

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

Bakalářská práce

Návrh regulátorů rychlosti a polohy paralelního robotu ATEGA

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 28. května 2012

Tomáš Krotký

Abstract

Tato bakalářská práce se zabývá identifikací paralelního robotu ATEGA a přenastavením jeho regulátorů polohy a rychlosti za cílem zvýšení celkové přesnosti. Popisuje jednotlivé kroky a metody, které byly za tímto účelem použity. Zejména pak současný stav a nastavení paralelního robotu ATEGA, návrh matematického modelu, identifikaci systému, návrh nového nastavení regulátorů polohy a rychlosti a ověření vlastností nově navržené regulace.

Abstract

This bachelor thesis deals with the identification of parallel robot ATEGA and design a new setting of position and speed controllers to increase the overall accuracy. It describes the steps and methods that were used for this purpose. In particular, the current situation and setting of parallel robot ATEGA, design mathematical model, system identification, design a new setting of speed and position controllers and verify the characteristics of newly designed control.

Klíčová slova

Identifikace, kaskádní regulace, matematický model, notch filtr, paralelní robot, regulátor polohy, regulátor rychlosti.

Keywords

Identification, cascade control, mathematical model, notch filter, parallel robot, position controller, speed controller.

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval Prof. Ing. Miloši Schlegelovi, CSc. a Ing. Milanu Štětinovi za jejich podněty a odborné připomínky při tvorbě této bakalářské práce. Také bych rád poděkoval své rodině, přítelkyni i přátelům za jejich podporu a pochopení.

Obsah

1	Úvod	1
2	Základní pojmy	3
2.1	Systém	3
2.2	Popis systému	3
2.2.1	Vnější popis	3
2.2.2	Vnitřní popis	3
2.3	Řízení a regulace	4
2.4	Regulační obvod	5
2.5	Regulátor	5
2.5.1	Proporcionální regulátor	6
2.5.2	Integrační regulátor	6
2.5.3	Derivační regulátor	6
2.5.4	Proporcionálně integrační regulátor	6
2.5.5	Proporcionálně derivační regulátor	7
2.5.6	Proporcionálně integračně derivační regulátor	7
2.5.7	Přehled přenosů jednotlivých regulátorů	7
2.6	Kaskádní regulace	7
2.7	Kvalita regulace	8
2.8	Identifikace systému	9
2.9	Notch filtr	9
3	Původní stav a nastavení	10
4	Základní požadavky a problémy	12
5	Návrh matematického modelu	13
5.1	Motor s ideálním ukotvením	13
5.2	Motor s pružným ukotvením	16
5.3	Realizace vstupu matematického modelu	19
5.4	Ideálně ukotvený motor s napětím na vstupu	21

5.5	Pružně ukotvený motor s napětím na vstupu	23
6	Identifikace systému	26
6.1	Identifikace systému dopočtem	26
6.2	Identifikace systému z frekvenční odezvy	27
6.3	Identifikace systému minimalizací odchylky	28
7	Návrh regulátorů	31
8	Závěr	35
	Literatura	36
	Příloha	37

1 Úvod

Tato bakalářská práce je zaměřena na identifikaci paralelního robotu ATEGA (viz foto na obrázku 1.1) a zvýšení celkové přesnosti nalezením lepšího nastavení regulátorů polohy a rychlosti. Tento robot byl vyroben na zakázku pro katedru kybernetiky Fakulty aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni jako učební pomůcka pro výuku řízení. Jeho případným účelem v průmyslu by mohla být přesná manipulace s výrobními součástkami či případné obrábění.

Robot se skládá ze dvou spojených ramen a efektoru. Ramena a efektor pohání celkem čtyři motory značky Lenze, které jsou řízeny čtyřmi měniči a průmyslovým počítačem. Dva měniče slouží pro řízení otáček a vertikální osy manipulátoru. Zbylé dva měniče slouží k řízení ramen robotu. Dále robot obsahuje převodovku, která snižuje otáčky motoru 1:25 a několik odporových senzorů, které zabezpečují vypnutí pohonů při dosažení koncových dojezdů.

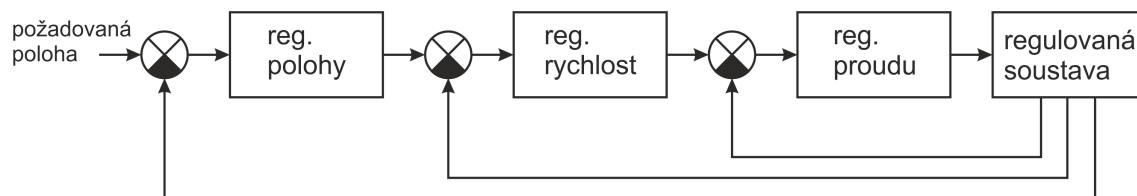
Tento robot je, jako mnoho servomechanismů, řízen pomocí tzv. kaskádní regulace (viz 2.6). V tomto případě se celá regulace dělí mezi tři regulátory. Regulátor proudu (či momentu), regulátor rychlosti a regulátor polohy. Tyto regulátory jsou řazeny za sebou a každý z nich má vlastní zpětnou vazbu (viz schéma na obrázku 1.2). Vzhledem k tomu, že regulátor proudu je závislý především na konkrétním použitém motoru a byl již nastaven Ing. Milanem Štětinou, jeho nastavení není předmětem této bakalářské práce.



(a) Pohled na ramena a efektor

(b) Pohled na celý robot

Obrázek 1.1: Paralelní robot ATEGA.



Obrázek 1.2: Jednoduché schéma kaskádní regulace.

2 Základní pojmy

2.1 Systém

Systém je množina prvků, mezi nimiž existují určité funkční vztahy, a která má jako celek určitý vztah ke svému okolí.

Systémy se dělí z pohledu teorie systémů na fyzikální a abstraktní a na neorientované a orientované. Z pohledu závislosti jejich chování v čase na vstupech se pak dělí na kauzální a nekauzální a na deterministické a stochastické systémy.

2.2 Popis systému

Regulační obvod i jeho jednotlivé součásti (regulátor, regulovaná soustava) mohou být určeny několika ekvivalentními popisy. Tyto popisy dělíme na vnější a vnitřní podle toho, zda jde o relaci vstup-výstup, tedy vnější popis, nebo o relaci vstup-stav-výstup, tedy vnitřní popis.

2.2.1 Vnější popis

Vychází z relace vstup-výstup a v případě jednoho vstupu a výstupu může být reprezentován například diferenciální rovnicí, přenosem v Laplaceově transformaci, přechodovou funkcí a charakteristikou, impulsní funkcí, frekvenčním přenosem, rozložením pólů a nul přenosu apod.

2.2.2 Vnitřní popis

Spočívá ve vyjádření závislosti mezi vstupem, stavem a výstupem a je považován za nejdokonalejší popis systému, neboť je z něj možné získat informace o vnitřních procesech, které nemusejí být z vnějšího popisu patrné.

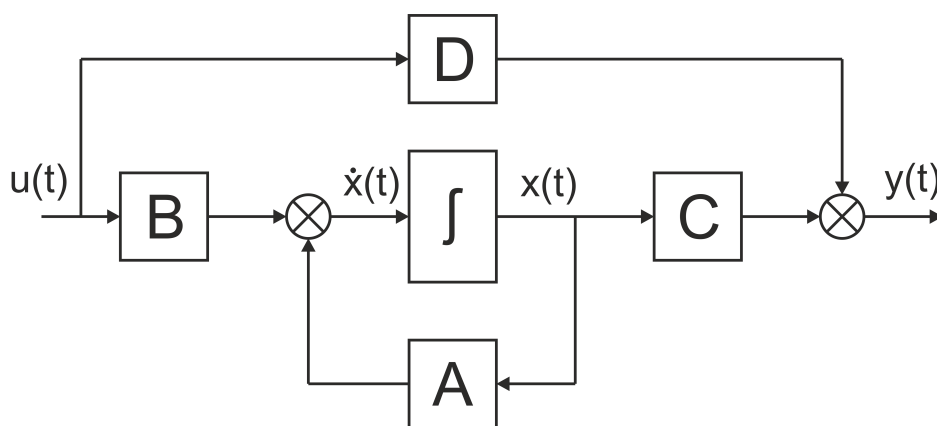
Tento popis systému vychází z úvahy, že pohyb systému lze zobrazit v

n -rozměrném prostoru, jenž nazýváme stavový prostor. Souřadnice tohoto stavového prostoru jsou stavové veličiny, které tvoří vektor stavu. Charakteristická relace vstup $u(t)$, stav $x(t)$ a výstup $y(t)$ je základem pro stavovou a výstupní rovnici systému, které spolu tvoří dynamické rovnice systému. Od dynamických rovnic lze přejít k maticovému vyjádření a maticím A , B , C , D , které tvoří strukturální schéma dynamických systémů (viz obrázek 2.1).

Zápis systému v maticovém tvaru má tvar:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.2)$$



Obrázek 2.1: Strukturální schéma dynamických systémů.

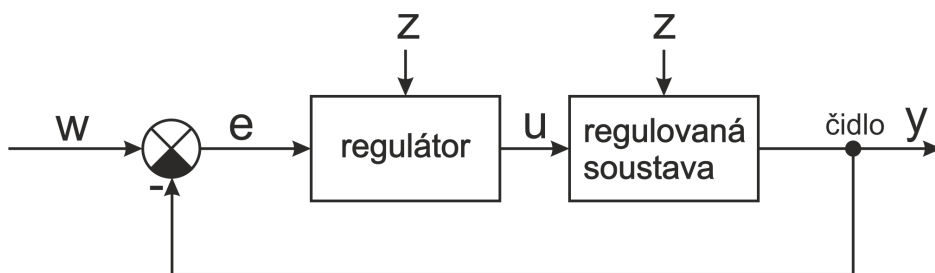
Matici A nazýváme maticí dynamiky systému, matici B vstupní maticí systému, matici C výstupní maticí systému a matici D maticí přímého působení vstupu na výstup. U fyzikálně realizovatelných systémů je matice D nulová, neboť není možné přenést signál ze vstupu na výstup v nulovém čase.

2.3 Řízení a regulace

Řízení je cílevědomé ovlivňování daného systému pomocí ovlivňování jeho vstupů. Řízení ovlivňuje vstupy řízeného systému, ale nemá žádné informace o jeho výstupech. Řízení s informací o výstupech řízeného systému se nazývá regulace. Hlavním účelem regulace je docílit požadované velikosti regulované veličiny na výstupu regulovaného systému. K tomuto účelu slouží regulační obvod. Zpětná vazba je jednou z hlavních částí tohoto regulačního obvodu.

2.4 Regulační obvod

Regulačním obvodem je myšlena skupina technických zařízení a prostředků, jimiž je u daného regulovaného systému zabezpečeno regulování požadovaných veličin. Nejčastěji je tvořen regulovaným systémem, regulátorem a zpětnou vazbou. Základní regulační obvod je v grafické podobě reprezentován na obrázku 2.2, kde w je požadovaná hodnota regulované veličiny, e je regulační odchylka ($w - y$), u je akční veličina vstupující do regulované soustavy a y je regulovaná veličina, která je neustále měřena pomocí čidla a porovnávána s požadovanou hodnotou. Z jsou poruchy působící na regulátor a regulovanou soustavu. Pokud je regulátor správně navržen, akční veličina svým působením na regulovanou soustavu zmenšuje regulační odchylku k nule.



Obrázek 2.2: Jednoduchý regulační obvod.

2.5 Regulátor

Regulátor je takový systém, který na základě regulační odchylky určí hodnotu akční veličiny tak, aby regulační odchylka byla nulová, nebo co nejmenší. Tímto způsobem regulátor pomocí zpětné vazby reguluje regulovanou veličinu do té doby, dokud je regulační odchylka různá od nuly. V případě, že regulovaná veličina je shodná s požadovanou hodnotou, je regulační odchylka nulová, akční veličina je rovněž nulová a regulátor se neprojevuje.

Regulátory nejčastěji dělíme podle jejich vlivu na regulační odchylku. Regulátor může běžně regulační odchylku zesilovat, integrovat, derivovat nebo tyto vlivy kombinovat. Podle toho rozlišujeme nejčastěji používané regulátory na typy uvedené dále.

2.5.1 Proporcionální regulátor

Proporcionální regulátor neboli P regulátor je nejjednodušším regulátorem. Regulační odchylka je přímo úměrná akční veličině a regulátor funguje jako zesilovač. Tato vlastnost je nepostradatelná i u dalších kombinovaných regulátorů. Hlavním znakem tohoto regulátoru je rychlá přechodová charakteristika.

2.5.2 Integrační regulátor

Integrační regulátor neboli I regulátor, jak již jeho název napovídá, integruje regulační odchylku a regulační veličina je tím větší, čím déle je regulační odchylka přítomna. Díky této vlastnosti dokáže integrační regulátor odstranit i jinak trvalé odchylky způsobené například vůlí v mechanických zařízeních apod.

2.5.3 Derivační regulátor

Derivační regulátor neboli D regulátor derivuje regulační odchylku, a proto reaguje pouze na její změnu. Vzhledem k tomuto faktu se nedá samotný D regulátor použít. Tento regulátor nachází uplatnění v rychlých procesech, kde jsou nutné rychlé zásahy při změnách regulační odchylky. Z fyzikálního hlediska není možné D regulátor realizovat. Proto se ve skutečnosti nepoužívá D regulátor, ale jeho realizovatelná aproximace.

2.5.4 Proporcionálně integrační regulátor

Tento regulátor je tvořen paralelním spojením P regulátoru a I regulátoru. Díky tomuto spojení vzniká PI regulátor, který je schopen zesilovat regulační odchylku a díky integrační složce jí i zcela odstranit. Díky tomu je PI regulátor nejčastějším kombinovaným regulátorem a je vhodný pro většinu běžně regulovaných systémů. Jeho největší využití je při regulování kmitavých soustav druhého i vyššího řádu. K jeho nastavitelným parametrům patří zesílení a integrační časová konstanta.

2.5.5 Proporcionálně derivační regulátor

Tento regulátor je tvořen, obdobně jako PI regulátor, paralelním spojením P regulátoru a D regulátoru. Takto vzniklý PD regulátor dokáže velmi rychle reagovat na změny regulační odchylky, a proto se hodí pro regulaci systémů s častými poruchami. Také je při správném nastavení časové konstanty tohoto regulátoru možné snížit řád regulované soustavy a tím zvýšit stabilitu regulovaného systému. K nastavitelným parametrům tohoto regulátoru patří zesílení a derivační časová konstanta.

2.5.6 Proporcionálně integračně derivační regulátor

Je tvořen paralelním spojením proporcionálního, integračního a derivačního regulátoru. Takto vzniklý PID regulátor má podobné vlastnosti jako PI regulátor. Na rozdíl od PI regulátoru ale dokáže reagovat rychleji a lépe se tak hodí pro regulování rychlých změn regulační odchylky.

2.5.7 Přehled přenosů jednotlivých regulátorů

Typ regulátoru:	Přenos $F_R(s)$:
P	K
I	$\frac{1}{T_I s}$
D	$T_D s$
PI	$K \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$
PD	$K (1 + T_D s)$
PID	$K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$

2.6 Kaskádní regulace

Kaskádní regulace je taková regulace, kdy regulovaná soustava hlavního regulátoru obsahuje další (podřazený) regulátor. Takovéto zapojení má hned několik výhod. Asi největší výhodou je, že poruchové vlivy jsou kompenzovány regulátorem dané smyčky a nezasahují tak do vyšších vrstev regulace, což vede ke zlepšení říditelnosti hlavní regulační smyčky.

Podmínkou funkčnosti kaskádní regulace je rychlejší odezva podřazené smyčky oproti smyčce hlavní.

2.7 Kvalita regulace

Pro porovnávání kvality regulace a zadávání požadavků na její kvalitu byly definovány veličiny, které zastupují obvykle formulované požadavky na kýžený průběh regulačního procesu. Těmito veličinami (zobrazenými též na obrázku 2.3) jsou:

- Maximální relativní přeregulování

$$\sigma_{max} = \frac{(h_{max}(t) - h(\infty))}{(h(\infty))} \quad (2.3)$$

nebo procentuálně

$$\sigma_{max} [\%] = \frac{(h_{max}(t) - h(\infty))}{(h(\infty))} 100 \quad (2.4)$$

- Časový okamžik maximálního přeregulování

$$h_{max}(t) = h_{max}(t_{\sigma_{max}}) \quad (2.5)$$

- Doba regulace

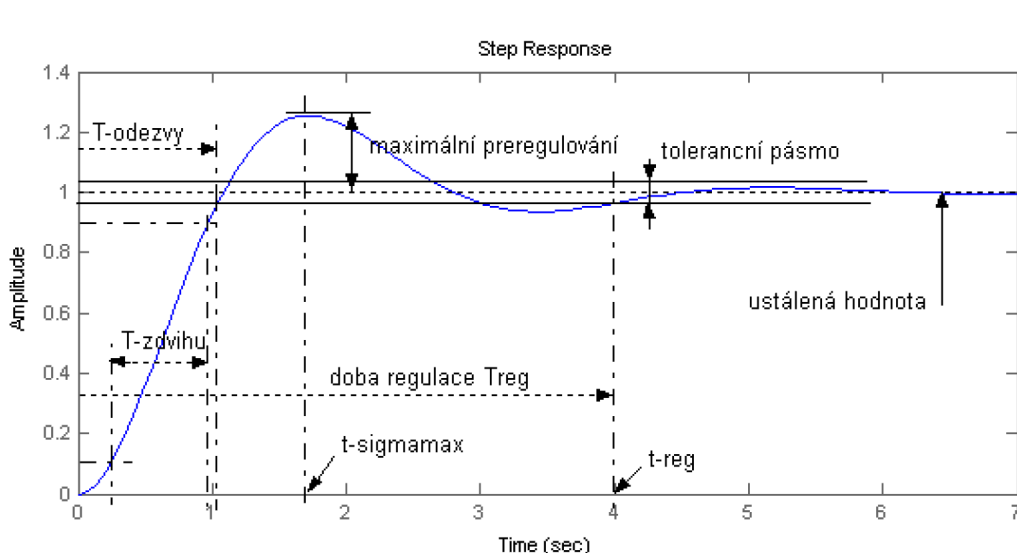
Je doba vymezená časovým okamžikem t_{reg} , od kterého již $h(t)$ zůstává uvnitř zvoleného tolerančního pásma $h(\infty) \pm \delta(3\%), \delta(5\%), \delta(10\%),$ apod.

- Doba odezvy

Je doba vymezená prvním časovým okamžikem t_{od} , kdy $h(t_{od}) = h(\infty)$.

- Doba zdvihu

Je definována časovým intervalem, ve kterém se změjí hodnoty odezvy z 10% na 90% své ustálené hodnoty $h(\infty)$.



Obrázek 2.3: Ukázka veličin kvality regulace.

2.8 Identifikace systému

Identifikace systému se zabývá návrhem matematického modelu na základě experimentálně získaných dat identifikovaného systému. V ideálním případě by měl být matematický model získaný identifikací daného systému s tímto systémem zaměnitelný. Takto vytvořené matematické modely jsou dále používány například k návrhu regulátorů, předpovídání vývoje sledovaných veličin, pro simulaci a zvyšování znalostí o identifikovaném systému apod.

2.9 Notch filtr

Notch filtr je frekvenční úzkopásmová zádrž, jejíž účel je ztlumit signál o určité frekvenci a frekvence v definovaném okolí od ní.

3 Původní stav a nastavení

Řízení paralelního robotu ATEGA vytvořil a prvotně nastavil Ing. Milan Štětina. Řízení je implementováno v řídicím systému REX, průmyslový počítač je vybaven operačním systémem Linux s rozšířením pro real-time, měniče obsahují software od Lenze, k jejich správě slouží program L-force Engineer (taktéž od Lenze) a komunikace s průmyslovým počítačem zajišťuje průmyslová ethernetová sběrnice EtherCAT.

Řízení bylo realizováno pomocí kaskádní regulace s využitím PI regulátorů. Nastavení jednotlivých regulátorů bylo provedeno pomocí Ziegler-Nicholsovy metody. Konkrétní nastavení jednotlivých PI regulátorů je uváděno ve tvaru $V_p \left(1 + \frac{1}{T_n s}\right)$ a bylo nastaveno na následující hodnoty:

Regulátor polohy:

$$F_p(s) = 10 \left(1 + \frac{1}{10s}\right); V_p = [mm], T_n = [s] \quad (3.1)$$

Regulátor rychlosti:

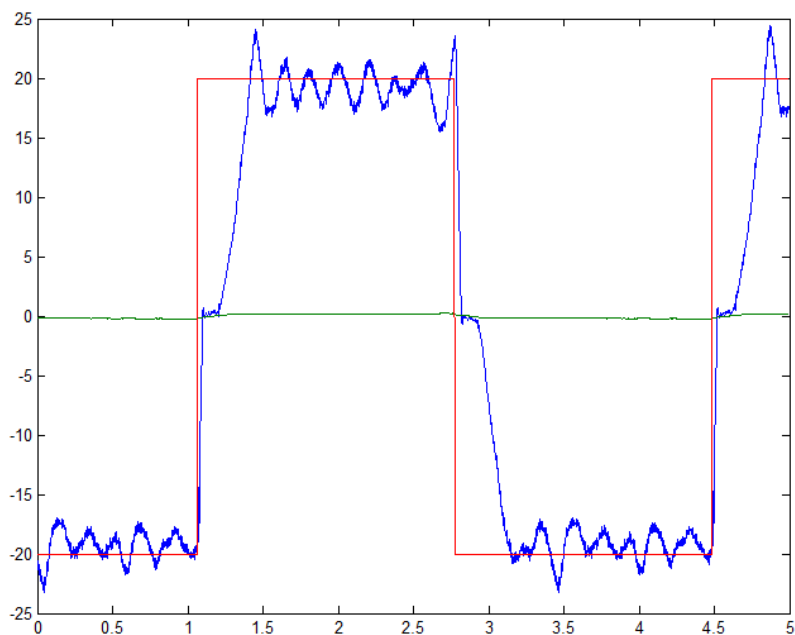
$$F_s(s) = 32 \cdot 10^{(-5)} \left(1 + \frac{1}{19.4 \cdot 10^3 s}\right); V_p = [Nm/rpm], T_n = [s] \quad (3.2)$$

Regulátor proudu:

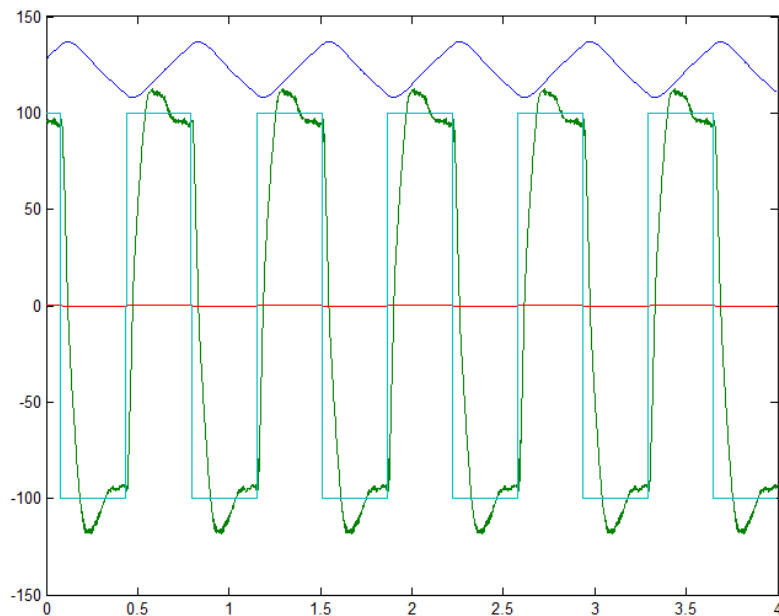
$$F_c(s) = 285 \cdot \left(1 + \frac{1}{6.5 \cdot 10^3 s}\right); V_p = [V/A], T_n = [s] \quad (3.3)$$

Software měničů umožňuje základní řízení implementovat přímo v měničích. Za tímto účelem jsou v softwaru přednastavené základní možnosti řízení. V tomto případě byly v softwaru měničů implementovány regulátory proudu a rychlosti. Regulátor polohy byl implementován v průmyslovém počítači pomocí řídicího systému REX.

Nastavení jednotlivých regulátorů se ukázalo jako nedostatečné a kvalita regulace nesplňovala očekávanou přesnost a rychlost. Grafy s odezvami na požadovanou rychlost jsou zobrazeny na obrázcích 3.1 a 3.2.



Obrázek 3.1: Graf odezvy rychlosti (červená - požadovaná rychlost [$^{\circ}/s$], modrá - skutečná rychlost [$^{\circ}/s$], zelená - skutečný proud [A])



Obrázek 3.2: Graf odezvy rychlosti (modrá - skutečná poloha [$^{\circ}$], světle zelená - požadovaná rychlost [$^{\circ}/s$], tmavě zelená - skutečná rychlost [$^{\circ}/s$], červená - skutečný proud [A])

4 Základní požadavky a problémy

Základním požadavkem je získání dostatečně dobře aproximujícího lineárního matematického modelu, pro nějž navržené řízení by vedlo ke zlepšení stávajícího stavu.

Základním požadavkem na kvalitu regulace paralelního robotu ATEGA je dosáhnout doby odezvy rychlosti, potažmo polohy, srovnatelné s jinými servomechanismy a motory. Doba odezvy rychlostní smyčky kaskádové regulace je po nastavení pomocí Ziegler-Nicholsovy metody přibližně 0.3 až 0.4 sekundy. Doba zdvihu je přibližně 0.165 sekundy (viz obrázek 3.1). Požadovaná doba odezvy rychlostní smyčky je přitom maximálně v řádech desítkách milisekund. Dalším požadavkem je omezit kmity kolem požadované hodnoty.

Největším problémem při návrhu řízení paralelního robotu ATEGA je obrovská nelinearita vznikající kvůli velkému suchému tření použitých řemenů, a to zhruba 15 až 20% jmenovitého momentu motoru. Další nelinearitou tohoto systému je vůle mezi zuby v převodovce.

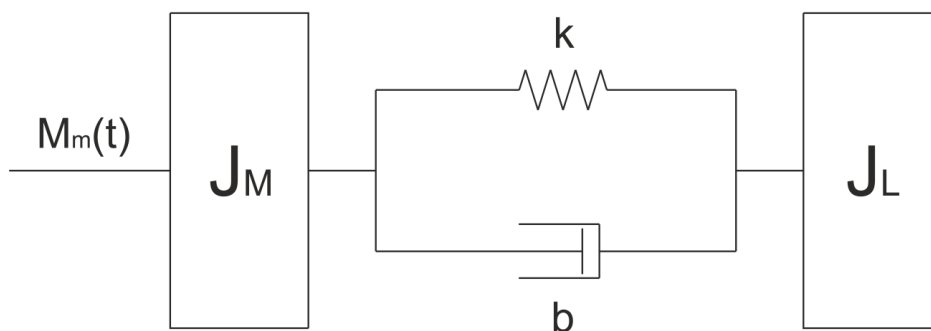
Z výše uvedených nelinearit vyplývá obtížná identifikace lineárního matematického modelu systému.

5 Návrh matematického modelu

Při návrhu lineárního t-invariantního matematického modelu regulovaného systému byly učiněny zjednodušující předpoklady, aby bylo možné vůbec regulovaný systém považovat za lineární. Hlavním zjednodušujícím předpokladem bylo zanedbání výrazného suchého tření, dále byla taktéž zanedbána vůle převodovky, nelinearita motoru a vliv teploty okolí.

5.1 Motor s ideálním ukotvením

Jako náhradní schéma k regulované soustavě byl nejprve navrhnout model ideálně ukotveného motoru s tlumenou pružnou vazbou mezi motorem a zátěží. Tento model je znázorněn na obrázku 5.1.



Obrázek 5.1: Model ideálně ukotveného motoru se zátěží

Vyjádříme-li proměnné:

$M_m(t)$ = hnací moment motoru

J_M = moment setrvačnosti motoru

J_L = moment setrvačnosti zátěže

k = pružnost

b = činitel tlumení

$\varphi(t)$ = úhel natočení

Lze tento model popsat následujícími vztahy a rovnicemi:

$$J_M \ddot{\varphi}_M(t) = M_m(t) + k(\varphi_L(t) - \varphi_M(t)) + b(\dot{\varphi}_L(t) - \dot{\varphi}_M(t)) \quad (5.1)$$

$$J_L \ddot{\varphi}_L(t) = k(\varphi_M(t) - \varphi_L(t)) + b(\dot{\varphi}_M(t) - \dot{\varphi}_L(t)) \quad (5.2)$$

Odkud dostáváme:

$$J_M \ddot{\varphi}_M(t) + k(\varphi_M(t) - \varphi_L(t)) + b(\dot{\varphi}_M(t) - \dot{\varphi}_L(t)) = M_m(t) \quad (5.3)$$

$$J_L \ddot{\varphi}_L(t) + k(\varphi_L(t) - \varphi_M(t)) + b(\dot{\varphi}_L(t) - \dot{\varphi}_M(t)) = 0 \quad (5.4)$$

Dále:

$$\ddot{\varphi}_M(t) = -\frac{k}{J_M} \varphi_M(t) + \frac{k}{J_M} \varphi_L(t) - \frac{b}{J_M} \dot{\varphi}_M(t) + \frac{b}{J_M} \dot{\varphi}_L(t) + \frac{1}{J_M} M_m(t) \quad (5.5)$$

$$\ddot{\varphi}_L(t) = -\frac{k}{J_M} \varphi_L(t) + \frac{k}{J_L} \varphi_M(t) - \frac{b}{J_L} \dot{\varphi}_L(t) + \frac{b}{J_L} \dot{\varphi}_M(t) \quad (5.6)$$

Po zvolení:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= \varphi_M(t) \\ z_2(t) &= \varphi_L(t) \\ z_3(t) &= \dot{\varphi}_M(t) \\ z_4(t) &= \dot{\varphi}_L(t) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Dostáváme stavový popis systému:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_3(t) \\ \dot{z}_2(t) &= z_4(t) \\ \dot{z}_3(t) &= -\frac{k}{J_M} z_1(t) + \frac{k}{J_M} z_2(t) - \frac{b}{J_M} z_3(t) + \frac{b}{J_M} z_4(t) + \frac{1}{J_M} M_m(t) \\ \dot{z}_4(t) &= \frac{k}{J_L} z_1(t) - \frac{k}{J_L} z_2(t) + \frac{b}{J_L} z_3(t) - \frac{b}{J_L} z_4(t) \end{aligned} \quad (5.8)$$

V maticovém tvaru pak:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{J_M} & \frac{k}{J_M} & -\frac{b}{J_M} & \frac{b}{J_M} \\ \frac{k}{J_M} & -\frac{k}{J_L} & \frac{b}{J_L} & -\frac{b}{J_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_M} \\ 0 \end{bmatrix} M_m(t) \quad (5.9)$$

Výstupní matice pro úhel $\varphi_L(t)$ má tvar:

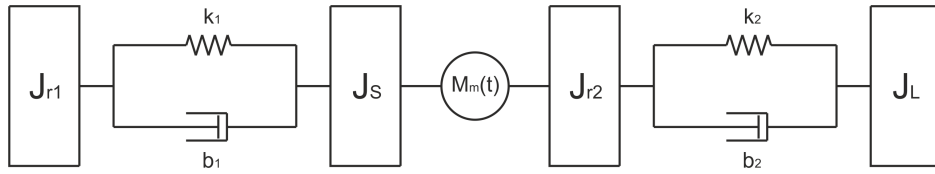
$$y_p(t) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Výstupní matice pro úhlovou rychlost $\dot{\varphi}_L(t)$ má tvar:

$$y_s(t) = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

5.2 Motor s pružným ukotvením

Z důvodu většího přiblížení matematického modelu reálnému systému byl navrhnout i matematický lineární t-invariantní model motoru s pružným ukotvením, který je zobrazen na obrázku 5.2.



Obrázek 5.2: Model motoru s pružným ukotvením a s pružnou zátěží

Po vyjádření neznámých:

$M_m(t)$ = hnací moment motoru

J_s = moment setrvačnosti statoru

J_{r1} = moment setrvačnosti ukotvení (rámu)

J_{r2} = moment setrvačnosti rotoru

J_L = moment setrvačnosti zátěže

k = pružnost

b = činitel tlumení

$\varphi(t)$ = úhel natočení

Tento model lze popsat vztahy a rovnicemi:

$$k_1(\varphi_s(t) - \varphi_{r1}(t)) + b_1(\dot{\varphi}_s(t) - \dot{\varphi}_{r1}(t)) = J_{r1}\ddot{\varphi}_{r1}(t) \quad (5.12)$$

$$k_1(\varphi_{r1}(t) - \varphi_s(t)) + b_1(\dot{\varphi}_{r1}(t) - \dot{\varphi}_s(t)) - M_m(t) = J_s\ddot{\varphi}_s(t) \quad (5.13)$$

$$k_2(\varphi_L(t) - \varphi_{r2}(t)) + b_2(\dot{\varphi}_L(t) - \dot{\varphi}_{r2}(t)) + M_m(t) = J_{r2}\ddot{\varphi}_{r2}(t) \quad (5.14)$$

$$k_2(\varphi_{r2}(t) - \varphi_L(t)) + b_2(\dot{\varphi}_{r2}(t) - \dot{\varphi}_L(t)) = J_L\ddot{\varphi}_L(t) \quad (5.15)$$

Odkud dostáváme:

$$\ddot{\varphi}_{r1}(t) = \frac{k_1}{J_{r1}}\varphi_s(t) - \frac{k_1}{J_{r1}}\varphi_{r1}(t) + \frac{b_1}{J_{r1}}\dot{\varphi}_s(t) - \frac{b_1}{J_{r1}}\dot{\varphi}_{r1}(t) \quad (5.16)$$

$$\ddot{\varphi}_s(t) = \frac{k_1}{J_s}\varphi_{r1}(t) - \frac{k_1}{J_s}\varphi_s(t) + \frac{b_1}{J_s}\dot{\varphi}_{r1}(t) - \frac{b_1}{J_s}\dot{\varphi}_s(t) - \frac{1}{J_s}M_m(t) \quad (5.17)$$

$$\ddot{\varphi}_{r2}(t) = \frac{k_2}{J_{r2}}\varphi_L(t) - \frac{k_2}{J_{r2}}\varphi_{r2}(t) + \frac{b_2}{J_{r2}}\dot{\varphi}_L(t) - \frac{b_2}{J_{r2}}\dot{\varphi}_{r2}(t) + \frac{1}{J_{r2}}M_m(t) \quad (5.18)$$

$$\ddot{\varphi}_L(t) = \frac{k_2}{J_L}\varphi_{r2}(t) - \frac{k_2}{J_L}\varphi_L(t) + \frac{b_2}{J_L}\dot{\varphi}_{r2}(t) - \frac{b_2}{J_L}\dot{\varphi}_L(t) \quad (5.19)$$

Po zvolení:

$$z_1(t) = \varphi_{r1}(t) \quad (5.20)$$

$$z_2(t) = \varphi_s(t)$$

$$z_3(t) = \varphi_{r2}(t)$$

$$z_4(t) = \varphi_L(t)$$

$$z_5(t) = \dot{\varphi}_{r1}(t)$$

$$z_6(t) = \dot{\varphi}_s(t)$$

$$z_7(t) = \dot{\varphi}_{r2}(t)$$

$$z_8(t) = \dot{\varphi}_L(t)$$

Dostáváme stavový popis systému:

$$\dot{z}_1(t) = z_5(t) \quad (5.21)$$

$$\dot{z}_2(t) = z_6(t)$$

$$\dot{z}_3(t) = z_7(t)$$

$$\dot{z}_4(t) = z_8(t)$$

$$\dot{z}_5(t) = -\frac{k_1}{J_{r1}}z_1(t) + \frac{k_1}{J_{r1}}z_2(t) - \frac{b_1}{J_{r1}}z_5(t) + \frac{b_1}{J_{r1}}z_6(t)$$

$$\dot{z}_6(t) = \frac{k_1}{J_s}z_1(t) - \frac{k_1}{J_s}z_2(t) + \frac{b_1}{J_s}z_5(t) - \frac{b_1}{J_s}z_6(t) - \frac{1}{J_s}M_m(t)$$

$$\dot{z}_7(t) = -\frac{k_2}{J_{r2}}z_3(t) + \frac{k_2}{J_{r2}}z_4(t) - \frac{b_2}{J_{r2}}z_7(t) + \frac{b_2}{J_{r2}}z_8(t) + \frac{1}{J_{r2}}M_m(t)$$

$$\dot{z}_8(t) = \frac{k_2}{J_L}z_3(t) - \frac{k_2}{J_L}z_4(t) + \frac{b_2}{J_L}z_7(t) - \frac{b_2}{J_L}z_8(t)$$

V maticovém tvaru pak:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{J_{r1}} & \frac{k_1}{J_{r1}} & 0 & 0 & -\frac{b_1}{J_{r1}} & \frac{b_1}{J_{r1}} & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{J_s} & -\frac{k_1}{J_s} & 0 & 0 & \frac{b_1}{J_s} & -\frac{b_1}{J_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_2}{J_{r2}} & \frac{k_2}{J_{r2}} & 0 & 0 & -\frac{b_2}{J_{r2}} & \frac{b_2}{J_{r2}} \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{J_L} & -\frac{k_2}{J_L} & 0 & 0 & \frac{b_2}{J_L} & -\frac{b_2}{J_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_s} \\ \frac{1}{J_{r2}} \\ 0 \end{bmatrix} M_m(t) \quad (5.22)$$

Výstupní matice pro úhel $\varphi_L(t)$ má tvar:

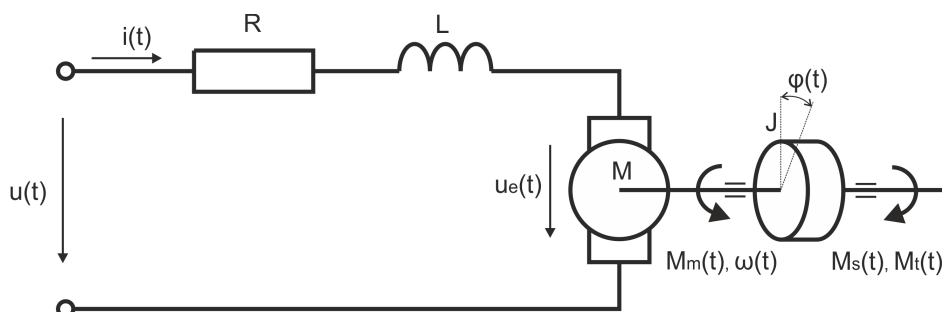
$$y_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Výstupní matice pro úhlovou rychlost $\dot{\varphi}_L(t)$ má tvar:

$$y_s(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

5.3 Realizace vstupu matematického modelu

Vzhledem k fyzikálnímu provedení skutečného regulovaného systému, jehož je motor přímou součástí, vstupní veličinou není hnací moment motoru, ale napětí na motoru. Kvůli této skutečnosti je nutné přidat k oběma matematickým modelům rovnice převádějící vstupní napětí na hnací moment. V podstatě se jedná o přidání modelu stejnosměrného motoru, jehož schéma je zobrazeno na obrázku 5.3.



Obrázek 5.3: Schéma stejnosměrného motoru.

Po určení proměnných:

$u(t)$ = Vstupní napětí na kotvě motoru

R = Odpor kotvy motoru ($R = 18.2 [\Omega]$)

L = Indukčnost kotvy motoru ($L = 51 [mH]$)

$i(t)$ = Proud kotvou motoru

$u_e(t)$ = Napětí vzniklé v důsledku rotace kotvy

M = Motor

J = Moment setrvačnosti rotoru ($J = 14 \cdot 10^{-6} [kg \cdot m^2]$)

$M_m(t)$ = Hnací moment motoru

$\omega(t)$ = Úhlová rychlost

$M_s(t)$ = Setrvačný moment

$M_t(t)$ = Třecí moment

$\varphi(t)$ = Úhel natočení

Lze toto schéma zapojení vyjádřit rovnicemi a vztahy:

$$M_m(t) = k_m \cdot i(t) \quad (5.25)$$

$$M_s(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (5.26)$$

$$u_e(t) = k_e \cdot \omega(t) \quad (5.27)$$

$$M_t(t) = b \cdot \omega(t) \quad (5.28)$$

Kde k_m představuje konstantu lineární závislosti hnacího momentu na proudu procházejícího kotvou motoru a je rovno $\frac{0.88}{1.3} \doteq 0.677$ [Nm/A] a za převodovkou je 25x větší. Konstanta b představuje viskózního tření. Stejně jako u hnacího momentu i zde předpokládáme lineární závislost.

Diferenciální rovnice získáme z Kirchhoffova zákona ze vztahu pro úhlovou rychlost otáčení $\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$ a rovnováhy momentů $\sum_i M_i = 0$. Jejich tvar je:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u(t) - k_e \omega(t) \quad (5.29)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + b\omega(t) = k_m \cdot i(t) \quad (5.30)$$

Po vyloučení vnitřní proměnné $i(t)$ lze model systému popsat jedinou diferenciální rovnicí druhého řádu. Volbou stavových proměnných a výstupní proměnné:

$$x_1(t) = i(t) \quad (5.31)$$

$$x_2(t) = \omega(t) \quad (5.32)$$

$$y(t) = \omega(t) \quad (5.33)$$

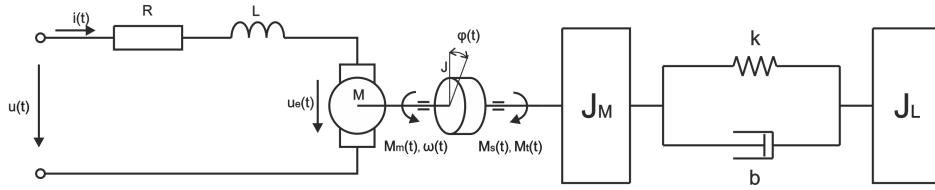
Dostáváme stavovou reprezentaci:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_e}{L} \\ \frac{k_m}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (5.34)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

5.4 Ideálně ukotvený motor s napětím na vstupu

Pokud přidáme matematický model stejnosměrného motoru k předchozímu matematickému modelu ideálně ukotveného motoru s pružnou zátěží, dostáváme systém znázorněný na obrázku 5.4.



Obrázek 5.4: Schéma stejnosměrného motoru s pružnou zátěží.

Po zvolení:

$$z_1(t) = \varphi_M(t) \quad (5.36)$$

$$z_2(t) = \varphi_L(t) \quad (5.37)$$

$$z_3(t) = \dot{\varphi}_M(t) \quad (5.38)$$

$$z_4(t) = \dot{\varphi}_L(t) \quad (5.39)$$

$$z_5(t) = i(t) \quad (5.40)$$

Dostáváme stavový popis systému:

$$\dot{z}_1(t) = z_3(t) \quad (5.41)$$

$$\dot{z}_2(t) = z_4(t) \quad (5.42)$$

$$\dot{z}_3(t) = -\frac{k}{J_M} z_1(t) + \frac{k}{J_M} z_2(t) - \frac{b}{J_M} z_3(t) + \frac{b}{J_M} z_4(t) + \frac{k_m}{J_M} z_5(t) \quad (5.43)$$

$$\dot{z}_4(t) = \frac{k}{J_L} z_1(t) - \frac{k}{J_L} z_2(t) + \frac{b}{J_L} z_3(t) - \frac{b}{J_L} z_4(t) \quad (5.44)$$

$$\dot{z}_5(t) = -\frac{k_e}{L} z_3(t) - \frac{R}{L} z_5(t) + \frac{1}{L} u(t) \quad (5.45)$$

V maticovém tvaru pak:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{J_M} & \frac{k}{J_M} & -\frac{b}{J_M} & \frac{b}{J_M} & \frac{k_m}{J_M} \\ \frac{k}{J_L} & -\frac{k}{J_L} & \frac{b}{J_L} & -\frac{b}{J_L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_e}{L} & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u(t) \quad (5.46)$$

Výstupní matice pro úhel $\varphi_L(t)$ má tvar:

$$y_p(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Výstupní matice pro úhlovou rychlost $\dot{\varphi}_L(t)$ má tvar:

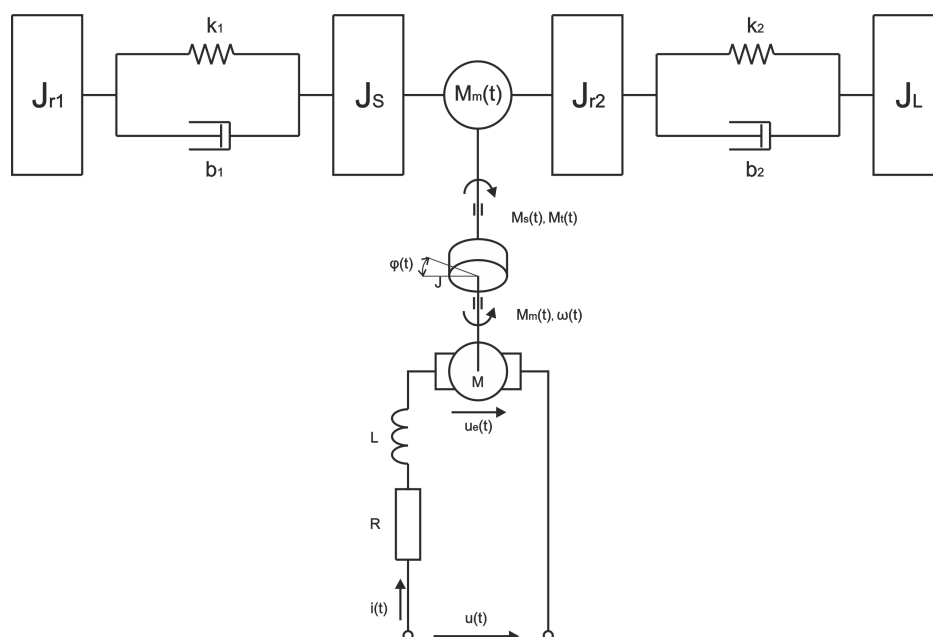
$$y_s(t) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Výstupní matice pro proud $i(t)$ má tvar:

$$y_i(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

5.5 Pružně ukotvený motor s napětím na vstupu

Pokud stejným způsobem sloučíme matematický model stejnosměrného motoru s matematickým modelem pružně ukotveného motoru s pružnou zátěží, dostaneme systém znázorněný na obrázku 5.5.



Obrázek 5.5: Schéma stejnosměrného motoru s pružnou zátěží a pružným ukotvením.

Po zvolení:

$$z_1(t) = \varphi_{r1}(t) \quad (5.50)$$

$$z_2(t) = \varphi_s(t) \quad (5.51)$$

$$z_3(t) = \varphi_{r2}(t) \quad (5.52)$$

$$z_4(t) = \varphi_L(t) \quad (5.53)$$

$$z_5(t) = \dot{\varphi}_{r1}(t) \quad (5.54)$$

$$z_6(t) = \dot{\varphi}_s(t) \quad (5.55)$$

$$z_7(t) = \dot{\varphi}_{r2}(t) \quad (5.56)$$

$$z_8(t) = \dot{\varphi}_L(t) \quad (5.57)$$

$$z_9(t) = i(t) \quad (5.58)$$

Dostáváme stavový popis systému:

$$\dot{z}_1(t) = z_5(t) \quad (5.59)$$

$$\dot{z}_2(t) = z_6(t) \quad (5.60)$$

$$\dot{z}_3(t) = z_7(t) \quad (5.61)$$

$$\dot{z}_4(t) = z_8(t) \quad (5.62)$$

$$\dot{z}_5(t) = -\frac{k_1}{J_{r1}}z_1(t) + \frac{k_1}{J_{r1}}z_2(t) - \frac{b_1}{J_{r1}}z_5(t) + \frac{b_1}{J_{r1}}z_6(t) \quad (5.63)$$

$$\dot{z}_6(t) = \frac{k_1}{J_s}z_1(t) - \frac{k_1}{J_s}z_2(t) + \frac{b_1}{J_s}z_5(t) - \frac{b_1}{J_s}z_6(t) - \frac{k_m}{J_s}z_9(t) \quad (5.64)$$

$$\dot{z}_7(t) = -\frac{k_2}{J_{r2}}z_3(t) + \frac{k_2}{J_{r2}}z_4(t) - \frac{b_2}{J_{r2}}z_7(t) + \frac{b_2}{J_{r2}}z_8(t) + \frac{k_m}{J_{r2}}z_9(t) \quad (5.65)$$

$$\dot{z}_8(t) = \frac{k_2}{J_L}z_3(t) - \frac{k_2}{J_L}z_4(t) + \frac{b_2}{J_L}z_7(t) - \frac{b_2}{J_L}z_8(t) \quad (5.66)$$

$$\dot{z}_9(t) = \frac{k_e}{L}z_6(t) - \frac{k_e}{L}z_7(t) - \frac{R}{L}z_9(t) + \frac{1}{L}u(t) \quad (5.67)$$

V maticovém tvaru pak:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \\ z_9(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_1}{J_{r1}} & \frac{k_1}{J_{r1}} & 0 & 0 & -\frac{b_1}{J_{r1}} & \frac{b_1}{J_{r1}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{J_s} & -\frac{k_1}{J_s} & 0 & 0 & \frac{b_1}{J_s} & \frac{b_1}{J_s} & 0 & 0 & -\frac{k_m}{J_s} \\ 0 & 0 & -\frac{k_2}{J_{r2}} & -\frac{k_2}{J_{r2}} & 0 & 0 & -\frac{b_2}{J_{r2}} & \frac{b_2}{J_{r2}} & \frac{k_m}{J_{r2}} \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{J_L} & -\frac{k_2}{J_L} & 0 & 0 & \frac{b_2}{J_L} & -\frac{b_2}{J_L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_e}{L} & -\frac{k_e}{L} & 0 & \frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \\ z_9(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u(t) \quad (5.68)$$

Výstupní matice pro úhel $\varphi_L(t)$ má tvar:

$$y_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \\ z_9(t) \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

Výstupní matice pro úhlovou rychlost $\dot{\varphi}_L(t)$ má tvar:

$$y_s(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \\ z_9(t) \end{bmatrix} \quad (5.70)$$

Výstupní matice pro proud $i(t)$ má tvar:

$$y_c(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \\ z_5(t) \\ z_6(t) \\ z_7(t) \\ z_8(t) \\ z_9(t) \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

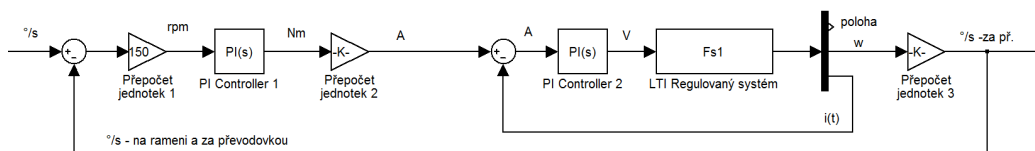
6 Identifikace systému

Při identifikaci regulovaného systému paralelního robotu ATEGA byla snaha minimalizovat nežádoucí linearitu. Z tohoto důvodu byl při měřeních vždy použit symetrický vstup, čímž se minimalizuje vliv suchého tření, působícího především v okolí nulových rychlostí.

6.1 Identifikace systému dpočtem

Z naměřených hodnot požadované rychlosti a skutečné rychlosti byl v programu MATLAB pomocí funkce `ident`¹ aproximován přenos celé rychlostní smyčky včetně dvou regulátorů, tří modulů na přepočet jednotek a dvou zpětných vazeb (viz obrázek 6.1). Takto získaný přenos je následující:

$$F_{celk}(s) = \frac{2.132 \cdot 10^{-14} s^2 + 247.6s + 1.779 \cdot 10^5}{s^3 + 60.74s^2 + 1.243 \cdot 10^4 s + 1.799 \cdot 10^5} \quad (6.1)$$



Obrázek 6.1: Kompletní schéma rychlostní smyčky.

Na základě tohoto přenosu byl vyjádřen přenos vnořené uzavřené smyčky regulátoru proudu a následně také přenos regulované soustavy. V obou případech bylo využito následujícího postupu:

¹ident - tato funkce otevírá nástroj pro identifikaci systémů s grafickým uživatelským rozhraním

$$F_{celk}(s) = \frac{F_{reg}(s)F_{sys}(s)}{1 + F_{reg}(s)F_{sys}(s)} \quad (6.2)$$

$$F_{celk}(s) + F_{celk}(s)F_{reg}(s)F_{sys}(s) = F_{reg}(s)F_{sys}(s) \quad (6.3)$$

$$F_{celk}(s) = (F_{reg}(s) - F_{reg}(s)F_{celk}(s))F_{sys}(s) \quad (6.4)$$

$$F_{sys}(s) = \frac{F_{celk}(s)}{F_{reg}(s)(1 - F_{celk}(s))} \quad (6.5)$$

Kde $F_{celk}(s)$ je přenos uzavřené smyčky, $F_{reg}(s)$ je přenos regulátoru v dané smyčce a $F_{sys}(s)$ je přenos celého vnořeného systému, tedy v prvním kroku přenos proudové smyčky a v druhém kroku přenos regulované soustavy.

Bohužel, vzhledem k nepřesným počátečním informacím, jejich průměrování, následným zaokrouhlovacím chybám a především snižující se tendenci přesnosti v průběhu výpočtu, se výsledný přenos obsahující polynomy třináctého a čtrnáctého stupně naprosto lišil od teoretických předpokladů a proto byl tento závěr označen za chybný.

6.2 Identifikace systému z frekvenční odezvy

Po předchozí neúspěšné identifikaci byl zvolen jiný způsob. Tímto způsobem je identifikace systému skrze frekvenční odezvu rychlostní smyčky systému.

Do systému byl přiveden sinusový vstup (požadovaná rychlost) a byl měřen výstup (skutečná rychlost). Ze získaných dat byla vypočtena logaritmická frekvenční amplitudová charakteristika (dále jen LFACH) (viz příloha 1) a logaritmická frekvenční fázová charakteristika (dále jen LFFCH) (viz příloha 2).

Během získávání a zpracování experimentálně získaných dat se opět projevila nelinearita systému. Kromě předpokládané závislosti přenosu a fázového posunu na frekvenci vstupního harmonického signálu se projevila i neurčitá závislost přenosu na velikosti amplitudy vstupního signálu při konstantní frekvenci (viz příloha 3). Dalším nežádoucím faktorem, který se projevil, byly různé odezvy systému na stejné vstupní signály měřené v jiný čas. Tento jev je připisován různým podmínkám při měření a to především různé teplotě

okolí a různé době používání robotu před pořízením záznamu. Zvláště teplota v okolí může mít značný vliv na vlastnosti oleje v převodovce.

Výsledné charakteristiky jsou rovněž zatíženy chybou měření a odečítání hodnot. Zvláště vyšší frekvence jsou vinou frekvence vzorkování $T_{vz} = 1 [ms]$ deformované a jejich průběhy neodpovídají realitě.

Na základě těchto charakteristik měl být navržen matematický model regulované soustavy. Bohužel vzhledem k odlišným výsledkům různých měření a odlišným systémům získaných aproximacemi z LFACH a LFFCH, z nichž ani jeden po dosazení do rychlostní smyčky v simulačním prostředí Simulink, jež je znázorněna na obrázku 6.1, neodpovídal naměřeným odezvám, nebylo možné určit parametry matematického modelu.

Průběh LFACH dává tušit jisté rezonanční frekvence na hodnotách 5 až 10 Hz a poté na frekvenci přibližně 80-200 Hz. Tyto frekvence jsou skutečně patrné na kmitavé odezvě reálné rychlostní smyčky, kde systém kmitá na frekvenci přibližně 5 Hz a na frekvenci přibližně 190 Hz. Tyto informace byly využity při pozdější úpravě systému, získaného z následující metody identifikace, sloužícímu pro ověření schopnosti notch filtru ztlumit onu frekvenci kolem 190 Hz.

6.3 Identifikace systému minimalizací odchytky

Dalším použitým postupem identifikace systému bylo nastavování parametrů matematického modelu regulované soustavy zasazené v simulačním modelu rychlostní smyčky (viz obrázek 6.1) tak, aby byl rozdíl výstupů matematického modelu rychlostní smyčky a naměřené odezvy reálné rychlostní smyčky minimální.

Vlastní minimalizace byla provedena v programu MATLAB a jeho simulačním prostředí Simulink. K určení parametrů matematického modelu regulované soustavy byla použita funkce `fminsearch`¹ a vlastní minimalizační algoritmus založený na cyklickém spouštění simulace s měněními se parametry matematického modelu a následným vyhodnocováním průměrné odchytky matematického modelu rychlostní smyčky od předlohy.

¹`fminsearch` - používá simplexovou metodu k nalezení lokálního minima funkce s libovolným počtem proměnných

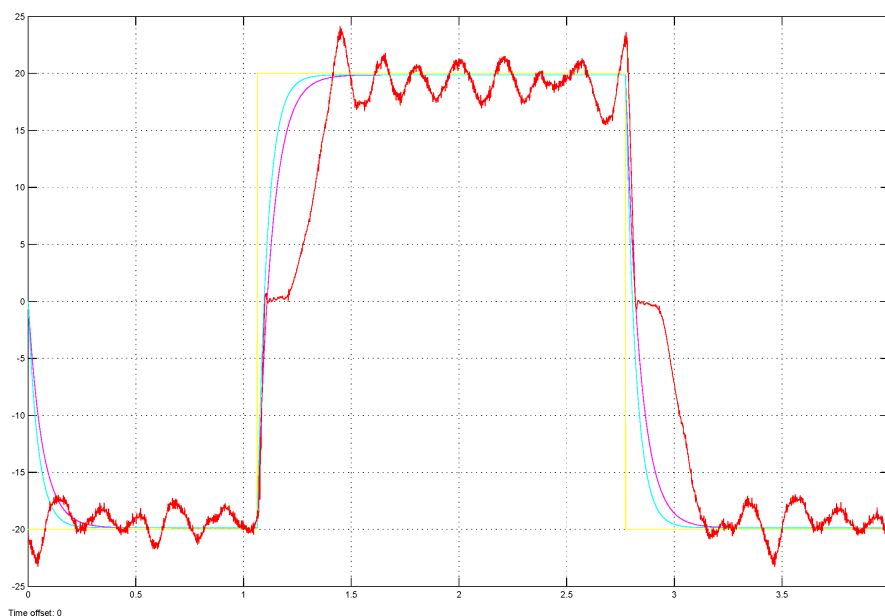
Jako předloha byla původně použita experimentálně získaná data odezvy rychlostní smyčky na obdélníkové pulzy, ale ukázalo se, že vlivem nelinearit není možné aproximovat naměřený signál lineárním modelem tak, aby průběhem sledoval vzorový signál pro různé vstupní signály. Také odezvy systému na sinusový vstupní signál nebylo možné použít, protože matematický model má jiné fázové posunutí oproti reálnému signálu, čímž vzniká trvalá odchylka, jež je nežádoucí minimalizovat.

Z tohoto důvodu byla jako předloha použita odezva systému vzniklého aproximací experimentálně získané odezvy rychlostní smyčky z bodu 6.1. Po minimalizaci odchylek byl získán matematický model regulované soustavy odpovídající odezvě aproximované rychlostní smyčky pro různé vstupní signály (viz obrázky 6.2 a 6.3). Na obou těchto grafech je zaznamenána požadovaná rychlost obdélníkového charakteru, skutečná odezva proudové smyčky (červený signál) a průběh matematických modelů ideálně i pružně ukotveného motoru, přičemž pružně ukotvený motor vykazuje rychlejší odezvu na vstupní signál. Oba tyto modely mají shodné nastavení společných parametrů.

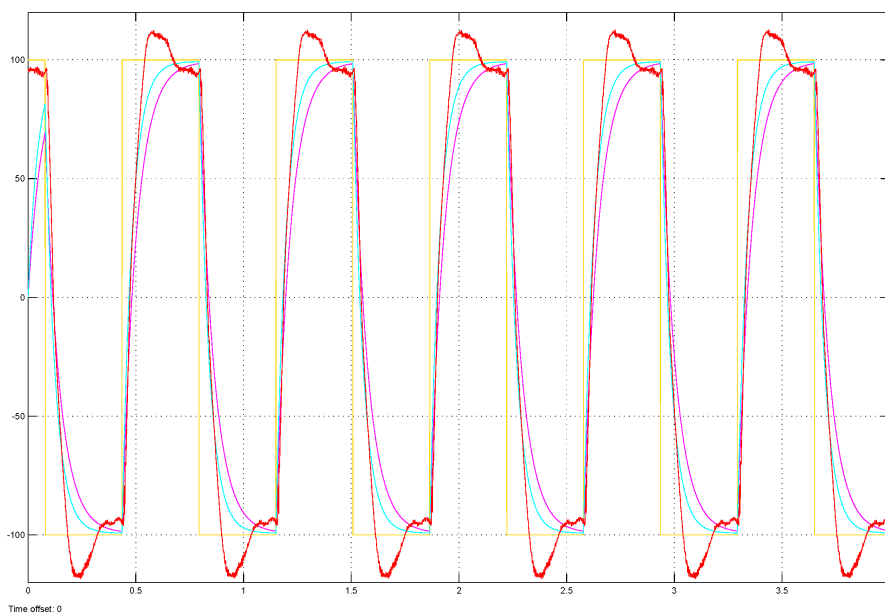
Parametry tohoto systému jsou následující:

$$\begin{aligned}k_1 &= 900 \\k_2 &= k = 1000 \\b_1 &= 10000 \\b_2 &= b = 1 \cdot 10^{-3} \\J_{r1} &= 10 \\J_s &= 0.01 \\J_{r2} &= J_M = 4.3 \\J_L &= 1 \cdot 10^{-3} \\k_e &= 8 \\L &= 51 \cdot 10^{-3} \\R &= 18.2 \\k_m &= \frac{0.88}{1.3} \cdot 25 = 16.923\end{aligned}$$

Takto získaný systém sice svým chováním přibližně odpovídá experimentálně získaným odezvám rychlostní smyčky pro většinu vstupních signálů při zanedbání vlivu suchého tření, ale na rozdíl od nich neprojevuje žádné kmitavé charaktery, které jsou pro následný návrh regulátoru nezbytné.



Obrázek 6.2: Porovnání nekovitavého matematického modelu se skutečnou odezvou rychlostní smyčky pro vstup s nižší frekvencí.



Obrázek 6.3: Porovnání nekovitavého matematického modelu se skutečnou odezvou rychlostní smyčky pro vstup s vyšší frekvencí.

7 Návrh regulátorů

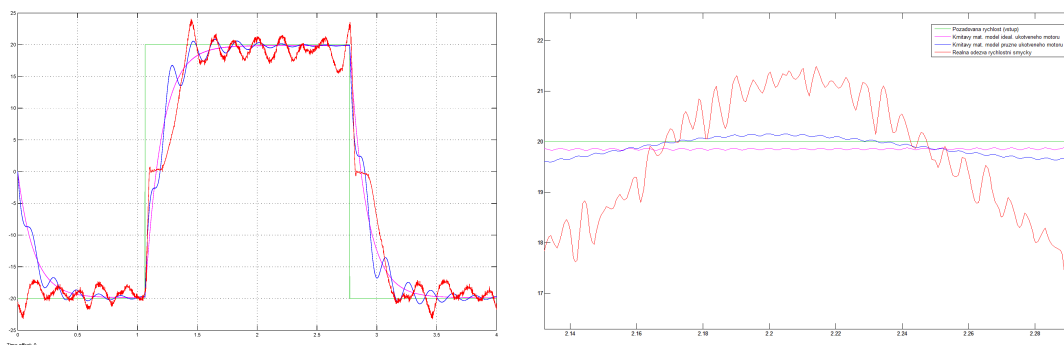
Při využití matematických modelů získaných simulací v bodě 6.3 bylo experimentálně zjištěno, že je možné dosáhnout rychlejší odezvy rychlostní smyčky, přesněji řečeno kratší doby odezvy, zvýšením zesílení regulátoru rychlosti. To je samozřejmě užitečné i kvůli překonání suchého tření v reálném regulovaném systému. Tomuto zvýšení zesílení však v reálné regulované soustavě brání kmity, u nichž při zvyšování zesílení regulátoru rychlosti roste amplituda natolik, že hrozí mechanické poškození robotu.

Abyste bylo možné zvyšovat zesílení regulátoru rychlosti, je nutné tyto kmity utlumit. Pro návrh řešení v simulačním prostředí byl vytvořen matematický model regulované soustavy vzniklý přizpůsobením matematického modelu z bodu 6.3 tak, aby odpovídal frekvenční odezvě reálné rychlostní smyčky získané v bodě 6.2.

Parametry tohoto systému jsou následující:

$$\begin{aligned}k_1 &= 11000 \\k_2 &= k = 1050000 \\b_1 &= 1 \cdot 10^{-5} \\b_2 &= b = 1 \cdot 10^{-5} \\J_{r1} &= 100 \\J_s &= 10 \\J_{r2} &= J_M = 8 \\J_L &= 0.8 \\k_e &= 8 \\L &= 51 \cdot 10^{-3} \\R &= 18.2 \\k_m &= \frac{0.88}{1.3} \cdot 25 = 16.923\end{aligned}$$

Tento systém sice neodpovídá průběhu skutečné rychlostní smyčky pro různé vstupní signály, ale jeho odezva na konkrétní vstupní signál obsahuje kmity o přibližně stejných frekvencích (viz obrázek 7.1a). Na obrázcích 7.1 je zřetelně vidět, že pouze model s pružným ukotvením motoru dokáže kmitat na frekvenci 5 i 200 Hz (modrý signál).

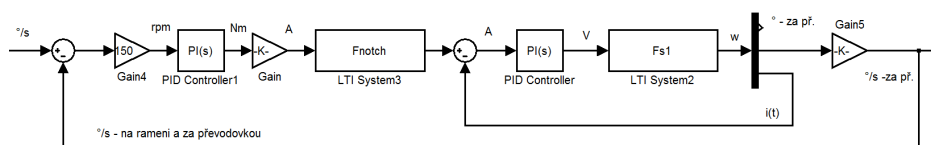


(a) Celková odezva kmitavého modelu. (b) Detail odezvy kmitavého modelu.

Obrázek 7.1: Odezva kmitavého modelu.

Kmity reálného systému viditelné na obrázku 7.1a mají přibližnou frekvenci 5 Hz a 180-200 Hz. Kmity bránící zvýšení zesílení regulátoru rychlosti jsou kmity o frekvenci 180-200 Hz. Pro matematický model použitý v simulaci potlačení kmitů byla zvolena frekvence 200 Hz. Detail těchto kmitů je zobrazen na obrázku 7.1b.

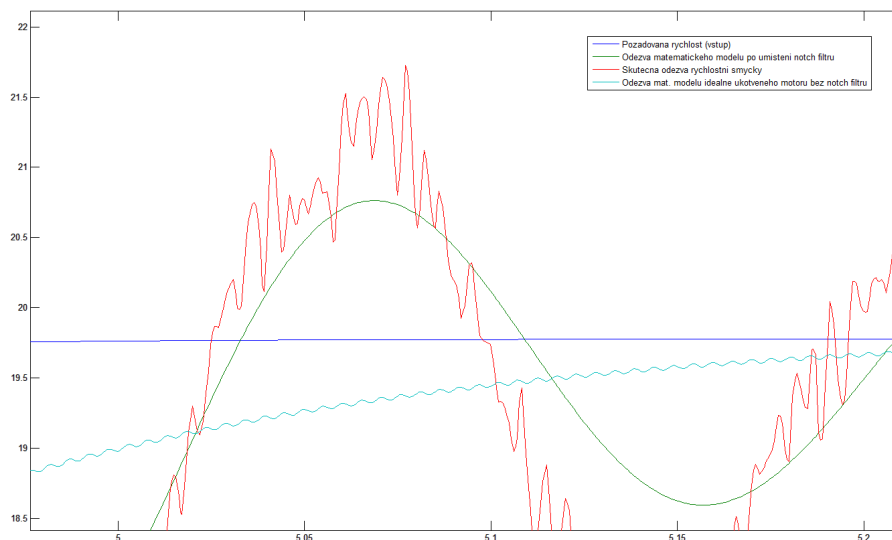
K potlačení kmitů je možné využít správně nastavený a ve schématu správně umístěný notch filtr, který sníží přenos na dané frekvenci. Software implementovaný v měničích robotu umožňuje umístění notch filtru mezi regulátor rychlosti a proudu. V simulačním prostředí byl navržen notch filtr potlačující frekvenci 200 Hz tak, aby se ověřilo, zda takto umístěný filtr je schopen potlačit kmity vzniklé v rychlostní smyčce. Simulačně bylo toto tvrzení úspěšně prokázáno. Schéma zapojení rychlostní smyčky s notch filtrem a odezvy soustavy s notch filtrem jsou zobrazeny na obrázcích 7.2 a 7.3.



Obrázek 7.2: Schéma zapojení rychlostní smyčky s vloženým notch filtrem.

Po úspěšném simulačním ověření schopnosti notch filtru potlačit nežádoucí kmity byla tato varianta vyzkoušena přímo na paralelním robotu ATEGA. Po zařazení notch filtru byla měněna šířka pásma i intenzita útlumu notch filtru ve snaze najít vhodné nastavení pro reálnou regulovanou soustavu. Kvůli snazší pozorovatelnosti utlumení kmitů bylo posléze zvýšeno zesílení regulátoru rychlosti a tím i zvýšena amplituda tlumených kmitů, ale

ani tak se nepodařilo nalézt účinné nastavení notch filtru i přes to, že tlumená frekvence filtru odpovídala měřené frekvenci kmitů.

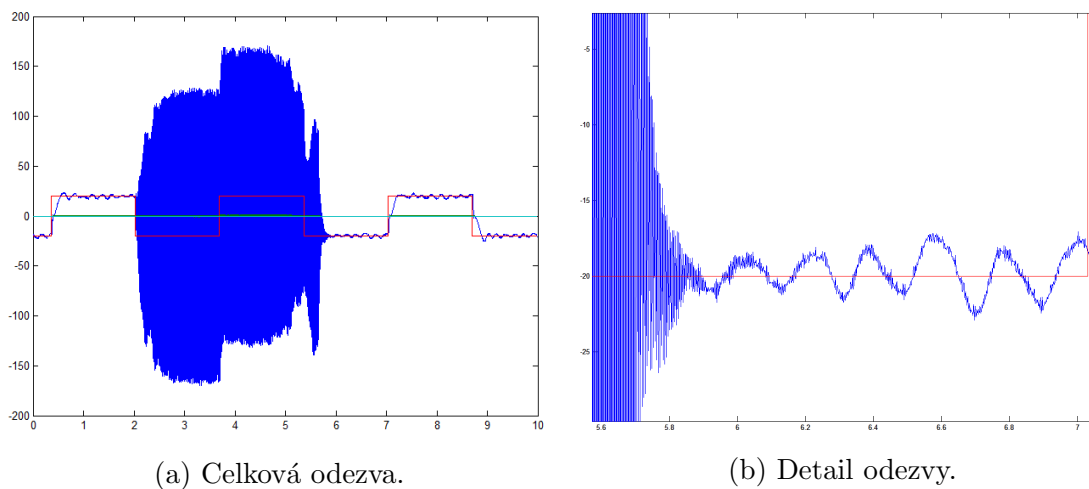


Obrázek 7.3: Odezva rychlostní smyčky v simulačním prostředí s vloženým notch filtrem.

Tento jev může mít několik příčin. Jednou možnou příčinou je, že problematická frekvence vzniká složením několika signálů o různé frekvenci, čemuž by nasvědčoval i nepravidelný reálný průběh tohoto signálu. Další z možných příčin nezatlumení kmitů je možnost, že jsou generovány jiným zdrojem, než je tomu v simulačním prostředí. Tato možnost by znamenala, že ani navržený matematický model regulovaného systému není dostatečně podobný reálnému regulovanému systému natolik, aby jej bylo možné použít při návrhu regulátorů.

Vzhledem k neschopnosti potlačení kmitů bránících zvýšení zesílení regulátoru rychlosti a absenci relevantního matematického modelu regulované soustavy bylo upuštěno od návrhu vlastních regulátorů do doby, kdy bude možné tyto kmity účinně potlačit a navrhnout příslušné regulátory bez současného omezení zesílení nebo kdy bude možné regulátory navrhnout pro realitě více odpovídající matematický model.

Při měření utlumení nežádoucích kmitů na paralelním robotu ATEGA bylo omylem na krátkou dobu dosaženo příliš velkého zesílení a nežádoucí kmity dosáhly mnohonásobku své běžné amplitudy. Záznam tohoto měření je zobrazen na obrázku 7.4.



Obrázek 7.4: Záznam zvýšené amplitudy při zvýšení zesílení regulátoru rychlosti.

K tomuto úkazu došlo při změně nastavení zesílení regulátoru rychlosti z $50 \cdot 10^{-5}$ na $100 \cdot 10^{-5}$ [Nm] (původní zesílení regulátoru rychlosti je $32 \cdot 10^{-5}$ [Nm]). Při této velikosti amplitudy signálu o frekvenci přibližně 190 Hz hrozí poničení robotu a vniká velmi intenzivní akustický hluk.

8 Závěr

Základním předpokladem úspěšného snížení doby náběhu odezvy rychlostní smyčky paralelního robotu ATEGA, což bylo hlavním požadavkem této bakalářské práce, bylo nalezení lineárního matematického modelu tohoto systému. Tento matematický model by musel odpovídat svými odezvami skutečnému systému natolik, že by jej bylo možné použít při návrhu regulátorů rychlosti a polohy. Vzhledem k nelinearitám regulovaného systému se nepodařilo nalézt lineární model, který by tyto požadavky splňoval.

Navzdory absenci kvalitního matematického modelu bylo zřejmé, že by zvýšení zesílení regulátoru rychlosti vedlo ke snížení doby náběhu odezvy rychlostní smyčky. Tuto hypotézu podporovaly i veškeré matematické modely vzniklé při snaze identifikovat regulovaný systém. Zvýšení zesílení regulátoru rychlosti u paralelního robotu ATEGA však brání nárůst amplitudy jedné z frekvencí, které jsou viditelné na kmitavém průběhu odezvy rychlostní smyčky.

I když se tuto frekvenci kmitavé odezvy povedlo ztlumit v simulačním prostředí pomocí umístění notch filtru mezi regulátory rychlosti a proudu, což je umístění realizovatelné i na reálném systému, v reálném systému se ztlumení těchto kmitů tímto způsobem neprojevovalo jako jakkoli účinné.

Hlavním problémem úspěšného řízení tohoto robotu je už jeho vlastní technické řešení, které není příznivé pro následný návrh řízení. Využití převodovky a použití řemenu k přenosu hnací síly z motoru na efektor robotu vnáší do systému nelinearity bránící úspěšnému použití lineárního matematického modelu.

Možným řešením návrhu řízení pro tento paralelní robot ATEGA by bylo měření odezvy systému při částečném rozebrání robotu, ať už odnětím zátěže nebo vymontováním motoru a jeho připevněním k natolik hmotnému rámu, aby jej bylo možné prohlásit za dokonale ukotvený. Je možné, že při následném návrhu řízení by byly lineární matematické modely dostačující k návrhu regulátorů, a že by takto navržené řízení bylo úspěšné i při řízení celé soustavy. Ani tato možnost se ale nejeví jako pravděpodobná, pokud by se nepodařilo ztlumit kmity omezující zesílení regulátoru rychlosti.

Literatura

BÖCKER, Joachim, Stephan BEINEKE a Alexander BÄHR
On the Control Bandwidth of Servo Drives
Dostupné z: <http://www.lea.uni-paderborn.de/fileadmin/Elektrotechnik/AG-LEA/forschung/veroeffentlichungen/2009/EPE2009-Boecker.pdf>

MELICHAR, Jiří
Lineární systémy 2: Učební text
ZČU Plzeň, 2011

HU, Yucai
Multivariable system identification for process control. 1st ed.
Oxford: Pergamon, 2001
ISBN 00-804-3985-3

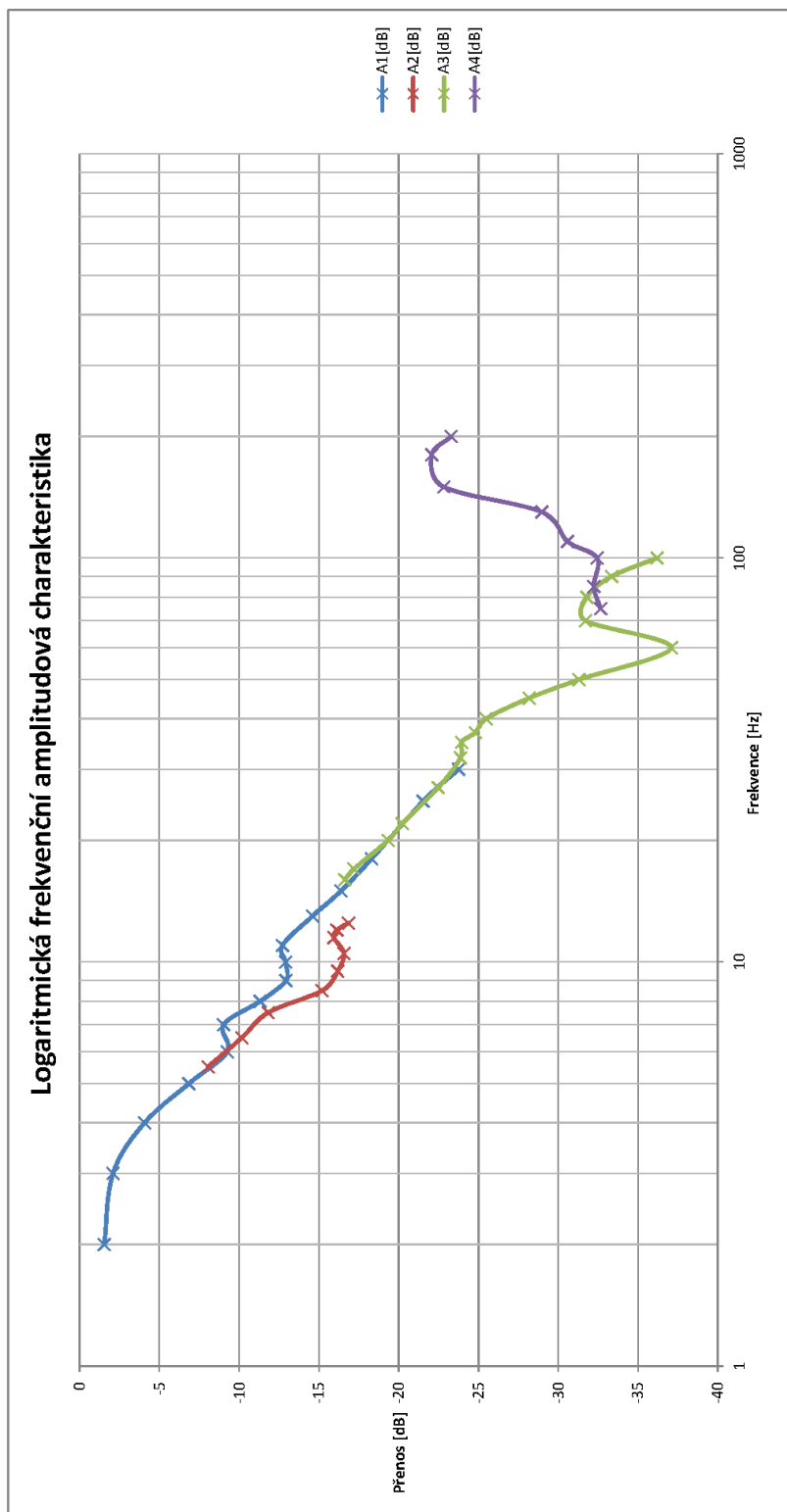
DUTTON, Ken, Steve THOMPSON a Bill BARRACLOUGH
The art of control engineering
Harlow: Prentice Hall, 1997
ISBN 02-011-7545-2

KUPKA, Libor
Kritéria jakosti regulace, složitější regulační obvody [online]
[cit. 2012-04-28]
Dostupné z: http://www.fm.tul.cz/libor.kupka/10_-_Pokrocile_techniky.pdf
Technická univerzita v Liberci

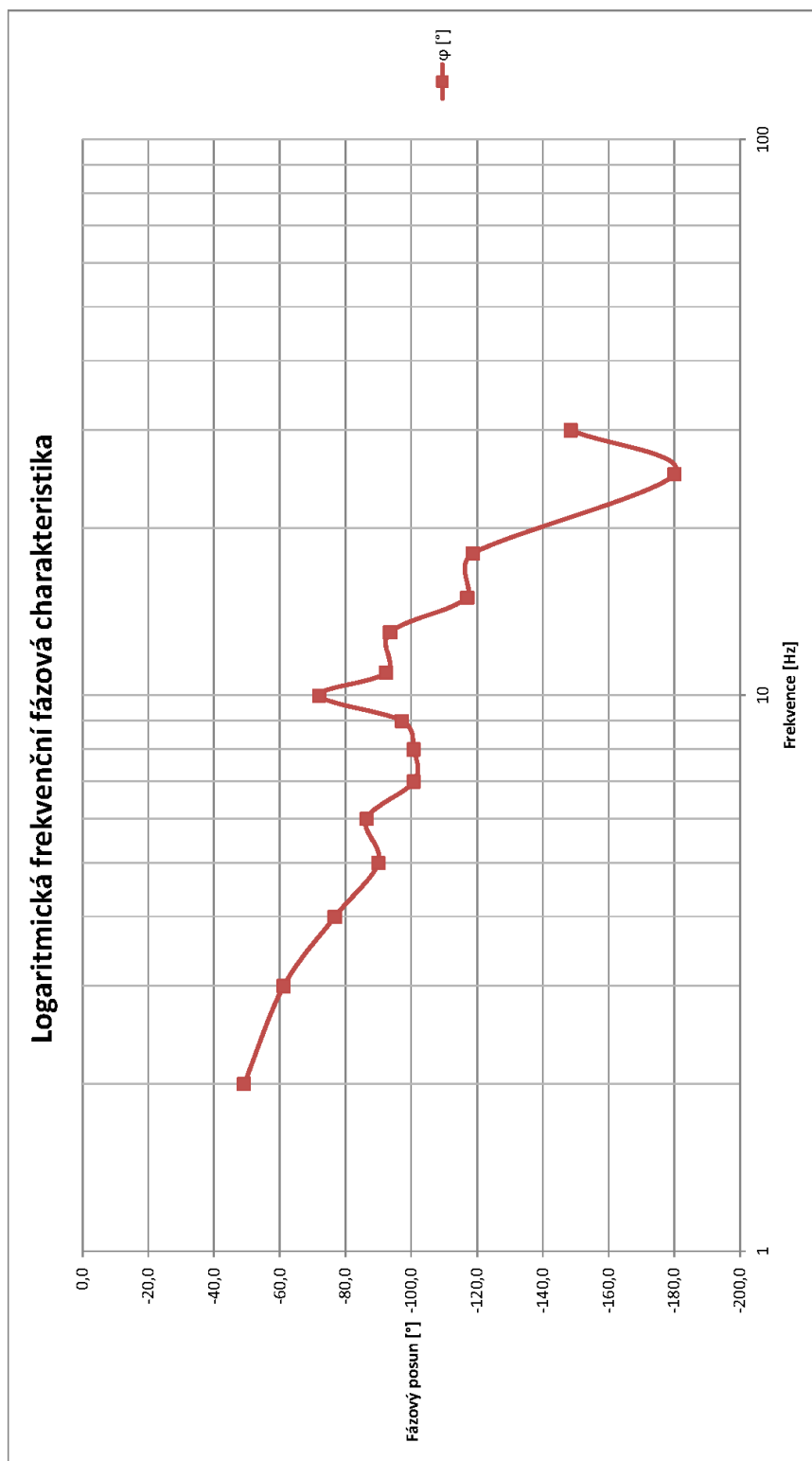
Příloha

Seznam příloh

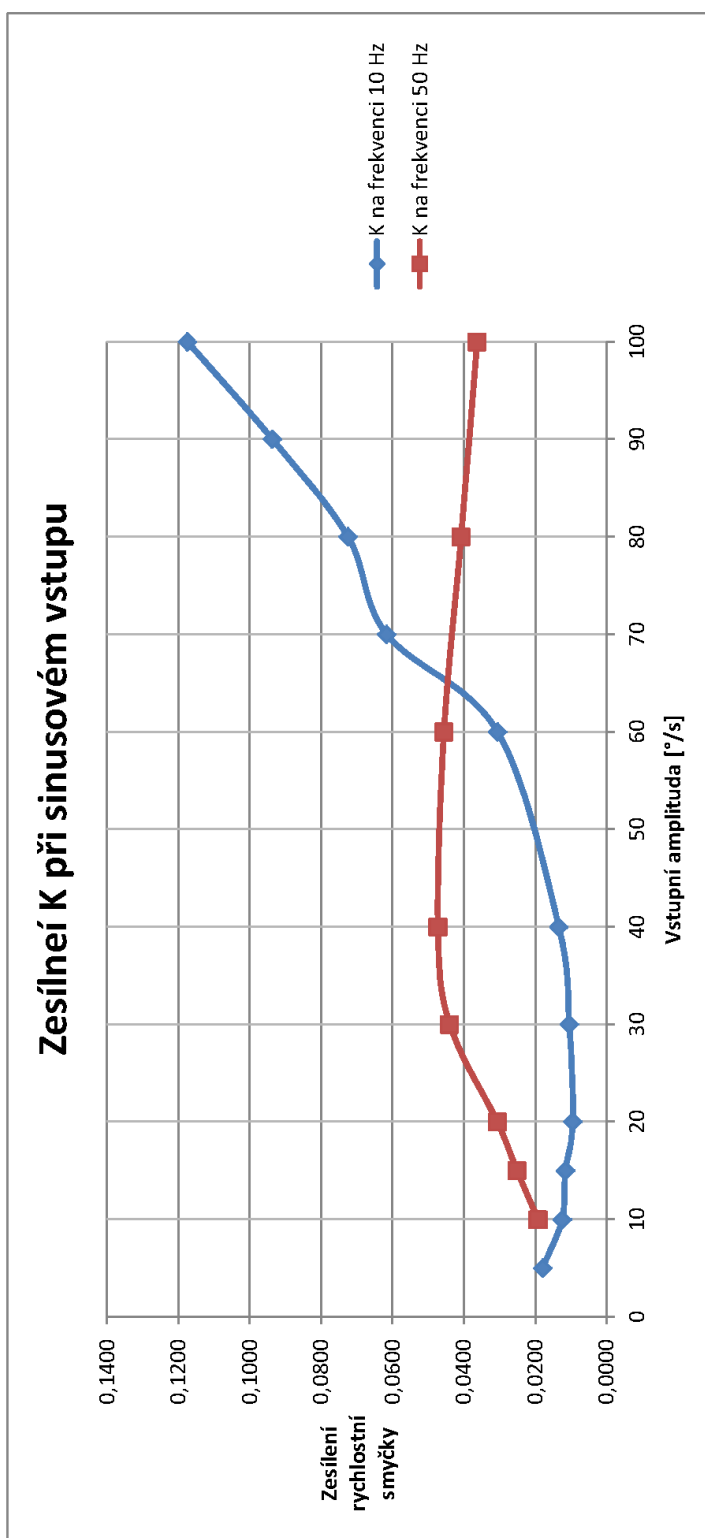
1	LFACH naměřené odezvy rychlostní smyčky při sinusovém vstupu.	39
2	LFACH naměřené odezvy rychlostní smyčky při sinusovém vstupu.	40
3	Zesílení vypočtené při dvou konstantních frekvencí sinusového vstupního signálu.	41



Příloha 1: LFACH naměřené odezvy rychlostní smyčky při sinusovém vstupu.



Příloha 2: LFACH naměřené odezvy rychlostní smyčky při sinusovém vstupu.



Príloha 3: Zesílení vypočítané při dvou konstantních frekvenci sinusového vstupního signálu.