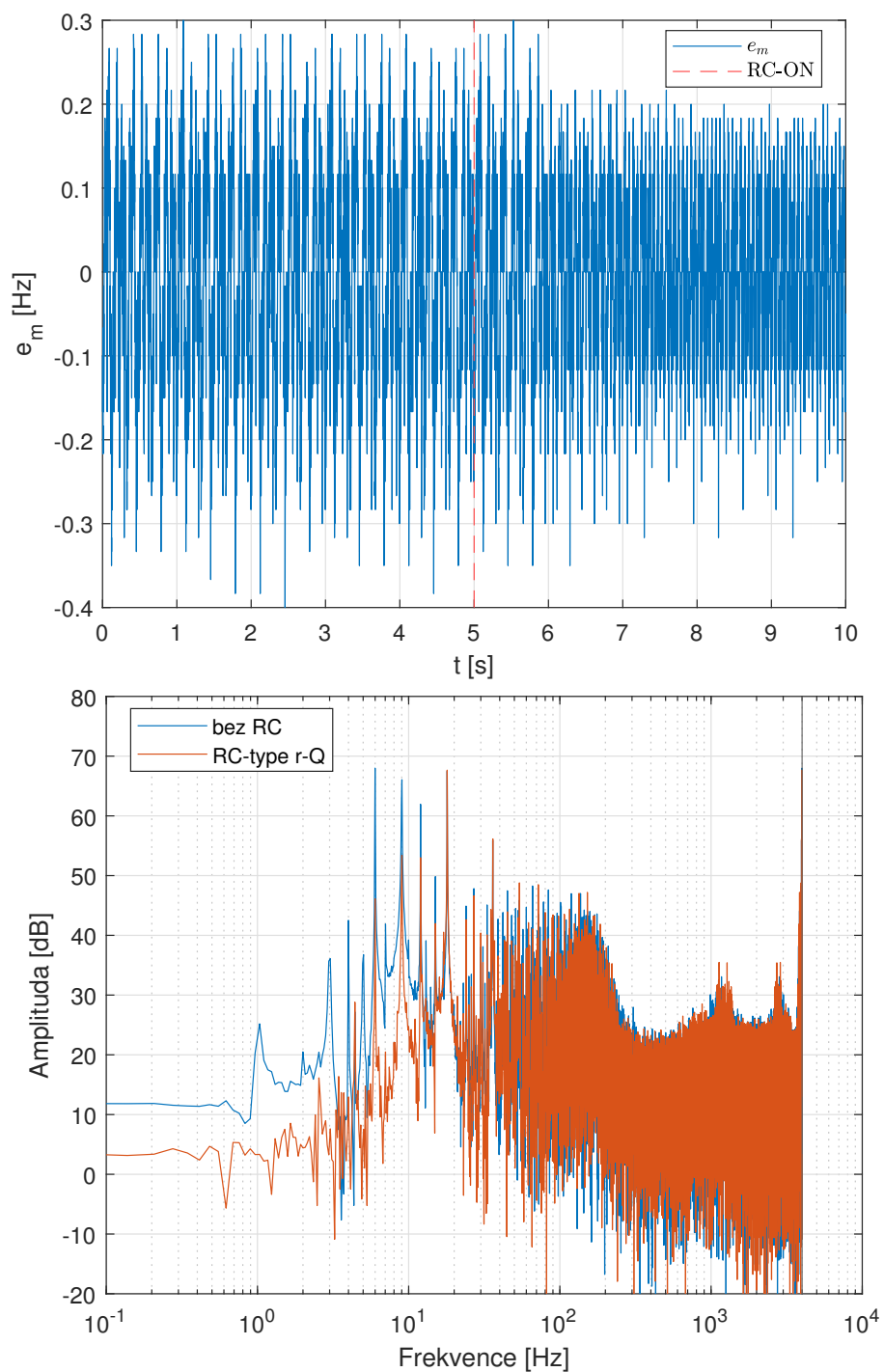
Byl rovněž proveden experiment s RC strukturou typu u s filtry Q a L , přičemž zlomová frekvence filtru Q byla nastavena na hodnotu $\omega_Q = 100$ Hz. Při pohledu na obrázek 4.11 vidíme, že takové nastavení nesplňuje definovanou podmínku robustnosti ve stabilitě, nicméně stabilní by teoreticky být mělo. Výsledky regulace při použití tohoto schématu jsou zobrazeny na obrázku 5.11. V časové oblasti pozorujeme občasné větší výkyvy v odchylce e_m , což může naznačovat, že regulační smyčka se nachází blízko meze stability. Přestože bylo dosaženo lepších výsledků regulace než v předchozím případě, nesplnění podmínky robustnosti ve stabilitě znamená, že takovéto nastavení by v praxi nemělo být použito.

Experimenty potvrdily, že RC se zpětnou vazbou od výstupu y_m je schopno efektivně zlepšit kvalitu řízení, hodnocenou na základě odchylky e_m . Co by se však stalo, pokud by naším cílem bylo minimalizovat odchylku e_z ? Obrázek 5.12 ukazuje kvalitu řízení vzhledem k odchylce e_z při použití zpětné vazby od výstupu y_m . V časové oblasti je patrné jednoznačné zhoršení kvality regulace po aktivaci RC. Ve frekvenční oblasti pozorujeme sice mírné potlačení dominantních frekvencí, nicméně normy MSE a *peak to peak* jasně ukazují zhoršení kvality regulace po aktivaci RC. Navíc pozorujeme, že struktura RC s $\omega_Q = 100$ Hz, která dosáhla lepší kvality řízení hodnocené na základě e_m než struktura RC s $\omega_Q = 15$ Hz, naopak při hodnocení kvality na základě e_z dosahuje horších výsledků. Pokud je tedy naším cílem regulovat odchylku e_z bude nutné použít strukturu RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z .

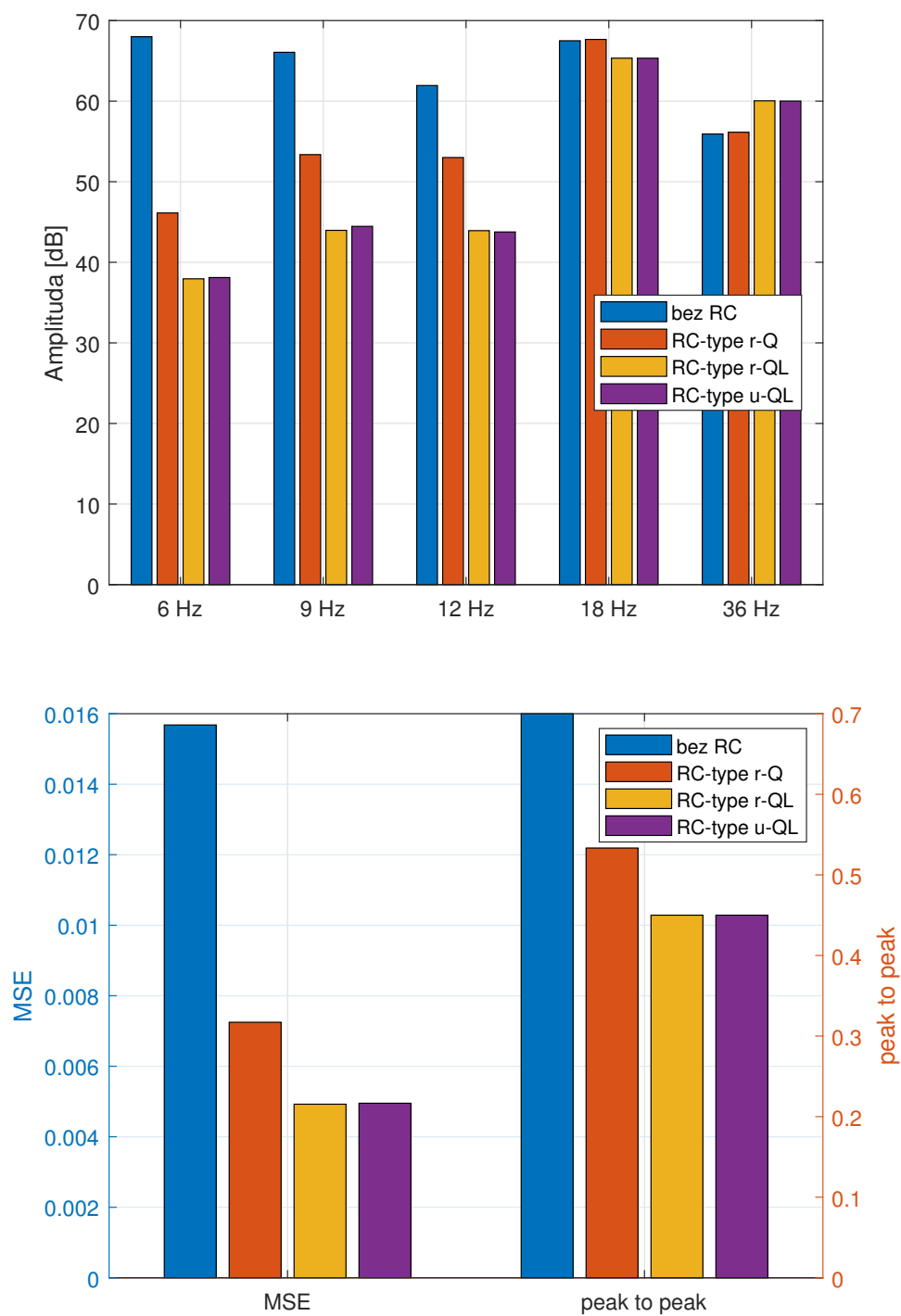
Dále proběhlo testování RC struktury se zpětnou vazbou od výstupu y_z , přičemž kvalita řízení byla hodnocena na základě odchylky e_z . Výsledky při použití struktury RC typu u s filtry Q a L jsou zobrazeny na obrázku 5.13. V časové oblasti pozorujeme značné zlepšení regulace po aktivaci RC. Ve frekvenční oblasti je patrné výrazné potlačení všech dominantních frekvencí, které byly přítomné ve spektru e_z . Toto potlačení je způsobeno vysokou hodnotou zlomové frekvence filtru Q , nastavenou pro tuto strukturu na $\omega_Q = 70$ Hz. Porovnání s dalšími strukturami RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z je možné vidět na obrázku 5.14². Vidíme, že bylo dosaženo velmi dobrých výsledků; struktury s filtry Q a L efektivně potlačily všechny dominantní frekvence, přičemž norma MSE se snížila skoro o dva řády. Při porovnání struktury RC typu r a typu u můžeme pozorovat lepší výsledky u struktury u , nicméně rozdíl mezi nimi je minimální.

Stejně jako v předchozím případě se podíváme, jakou kvalitu řízení vzhledem k odchylce e_m dosáhlo RC se zpětnou vazbou od y_z . Porovnání můžeme vidět na obrázku 5.15. Znovu pozorujeme, že struktura RC s filtry Q a L , která dosáhla lepší kvality řízení hodnocené na základě e_z než struktura pouze s filtrem Q , naopak při hodnocení kvality na základě e_m dosahuje horších výsledků. Nicméně tentokrát dosahuje RC pouze s filtrem Q jednoznačně lepší kvality řízení než regulační smyčka pouze s PI regulátorem. Na závěr zobrazme přímé porovnání kvality řízení vzhledem k odchylce e_z získané pomocí RC se zpětnou vazbou od y_m a od y_z . Toto porovnání je uvedeno na obrázku 5.16. Vidíme, že v případě použití zpětné vazby od y_z jsme dosáhli řádově lepší kvality řízení, zatímco při použití zpětné vazby od y_m bylo dosaženo horších výsledků než při použití samotné regulační smyčky s PI regulátorem. Proto, pokud je naším cílem regulovat otáčky na zátěži, nemůžeme použít standardní strukturu RC se zpětnou vazbou od y_m , ale upravenou strukturu se zpětnou vazbou od y_z pro dosažení lepší kvality regulace.

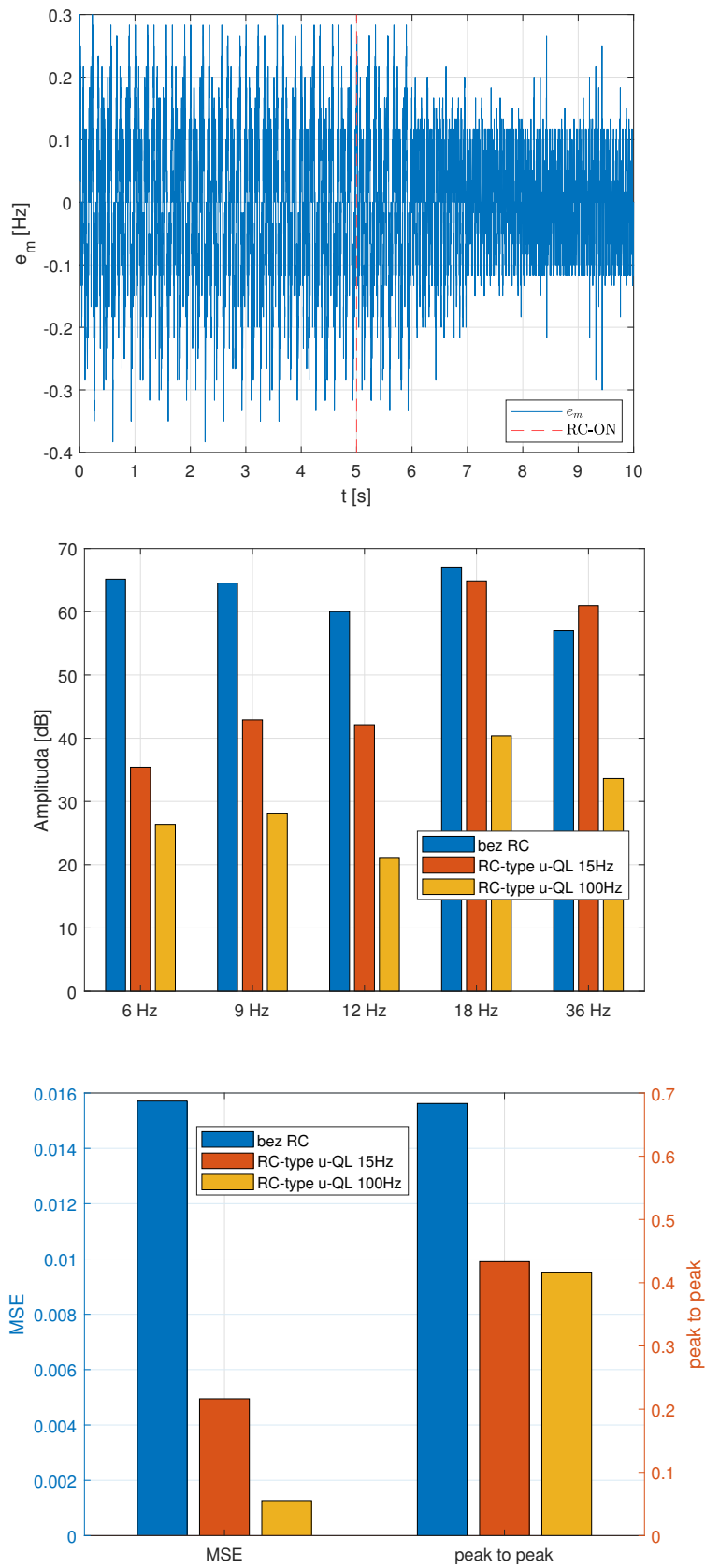
²Poznamenejme, že osa y byla pro normu MSE zobrazena v logaritmickém měřítku, aby byla zajištěna lepší přehlednost.



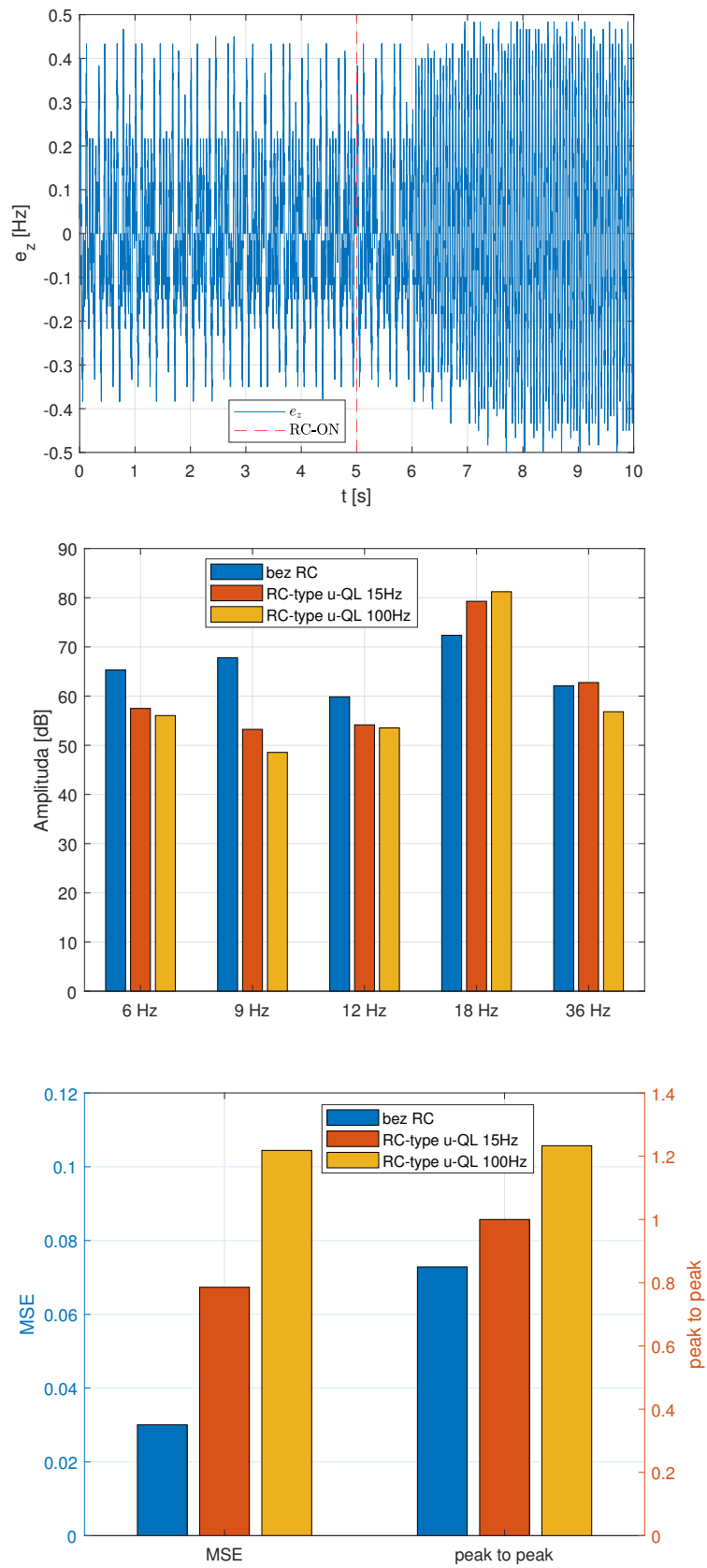
OBRÁZEK 5.9: Regulace RC typu r se zpětnou vazbou od výstupu y_m - struktura s filtrem Q



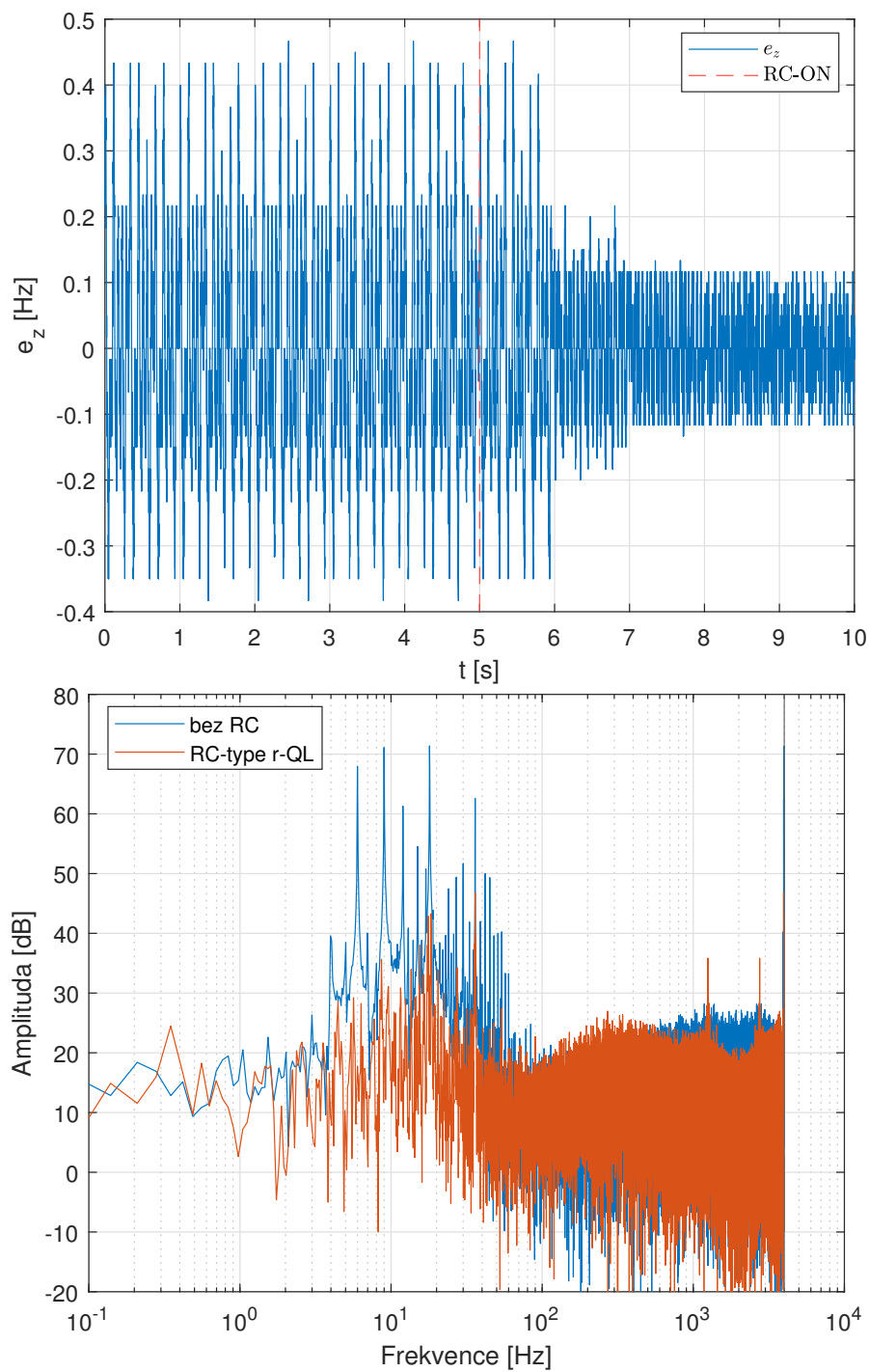
OBRÁZEK 5.10: Porovnání kvalit regulace pro různé struktury RC se zpětnou vazbou od výstupu y_m



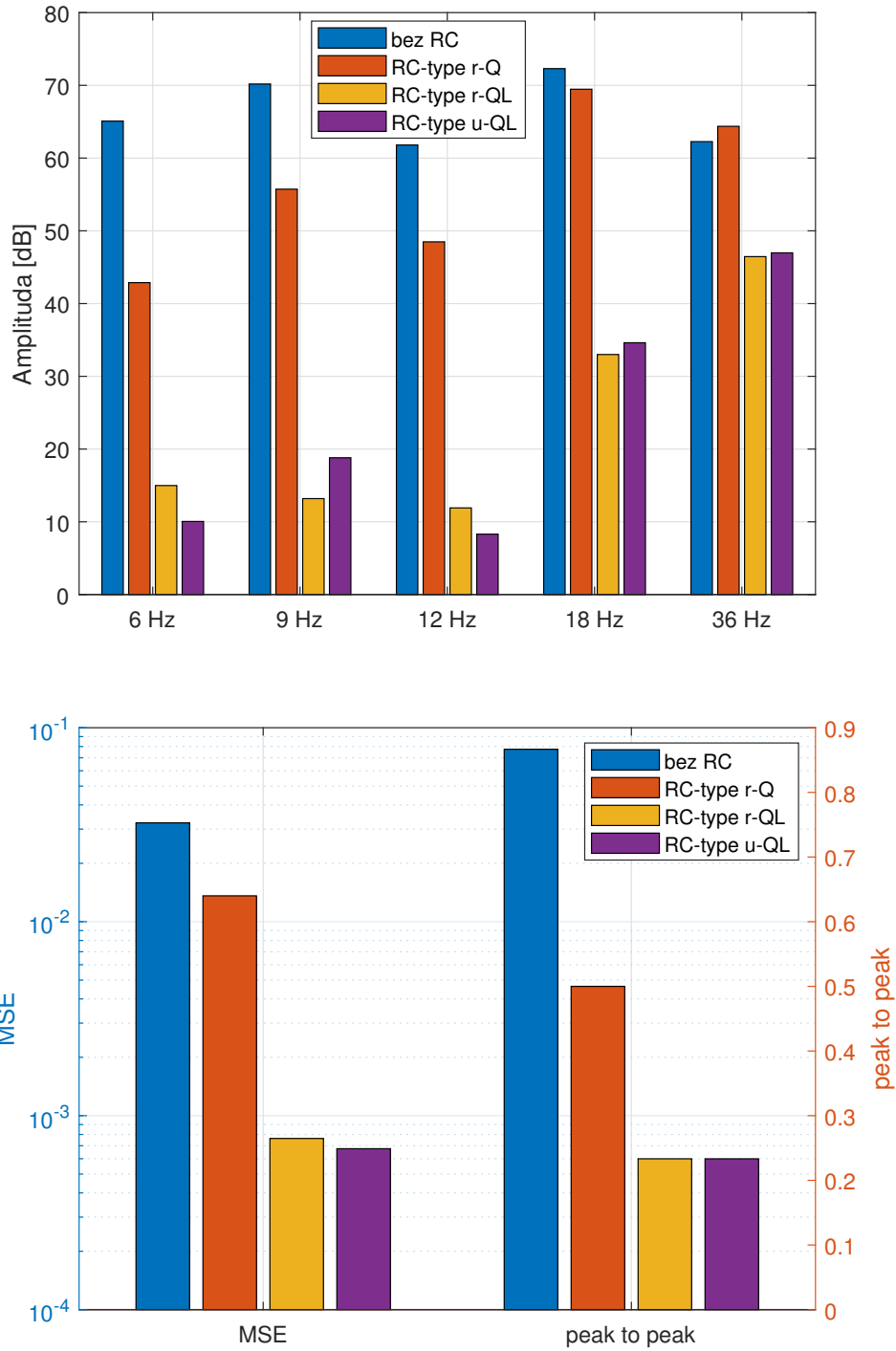
OBRÁZEK 5.11: Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_m
 - struktura s filtry Q a L při $\omega_q = 100$ Hz



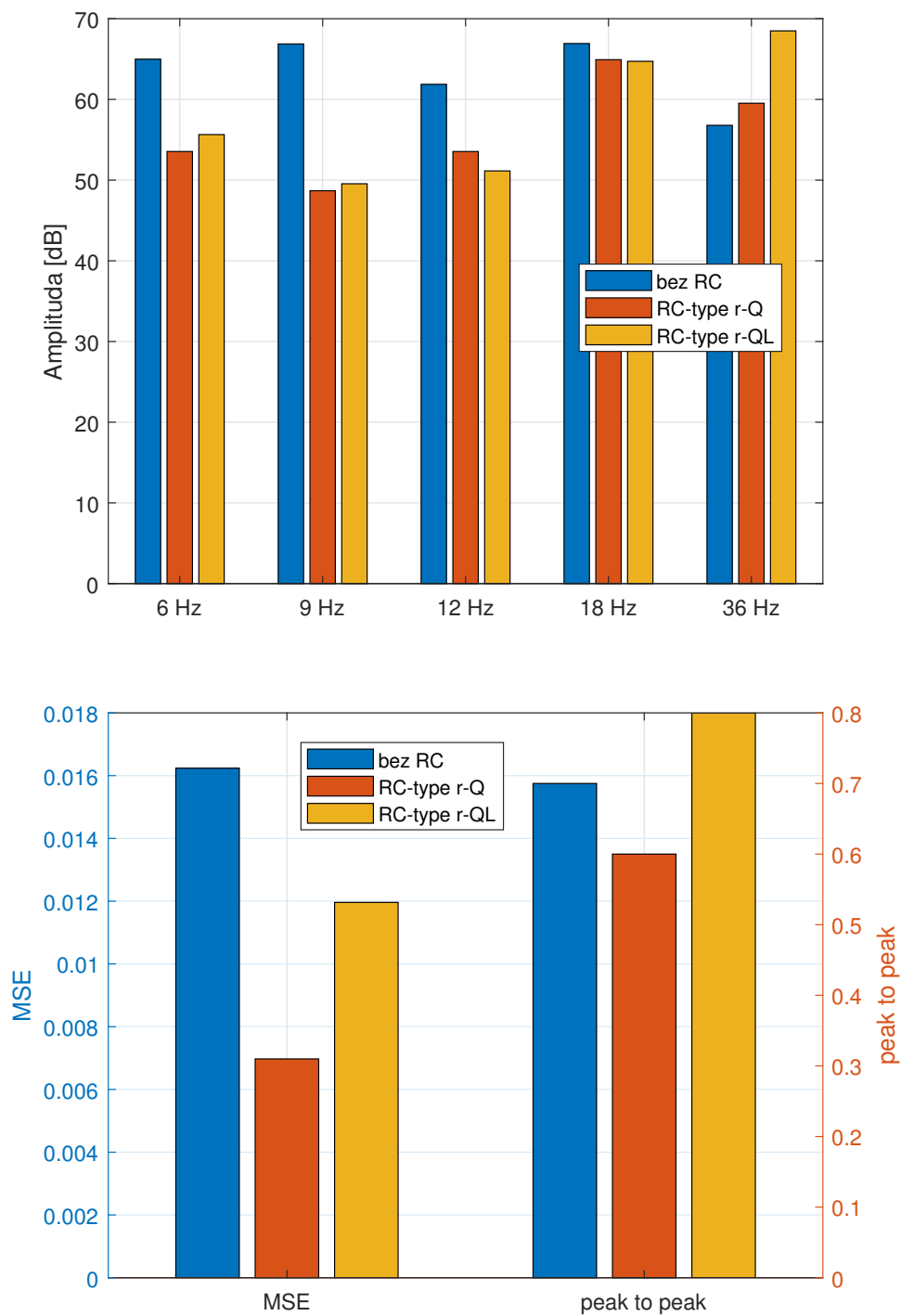
OBRÁZEK 5.12: Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_m
 - kvalita řízení vzhledem k odchylce e_z



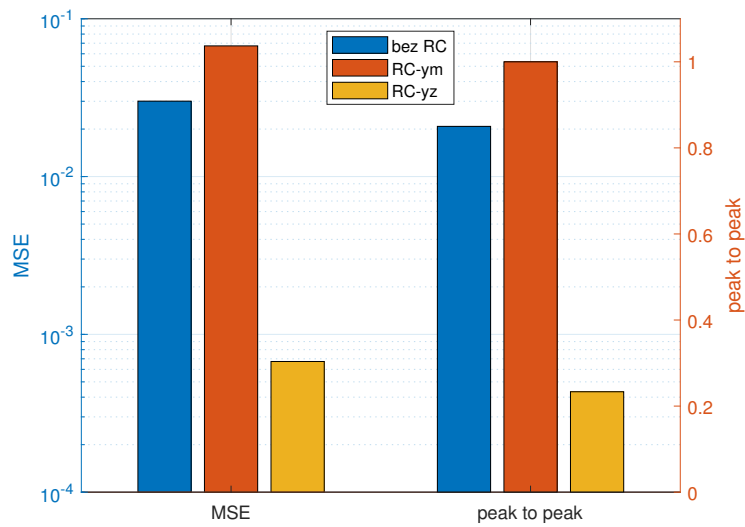
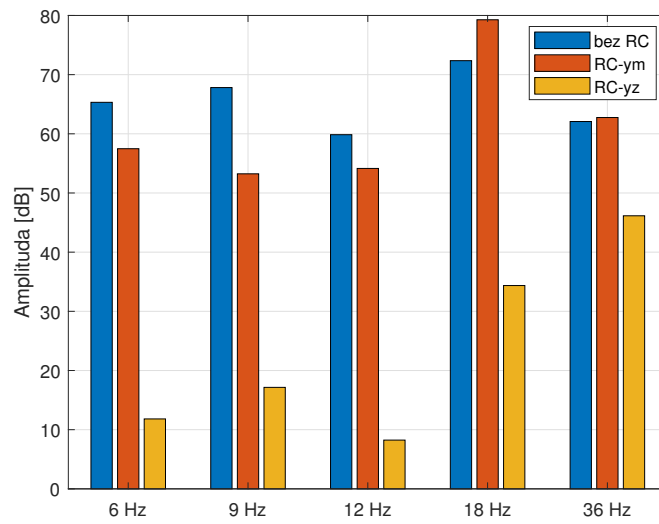
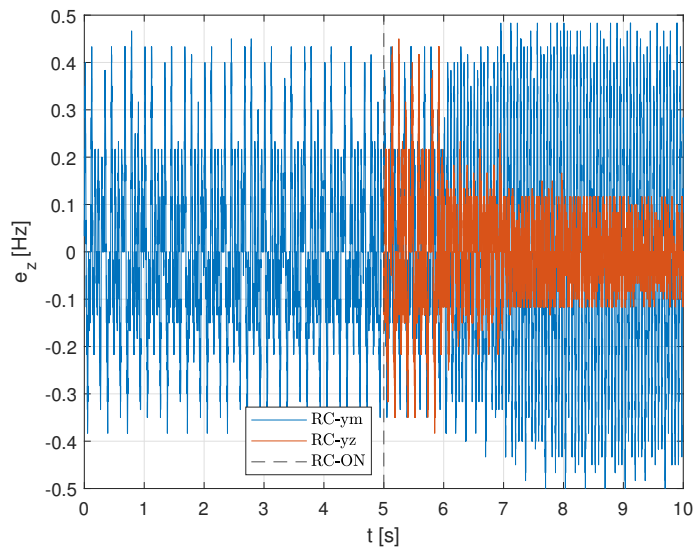
OBRÁZEK 5.13: Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z - struktura s filtry Q a L



OBRÁZEK 5.14: Porovnání kvalit regulace pro různé struktury RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z



OBRÁZEK 5.15: Regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_z - kvalita řízení vzhledem k odchylce e_m



OBRÁZEK 5.16: Porovnání regulace RC typu u se zpětnou vazbou od výstupu y_m a y_z - kvalita řízení vzhledem k odchylce e_z

5.4 Validace fungování RC

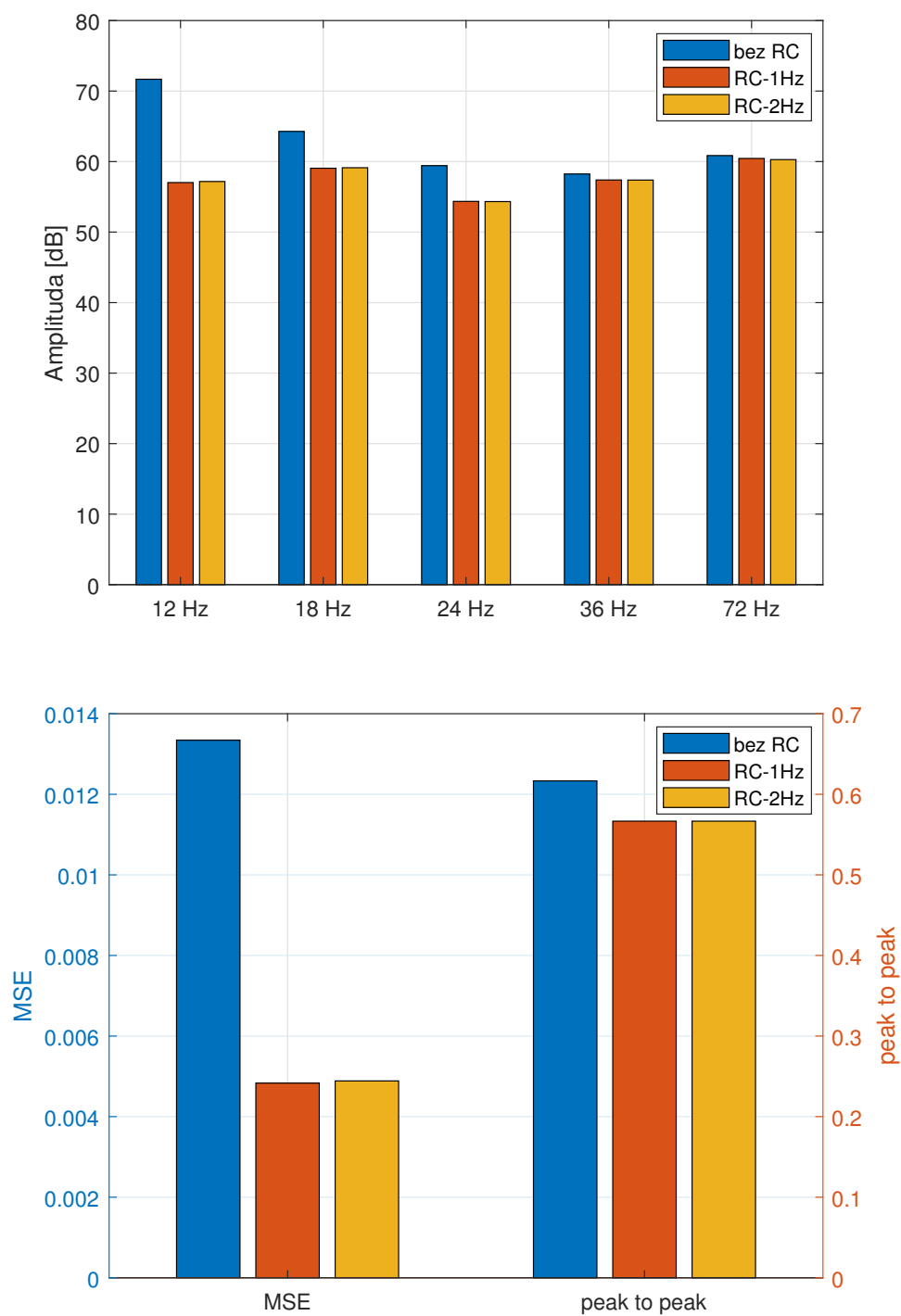
V minulé sekci byla prokázána funkčnost RC, nicméně všechny testy byly prováděny s referenčním signálem $r(t) = 1$, tedy regulace otáček systému na hodnotu 1 Hz. Pro validaci fungování RC byly proto provedeny další testy, při kterých byly otáčky systému regulovány na jinou hodnotu, konkrétně 2 Hz a 1.8 Hz.

Před provedením těchto testů si můžeme všimnout podstatné vlastnosti navržených struktur RC. Pokud dojde ke změně základní frekvence poruchy nebo vstupního signálu, který se snažíme sledovat, je jedinou potřebnou úpravou změna délky dopravního zpoždění, určená parametrem N . Podmínky stability nejsou na tomto parametru nijak závislé, a proto může nastavení filtrů Q a L zůstat stejné.

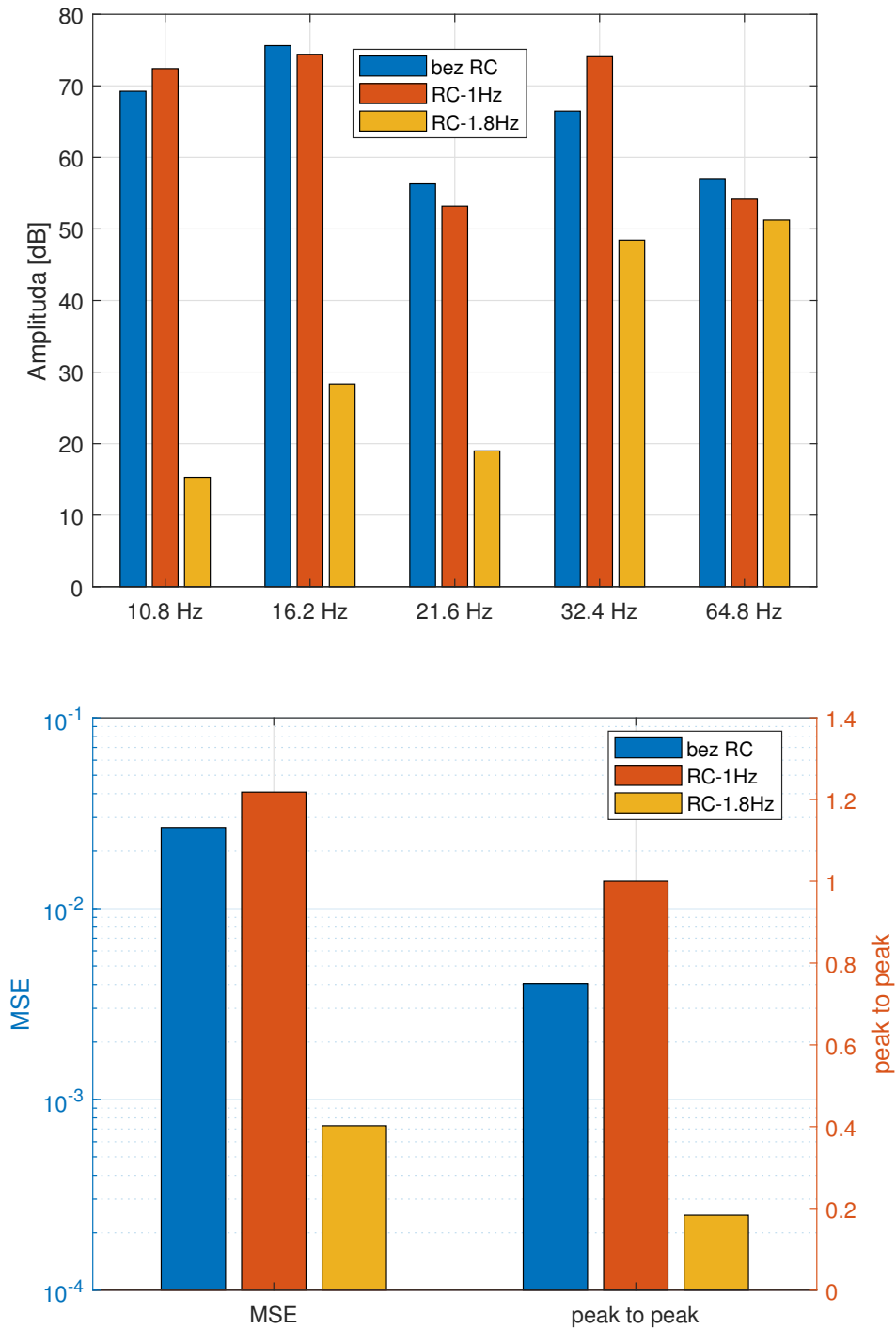
Nejdříve proběhly experimenty pro referenční signál $r(t) = 2$ Hz. Bylo porovnáno fungování RC při zachování nastavení parametru N z minulých testů, tedy pro vstupní signál $r(t) = 1$ Hz, a při jeho úpravě na hodnotu $N = 2000$, která odpovídá základní frekvenci 2 Hz, jež chceme pomocí RC sledovat. Výsledky, při řízení se zpětnou vazbou od výstupu y_m , můžeme vidět na obrázku 5.17. Pozorujeme, že byla dosažena stejná kvalita řízení u obou nastavení. Toto je způsobeno tím, že referenční signál byl změněn na celočíselný násobek původní hodnoty, konkrétně z $r(t) = 1$ Hz na $r(t) = 2$ Hz, a proto všechny frekvence, které potlačuje upravená struktura RC, potlačuje i původní struktura. Poznamenejme, že dominantní frekvence, na kterých je vyhodnocována kvalita řízení, byly odpovídajícím způsobem posunuty, tedy vynásobeny hodnotou dva.

Následně byly provedeny experimenty pro referenční signál $r(t) = 1.8$ Hz. Znovu byla porovnána kvalita regulace pro původní nastavení parametru N a pro upravenou strukturu, kde byla hodnota nastavena na $N = \frac{1}{1.8T_s} = 2222$. Výsledky můžeme vidět na obrázku 5.18, kde bylo tentokrát pro zajímavost použito řízení se zpětnou vazbou od y_z . Vidíme, že situace se tentokrát výrazně změnila. Kvalita regulace struktury RC s původní hodnotou parametru N byla horší než v případě použití regulační smyčky pouze s PI regulátorem, protože referenční signál nebyl změněn na celočíselný násobek původní hodnoty. Naopak v případě struktury RC se změněným parametrem N bylo opět dosaženo výrazného zlepšení kvality regulace.

Tyto výsledky potvrzují funkčnost struktur RC i pro jiné základní frekvence, než pro které byly původně navrženy. Pokud je nová základní frekvence celočíselným násobkem původní, není potřeba strukturu RC nijak upravovat. V opačném případě je nutné upravit pouze parametr N na odpovídající hodnotu, přičemž podmínky stability zůstávají stejné a veškeré ostatní nastavení struktury RC tak lze zachovat.



OBRÁZEK 5.17: Regulace RC se zpětnou vazbou od výstupu y_m při referenčním signálu $r(t) = 2$ Hz



OBRÁZEK 5.18: Regulace RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z při referenčním signálu $r(t) = 1.8$ Hz

6 Závěr

Tato diplomová práce se zabývala návrhem a realizací algoritmů repetitivního řízení pro mechatronické systémy s kolokovanou zpětnou vazbou. Cílem bylo vytvořit a ověřit metody, které umožní efektivní potlačení periodických poruch vyskytujících se v takových systémech.

Práce se zaměřila na teoretické aspekty repetitivního řízení, včetně jeho základních principů, stability a implementace. V teoretické části byly popsány různé struktury RC a podmínky pro jejich stabilitu. Zvláštní pozornost byla věnována frekvenční analýze, která je klíčová pro návrh stabilních struktur RC.

Praktická část práce se zaměřila na realizaci a testování navržených algoritmů repetitivního řízení na mechatronickém standu. Byly implementovány různé struktury RC a jejich účinnost byla ověřena pomocí experimentů. Výsledky ukázaly, že správně navržené struktury RC mohou výrazně zlepšit kvalitu řízení tím, že efektivně potlačují periodické poruchy v systému.

Experimenty dále potvrdily specifické výzvy spojené s kolokovaným řízením. Repetitivní řízení se zpětnou vazbou od výstupu senzoru umístěného u aktuátoru, tedy v našem případě z výstupu na straně motoru, nebylo schopno efektivně potlačit poruchu na straně zátěže, naopak vedlo ke zhoršení kvality řízení. Tento problém byl vyřešen kombinací dvou zpětnovazebních smyček: regulační smyčky s PI regulátorem a zpětnou vazbou od výstupu y_m , a regulační smyčky RC se zpětnou vazbou od výstupu y_z . Tím bylo dosaženo výrazného zvýšení kvality řízení na straně zátěže.

Cíle této práce byly naplněny. Byly vyvinuty a implementovány algoritmy repetitivního řízení, které dokážou efektivně eliminovat periodické poruchy a zajistit stabilní a spolehlivý chod mechatronických systémů. Výsledky experimentů potvrzují, že navržené algoritmy dosahují velmi dobrých výsledků a mohou být využity v praxi.

Navržené algoritmy repetitivního řízení mohou nalézt široké uplatnění v různých oborech, kde je potřeba efektivně potlačovat periodické poruchy a zajišťovat stabilní a přesné řízení. Mezi tyto obory patří průmyslová automatizace, kde zlepšují kvalitu a přesnost výrobních procesů, oblast robotiky, kde přispívají k vyšší stabilitě a přesnosti pohybů robotických systémů, a energetika, kde mohou zlepšit kvalitu a stabilitu dodávek energie.

V experimentální části práce bylo zmíněno, že základní frekvence poruchy nebo vstupního signálu, který se snažíme pomocí RC potlačit nebo sledovat, je určena pouze parametrem N , přičemž podmínky stability nejsou na tomto parametru nijak závislé. Tato skutečnost otevírá možnosti pro další výzkum, zejména pro implementaci RC v systémech s časově proměnnou periodou poruchy, tomuto tématu se věnuje Edi, Zhenwei a Zhihong, 2014. V našem případě bychom takovýto systém získali, pokud bychom chtěli referenční signál skokově měnit v čase.

Bibliografie

- [1] Teeradej Srisiriwanna a Mongkol Konghirun. „A study of cogging torque reduction methods in brushless dc motor“. In: *2012 9th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*. 2012, s. 1–4. DOI: 10.1109/ECTICon.2012.6254191.
- [2] Ivo Houtzager, Jan-Willem van Wingerden a Michel Verhaegen. „Rejection of Periodic Wind Disturbances on a Smart Rotor Test Section Using Lifted Repetitive Control“. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 21.2 (2013), s. 347–359. DOI: 10.1109/TCST.2011.2181171.
- [3] Kurniawan Edi, Cao Zhenwei a Man Zhihong. „Digital design of adaptive repetitive control of linear systems with time-varying periodic disturbances“. In: *IET Control Theory and Applications* 8 (17 2014), 1995–2003(8). ISSN: 1751-8644. URL: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/iet-cta.2013.1059>.
- [4] Junxiao Wang. „Fuzzy Adaptive Repetitive Control for Periodic Disturbance with Its Application to High Performance Permanent Magnet Synchronous Motor Speed Servo Systems“. In: *Entropy* 18.9 (2016). ISSN: 1099-4300. URL: <https://www.mdpi.com/1099-4300/18/9/261>.
- [5] Winston Garcia-Gabin a Michael Lundh. „Input PRBS design for identification of multivariable systems“. In: *Users. Abo. Fi* 1 (2018).
- [6] Germán A. Ramos a Ramon Costa-Castelló. „Comparison of Different Repetitive Control Architectures: Synthesis and Comparison. Application to VSI Converters“. In: *Electronics* 7.12 (2018). ISSN: 2079-9292. DOI: 10.3390/electronics7120446. URL: <https://www.mdpi.com/2079-9292/7/12/446>.
- [7] Martin Goubej a Miloš Schlegel. „PI Plus Repetitive Control Design: H-infinity Regions Approach“. In: *2019 22nd International Conference on Process Control (PC19)*. 2019, s. 62–67. DOI: 10.1109/PC.2019.8815312.
- [8] Lennart Blanken et al. „Sequential Multiperiod Repetitive Control Design With Application to Industrial Wide-Format Printing“. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 25.2 (2020), s. 770–778. DOI: 10.1109/TMECH.2020.2967305.
- [9] Edi Kurniawan et al. „On the synthesis of a stable and causal compensator for discrete-time high-order repetitive control systems“. In: *International Journal of Dynamics and Control* 9 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1007/s40435-020-00695-y>.
- [10] Mohammed Dahleh, Munther A. Dahleh a George Verghese. *Book: Dynamic Systems and Control (Dahleh, Dahleh, and Verghese)*. [Online; accessed 2024-05-02]. 2022.
- [11] Martin Goubej a Lukáš Bláha. „Raspberry Pi-based Motion Control Testbed for Mechatronics Education“. In: *IFAC-PapersOnLine* 55.17 (2022). 13th IFAC Symposium on Advances in Control Education ACE 2022, s. 285–290. ISSN: 2405-8963. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.293>.

- URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S240589632201535X>.
- [12] Shivram Sharma, Praveen Kumar Sharma a Jitendra Kaushik. „A Review Note on Laplace Transform and Its Applications in Dynamical Systems“. In: *Qualitative and Computational Aspects of Dynamical Systems*. Ed. Kamal Shah, Bruno Carpentieri a Arshad Ali. Rijeka: IntechOpen, 2022. Kap. 1. DOI: 10.5772/intechopen.108251. URL: <https://doi.org/10.5772/intechopen.108251>.
- [13] Martin Goubej, Jakub Tvrz a Břetislav Kubeš. „Robust and optimal design of fixed structure controllers in collocated motion systems“. In: *2023 IEEE 28th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. 2023, s. 1–8. DOI: 10.1109/ETFA54631.2023.10275382.