

Posudek oponenta bakalářské práce

Autor/Autorka

Karel Antonín Kalvas

Název práce

Reedova hypotéza pro vrcholové barvení grafů

Studijní program

Matematika a její aplikace

Oponent práce

Doc. RNDr. Přemysl Holub, Ph.D.

Splnění cílů práce:

nadstandardně velmi dobře splněny s výhradami nebyly splněny

Odborný přínos práce:

nové výsledky netradiční postupy zpracování výsledků z různých zdrojů shrnutí výsledků z různých zdrojů bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

téměř žádné vzhladem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné, větší množství podstatnější, větší množství závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Tato práce se zabývá vrcholovým barvením grafů, konkrétně pak hypotézou, kterou vyslovil B. Reed v roce 1998, a která říká, že pro každý graf G je jeho chromatické číslo shora omezeno výrazem $\left\lfloor \frac{\omega(G) + \Delta(G) + 1}{2} \right\rfloor$, kde $\omega(G)$ značí klikovost grafu a $\Delta(G)$ jeho maximální stupeň. Tato hypotéza je sama o sobě velmi obtížně řešitelná, proto je její platnost zkoumána pro speciální třídy grafů, například definovaných pomocí zakázaných indukovaných podgrafů. Tímto směrem se hodnocená práce ubírá.

V kapitole 2 a 3 autor stručně uvádí základní pojmy z teorie grafů a z oblasti vrcholového barvení grafů, včetně některých základních výsledků a mimo jiné i uvádí Reedovu hypotézu. V kapitole 3.1. se zabývá platností této hypotézy pro některé třídy grafů, mj i definovaných pomocí zakázaných indukovaných podgrafů. V kapitole 4 pak na některé výsledky a postupy navazuje (konkrétně na článek [2] uvedený v přehledu literatury) a prokazuje platnost Reedovy hypotézy pro třídu grafů definovanou pomocí 3 zakázaných indukovaných podgrafů a jedné dodatečné podmínky. Tento výsledek zobecňuje některé známé výsledky právě z článku 2, konkrétně platnost R. hypotézy pro dvě třídy definované pomocí zakázaných čtveřic. Autor ukazuje, že tyto dvě třídy jsou podtřídami třídy grafů, pro kterou platnost Reedovy věty prokázal.

Tyto vlastní výsledky jsou značně netriviální a jejich dosažení svědčí o velmi dobrém přehledu autora v dané oblasti a o schopnosti osvojit si náročné důkazové techniky, které jsou v této oblasti obvyklé.

Práce je sepsána pečlivě na velmi slušné matematické úrovni, obsahuje několik formálních i neformálních chybek, nicméně nekazí dojem z jinak velmi povedené práce. K práci mám několik zásadnějších připomínek a pak několik drobností.

Podstatné

- Trochu zmatečně působí číslování vět, definic atd., některé věty nebo hypotézy jsou bez čísla (strana 9), některé mají písmena a některé čísla.
- Proč v přehledu výsledků uvádíte důkazy známých vět? Například na straně 10 nebo 11. Při dalším čtení vyplyne, že důkaz věty 10 je potřebný (a je vlastně základem) pro důkaz vlastního výsledku (věta 14), je však třeba toto jasně komentovat, proč se zde důkaz známé věty uvádí.
- Některé věty nemají odkaz na literaturu (např. věty 1, 4, 8 a 9). Je třeba je řádně odcitovat. Nebo jsou to vlastní výsledky?
- Není příliš standardní uvádět tvrzení uvnitř důkazu (věty 10). Asi to vzniklo překladem slova „Claim“, možná bych to přeložil jako „Fakt“.
- Na straně 9, řádek 8 – pokud by tento graf měl chromatické číslo 9, odporoval by Brooksově větě. Tedy $\chi(G)=8$.
- Na začátku mi trochu chybí motivace, proč se zabýváme třídami grafů definovaných zakázanými indukovanými podgrafy.
- Ve výčtu vět mi chybí např. uvedení (formulace) Strong Perfect Graph Theorem, Grotzsch Theorem, Beinekeho charakterizace line grafů. V práci je zmiňujete, tématu se týkají.

Méně podstatné

- V abstraktu i celém textu používáte „graf splňuje hypotézu“, buďto splňujete podmínky něčeho, nebo pro daný graf (třídy) hypotéza platí (je pravdivá).
- Anglický abstrakt – „we will introduce the concept of vertex colouring“ – asi nezavádíte nový pojem (introduce), buďto „vertex colourings“ nebo „a vertex col...“.
- „v Kapitole“, „ve Větě“ apod. vždy malé písmeno.
- Str. 2, „graf má řád n , pokud $\dots = n$ “, je třeba psát opačně „ $n = \dots$ “ definujete číslo „ n “. Podobně odhad $\chi(G)$ pomocí $\omega(G)$ na straně 8.
- Proč definujete orientované grafy a hranové barvení, když se jimi v práci nezabýváte?
- Str. 3 a 4, definice max. stupně, klikovosti a nezávislosti - používáte slovo „největší stupeň, největší množiny“ atd. Není to zcela přesné. Pokud máte 3 vrcholy max. stupně, největší neexistuje.
- Str. 5, odd hole se obvykle bere rovnou jak indukovaná (např. Strong Perfect Graph Theorem).
- Str. 5, DF 1 – není množina B vázaná na konkrétní kružnici C ? Možná bych značil B_C .
- Str. 14, případ $k \geq 3$ – „Sporem předpokládejme, že x nesusedí se dvěma po sobě jdoucími...“ Asi je třeba říct, že $d_C(x)=2$ a sousedi x nejsou po sobě jdoucí na C .
- Str. 21, odstavec -3, asi bych napsal „Nyní ukážeme, že ... Sporem předpokládejme...“ Trochu lépe strukturovat text důkazu.

Práci doporučuji – ~~nedoporučuji~~ uznat jako kvalifikační (*nehodící se škrtněte*).

Navrhuji hodnocení známkou:

Výborně

Datum, jméno a podpis:

10.6. 2024 DOC. HOLUB

1904. 1905

1906. 1907