

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra kybernetiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

PLZEŇ, 2013

JAN ŠKACH

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jan ŠKACH**
Osobní číslo: **A11N0074P**
Studijní program: **N3918 Aplikované vědy a informatika**
Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**
Název tématu: **Stanovení polohy pohybujícího se objektu pomocí satelitního systému**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í:

1. Úvod.
2. Satelitní systém a jeho použití v úloze stanovení polohy.
3. Stanovení polohy pohybujícího se objektu ze satelitních dat pro jeden časový okamžik.
4. Modely dopravní sítě jako omezení pro pohybující se objekty.
5. Stanovení polohy pohybujícího se objektu s využitím modelu dopravní sítě.
6. Ilustrační příklady.
7. Závěr.



Rozsah grafických prací: **dle potřeby**

Rozsah pracovní zprávy: **35-50 stránek A4**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

Dodá vedoucí diplomové práce

Vedoucí diplomové práce:

Prof. Ing. Miroslav Šimandl, CSc.

Úsek prorektora pro vědu

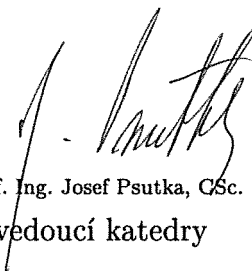
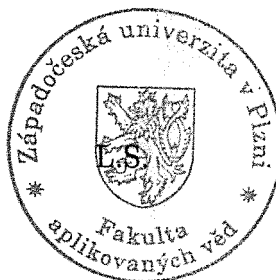
Datum zadání diplomové práce: **24. září 2012**

Termín odevzdání diplomové práce: **17. května 2013**



Doc. Ing. František Vávra, CSc.

děkan



Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.

vedoucí katedry

V Plzni dne 24. září 2012

PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 16. května 2013

.....
vlastnoruční podpis

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá využitím služeb globálního navigačního satelitního systému pro odhad polohy objektu při respektování předem známých omezení na trajektorii jeho pohybu. Nejprve je uveden matematický model měření pseudovzdáleností, který je prezentován v několika krocích se vzrůstající složitostí a značná pozornost je přitom věnována existenci různých lokálních souřadných systémů a časových základů. Následně je diskutován model dopravní sítě, který reprezentuje omezení na trajektorii pohybu objektu. Pro zjednodušení úlohy je dále uvažován pouze model cesty mezi dvěma uzly dopravní sítě, který je rozdělen na segmenty modelované pomocí úseček nebo kružnicových oblouků. Problém nalezení odhadu polohy je formulován jako problém nelineárních nejmenších čtverců, který je řešen Gauss-Newtonovou iterační metodou. V diplomové práci jsou diskutovány dva postupy využití informace z modelu cesty. Výsledky porovnání ukazují, že použití mapy dopravní sítě může vést k významnému zvýšení přesnosti odhadu polohy objektu v případě, že je mapa přesná.

Klíčová slova: GNSS, GPS, Omezený odhad, Gauss-Newtonova iterační metoda, Mapa dopravní sítě, Optimalizace s vazbovými podmínkami, MATLAB, Optimalizační toolbox

Abstract

This diploma thesis details a use of a global navigation satellite system services for a position estimation of an object with respect to its defined trajectory restrictions. At first, a mathematical pseudorange model is introduced in several steps with growing complexity while significant attention is paid to an existence of different local coordinate systems and time bases at the same time. Afterwards, a model of transportation network which represents the trajectory restrictions of a moving object is discussed. For a simplification, only a model of a single path between two nodes of the transportation network divided into partial segments approximated by line and arc segments is considered. The question of finding the state estimation is expressed as a problem of nonlinear least squares and it is solved by Gauss-Newton iterative method. In the thesis two techniques of the path model information utilization are discussed. Final results of the comparison indicate a significant increase of accuracy in position estimation when the precise model of transportation network is employed.

Klíčová slova: GNSS, GPS, Constrained estimation, Gauss-Newton iterative method, Transportation network map, Constrained optimization, MATLAB, Optimization toolbox

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl velice poděkovat mému vedoucímu diplomové práce Prof. Ing. Miroslavovi Šimandlovi CSc. za možnost výběru tématu a za jeho rady a odborné vedení v průběhu řešení stanovených cílů. Velké díky patří Ing. Ivovi Punčochářovi Ph.D. za pravidelné a inspirující konzultace, které hrály klíčovou roli při tvorbě obsahu, a tím významně přispěl ke konečným korekcím a podobě celé práce. Mé poděkování patří také všem, kteří se podíleli na závěrečných korekcích a jazykových úpravách práce.

Seznam zkratek

AEP Plán modernizace struktury GPS

AFB Letecká základna

BeiDou Čínský globální navigační satelitní systém

CORS Zpřesňující systém GNSS tvořený stanicemi soukromých a akademických organizací

ECEF Souřadný systém používaný v oblasti lokalizace rotující se Zemí

ECI Nerotující souřadný systém s počátkem os v těžišti Země

EGNOS Zpřesňující systém evropského systému Galileo patřící do třídy SBAS

ESA Evropská vesmírná agentura

GAGAN Zpřesňující systém indického systému IRNSS patřící do třídy SBAS

Galileo Evropský globální navigační satelitní systém

CS Komerční služba

OS Otevřená služba

PRS Veřejná regulovaná služba

SAR Služba vyhledání a záchrany

SoL Služba zabezpečení života

GIS Geografický informační systém

GLONASS Ruský globální navigační satelitní systém

GMES Systém monitorování životního prostředí a bezpečnosti

GNSS Globální navigační satelitní systém

GPS Americký globální navigační satelitní systém

C/A Civilní kód

P/Y Vojenský kód

GSA Evropská agentura globálního satelitního navigačního systému

GSO Geosynchronní orbit s dobou oběhu družice rovnou jednomu hvězdnému dni

HEO Vysoce eliptický orbit s vysokou nadmořskou výškou nejbližšího bodu od Země a nízkou nadmořskou výškou nejbližšího bodu od Země

ILS Pomocný systém přistání

IRNSS Indický regionální navigační satelitní systém

ISRO Indická vesmírná výzkumná organizace

JAXA Japonská vesmírná průzkumná agentura

LAAS Lokální systém zpřesňující službu GPS v oblasti letišť

MATLAB Programové prostředí počítačových simulací

MSAS Zpřesňující systém japonského systému QZSS patřící do třídy SBAS

MSE Střední kvadratická chyba

NAVSTAR Časování a vytyčování navigačního signálu

NDGPS Americký pozemní systém zpřesňující GPS pomocí vlastních korekcí signálu

QZS Quazi-zenith orbit patřící do skupiny HEO

QZSS Japonský regionální navigační satelitní systém

RNSS Regionální navigační satelitní systém

SA Umělá chyba vkládaná do signálu GPS

SBAS Označení systémů tvořených kombinací pozemního a vesmírného segmentu zpřesňující služby GNSS

SDCM Zpřesňující systém ruského systému GLONASS patřící do třídy SBAS

SNAS Zpřesňující systém čínského systému BeiDou patřící do třídy SBAS

WAAS Severoamerický zpřesňující systém SBAS pro GPS

XML Rozšiřitelný značkovací jazyk

Obsah

1	Úvod	3
2	Satelitní navigační systémy a jejich využití	4
2.1	Navigační satelitní systémy	4
2.2	Obecná struktura navigačních satelitních systémů	4
2.3	Globální navigační satelitní systémy	6
2.4	Regionální navigační satelitní systémy	11
2.5	Oblasti použití	12
3	Stanovení polohy objektu	14
3.1	Souřadné systémy	14
3.2	Model měření pseudovzdáleností	16
3.2.1	Základní model měření	16
3.2.2	Časové nepřesnosti a společný souřadný systém	17
3.2.3	Sestavení modelu měření pseudovzdáleností	19
3.2.4	Odhad stavu modelu měření pseudovzdáleností	20
3.2.5	Gauss-Newtonova iterační metoda	21
4	Modely dopravní sítě pohybujících se objektů	24
4.1	Digitální mapy dopravních sítí	24
4.2	Postupy tvorby a uložení digitální mapy	26
4.3	Reprezentace geometrické mapy	28
4.3.1	Modelování pomocí úsečky	28
4.3.2	Modelování pomocí kružnicového oblouku	29
4.3.3	Postup při tvorbě geometrické mapy	29
5	Stanovení polohy objektu s využitím dopravní sítě	31
5.1	Metoda nejbližšího bodu k neomezenému odhadu	31
5.1.1	Kolmý průmět na přímkou	31
5.1.2	Nejbližší bod na kružnici	32
5.2	Gauss-Newtonova iterační metoda s vazbovou podmínkou	33
5.2.1	Vazbová podmínka typu přímka	34
5.2.2	Vazbová podmínka typu kružnice	35
5.3	Metody pro výběr úseku mapy	37
5.4	Metody omezeného odhadu polohy při znalosti segmentu mapy	39
6	Ilustrační příklady	42
6.1	Analýza vlivu modelu na kvalitu odhadu polohy přijímače	42
6.2	Vytvoření modelu cesty	45
6.3	Stanovení omezené polohy objektu	47
6.4	Ilustrace metody výběru úseku mapy	50
6.5	Omezený odhad na části mapy	52

OBSAH

7 Závěr	55
Seznam literatury	56

1 Úvod

Tato diplomová práce pojednává o úloze stanovení polohy objektu pomocí navigačního satelitního systému. Jedná se o velmi zajímavou disciplínu z hlediska současného použití v praxi. Typickou ukázkou je úloha sledování vlaků, vozidel nebo osob. S vývojem satelitních systémů je spojený teoretický rozvoj této úlohy. Důraz je kladen především na bezpečnost a přesnost lokalizace.

K analýze úkolů spojených s úlohou určování polohy je nutné správné sestavení matematických modelů vnitřních dějů. Předpokladem vytvoření modelů je všeobecný přehled nejen z oblasti fyziky a matematiky. Důležitou roli pro bezchybný postup při hledání řešení na nejrůznější otázky z oblasti lokalizace hraje také dostatečná znalost teorie odhadu, matematické optimalizace a detekce chyb. Tyto disciplíny mohou zvýšit kvalitu odhadu polohy.

Mezi úlohy lokalizace, na které v současnosti není mnoho odpovědí patří úloha využití mapy možného pohybu při určování polohy nestacionárního objektu. Za předpokladu správného modelování by mohly aditivní informace pocházející z mapy přispět ke zvýšení přesnosti odhadu polohy objektu. Tato otázka slouží jako motivace pro práci samotnou.

Cílem diplomové práce je hledání řešení úlohy stanovení polohy objektu při respektování známých omezení na trajektorii jeho pohybu. Aby bylo vůbec možné stanovený záměr splnit, je nutné vypracovat ucelený přehled o současném stavu navigačních satelitních systémů. Jedná se především o jejich strukturu, použití v úloze stanovení polohy a možnosti rozšíření pomocí zpřesňujících navigačních systémů. Druhým úkolem práce bude vytvoření zjednodušeného modelu dopravní sítě možného pohybu objektu a propojení tohoto modelu s metodou hledání neomezeného odhadu polohy objektu. Tím bude možné zkoumat vlastnosti neomezeného a omezeného odhadu polohy a porovnat jejich kvalitu.

Samotná práce je rozdělena do několika částí s přirozenou posloupností. První kapitola prezentuje oblasti týkající se satelitních navigačních systémů. Obsah uvádí čtenáře do problematiky struktury těchto systémů a představuje krátkou historii jednotlivých globálních i regionálních navigačních systémů. Kapitola zakončuje část představující některé ze současných projektů a aplikací navigačních systémů v praxi. Další kapitola se týká samotné úlohy lokalizace objektu. Sem patří uvedení běžně používaných souřadných systémů a prezentace správného matematického modelu měření pseudovzdáleností, který představuje základní model úlohy určování polohy objektu. Druhá část kapitoly představuje metodu odhadu pro nalezení řešení tohoto nelineárního modelu i s algoritmickým postupem dosažení výsledku. Další kapitola se věnuje modelování dopravní sítě, zahrnuje přehledné informace o typech modelů a postupy tvorby databází mapových podkladů. Konec kapitoly patří vytvoření vlastní geometrické reprezentace mapy dopravní cesty, která se dále využívá v odhadu omezené polohy objektu při respektování jeho vázané trajektorie k mapě. Kapitola představuje různé metody omezeného odhadu a metody výběru vhodné části mapy možného výskytu objektu. Poslední kapitola přenáší algoritmy a matematické modely do příkladů, které mají ilustrovat účel, smysl a případně nedostatky představených teoretických poznatků. Závěr shrnuje dosažené teoretické i simulační výsledky a vybízí k dalšímu zpřesňování použitých matematických modelů.

2 Satelitní navigační systémy a jejich využití

Každý z nás se už v životě setkal s pojmem satelit nebo také družice. Jedná se o výjimečný objekt vytvořený člověkem, neustále rotující v gravitačním poli Země po stanovené trajektorii. Satelity plní nejrůznější funkce, které pomáhají ke zlepšení našeho života. Jedná se o satelity meteorologické, výzkumné, komunikační, vojenské nebo navigační. V současné době je na oběžných drahách Země něco kolem 1162 aktivních satelitů, avšak celkem už bylo vypuštěno do vesmíru přes 39 tisíc objektů [17]. Česká republika (dříve Československo) také přispěla do celkových statistik počtem šesti družic sloužících vědeckým účelům [26]. Éra českých družic začala roku 1978. Prvních pět družic neslo označení Magion a cílem jejich výzkumu bylo magnetické pole a ionosféra v okolí Země. Šestá družice pojmenovaná Mimosa, určená k měření satelitních zrychlení, se ihned po vynesení na oběžnou dráhu v roce 2003 stala z důvodu technické závady nefunkční. Žádná z českých družic už není v současné době aktivní. Tato práce pojednává o použití navigačních satelitů v úlohách určování geografické polohy na zemském povrchu i mimo něj, úlohách navigace a úlohách určení a synchronizace času.

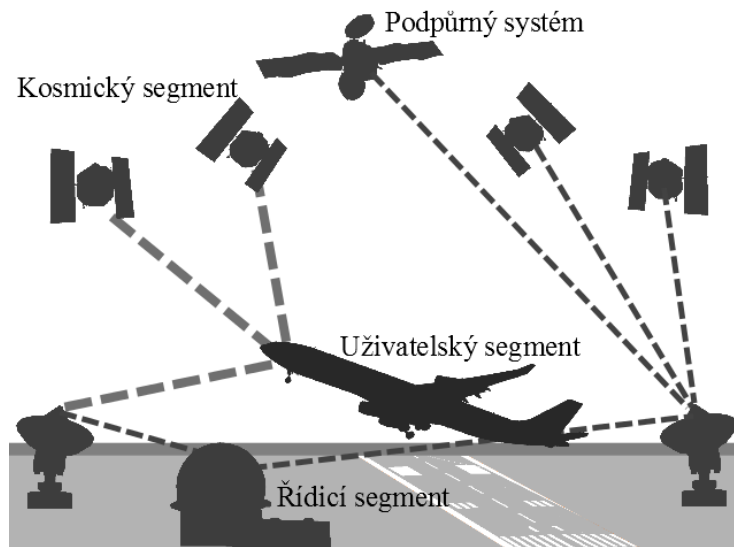
2.1 Navigační satelitní systémy

Globální navigační satelitní systém (GNSS z anglického *Global Navigation Satellite System*) je systém několika satelitů, monitorovacích stanic a přijímačů poskytující funkci navigace. Celá část zabývající se problematikou GNSS čerpá ze zdrojů [12, 18, 25]. V současné době existuje několik navigačních satelitních systémů. Za nejznámější z nich lze bezesporu označit Globální polohový systém (GPS), který zaznamenává počátek vývoje v Americe na začátku 80. let 20. století. Nicméně přibližně ve stejné době se v Rusku začíná pracovat na systému GLONASS, z jehož provozu má těžít hlavně ruská vláda. V 21. století se hovoří o nastupujícím evropském systému Galileo, který patří mezi trojici systémů poskytující lokalizaci objektů kdekoli na Zemi. Druhou skupinou poskytující dostatečně přesnou lokalizaci objektů na vymezeném území jsou regionální navigační satelitní systémy. Zde poskytuje služby japonský systém QZSS (*Quasi-Zenith Satellite System*) vyvíjený v poslední dekádě, stejně tak jako jeho indický protějšek IRNSS (*Indian Regional Navigation Satellite System*). Nesmíme však opomenout ani čínský BeiDou (*BeiDou Navigation Satellite System*), také znám jako COMPASS, který z dříve regionálního navigačního systému podstupuje transformaci, jejímž úkolem je vytvořit systém sloužící uživatelům vyskytujícím se kdekoli na Zemi. O jednotlivých systémech bude pojednáno dále. Nyní se zaměříme na strukturu navigačních satelitních systémů.

2.2 Obecná struktura navigačních satelitních systémů

Každý navigační satelitní systém se skládá ze tří částí, tzv. segmentů. Každý ze segmentů hraje důležitou roli při určování polohy. Hovoříme o kosmickém, řídicím a uživatelském segmentu. Kosmický segment je kontrolován a řízen řídicím segmentem, který tvoří srdce celého systému.

Kosmický segment Jak už název napovídá, kosmický segment se skládá s objektů, které se nacházejí ve vesmíru. Těmito objekty jsou myšleny satelity navigačních systémů, obíhající Zemi



Obrázek 1: Zjednodušené schéma propojení tří GNSS segmentů s podpůrným systémem.

po specifických orbitech. Z vlastností orbitů je možné odhadnout pokrytí (neboli viditelnost satelitů) zemského povrchu. Plně funkční kosmický segment globálního navigačního systému je tvořen několika orbity, každý s více než jedním satelitem pro dostatečné pokrytí celého zemského povrchu. V případě regionálních systémů může kosmický segment obsahovat na orbitu pouze jeden satelit, který dostatečně pokrývá konkrétní omezené území. Uvnitř každého ze satelitů nalezneme atomové hodiny poskytující přesný časový údaj. Ten hraje důležitou roli v otázce určování polohy. Signál je do okolí šířen satelitním vysílačem s konkrétní frekvencí. Takto vyslaná zpráva, nazývána navigační zpráva, obecně obsahuje soubor dalších údajů. Mezi ně patří údaj o poloze družice, korekce atomových hodin na palubě, stav družice (její aktuální funkčnost), ionosférický model, almanach (hrubé parametry o dalších družicích) a efemeridy (parametry oběžné dráhy). Družice obsahuje i přijímač, jímž jsou zadávány instrukce vztahující se na její funkčnost. Instrukce mohou například převést satelit do stavu údržby v situacích, kdy je vychýlen z přesné oběžné dráhy nebo je zjištěna jakákoliv jiná vada, která by mohla způsobit nepřesnost v určování polohy.

Řídicí segment Nedílnou součástí GNSS je řídicí segment. Ten plní důležitou roli monitoringu, kontroly a řízení. Do funkcí řídicího segmentu zařazujeme hlavně korekci systémového času a korekci oběžných drah satelitů. Obecně je reprezentován pevnými stanicemi nacházející se na Zemi. Navíc každá z pozemních stanic může mít jiné poslání. Řídicí stanice tvoří jakousi základnu daného navigačního systému. Zde probíhá příprava na vypouštění nových družic na oběžné dráhy v případě nutnosti nahrazení nějakého dosluhujícího zařízení, a naopak stažení dosluhujících zařízení zpět na Zemi. Dochází zde také k výpočtům korekcí daných satelitů a monitoringu stavu družic. Informace potřebné k monitoringu umělých družic jsou poskytovány monitorovacími stanicemi, jejichž počet je obvykle větší než počet řídicích stanic z důvodu neustálé komunikace se všemi satelity navigačního systému. Součástí monitorovacích stanic jsou

2 SATELITNÍ NAVIGAČNÍ SYSTÉMY A JEJICH VYUŽITÍ

pozemní antény komunikující se satelity. Signály přijímané z vesmíru jsou zpracovány a posílány do řídicích stanic, kde jsou vyhodnoceny. V případě korekce jsou zpět posílány instrukce, které antény monitorovacích stanic vyšlou zpět do vesmíru. Kontrolní stanice mají svá záložní centra, která jsou schopna adekvátní náhrady v případě technických výpadků stanic.

Uživatelský segment Pod pojmem uživatelský segment se sdružují všechny přijímače signálů GNSS, které umí zpracovat a vyhodnotit přijaté informace. Většinou lidí jsou známy především automobilové navigace nebo turistické navigace. Takové přístroje mají obvykle zabudovaný display a obsahují mapové podklady. Tím, že dokáží zobrazit aktuální polohu s přiměřenou přesností na mapě, jsou uživateli velmi oblíbené. Populárními se stávají také malá zařízení nazvaná trackery, která jsou velmi odolná a slouží ke zpětnému čtení informace v počítači o pohybu člověka. Ale samozřejmě velký podíl uživatelského segmentu tvoří průmyslové přijímače, které poskytují bezpečnější lokalizaci a které jsou používány v letecké a lodní dopravě.

2.3 Globální navigační satelitní systémy

Globální navigační satelitní systémy zahrnují americký systém GPS, ruský GLONASS, evropský Galileo a čínský BeiDou. Uvedeme si stručný historický vývoj, základní strukturu segmentů systémů a doplníme text informacemi o zpřesňujících systémech.



Obrázek 2: Loga nejvýznamnějších systémů GNSS v pořadí zleva GPS, GLONASS, Galileo a BeiDou (zdroj [27]).

GPS Informace o GPS vycházejí ze zdrojů [5, 12, 18, 25]. Začátek vývoje amerického systému NAVSTAR GPS (z anglického *Navigation Signal and Ranging Global Positioning System*) si vzala na starosti armáda USA. Základní letopočty vývoje systému GPS jsou uvedeny v tabulce 1 s příslušným komentářem události. Hlavní řídicí středisko se nachází v Coloradu na letecké základně Schriever AFB (z anglického *Air Force Base*), kde se o chod systému starají vojáci vzdušných sil USA z 2. perutě vesmírných operací. V případě potřeby poskytne náhradu hlavního řídicího střediska letecká základna Vandenberg AFB v Kalifornii. Součástí řídicího segmentu je dále šest kontrolních stanic rozmístěných kolem rovníku a také několik monitorovacích stanic.

Do vesmíru bylo úspěšně vysláno celkem 57 satelitů, v roce 2008 bylo provozuschopných 31 z nich [12]. Ke správnému chodu navigačního systému se využívá 24 satelitů obíhajících Zemi po šesti oběžných drahách. Dodatečně tři satelity slouží jako záložní. Na každé oběžné dráze se pohybují čtyři funkční satelity. Každá družice má určenou polohu pohybu neboli slot. Oběžné

2 SATELITNÍ NAVIGAČNÍ SYSTÉMY A JEJICH VYUŽITÍ

dráhy mají sklon 55° od roviny rovníku a jsou vzájemně pootočený o 60° . Přibližná výška letu družic je 20 180 km nad zemským povrchem. Doba oběhu jedné družice je 11 hodin 58 minut. Systém poskytuje standardní polohovací službu dostupnou všem uživatelům a přesnou polohovací službu dostupnou především vojenským jednotkám Spojených států a jejich spojencům. Každý satelit vysílá jeden signál *Link 1* (L1) na frekvenci 1575,42 MHz a druhý signál *Link 2* (L2) na frekvenci 1227,6 MHz. Navigační zpráva se na frekvence moduluje s využitím binárních signálů, *Coarse/Acquisition* (C/A) kódu a *Precision* (P). Nově jsou informace modulovány také pomocí tří dalších kódů L2C, L5 a L1C. C/A kód je snadno dostupný, P kód slouží k přesnému určování polohy a může být šifrován tajným W kódem (stává se z něj P/Y kód). V počátcích provozu systému GPS byl C/A kód ovlivněn umělou chybou *Selective Availability* (SA) z důvodu bezpečnosti země, avšak později byla SA vypnuta. V roce 2007 bylo rozhodnuto, že nově vysílané satelity nebudou obsahovat jednotku umožňující SA.

1973	Počátky vývoje systému.
1978	První vypuštěný satelit s názvem Block I. Na jeho vývoji se podílela firma Rockwell International. Do roku 1985 bylo vypuštěno 11 takovýchto družic z letecké základny Vandenberg AFB v Kalifornii. Jednalo se o počáteční vývoj a družice měly především testovací charakter.
1989	Vypuštění provozuschopné družice s označením Block II. Během jednoho roku bylo vypuštěno ještě osm dalších družic tohoto typu.
1990	Vylepšená družice Block IIA vypuštěna na oběžnou dráhu a dalších 18 následovalo.
1993	Kosmický segment nabývá počáteční operační schopnosti a od té doby udržuje předepsané standardy.
1995	Celý systém nabývá plné operační schopnosti.
1996	Nová generace satelitů Block IIR začala být vysílána do vesmíru. Do roku 2004 bylo vypuštěno celkem 13 satelitů, ovšem první byl zničen při startu. Výhodou je mezi-družicová komunikace.
2000	Umělá chyba <i>Selective Availability</i> byla Spojenými státy vypnuta. Tato chyba od roku 1990 degenerovala signál z důvodu bezpečnosti USA a odhad polohy civilních aplikací zaznamenával až 200 metrovou odchylku od skutečné polohy.
2005	Nové družice Blok IIR-M zvyšující výkon vysílačů signálu začaly startovat do vesmíru. Na vývoji Block IIR a IIR-M se podílela firma Lockheed Martin Corporation. Družice nově obsahují L2C vysílač.
2007	Zavedení plánu modernizace <i>Architecture Evolution Plan</i> (AEP) zřízením úplně nového řídicího centra systému. Dohodnuto vytvoření nového signálu L1C na propojení GPS se systémem Galileo a dalšími systémy GNSS.
2010	Na oběžnou dráhu vyslán nový typ družic Block IIF vyvíjený firmou Boeing. Družice je schopna vysílat civilní signál na frekvenci L5.
2011	Úspěšné dokončení efektivnějšího rozmístění družic <i>Expandable 24</i> .

Tabulka 1: Stručná historie vývoje GNSS GPS.

2 SATELITNÍ NAVIGAČNÍ SYSTÉMY A JEJICH VYUŽITÍ

Dokument norem standardní polohovací služby systému GPS [5] uvádí průměrnou chybu v 95 procentech případů menší než 9 metrů horizontálně a 15 metrů vertikálně. Doplňující služby zvyšují přesnost GNSS. Jedna z prvních byla *Nationwide Differential GPS System* (NDGPS). Jedná se o pozemní systém stanic se známou přesnou polohou. Referenční stanice diferenciálního GPS (DGPS) přijímá signál vysílaný satelity a vyhodnocuje odchylky ve své poloze. Vysíláním korekcí může uživatel s přijímačem DGPS zjistit svojí polohu s přesností desítek centimetrů. V oblasti Severní Ameriky nalezneme také funkční systém *Wide Area Augmentation System* (WAAS), který se řadí do skupiny *Satellite-Based Augmentation System* (SBAS) využívající ke zpřesnění polohy signály z dalších satelitů a také pozemních stanic. WAAS využívá například informace poskytované geostacionárními družicemi a nejrůznějšími pozemními stanicemi. Jiný podpůrný systém zvýšení přesnosti GPS je například *Continuously Operating Reference Stations* (CORS) sdružující sledovací stanice soukromých a akademických organizací. Důležitou roli především v leteckém průmyslu hraje *Local Area Augmentation System* (LAAS) založený na principu DGPS. Úkolem LAAS je zařídit bezpečnost letadel v okolí letišť, což zahrnuje například jejich přistávání, kdy samotný GPS vlivem vysokých rychlostí, nerovností terénu nebo meteorologických podmínek ztrácí přesnost.

GLONASS Informace o GNSS GLONASS vycházejí ze zdrojů [12,20,23]. Satelitní navigace nabývá významu v Sovětském svazu během studené války. Vývoj systému je v rukou Federální vesmírné agentury (známé jako Roscosmos). Důležité události vývoje celého systému jsou uvedeny v tabulce 2. Hlavní řídicí středisko sídlí v Moskvě a na správnou funkci systému dohlíží také čtyři telemetrické a řídicí stanice, které se nachází v Rusku. Řídicí segment obsahuje zároveň několik dalších monitorovacích a spojovacích stanic.

1976	Počátky vývoje systému.
1982	Vypuštění prvního satelitu do vesmíru.
1995	Celý systém nabývá plné operační schopnosti.
2001	Ruská vláda odsouhlasila usnesení o obnově programu a vyslání potřebných družic do vesmíru do deseti let. V té době bylo na orbitech pouze 13 provozuschopných družic.
2003	Vypuštění nových družic Glonass-M s novým signálem na L2.
2007	Prezident Putin umožnil civilní použití systému kdekoli na světě bez poplatků.
2011	Nová generace satelitů Glonass-K1. Nově obsahují i třetí frekvenci pro signál L3, avšak ta bude v budoucnu pozměněna.

Tabulka 2: Stručná historie vývoje GNSS GLONASS.

Na orbity systému GLONASS startují rakety s družicemi z ruských kosmodromů Bajkonur a Plesetsk. V současné době se na oběžné dráze pohybuje celkem 29 satelitů, z toho 24 by mělo být provozuschopných, jeden slouží pro testování a zbylé satelity mají stav údržby nebo zálohy. Družice obíhají Zemi po třech oběžných drahách ve výšce 19 100 km nad povrchem. Oběžné dráhy mají odklon od rovníku 64,8° a vůči sobě jsou dráhy rovnoměrně posunuté. Doba oběhu jedné družice je 11 hodin 15 minut. Všechny satelity vysílají dva signály, L1 přibližně na frek-

2 SATELITNÍ NAVIGAČNÍ SYSTÉMY A JEJICH VYUŽITÍ

venci $f_{01} = 1602$ MHz a L2 přibližně na frekvenci $f_{02} = 1246$ MHz. Zároveň se plánují nové frekvence pro zvyšování přesnosti systému.

Přesnost systému GLONASS bez podpůrných služeb se postupem času zlepšovala. Její hodnota činila v roce 2002 přibližně 25 metrů, v roce 2007 to bylo 18 metrů a konečně v roce 2010 se přesnost zvýšila na 7 metrů. Mezi zpřesňující systémy patří nově budovaný systém SDCM (z anglického *System for Differential Corrections and Monitoring*), který je ruskou obdobou systému SBAS a bude poskytovat zpřesnění jak signálů GLONASS, tak i GPS. Předpokládaná horizontální chyba při pozemním určení polohy s využitím SDCM by neměla přesáhnout 1,5 metru a vertikální chyba by se měla pohybovat v rozmezí 2-3 metry. V případě, že se objekt bude nacházet do 200 km od referenční stanice, přesnost by měla být až v řádu centimetrů.

Galileo Informace týkající se GNSS Galileo vycházejí z údajů uvedených v [1, 4, 6, 9, 12]. První zmínky o vytvoření evropského navigačního systému se začaly objevovat kolem roku 1999. Hlavním důvodem bylo sestavení autonomního GNSS, který by primárně sloužil obchodním účelům a zároveň byl vždy a komukoliv celosvětově dostupný. Provozovatelem evropského systému je Evropská vesmírná agentura (ESA) se sídlem v Paříži. Správní velitelství GNSS Galileo sídlí v Praze, avšak nijak přímo se nepodílí na komunikaci se satelity. K tomu slouží dvě hlavní řídicí střediska. První z nich se nachází poblíž vesnice Fucino v Itálii, druhé poblíž vesnice Oberpfaffenhofen v Německu.

2003	Evropská unie a ESA odsouhlasily program Galileo.
2005	Vypuštění prvního testovacího satelitu GIOVE-A pro zajištění vysílacích frekvencí.
2008	Vyslání druhého testovacího satelitu GIOVE-B do vesmíru. Obsahoval nejpreciznější atomové hodiny, které do té doby byly použity v satelitní navigaci.
2010	Praha se stala hlavním sídlem systému Galileo, sídlí zde Evropská agentura GNSS (GSA).
2011	První dva satelity vypuštěny na oběžné dráhy.

Tabulka 3: Stručná historie vývoje GNSS Galileo.

Systém Galileo je stále ve fázi vývoje a vysílání družic na oběžnou dráhu. Až bude jednou v plném provozu, bude se kosmický segment skládat z 30 družic, z toho bude 27 pracovních a tři záložních. Družice budou obíhat po třech oběžných drahách se sklonem 56 stupňů o rovníku, které vůči sobě budou rovnoměrně posunuté. Výška oběhu satelitů bude 23 222 km nad zemským povrchem. Každý satelit obkrouží svůj orbit sedmáctkrát za deset dnů. Vlastnosti nastavení kosmického segmentu by mělo zajistit lepší pokrytí pólů Země než například poskytuje systém GPS. Kosmický segment bude schopný vysílat čtyři signály s označením E5a, E5b, E6 a E1. Každý z nich může být nějakým způsobem modifikován pro poskytování konkrétní služby Galileo.

Systém Galileo nabídne v budoucnu pět služeb. Služba *Open Service* (OS) je zaměřena na tržní prostředí. Další služba *Commercial Service* (CS) bude poskytovat ještě větší přesnost než OS, ale bude zpoplatněná. Volná služba zaměřená na bezpečnost v kritických aplikacích

2 SATELITNÍ NAVIGAČNÍ SYSTÉMY A JEJICH VYUŽITÍ

se nazývá *Safety of Life Service* (SoL). Hlavní využití najde například v železniční, automobilové, námořní nebo letecké dopravě. Důležitou vlastností bude detekce poruch systému Galileo. Vládní orgány a bezpečnostní složky využijí především službu *Public Regulated Service* (PRS), která bude poskytovat robustnější přístup i s ohledem na možné rušení signálu. Poslední poskytovanou službou je *Search and Rescue Service* (SAR), která bude mít funkci jakéhosi alarmu v případě nouzových situací.

Jedním z hlavních důvodů vývoje Galilea bylo zvýšení přesnosti v oblasti navigace. Služba OS bude mít celosvětové pokrytí a měla by dosahovat horizontální přesnosti 15 metrů a vertikální přesnosti 35 metrů při přijímání pouze jednoho signálu. V případě využití dvoufrekvenčních přijímačů má být horizontální chyba maximálně 4 metry a vertikální chyba 8 metrů. Stejná přesnost při dvou frekvencích je udávána i pro službu SoL. Avšak v kombinaci s podpůrnými službami se může přesnost několikanásobně zvýšit. Evropská služba založená na SBAS se nazývá *European Geostationary Navigation Overlay Service* (EGNOS) a zatím sloužila jako podpůrný systém hlavně americkému GPS. EGNOS byl ESA vyvíjen od roku 1995 a se skládá ze tří geo-stacionárních družic a sítě více než čtyřiceti pozemních stanic umístěných napříč Evropou. Zpřesněním systému poskytuje GPS uživateli informaci o jeho poloze s přesností až více než 1,5 metru. Budoucím úkolem EGNOS je optimalizované propojení se systémem Galileo.

BeiDou Při popisování GNSS BeiDou byly použity informace ze zdrojů [12–14]. Čína jako třetí země po Spojených státech amerických a Rusku začala vyvíjet satelitní navigační systém velkých rozměrů. Nejprve se jednalo o testovací systém pod názvem BeiDou-1. Ten tvořily tři satelity na geostacionární dráze, které byly schopny pokrýt území Číny a okolních států. Přesnost tehdejší polohovací služby se pohybovala v rozmezí 20 až 100 metrů. Později se rozhodlo o rozšíření regionálního systému a vybudování plnohodnotného globálního systému, který dokáže určit polohu objektu celosvětově.

1994	Čínská vláda schvaluje vývoj satelitního navigačního systému.
2000	Vypuštění prvního experimentálního satelitu na geostacionární oběžnou dráhu. Ve stejném roce následuje i druhý satelit.
2003	Umístěním třetí geostacionární družice na oběžnou dráhu byl prvotní plán regionálního systému dokončen.
2004	Oznámení záměru přebudování čínského navigačního systému.
2007	Start nové generace satelitů BeiDou-2 pro globální navigační satelitní systém.
2011	Koncem roku zaznamenána počáteční operační schopnost celého systému.
2012	Plná operační schopnost pro Čínu a okolní oblasti.

Tabulka 4: Stručná historie vývoje GNSS BeiDou.

Ke konci roku 2012 poskytuje systém BeiDou operační schopnost pro území Číny a přilehlé oblasti. Výsledný systém bude tvořen 5-ti geostacionárními satelity a 30-ti satelity mimo geostacionární orbit, které budou vysílat čtyři signály.

Samotný plánovaný globální systém BeiDou bude mít v operační způsobilosti horizontální přesnost 10 metrů a vertikální přesnost 15 metrů. Ale systém bude možné zpřesnit některou doplňkovou službou. V roce 2002 se Čína rozhodla vytvořit systém založený na principech SBAS pod názvem *Satellite Navigation Augmentation System* (SNAS). Systém se bude skládat z pozemních stanic napříč zemí. V současné době neexistuje mnoho informací o stavu podpůrných navigačních systémů v Číně. Kombinací systému BeiDou a SNAS by měla být přesnost určování polohy kolem jednoho metru.

2.4 Regionální navigační satelitní systémy

Regionální navigační satelitní systémy (RNSS) hrají v některých oblastech velmi důležitou roli, především v úloze zpřesňování stávajících GNSS či vytvoření autonomního navigačního systému a možnosti výzkumu a vývoje vesmírných technologií. Mezi hlavní státy zabývajícími se RNSS patří Japonsko a Indie. Uvedeme si základní informace o jejich navigačních systémech.

QZSS Následující text charakterizující japonský navigační systém QZSS vychází ze zdrojů [10, 15, 16]. Ten má za cíl především zlepšit přesnost stávajícího amerického GPS v oblastech s vysokými budovami, které mohou zmenšit pozorovací úhel oblohy. O vývoj systému se v současné době stará japonská vesmírná agentura *Japan Aerospace Exploration Agency* (JAXA). Hlavní řídicí stanice se nachází na vesmírném středisku Tsukuba. Sledovací stanice najdeme v Koganei (Tokio) a na ostrově Okinawa. Další monitorovací stanice jsou rozmístěny v různých oblastech celé východní Asie.

2002	Japonská vláda schválila vývoj satelitního navigačního systému. V průběhu několika let ale dochází k interním problémům u dodavatelů.
2007	Vývoj programu spadá pod japonskou vesmírnou agenturu JAXA.
2010	Do vesmíru vyslán satelit MICHIBIKI, první z několika družic na quazi-zenith orbitu.

Tabulka 5: Stručná historie vývoje RNSS QZSS.

Satelity systému budou kroužit po HEO (*Highly Elliptical Orbit*) orbitech. Speciální orbity používané japonským systémem nesou označení quazi-zenith, odtud také pochází název navigačního systému. Satelity pohybující se na quazi-zenith orbitech (QZS) mají stejnou periodu oběhu jako tradiční satelity na geostacionárním orbitu v rovině rovníku. Úkolem tří QZS je pokrytí oblasti severní polokoule kvůli poloze Japonska. Systém by mohl být postupně doplněn několika geostacionárními družicemi pokrývající oblast Pacifiku. Celkem by se měl kosmický segment japonského systému skládat minimálně ze sedmi družic. QZSS bude obsahovat čtyři signály L1, LEX, L2 a L5.

Výsledná chyba QZSS by neměla překročit jeden metr a měla by se pohybovat v řádu centimetrů. Ke zvýšení celkové přesnosti systému má přispět i japonská obdoba SBAS s označením MSAS (*Multi-functional Transport Satellite-based Augmentation System*). Hlavní řídicí střediska MSAS se nacházejí ve městech Kobe a Hitachiota. Součástí doplňkového systému je i několik

2 SATELITNÍ NAVIGAČNÍ SYSTÉMY A JEJICH VYUŽITÍ

pozemních monitorovacích stanic na území Japonska i mimo něj. K operační schopnosti MSAS došlo v roce 2007.

IRNSS Informace týkající se tohoto tématu jsou čerpány ze zdrojů [3, 24]. Hlavním úkolem indického navigačního systému ISNSS je pokrýt oblasti kolem rovníku. Vesmírný program má na starosti vládní organizace pro vesmírný výzkum *Indian Space Research Organisation (ISRO)*. Systém by měl ve výsledném rozložení pokrývat oblast až 1500 km v okolí Indie. Řízení kosmického segmentu budou mít na starosti dvě kontrolní stanice poblíž měst Hassan a Bhopal. Stanice budou komunikovat s navigačním centrem ISRO ve městě Bangalore a budou vysílat instrukce zpět do kosmu.

2006	Schválen projektu indickou vládou s plánem dokončit systém v roce 2014.
2012	Ke konci roku vyslán na geostacionární dráhu první satelit GSAT-10. Další by měly následovat periodicky po šesti měsících. Kosmický segment by měl být hotový v roce 2015.

Tabulka 6: Stručná historie vývoje RNSS IRNSS.

Výsledná konstelace kosmického segmentu by měla být složena ze tří geostacionárních družic a čtyř geosynchronních družic na GSO (*Geosynchronous Orbit*) orbitech. Satelity budou vysílat dva signály L2 a S, první se standardní službou, druhý omezený pro přesná měření.

Indie se od roku 2009 podílí také na podpůrném navigačním systému s označením GAGAN (*GPS Aided GEO Augmented Navigation*). Ten se řadí do skupiny SBAS, jelikož bude propojovat satelity na geostacionárních drahách a satelity GPS s pozemními jednotkami. Hlavní řídicí má sídlo rovněž v Bangalore.

2.5 Oblasti použití

GNSS poskytuje nepřeberné možnosti uplatnění. Obsah této práce se soustředí na služby poskytované volnému obchodu, nikoliv bezpečnostní a vojenské aplikace GNSS. Soustředíme se na současné a budoucí použití evropského systému Galileo v kombinaci s doplňujícím systémem EGNOS. Vezměme si například farmáře, který chce optimalizovat rozprašovač hnojiva a jeho pohyb na polích. Může buď vycházet z vlastních zkušeností a řídit traktor s rozprašovačem sám podle vlastního úsudku. Nebo může využít navigačního systému s pomocí doplňkové služby mapující výměru definovaných oblastí pro postřik. Přístroj umístěný v traktoru bude automaticky řídit traktor a přitom ještě optimalizovat množství sprejovaného hnojivního prostředku podle vlastností půdy na polích. Uvedená aplikace je jedna z mnoha, kde může být přesné polohovací a navigační služby využito. Do roku 2008 se celosvětově prodaly služby a zařízení GNSS v hodnotě 124 miliard Eur [8]. Trh v oblasti GNSS má v současné době velký potenciál, zvláště když jsou poskytované služby neustále zlepšovány a na trh přichází nové aplikace a výrobky. Zaměříme-li se na nové aplikace evropských systémů Galileo a EGNOS, čeká nás mnoho inovativních projektů a řešení v následujících šesti důležitých oblastech [7].

Přenosná zařízení a mobilní telefony V této oblasti je aktuálně možné najít projekty týkající se inteligentního označování míst geografickými souřadnicemi přes mobilní telefony, efektivního plánování cest, navigačního systému ve městech či systému informujícího o různých památkách a turistických cílů v okolí uživatele. Další projekty se zabývají například systémem mobility pro zrakově postižené nebo vývojem alarmového systému pro starší a citlivější lidi a pacienty postižené Alzheimerovou chorobou.

Silniční a železniční doprava Oblast pozemní dopravy se zabývá především optimalizací a sledování objektů. Mezi plánované projekty patří systém sledování vozidel a vybírání mýta podle placených silničních úseků, vývoj logistických aplikací a sledování kontejnerů se zbožím nebo například systém odměn za efektivní řízení. Další aplikace by například měla zmírnit problém s rušením signálů GNSS a v neposlední řadě se vyvíjejí systémy automobilů, které by měly udržet vozidlo v jednom jízdním pruhu bez zásahu řidiče.

Letectví Na velkých letištích se využívá pozemních radarových stanic, které poskytují stabilní, okamžité a přesné údaje o poloze a rychlosti letadla. Jedním z takovýchto systémů je například ILS (*Instrument Landing System*). Takového pozemní navigační systémy jsou však velmi drahé a především malá letiště si je nemůžou dovolit. Proto Galileo přichází se službou SoF, která by měla poskytovat adekvátní náhradu. V budoucnu najdeme na palubách letadel nejružnější přístroje nezávislého sledování, přístroje hledání a záchranu letadla nebo nové typy podpůrných senzorů přispívajících k zpřesnění kriticky důležitých informací o stavu letadla.

Námořní doprava Hlavním úkolem v této oblasti je především zvýšení bezpečnosti a účinnosti navigace plavidel lepší přesností a dostupností služeb GNSS. Cílem jednoho z projektů je vybudovat aktivní řídicí a informační systém námořní dopravy zajišťující bezpečné námořní cesty bez kolizí plavidel. V současné době se využívá GNSS například pro sledování kontejnerů, koordinaci lodí, jejich příjezdu do přístavu a také k zmírnění dopadů námořních katastrof.

Zemědělství a životní prostředí Tak jako v jiných oblastech se i v zemědělství hledají cesty, jak zvýšit produktivitu a přitom ušetřit. GNSS můžeme využít při automatickém řízení vozidla nejen při špatném počasí, optimalizovaném dávkování hnojiva a herbicidů nebo sledování hospodářských zvířat. Další aplikací může být mapování pozemků a vytváření tzv. virtuálních oplocení. Optimalizace zemědělství by měla přispět k ochraně životního prostředí.

Civilní ochrana a bezpečnostní sledování Hlavním úkolem týkající se ochrany osob by mělo být zkvalitnění řízení naléhavých situací jako jsou různé přírodní katastrofy, požáry, dopravní nehody a další události. Při záchranných misích je kladen důraz na spolehlivost a přesnost záchranářského zařízení a včasná informovanost bezpečnostních složek. Evropské navigační systémy propojením se systémem monitorování životního prostředí a bezpečnosti GMES (*Global Monitoring for Environment and Security*) by měly přispět k přehlednosti přírodních katastrof jako jsou třeba lesní požáry. Systém GMES bude schopen přesně monitorovat postup požáru a optimalizovat pohyb hasičských sborů.

3 Stanovení polohy objektu

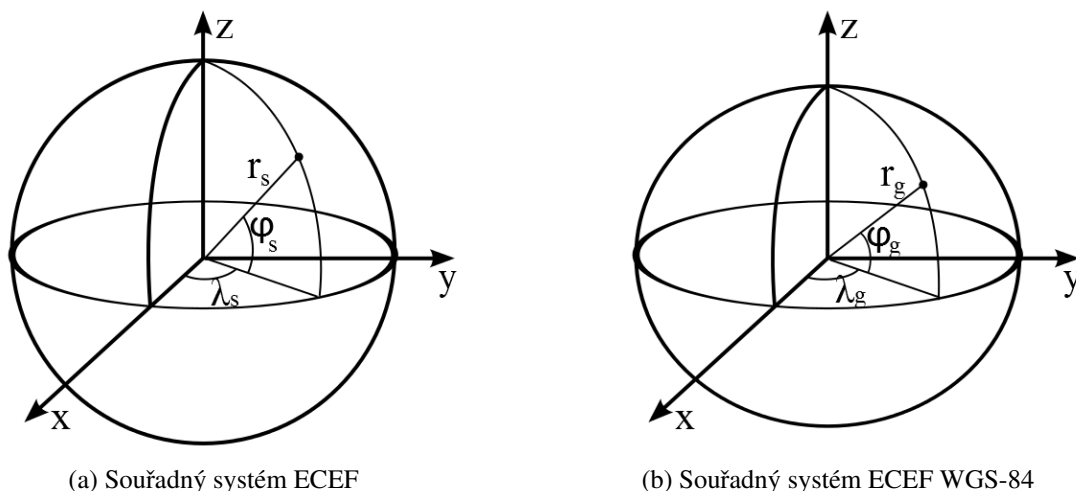
Problematika satelitního určování polohy v této práci je úzce spojena se silniční a železniční dopravou, kde je kladen důraz na bezpečnost a optimalizaci. K tomu je nutná znalost aktuálních údajů o poloze vozidla. Následující části se zabývají formulací úlohy určování polohy pomocí globálního navigačního satelitního systému a vytvořením zjednodušeného modelu dopravní cesty. Ke zpřesnění údaje o poloze vozidla přispěje fakt, že vozidlo se může pohybovat pouze omezeně po dopravních cestách. Samozřejmě otázkou zůstává, do jaké míry ovlivní omezený pohyb vozidla jeho skutečnou polohu v prostoru. K dobrému porozumění základních algoritmů samotného výpočtu souřadnic jakéhokoliv přijímače GNSS signálů je zapotřebí formulovat nejprve samotný princip úlohy lokalizace u systému GPS. Satelity navigačního systému vysílají navigační zprávy o známých frekvencích. Dekódováním přijaté zprávy přijímač získá potřebná data k určení své polohy. Signál putující ze satelitů a informace v něm obsažené však mohou být zkresleny nejrůznějšími faktory, které mohou mít zdroj ve všech třech segmentech satelitních navigačních systémů. Hlavním úkolem je nalezení co nejpřesnější polohy takového uživatelského přijímače s ohledem na všechny možné chyby, které mohou při dané úloze lokalizace nastat. Vztažné soustavy týkající se úlohy lokalizace jsou vysvětleny v úvodní části této kapitoly. Následuje vysvětlení úlohy sjednocení souřadných systémů pro přesný odhad polohy. Samotnou úlohu stanovení polohy rozdělme na dvě části. První část se zabývá modelem měření pseudovzdáleností. Druhá část popisuje metodu nalezení řešení úlohy odhadu neznámého stavu modelu z první části.

3.1 Souřadné systémy

Následující text popisuje souřadné systémy běžně používané v úloze lokalizace pomocí GNSS. Souřadnice satelitů GPS jsou uvedeny v systému kartézských souřadnic systému ECEF (*Earth-Centered, Earth-Fixed*). Z hlediska zobrazení polohy vůči zemskému povrchu se však používá jiný typ souřadného systému. Jedná se geodetický souřadný systém ECEF WGS-84 (*World Geodetic System 1984*). Každý ze systémů je možné vyjádřit pomocí kartézských nebo sférických souřadnic.

ECEF

Souřadný systém ECEF je obecně vhodný k určení polohy na zemském povrchu, jelikož se jedná o systém fixovaný k Zemi, který se s ní společně otáčí. Počátek souřadnic ECEF systému $[0, 0, 0]^T$ je definován v těžišti Země. Osa z směřuje k severnímu pólu a překrývá se s aktuální osou rotace Země, která se může měnit. Prochází tedy středním pólem zemské rotace. Osa x protíná nultý (Greenwichský) poledník. Osa y prochází poledníkem 90 stupňů východní délky a doplňuje tento pravotočivý souřadný systém. Rovina xy je střední rovina rovníku. Kartézské souřadnice systému ECEF mohou být reprezentovány pomocí sférických souřadnic definovaných trojicí $(r_s, \varphi_s, \lambda_s)$, kde r_s je Euklidovská vzdálenost bodu o souřadnicích $[x, y, z]^T$ od počátku souřadného systému, φ_s je zeměpisná šířka a λ_s zeměpisná délka. Vztah mezi popisem pomocí kartézských souřadnic ECEF a sférických



Obrázek 3: Souřadné systémy ECEF kartézských a sférických souřadnic pro kulovitý objekt a elipsoid.

souřadnic $(r_s, \varphi_s, \lambda_s)$ je definován

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s \cos \varphi_s \cos \lambda_s \\ r_s \cos \varphi_s \sin \lambda_s \\ r_s \sin \varphi_s \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Inverzní zobrazení má předpis

$$\begin{bmatrix} r_s \\ \varphi_s \\ \lambda_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Takový popis sférickými souřadnicemi platí pro objekt tvaru koule. Při lokalizaci na mapách pomocí sférických souřadnic potřebujeme uvažovat elipsoidický tvar objektu, který aproximuje geoid jako základní tvar Země.

ECEF WGS-84

Celosvětově uznávaný geodetický referenční systém vyvinutý pro účely GPS se jmenuje WGS-84 (*World Geodetic System 1984*). Země má tvar geoidu, neboli útvaru kopírujícího její povrch. Geoid lze aproximovat elipsoidem. Jedná se vlastně o těleso vytvořené rotací elipsy kolem jedné z os. Používaný rotační elipsoid má osu rotace shodnou s osou rotace Země a je zploštělý na pólech. Elipsoidický souřadný systém se pak často nazývá geodetickým souřadným systémem. Vztah mezi popisem pomocí kartézských souřadnic a geodetických souřadnic $(r_g, \varphi_g, \lambda_g)$ uvedený v [28] má tvar

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + r_g) \cos \varphi_g \cos \lambda_g \\ (N + r_g) \cos \varphi_g \sin \lambda_g \\ (N(1 - e^2) + r_g) \sin \varphi_g \end{bmatrix} \quad (3)$$

nebo inverzně [29]

$$\begin{bmatrix} r_g \\ \varphi_g \\ \lambda_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\cos \varphi_g} - N \\ \arctan \left(\frac{z+e^2 b \sin^3 \theta}{\sqrt{x^2+y^2}-e^2 a \cos^3 \theta} \right) \\ \arctan \frac{y}{x} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

kde N je poloměr zakřivení definovaný jako

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_g}}, \quad (5)$$

excentricita elipsy e je určena pomocí délky hlavní poloosy elipsoidu a a délky vedlejší poloosy elipsoidu b jako

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, \quad (6)$$

kde $a = 6378137m$, $b = a(1 - f)$, $f = 1/298, 257223654$ [29] a pro zjednodušení bylo použito θ definované vztahem

$$\theta = \arctan \left(\frac{az}{b \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} \right). \quad (7)$$

V práci uvažujeme kartézský popis souřadnic bodů v prostoru.

3.2 Model měření pseudovzdáleností

Model měření pseudovzdáleností je základní matematický popis úlohy odhadu neznámé polohy GNSS přijímače. Pseudovzdáleností myslíme vzdálenost mezi přijímačem a satelitem vypočítanou z údajů v navigační zprávě. Představený model měření pseudovzdáleností je založený na metodě několika měření v jednom časovém okamžiku hodin přijímače tak, aby bylo možné určit jeho polohu (tzv. *time tagging at the receiver*) [2]. Následující text obsahuje posoupnost modelů měření pseudovzdáleností, které jsou postupně rozšiřovány tak, aby se co nejvíce přiblížily realitě. Poté bude přiblížen postup nalezení odhadu neznámého stavu tohoto modelu.

3.2.1 Základní model měření

Z dat navigační zprávy signálu GNSS a C/A kódu je možné určit lokální satelitní čas $t_{E,i}$ odeslání signálu z i -tého satelitu. Přijímač zaznamená svůj lokální čas t_R přijetí signálů ve formě elektromagnetických vln ze všech viditelných satelitů. Předpokládáme, že elektromagnetické vlny se exaktně šíří rychlostí světla $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Za předpokladu, že rychlost šíření signálu skutečně odpovídá rychlosti světla, t_R a $t_{E,i}$ jsou synchronizované údaje hodin,

vzdálenost y_i mezi i -tým satelitem a přijímačem lze získat obecným vztahem výpočtu velikosti dráhy

$$y_i = c(t_R - t_{E,i}). \quad (8)$$

Množina všech bodů možných poloh přijímače od i -tého satelitu tvoří plášť koule. Pro souřadnice ECEF každého hledaného přijímače $\mathbf{r}^0 = [r^x, r^y, r^z]^T$ musí platit následující analytický tvar rovnice koule v třírozměrném prostoru

$$y_i^2 = (\|\mathbf{r}^0 - \mathbf{r}_i\|_2)^2 = (r^x - r_i^x)^2 + (r^y - r_i^y)^2 + (r^z - r_i^z)^2, \quad (9)$$

kde $\mathbf{r}_i = [r_i^x, r_i^y, r_i^z]^T$ jsou souřadnice i -tého satelitu v ECEF a y_i^2 symbolizuje druhou mocninu poloměru pomyslné koule se středem v i -tém satelitu. Jinou interpretaci představuje Eukleidovská norma vektoru polohy konkrétního satelitu a GNSS přijímače.

3.2.2 Časové nepřesnosti a společný souřadný systém

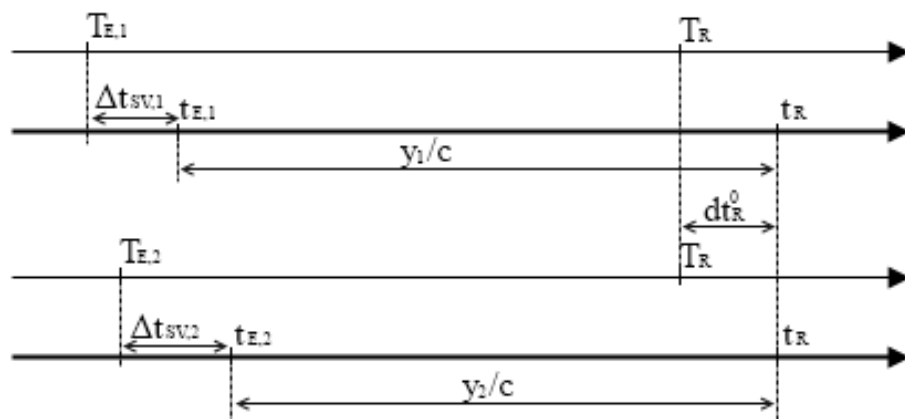
Satelity jsou řízeny podle globálního GNSS času, který spravují pozemní monitorovací stanice. Čas palubních hodin každého ze satelitů není zcela přesný s globálním GNSS časem. Říkáme, že jednotlivé satelity mají svůj lokální čas. Monitorovací stanice zahrnují do navigačních zpráv rozdíly časové základny globálního času od lokálních časů. Samotné hodiny přijímače se od globálního času také liší, proto považujeme jejich čas opět za lokální, lišící se od lokálních časů jednotlivých satelitů. Představme si nyní proces určování polohy, který musí být vztahený k jednotnému času. GNSS přijímač zachytí signál z viditelných satelitů v jeho jednotném lokálním čase t_r . Z dat v navigační zprávě a C/A kódu lze určit lokální čas i -tého satelitu $t_{E,i}$ v okamžiku, kdy přijatý signál opustil satelit. Navigační zpráva obsahuje korekci satelitních hodin $\Delta t_{SV,i}$ vůči globálnímu GNSS času odeslání $T_{E,i}$. Jelikož je každý přijatý signál vyslán v jiném čase, vztahuje se na polohy satelitů různý souřadný ECEF systém. Cílem je sjednotit všechny momenty odeslání do jednoho společného časového okamžiku, ve kterém lze určit neznámou polohu přijímače. Tímto společným okamžikem myslíme globální GNSS čas přijetí signálů T_R . Rozdíl lokálního času a globálního GNSS času přijetí zprávy přijímačem označíme dt_R^0 . Všechny časové okamžiky důležité při určování přesné polohy přijímače jsou popsány v tabulce 7 a znázorněny na obrázku 4. Řešení spočívá v transformaci jednotlivých lokálních ECEF systémů satelitů do společného pevného souřadného systému systému ECI (*Earth-Centered Inercial*). Jedná se o pravotočivý inerciální systém, který nerotuje. ECI systém má počátek v těžišti Země a jehož osa z prochází středním pólem zemské rotace, stejně jako ECEF. Zároveň se rovina xy_{ECI} shoduje s rovinou xy_{ECEF} . Mějme například satelit, který se nachází v ECEF se souřadnicemi $\mathbf{r}_{ECEF} = [x_{ECEF}, y_{ECEF}, z_{ECEF}]^T$ v čase T_2 . Chceme najít ECI souřadnice tohoto satelitu v časovém okamžiku T_1 , kdy ECEF a ECI navzájem koincidují. Pak je transformace souřadnic objektu dána vztahem

$$\mathbf{r}_{ECI} = \mathbf{R}_3(\tau)\mathbf{r}_{ECEF}. \quad (10)$$

3 STANOVENÍ POLOHY OBJEKTU

$t_R \in \mathbf{R}$	Lokální čas přijímače v okamžiku přijetí všech dostupných signálů.
$T_R \in \mathbf{R}$	Neznámý globální GNSS čas v okamžiku přijetí všech dostupných signálů.
$t_{E,i} \in \mathbf{R}$	Lokální čas i -tého satelitu v okamžiku odeslání signálu.
$T_{E,i} \in \mathbf{R}$	Globální GNSS čas pro i -tý satelit v okamžiku odeslání signálu.
$dt_R^0 = (t_R - T_R) \in \mathbf{R}$	Časová odchylka základny hodin přijímače od globálního GNSS času.
$\Delta t_{SV,i} = (t_{E,i} - T_{E,i}) \in \mathbf{R}$	Časová odchylka základny atomových hodin i -tého satelitu od globálního GNSS času.

Tabulka 7: Důležité časové okamžiky a intervaly v modelu měření pseudovzdálenosti.



Obrázek 4: Časové události modelu měření pseudovzdáleností pro dva satelity.

Rotační matice $\mathbf{R}_3(\tau)$, $\tau = (T_2 - T_1)$, je definována vztahem

$$\mathbf{R}_3(\tau) = \begin{bmatrix} \cos(\dot{\Omega}_e \tau) & -\sin(\dot{\Omega}_e \tau) & 0 \\ \sin(\dot{\Omega}_e \tau) & \cos(\dot{\Omega}_e \tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{r}_{ECEF}, \quad (11)$$

kde parametr rychlosti rotace $\dot{\Omega}_e$ systému WGS-84 má hodnotu $\dot{\Omega}_e = 7,2921151467 \cdot 10^{-5}$ [2]. Všimněme si, že pro libovolnou rotační matici $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ platí

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbf{I}_n, \quad (12)$$

kde \mathbf{I}_n je identická matice řádu n . Lze dokázat, že Eukleidovská norma libovolného vektoru \mathbf{x} zůstává při rotaci pomocí \mathbf{R} stejná

$$\|\mathbf{R}\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{x}} = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} = \|\mathbf{x}\|_2. \quad (13)$$

Zpětnou transformaci z ECI do ECEF uděláme inverzí rotační matice

$$\mathbf{r}_{ECEF} = \mathbf{R}_3^{-1}(\tau) \mathbf{r}_{ECI}. \quad (14)$$

Je zřejmé, že inverzní rotace bude mít tvar

$$\mathbf{R}_3^{-1}(\tau) = \begin{bmatrix} \cos(\dot{\Omega}_e \tau) & \sin(\dot{\Omega}_e \tau) & 0 \\ -\sin(\dot{\Omega}_e \tau) & \cos(\dot{\Omega}_e \tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

3.2.3 Sestavení modelu měření pseudovzdáleností

Vzhledem k předchozím zjištěním musíme uvažovat model platný pro globální GNSS čas, který uvažuje globální časové okamžiky odeslání signálů $T_{E,i}$ a okamžik přijetí signálů T_R . Platí vztah

$$y_i = \|\mathbf{r}^0(T_R; T_R) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_R)\|_2, \quad (16)$$

kde $\mathbf{r}^0(T_R; T_R) \in \mathbf{R}^3$ jsou souřadnice GNSS přijímače v ECEF systému v neznámém čase T_R , $\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_R) \in \mathbf{R}^3$ je poloha i -tého satelitu v čase $T_{E,i}$ vyjádřená souřadnicemi v systému ECI, který koinciduje s ECEF systémem v čase T_R . Mohlo by se zdát, že k přesnému určení polohy přijímače je zapotřebí v daný moment obdržet signály z alespoň tří viditelných družic z důvodu charakteru vektoru polohy. Důležitý faktor ovlivňující úlohu lokalizace však hraje difERENCE časové základny přijímače vzhledem ke globálnímu GNSS času dt_R^0 . Tato odchylka změní pomyslnou vzdálenost přijímače od i -tého satelitu s přihlédnutím na jednotný systémový GNSS čas

$$y_i = \|\mathbf{r}^0(T_R; T_R) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_R)\|_2 + c \cdot dt_R^0. \quad (17)$$

Existuje řada dalších vlivů ovlivňující předchozí model (17). Prvním označme například přírůstek v pseudovzdálenosti způsobený časovou odchylkou základen lokálních hodin satelitů od globálního

GNSS času $\Delta t_{SV,i}$. Mezi nejvýznamnější zdroje chyb také patří vliv ionosféry a troposféry na signál. Při průchodu těmito pomyslnými obaly Země se elektromagnetické vlny lámou, a tím se šíří pomaleji než předpokládanou rychlostí světla. Negativní vlivy atmosféry na signál se dají eliminovat sestavením modelu vrstvy atmosféry vzhledem k aktuálním lokálním podmínkám. Model časové korekce všech vlivů na šíření signálu z i -tého satelitu označme $\delta_{prop,i}$. Všechny další faktory ovlivňující pseudovzdálenost a šum měření modelu označme v_i . Výsledný model pro stanovení polohy GNSS přijímače se nazývá model měření pseudovzdáleností, platí pro jeden časový okamžik a má tvar

$$y_i = \|\mathbf{r}^0(T_R; T_R) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_R)\|_2 + c \cdot dt_R^0 - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i} + v_i. \quad (18)$$

Nevyžádaná změna pseudovzdálenosti v důsledku časové odchylky základny lokálního času přijímače a globálního GNSS času se označuje b , $b^0 = c \cdot dt_R^0$. Hlavním cílem je nalezení nejlepšího odhadu neznámého stavu přijímače $\mathbf{x}^0(T_R; T_R) = [\mathbf{r}^0(T_R; T_R), b^0]^T$. K tomu potřebujeme získat informace alespoň ze čtyř viditelných satelitů. Pro další modelování bude vhodná kompaktnější reprezentace modelu pseudovzdáleností (18) vyjádřená ve formě vektorové funkce

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}^0(T_R; T_R)) + \mathbf{v}, \quad (19)$$

kde \mathbf{y} je n_y rozměrný vektor měření pseudovzdáleností, \mathbf{g} je známá vektorová funkce argumentu $\mathbf{x}^0(T_R; T_R)$, $\mathbf{x}^0(T_R; T_R)$ je n_x rozměrný hledaný vektor a $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_{n_y}]^T$ reprezentuje neznámou náhodou poruchu působící na měření pseudovzdáleností a šum měření. Náhodná veličina \mathbf{v} může být reprezentovaná bílým šumem s Gaussovým rozdělením pravděpodobnosti s nulovou střední hodnotou a kovarianční maticí Σ , neboli $\mathbf{v} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$. Pro přímý výpočet odhadu stavu přijímače $\mathbf{x}^0(T_R; T_R)$ nelze přímo použít model (19), protože souřadnice satelitů vypočtené z navigační zprávy jsou v různých ECEF souřadných systémech. Výpočet provedeme ve zvoleném ECI souřadném systému ECI_{T_C} , který koinciduje s ECEF systémem ve vybraném globálním GNSS čase T_C . Invariantnost normy (13) vzhledem k rotaci (11) způsobí, že jednotlivé složky vektorové funkce \mathbf{g} po rotaci do ECI_{T_C} souřadného systému nemusí obsahovat rotaci

$$g_i(\mathbf{x}^0(T_R; T_C)) = \|\mathbf{r}^0(T_R; T_C) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 + b^0 - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i}. \quad (20)$$

Časový okamžik T_C může být vybrán libovolně. Nicméně je vhodné se vyhnout zbytečně velkým časovým posunům a jedním z obvyklých postupů je zvolit $T_C = t_R$.

3.2.4 Odhad stavu modelu měření pseudovzdáleností

Přijímač zachytí signály z viditelných satelitů v okamžiku t_R . Pro každý viditelný satelit i se z údajů v jeho navigační zprávě vypočte korekce hodin satelitu $\Delta t_{SV,i}$ vůči globálnímu GNSS času. Dále následuje odhad globálního GNSS času odeslání zpráv $T_{E,i}$ a výpočet poloh viditelných satelitů se souřadnicemi v ECEF souřadném systému $\mathbf{r}_i(T_{E,i}, T_{E,i})$. Dalším krokem je výpočet souřadnic poloh všech viditelných satelitů v jednotném souřadném systému ECI_{T_C} , který se provede rotací kolem osy z následujícím způsobem

$$\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C) = \mathbf{R}_3(T_{E,i} - T_C) \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_{E,i}), \quad (21)$$

kde $\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)$ jsou souřadnice i -tého satelitu v souřadném systému ECI_{T_C} a časový okamžik T_C je zvolen jako $T_C = t_R$. Následuje odhad neznámého vektoru stavu přijímače $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C) = \left[\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_C), \hat{b} \right]^T$ ve zvoleném souřadném systému ECI_{T_C} pomocí nějaké metody odhadu. Mezi tyto metody patří algebraická metoda pro čtyři satelity analyticky odvozená od (17) pro čtyři satelity nebo Bancroftova algebraická metoda. V této práci volíme Gauss-Newtonovu iterační metodu, která minimalizuje kritérium nejmenších čtverců. Posledním krokem je vyjádření odhadu stavu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)$ v souřadném systému $\text{ECI}_{\hat{T}_R}$, který koinciduje s ECEF souřadným systémem v odhadnutém globálním GNSS časovém okamžiku přijetí signálů přijímačem $\hat{T}_R = t_R - \frac{\hat{b}}{c}$,

$$\hat{\mathbf{x}}(T_R; \hat{T}_R) = \mathbf{R}_4(T_C - \hat{T}_R)\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C), \quad (22)$$

kde rotační matice \mathbf{R}_4 vychází z tvaru \mathbf{R}_3

$$\mathbf{R}_4(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Pokud předpokládáme, že odhad času přijetí signálů \hat{T}_R je velmi přesný a bude roven skutečnému globálnímu GNSS času přijetí T_R , pak odhad stavu polohy přijímače $\hat{\mathbf{x}}(T_R; \hat{T}_R)$ leží v žádaném ECEF souřadném systému vztahenému k přijímači GNSS.

3.2.5 Gauss-Newtonova iterační metoda

Gauss-Newtonova iterační metoda je jedna ze základních metod odhadu polohy objektu v úloze lokalizace pomocí GNSS. Předpokládejme znalost poloh viditelných satelitů $\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)$ ve společném ECI_{T_C} a příslušné pseudovzdálenosti. Úkolem této části je odvození vztahů pro výpočet odhadu stavu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)$, který může být později vyjádřen v ECI_{T_R} , $\hat{\mathbf{x}}(T_R; \hat{T}_R)$. Mějme model měření pseudovzdáleností

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}^0(T_R; T_C)) + \mathbf{v}. \quad (24)$$

Funkce \mathbf{g} odpovídá vztahu (20). Cílem této metody je najít takový odhad stavu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C) = \left[\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_C), \hat{b} \right]^T$, který minimalizuje kvadratické kritérium

$$\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C) = \arg \min V(\mathbf{x}(T_R; T_C)), \quad (25)$$

$$V(\mathbf{x}(T_R; T_C)) = (\mathbf{y} - \mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R; T_C)))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R; T_C))), \quad (26)$$

kde vektorová nelineární funkce \mathbf{g} má jednotlivé složky reprezentované jako

$$g_i(\mathbf{x}(T_R; T_C)) = \|\mathbf{r}(T_R; T_C) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 + b - c \cdot \Delta t_{SV,i}. \quad (27)$$

Název metody napovídá, že algoritmus výpočtu řešení bude prováděn iteračně, dokud nebude splněna podmínka omezení chyby řešení, například pokud rozdíl norem dvou po sobě jdoucích iterací

$$\|\mathbf{x}^k(T_R; T_C) - \mathbf{x}^{k-1}(T_R; T_C)\| < \xi \quad (28)$$

bude tak malý, že nepřekročí nějaké malé kladné číslo ξ .

Řešení vychází z Taylorova rozvoje obecné funkce $f(\mathbf{z})$, která splňuje určité předpoklady jako je existence všech derivací funkce $f(\mathbf{z})$. Funkci $f(\mathbf{z})$ lze v okolí bodu \mathbf{z}_0 rozvinout v mocninou řadu

$$f(\mathbf{z}) = f(\mathbf{z}_0) + \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}} \Big|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}_0} (\mathbf{z} - \mathbf{z}_0) + \frac{1}{2} (\mathbf{z} - \mathbf{z}_0)^T \frac{\partial^2 f(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}^2} \Big|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}_0} (\mathbf{z} - \mathbf{z}_0) + \dots \quad (29)$$

První dva členy Taylorova rozvoje použijeme v úpravě modelu měření (24) na tvar

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)) + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R; T_C))}{\partial \mathbf{x}(T_R; T_C)} \Big|_{\mathbf{x}(T_R; T_C)=\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)} (\mathbf{x}(T_R; T_C) - \hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)) + \epsilon(\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C), \mathbf{x}(T_R; T_C) - \hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)) + \mathbf{v}, \quad (30)$$

kde člen $\epsilon(\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C), \mathbf{x}(T_R; T_C) - \hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C))$ symbolizuje nahrazení funkce $\mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R; T_C))$ členy Taylorova rozvoje vyšším řádem než jedna. Předpokladem úspěšného odvození Gauss-Newtonovy iterační metody je zanedbání této části rozvoje funkce $\mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R; T_C))$, tedy

$$\epsilon(\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C), \mathbf{x}(T_R; T_C) - \hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)) \rightarrow 0. \quad (31)$$

Za předpokladu, že naměřená data ze satelitů nejsou ovlivněna poruchou, můžeme přepsat vztah (30) do tvaru

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)) + \mathbf{G} (\mathbf{x}(T_R; T_C) - \hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)), \quad (32)$$

kde \mathbf{G} představuje Jacobiho matici parciálních derivací všech členů funkce $\mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R; T_C))$. Pro jednotlivé složky vektorové nelineární funkce platí

$$g_i(\mathbf{x}(T_R; T_C)) = \|\mathbf{r}(T_R; T_C) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 + b - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i}, \quad (33)$$

kde $T_R = t_R - dt_R^0$ a například zvolíme $T_C = t_R$. V případě iteračního postupu hledáme nové odhady $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}(T_R; T_C)$ ze starých odhadů $\hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}(T_R; T_C)$. Nový iterační odhad polohy přijímače vyjádříme s pomocí Moore-Penroseovy matice $\mathbf{G}^+ = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$, pro kterou platí $\mathbf{G}^+ \mathbf{G} = \mathbf{I}_n$, $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{n \times n}$. Převedením členu $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C))$ na levou stranu rovnice (32), vynásobením \mathbf{G}^+ zleva a jednoduchou úpravou dostaneme výraz pro iterační odhad stavu

$$\hat{\mathbf{x}}^{(k)}(T_R; T_C) = \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}(T_R; T_C) + \mathbf{G}^+ (\mathbf{y} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}(T_R; T_C))), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (34)$$

kde Jacobiho matici parciálních derivací vyjádříme

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial r^x} & \frac{\partial g_1}{\partial r^y} & \frac{\partial g_1}{\partial r^z} & \frac{\partial g_1}{\partial b} \\ \frac{\partial g_2}{\partial r^x} & \frac{\partial g_2}{\partial r^y} & \frac{\partial g_2}{\partial r^z} & \frac{\partial g_2}{\partial b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_{n_y}}{\partial r^x} & \frac{\partial g_{n_y}}{\partial r^y} & \frac{\partial g_{n_y}}{\partial r^z} & \frac{\partial g_{n_y}}{\partial b} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Na začátku iteračního procesu je nutné zvolit počáteční odhad $\hat{\mathbf{x}}^{(0)}(T_R; T_C)$. V případě značení jednotlivých složek vektorů $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_C) = [\hat{r}^x, \hat{r}^y, \hat{r}^z]^T$ a $\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C) = [r_i^x, r_i^y, r_i^z]^T$, pak podrobně rozepsaný tvar Jacobiho matice je dán popisem

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{r}^x - r_1^x}{\dot{g}_1} & \frac{\hat{r}^y - r_1^y}{\dot{g}_1} & \frac{\hat{r}^z - r_1^z}{\dot{g}_1} & 1 \\ \frac{\hat{r}^x - r_2^x}{\dot{g}_2} & \frac{\hat{r}^y - r_2^y}{\dot{g}_2} & \frac{\hat{r}^z - r_2^z}{\dot{g}_2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\hat{r}^x - r_{n_y}^x}{\dot{g}_{n_y}} & \frac{\hat{r}^y - r_{n_y}^y}{\dot{g}_{n_y}} & \frac{\hat{r}^z - r_{n_y}^z}{\dot{g}_{n_y}} & 1 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

kde $\dot{g}_i = \|\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_C) - \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2$, $i = 1, \dots, n_y$.

Algoritmus výpočtu odhadu neomezeného stavu Programové zpracování teoretických poznatků by mělo být přehledné. Následující postup představuje výpočet odhadu stavu Gauss-Newtonovou iterační metodou.

1. Uložení aktuálních dat lokálního časového okamžiku přijetí t_R z přijímače obsahující souřadnice viditelných satelitů $\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_{E,i})$, pseudovzdálenosti y_i a korekce lokálních satelitních časů odeslání signálů $\Delta t_{SV,i}$. Jestliže celý proces simulujeme, musíme zvolit hodnotu dt_R^0 , převést přesnou polohu objektu $\mathbf{r}(T_R; T_R)$ do ECI_{T_C} podle (21) a vypočítat exaktně pseudovzdálenosti v ECI_{T_C} s použitím zvolených poloh satelitů $\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)$ podle (17). Další dva body postupu neprovádíme.
2. Výpočet globálních časů odeslání signálů $T_{E,i} = t_{E,i} - \Delta t_{SV,i}$, kde $t_{E,i} = t_R - y_i/c$. Volba společného souřadného systému ECI_{T_C} satelitů, například $T_C = t_R$.
3. Rotace satelitů do společného ECI_{T_C} systému podle (21).
4. Určení vhodného počátečního odhadu $\hat{\mathbf{x}}^{(0)}(T_R; T_C)$, $k = 1$.
5. Výpočet Jacobiho matice \mathbf{G} podle (36) a určení aktuální funkční hodnoty \mathbf{g} ze vztahu (33).
6. Odhad neznámého stavu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)$ v souřadném systému ECI_{T_C} je určený předpisem (34).
7. Následuje ověření podmínky (28), pokud není splněna, skok zpět do kroku 5. Při splnění podmínky bude poslední iterační odhad odpovídat konečnému odhadu stavu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)$ v ECI_{T_C} .
8. Rotace odhadu stavu z ECI_{T_C} do ECI_{T_R} . Jelikož neznáme přesný okamžik přijetí signálu T_R , nahradíme ho odhadem $T_{\hat{R}} = t_R - \hat{b}/c$. Výsledný odhad stavu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_{\hat{R}})$ získáme příslušnou rotací (22).

4 Modely dopravní sítě pohybujících se objektů

S rozvojem systémů GNSS vzniká nepřehledné množství nových projektů v různých sférách dopravy a výjimkou není ani oblast silniční a železniční dopravy. Velmi zásadní oblast výzkumu a vývoje tvoří bezpečnostně kritické aplikace (*safety-critical applications*). Zásadní otázkou pro bezpečnostně kritické aplikace je použití co největšího množství dostupných a pravdivých informací. V úloze lokalizace může tyto doplňkové informace představovat digitální mapa symbolizující pozemní cesty, silnice či železnice.

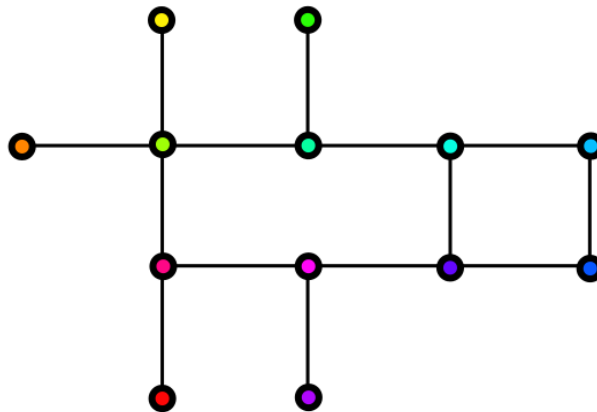
4.1 Digitální mapy dopravních sítí

Digitální mapy představují komplementární informaci pro oblast lokalizace, která však nemusí být vždy využitelná. Vždy je nutné uvažovat všechny podmínky, které v úloze odhadu polohy nebo stanovení rychlosti objektu máme. Představme si auto jedoucí po silnici první třídy, která bude reprezentovaná přesnou geometrickou mapou silnic vyšších tříd. Odbočí-li vozidlo na lesní cestu, která není v mapě zanesena, bude odhad polohy vozidla zkreslený a nepravdivý. Důležitým bodem této úlohy je správné vyhodnocení dostupných dat a rozhodnutí o využití digitální mapy. Jestliže už se jednou rozhodneme pro využití doplňkových informací o trajektoriích cest, měla by mapa poskytovat přesné a aktuální informace, které budou rychle dostupné. Jednotlivé segmenty cest by měly být co nejvhodněji uspořádány do složek, skupin či tabulek tak, aby byl přístup k těmto informacím efektivní. Speciálně u objektů s velkou rychlostí není žádoucí čekat na zpožděné údaje z mapy. Charakteristickým prvkem digitálních map je především množství obsažené informace. Existují mapy topologické, geometrické a topografické. Příklady grafického znázornění jednotlivých druhů reprezentují obrázky 5, 6 a 7, které popisují shodnou dopravní síť.

Topologická mapa Tento druh digitální mapy je v podstatě graf reprezentovaný seznamem uzlů a hran, který může být doplněn o elementární informace (např. vzdálenost mezi uzly, výškový rozdíl, třída silnice). Jako uzly topologické mapy se volí body dopravní sítě, které lze z hlediska dalšího použití považovat za významné. Obvykle se jedná o křižovatky, města, atd. Příkladem může být mapa zastávek metra. Topologické mapy se používají spíše k nalezení nejkratší cesty mezi dvěma uzly, nalezení minimální kostry nebo určení kritické cesty. Mapa neobsahuje dostatek informace pro zpřesnění odhadu polohy objektu. Hrany mohou být neorientované nebo orientované, násobné a nebo mohou tvořit smyčky. Posléze rozdělujeme mezi neorientovanými, smíšenými a orientovanými grafy. Každý graf může mít i své podgrafy, které vzniknou odebráním vrcholu či hran.

Topologické mapy, přesněji grafy, lze reprezentovat nejen graficky. Další triviální způsob spočívá v množinovém zápisu. Graf je tvořen množinou vrcholů, množinou hran a množinou dvojic, které jednotlivé hrany spojují. Grafy můžeme reprezentovat také prostřednictvím matice sousednosti. Jedná se o čtvercovou matici $n_v \times n_v$, n_v je počet vrcholů, ve které je souřadnice dána řádkem i a sloupcem j . Matice sousednosti má všechny prvky nulové, kromě prvků $a_{i,j}$, které jsou rovny jedné právě tehdy, jestliže z vrcholu V_i vede hrana do vrcholu V_j . Pro neorientované grafy je matice sousednosti symetrická podle diagonály. Matice sousednosti může nést

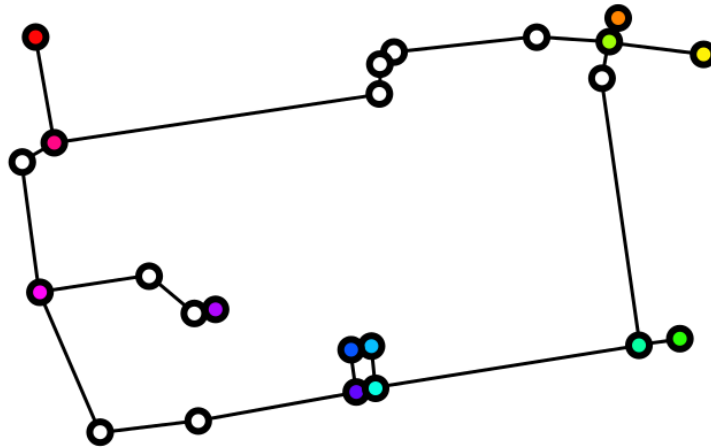
i informaci o vzdálenosti mezi jednotlivými vrcholy. Nevýhodou matice sousednosti může být velká výpočetní náročnost operací v případě složitých grafů. Místo matice sousednosti můžeme reprezentovat grafy pomocí incidenční matice. Její řádky reprezentují vrcholy grafu, sloupce jednotlivé hrany. Souřadnice daná řádkem i a sloupcem j je rovna 1, právě když je vrchol V_i zdrojovým uzlem hrany h_j , -1 v případě, že je vrchol cílovým vrchol V_i hrany H_j a 0 tehdy, jestliže vrchol V_i s hranou h_j neinciduje. Z pravidel Laplaceovy matice, jak se někdy incidenční matice označuje, je zřejmé použití i pro orientované grafy. Konečně spojové seznamy používané především v počítačovém programování jsou patrně nejpoužívanější způsob reprezentace grafu. Má-li graf i vrcholů, pak spojová reprezentace obsahuje i spojových seznamů. Každý z těchto seznamů obsahuje ukazatele na všechny vrcholy, do kterých vede hrana z vrcholu V_i . Výhoda spojových seznamů spočívá v přiměřených paměťových a výpočetních nárocích i pro složité grafy.



Obrázek 5: Jednoduchý model grafické reprezentace topologické mapy dopravního spojení.

Geometrická mapa Geometrická mapa představuje logické rozšíření topologické mapy. K informaci v topologické mapě je v geometrické mapě navíc obsažena informace o geometrickém tvaru cesty mezi dvěma uzly topologické mapy. Vzhledem ke složitosti je cesta mezi dvěma uzly obvykle rozdělena do několika segmentů, mezi nimiž je cesta aproximována jednoduchými geometrickými útvary jako je přímka, kružnicový, eliptický, parabolický nebo hyperbolický oblouk, nebo množství spline křivek. Jelikož se tvary křivek odvíjí od umístění uzlů, je žádoucí změřit přesně jejich geografické polohy. Množství informace v geometrických mapách se projeví i na jejich složitosti. Příklad grafické reprezentace jednoduché geometrické mapy, která rozšiřuje topologickou mapu z obrázku 5 je ukázán na obrázku 6.

Topografická mapa Tento druh mapových podkladů slouží hlavně pro reprezentaci charakteru okolí určité cesty. Topografické mapy obsahují mnohdy podrobné informace o geografické



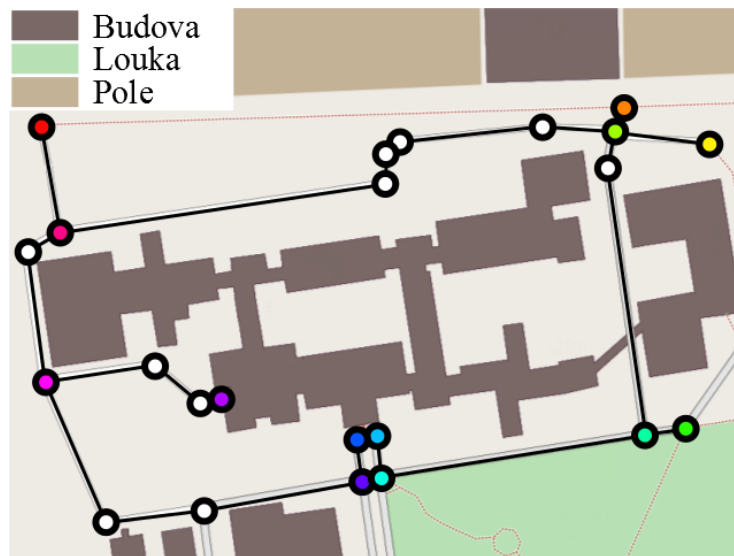
Obrázek 6: Geometrické schéma mapy dopravního spojení využívající úsečky pro reprezentaci charakteru cest.

podobě místa jako je reliéf, vegetace, vodstvo nebo osídlení. V problematice lokalizace klademe důraz na poskytování informace o tvaru krajiny v bezprostřední blízkosti cesty a informace o umělých stavbách jako jsou budovy, věže, mosty, tunely, ohrady a násypy. Všechny tyto prvky se mohou promítnout do výsledného odhadu polohy objektu a v bezpečnostně kritických aplikacích může být tato informace výhodně využita pro hodnocení spolehlivosti odhadu. Obrázek 7 ilustruje jednoduchou topografickou mapu v návaznosti na předchozí topologickou a geometrickou mapu z obrázků 5 a 6.

4.2 Postupy tvorby a uložení digitální mapy

Digitální mapy jsou populárnější a používanější než kdykoliv v minulosti. Nelze mluvit pouze o specifických mapách pro vojenské účely nebo mapách zvyšující bezpečnost dopravních cest. Do skupiny digitálních map řadíme také běžně používané mapové podklady v automobilových navigacích a chytrých telefonech jako jsou Nokia Maps nebo nejznámější internetový projekt týkající se mapových podkladů Google Maps obsahující i satelitní snímky, aktuální dopravní situaci v ulicích měst, trojrozměrné modely budov a dokonce virtuální prohlídku ulic Google Street. Univerzální nástroj pro práci s informacemi vztaženými k povrchu Země představuje informační systém GIS (*Geographic Information System*), který zpracovává, analyzuje a poskytuje nepřehledné množství geografických informací. Kombinuje dohromady data z topologických, geometrických a topografických map.

Obvyklý postup tvorby digitálních map začíná vytvořením topologické mapy dopravní sítě v oblasti, pro kterou má být zpracována digitální mapa. Topologická mapa se skládá z důležitých uzlů a hran. Hrany mohou reprezentovat existenci fyzické cesty mezi důležitými uzly. Následuje vytvoření geometrické reprezentace cesty spojující důležité uzly. K určení přesného tvaru cesty



Obrázek 7: Topografické znázornění mapy dopravního spojení vzhledem k druhu okolní krajiny cest.

mohou být použity různé prostředky od diferenciální GPS po laserová měření. Geometrické zobrazení popisuje tvar cesty nebo objektu a může být vytvořeno různými způsoby, které se řídí především požadavky na celkovou přesnost a složitost zobrazení. Projekt OpenStreetMap představuje volně dostupná data nejen silniční sítě. Více informací k tomuto projektu nalezneme v [21]. Registrovaný uživatel má možnost přispět do vývoje mapových podkladů. Základní proces spočívá v běžném záznamu bodů pomocí GPS přijímače uživatele pohybujícího se po neprozkoumané cestě a následném uploadu poloh dílčích bodů cesty z GPS přijímače ve formátu WGS-84 do databáze. K elementárním prvkům takto utvořené mapy patří uzly reprezentující například město nebo budovy. Další skupinou objektů jsou cesty tvořené propojenými segmenty úseček, které představují přímé spojení jednotlivých uzlů. Takto mohou být reprezentovány silnice nebo železnice. Mapové popisy doplňují relace, štítky a atributy. OpenStreetMap využívá vlastního datového formátu postaveného podle jazyka XML.

Zvýšení přesnosti a volba geometrické reprezentace cesty mezi významnými uzly se obvykle projeví na rychlosti dostupnosti požadovaných dat. Vezměme v potaz mapu železniční sítě. Aplikace zvyšující například přesnost polohy jedoucího vlaku využitím digitální mapy tratě kolejí musí splňovat jistou úroveň integrity bezpečnosti. Samotný model geometrického tvaru tratě by měl být velice přesný s minimálními paměťovými nároky. Takový návrh reprezentace upotřebí především propojení významných uzlů pomocí geometrických křivek jako je úsečka, kruhový oblouk, spline křivky nebo kombinace těchto segmentů. Nadměrná aproximace však způsobí ztrátu přesnosti. Systém reprezentace by měl obsahovat vhodně zvolenou hierarchickou strukturu rozpoznávání informace. Datový formát, ve kterém jsou mapové podklady ukládány, by měl zároveň prokázat jistou rozšiřitelnost. K samotné geometrické informaci o tvaru cesty může být postupně přidána topografická informace charakteru okolní krajiny. Významnou vlastnost každé datové reprezentace digitální mapy tvoří nezbytně schopnost reagovat na změny mapových pod-

kladů. Při rekonstrukci nebo rozšíření dopravní sítě je nutné bezchybně a efektivně editovat nebo aktualizovat nová data při zachování rozmezí paměťové náročnosti. Dalším významným ukazatelem je propojení konkrétních databází různých uživatelů s digitální mapou a v neposlední řadě nesmíme opomenout schopnost kontroly a ověřování údajů digitální mapy důležitou pro bezpečnostně kritické aplikace. Všechny tyto požadavky vycházející z [11] by měl splňovat nový datový standard tvorby železniční dopravní sítě railML [19]. Jedná se datový formát XML, který obsahuje specifické prvky pro železnice jako je samotná geometrie železnice, signální zařízení podél trati, senzory projíždějících vlaků, tunely a mosty, nádraží nebo třeba typy kolejí a elektrifikací. V neposlední řadě mohou nástroje railML evidovat jízdní řády vlakových spojů. Otevřeného formátu railML mohou využít všechny instituce provozující nebo zabývající se železniční dopravou.

4.3 Reprezentace geometrické mapy

Předpokládejme, že objekt se pohybuje po neměnné dopravní síti, která reprezentuje omezení na jeho možnou trajektorii. Vzhledem k tomu, že diplomová práce se zaměřuje hlavně na úlohu odhadu polohy s omezením a ne na tvorbu digitální mapy dopravní sítě, nebude pro účely simulace a testování metod vytvořena komplexní rozsáhlá mapa dopravní sítě, která by byla geograficky přesná a odpovídala realitě. Místo toho bude pozornost zaměřena na modelování cesty mezi dvěma důležitými uzly dopravní sítě přidáním dalších uzlů a rozdělením na segmenty. Následující část se zabývá základními elementy geometrické mapy, která může dobře posloužit stanoveným požadavkům.

Uměle vytvořená geometrická mapa vychází z určitého počtu uzlů vyhovující skutečné dopravní cestě. Skutečná trajektorie mezi dvěma uzly bude reprezentována jednou ze dvou elementárních geometrických křivek - úsečkou nebo kružnicovým obloukem. Úsečky se využijí při reprezentaci přímých segmentů mezi dvěma sousedními uzly. K reprezentaci segmentů, které se významně odchyľují od přímky, se použije kružnicový oblouk. Zároveň se požaduje stanovení určitých vzdáleností mezi uzly dopravní cesty z důvodu nepřesnosti a efektivnosti. Obě geometrické křivky se dají matematicky modelovat a jejich popis využijeme k určení polohy pohybujícího se objektu.

4.3.1 Modelování pomocí úsečky

K popisu přímého segmentu cesty může být využit model parametrického vyjádření přímky

$$\mathbf{r} = \mathbf{B}_j + (\mathbf{B}_{j+1} - \mathbf{B}_j)p, \quad (37)$$

kde \mathbf{r} charakterizuje bod ležící na segmentu cesty, \mathbf{B}_j je počáteční bod segmentu cesty, \mathbf{B}_{j+1} je koncový bod segmentu cesty, index j charakterizuje vybraný segment z celé mapy cesty, $p \in \langle 0; 1 \rangle$ je parametr. K reprezentaci segmentu cesty pomocí tohoto modelu je zapotřebí znalost souřadnic počátečního a koncového uzlu konkrétního segmentu. Pro cestu mapovanou několika uzly je vždy koncový uzel jednoho segmentu zároveň počátečním uzlem k němu navazujícího segmentu.

4.3.2 Modelování pomocí kružnicového oblouku

Zakřivený charakter cesty by mohl být reprezentován pouze dostatečným množstvím známých uzlů a úseček spojující dané uzly. Třebaže je tento postup možný, přesné modelování zakřivených segmentů cesty vyžaduje velký počet uzlů. Z tohoto důvodu zavádíme druhou pomocnou křivku - kružnicový oblouk. Představme si kružnicový oblouk se středem \mathbf{S} , poloměrem R a dvěma krajními body $\mathbf{B}_j \sim \mathbf{U}$ a $\mathbf{B}_{j+1} \sim \mathbf{V}$. K popisu oblouků (zataček) cesty je možné využít parametrické vyjádření kružnicového oblouku

$$\mathbf{r} = \mathbf{S} + R [\mathbf{u}_{pn} \sin(p) + \mathbf{v}_n \cos(p)], \quad (38)$$

kde \mathbf{r} charakterizuje bod ležící na segmentu cesty, p je parametr, \mathbf{v}_n je normalizovaný vektor jdoucí ze středu kružnicového oblouku do koncového bodu \mathbf{V} a \mathbf{u}_{pn} je normalizovaný ortogonální vektor k \mathbf{v}_n ve směru zbytku kružnicového oblouku. Ten vypočítáme normalizací vektoru \mathbf{u}_p kolmého k \mathbf{v} v rovině kružnicového oblouku vypočítaného $\mathbf{u}_p = \mathbf{u} - (\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{v}_n) \cdot \mathbf{v}_n$, kde \mathbf{u} (resp. \mathbf{v}) je vektor jdoucí ze středu \mathbf{S} do bodu \mathbf{U} (resp. \mathbf{V}). Hodnota $\varphi = |\angle VSU|$ je velikost úhlu, kterou lze vypočítat podle obecného vztahu pro velikost úhlu dvou vektorů

$$\cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\|}. \quad (39)$$

Pro upravenou rovnici popisu kružnicového oblouku (38) můžeme velikost úhlu φ vyjádřit z rovnice (39) jako

$$\varphi = \arccos \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{R^2} \right). \quad (40)$$

Úhel φ slouží jako omezení parametru $p \in \langle 0; \varphi \rangle$.

4.3.3 Postup při tvorbě geometrické mapy

Vhodnou kombinací segmentů úseček a kružnicových oblouků můžeme vytvořit věrohodnou digitální mapu cesty. Přesnost mapy může být nastavena hustotou uzlů, především v zakřivených úsecích, nebo výběrem rozložení důležitých uzlů vzhledem k charakteru cesty. Digitální mapa nám poslouží pro úlohu omezeného odhadu polohy GNSS přijímače.

Algoritmus vytvoření modelu dopravní cesty Tento postup slouží jako návod na vytvoření vlastní geometrické mapy, která nahrazuje dopravní cestu určenou pomocí souřadnic jednotlivých bodů. Souřadnice bodů cesty lze jednoduše získat výpočtem odhadu polohy GPS přijímače v autě nějakou metodou odhadu.

1. Výběr uzlů cesty, které budou sloužit jako krajní body jednotlivých geometrických segmentů mapy. Jednou z možností výběru je označení každého n -tého bodu cesty. Mezi sebou jdoucími uzly se nacházejí segmenty mapy.

2. Zjištění součtu Eukleidovských vzdáleností jednotlivých bodů dopravní cesty od přímé spojnice krajních uzlů segmentu pro celou mapu. Jestliže součet bude menší než nějaká pevně zvolená konstanta, označíme příslušný segment značkou úsečky, v opačném případě se jedná o geometrický segment typu kružnicový oblouk. Předpokladem této zjednodušené metody stanovení geometrického typu segmentu je pomalu se měnící charakter cesty a dostatečná hustota uzlů mapy.
3. Volba třetího bodu kružnicového oblouku (dva krajní známe). Tento bod může být například bod cesty v polovině segmentu mezi dvěma krajními body. Metoda je ukázána na ilustračním obrázku 8. Reprezentace kružnicového oblouku ve tvaru (38).
4. Vytvoření ucelené geometrické mapy kombinací jednotlivých typů segmentů s návazností na jejich krajní body.



Obrázek 8: Jednoduchá metoda určení geometrického typu segmentu.

5 Stanovení polohy objektu s využitím dopravní sítě

V této části předpokládáme, že známe úplný popis modelu cesty, na které se uživatel s GNSS přijímačem může vyskytovat. V části 3.2.5 byl odvozen iterační postup určení polohy přijímače vyskytujícího se kdekoli v prostoru. Chceme-li úlohu lokalizace zúžit pouze na omezenou trajektorii, je nutné uvažovat optimalizaci pomocí vazbových podmínek. Vazbová podmínka představuje popis možného výskytu přijímače, který je určený právě modelem mapy cesty. Úloha optimalizace s vazbovými podmínkami vkládá podmínky omezení rovnou do algoritmu výpočtu odhadu nějakou vhodně zvolenou estimační metodou. Úkolem následujícího textu je představení různých způsobů řešení úlohy s vazbovými podmínkami. Nejprve jsou představena řešení pro úlohy s vazbovými podmínkami typu přímka a kružnice. Pozdější část popisuje úlohu odhadu s vazbovými podmínkami omezených segmentů, v našem případě úsečka a kružnicový oblouk.

5.1 Metoda nejbližšího bodu k neomezenému odhadu

Začněme nejprve základním způsobem lokalizace přijímače na omezené trajektorii. Připusťme, že jsme získali ničím neomezený odhad polohy přijímače Gauss-Newtonovou iterační metodou. Jedním z možných způsobů zahrnutí mapy cesty do řešení je kolmý průmět tohoto neomezeného odhadu na známou trajektorii přijímače. V každém časovém okamžiku je neomezený odhad polohy GNSS přijímače transformován na známou křivku cesty. Jako přirozená transformace se jeví nalezení nejbližšího bodu křivky. Pro zjednodušení výpočtu je místo úsečky a kružnicového oblouku uvažována přímka a kružnice.

5.1.1 Kolmý průmět na přímku

První z možných postupů je transformace neomezeného odhadu polohy na přímku. Parametrická rovnice přímky byla zmíněna ve vztahu (37). V každém časovém okamžiku se neomezený odhad polohy přijímače $\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ promítne kolmým průmětem na jeden z bodů náležící takovéto přímce. Dva vektory jsou na sebe kolmé, pokud jejich skalární součin je nulový. Vektor nového odhadu $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ a neomezeného odhadu $\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ potom musí splňovat podmínku

$$(\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R) - \hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)) \cdot (\mathbf{B}_{j+1}(T_R; T_R) - \mathbf{B}_j(T_R; T_R)) = 0. \quad (41)$$

Dosažením předpisu pro přímku (37) do (41) místo nového odhadu $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ a roznásobením získáme rovnici

$$\bar{\mathbf{r}}\mathbf{B}_{j+1} - \bar{\mathbf{r}}\mathbf{B}_j - \mathbf{B}_j\mathbf{B}_{j+1} + \mathbf{B}_j\mathbf{B}_j + \mathbf{B}_{j+1}(\mathbf{B}_{j+1} - \mathbf{B}_j)p - \mathbf{B}_j(\mathbf{B}_{j+1} - \mathbf{B}_j)p = 0.$$

Postupnými úpravami můžeme vyjádřit matematický předpis pro parametr p jako

$$p = \frac{(\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R) - \mathbf{B}_j(T_R; T_R))^T}{(\mathbf{B}_{j+1}(T_R; T_R) - \mathbf{B}_j(T_R; T_R))^T}. \quad (42)$$

Z odvozeného vztahu je možné dopočítat hodnotu nového odhadu polohy přijímače $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$. Ten bude zcela jistě náležet omezující přímce mapy cesty. Přidáním neomezeného odhadu $\bar{\mathbf{b}}$ k právě získanému omezenému odhadu polohy $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ získáme konečný omezený odhad $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_R) = [\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R), \bar{\mathbf{b}}]^T$ všech neznámých modelu pseudovzdáleností (19).

5.1.2 Nejblíží bod na kružnici

Druhý postup transformuje neomezený odhad polohy přijímače na kružnici, která vyhovuje parametrické rovnici kruhového oblouku (38) pro parametr p . Transformace promítne neomezený odhad polohy přijímače $\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ nejblíží bod takovéto omezující kružnice. Odvození postupu transformace vychází z nalezení pomyslného středu identické omezující kružnice v rovině k ní rovnoběžné procházející neomezeným odhadem polohy, přenesením pomyslné přímky středem odhad z této roviny do roviny původní omezující kružnice a nalezení odhadu polohy přijímače $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$ v průsečíku této přímky a omezující kružnice. Vektor ze středu $\mathbf{S}(T_R; T_R)$ zadaného kruhového oblouku mapy dopravní cesty do krajního bodu $\mathbf{U}(T_R; T_R)$ (resp. $\mathbf{V}(T_R; T_R)$) označíme $\mathbf{u}(T_R; T_R)$ (resp. $\mathbf{v}(T_R; T_R)$) a platí

$$\begin{aligned}\mathbf{u}(T_R; T_R) &= \mathbf{U}(T_R; T_R) - \mathbf{S}(T_R; T_R), \\ \mathbf{v}(T_R; T_R) &= \mathbf{V}(T_R; T_R) - \mathbf{S}(T_R; T_R).\end{aligned}\quad (43)$$

Vektory $\mathbf{u}(T_R; T_R)$ a $\mathbf{v}(T_R; T_R)$ společně definují rovinu omezující kružnice. Normálový vektor této roviny kolmý na oba uvedené vektory procházející středem kružnice $\mathbf{S}(T_R; T_R)$ se vyjádří vektorovým součinem

$$\mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R) = \mathbf{u}(T_R; T_R) \times \mathbf{v}(T_R; T_R).\quad (44)$$

Pro obecně definovanou rovinu platí

$$ax + by + cz + d = 0,\quad (45)$$

kde a, b, c jsou nenulové koeficienty, koeficient d nulový být může, x, y, z jsou souřadnice bodu v prostoru. Rovina rovnoběžná s rovinou omezující kružnice, která prochází neomezeným odhadem polohy přijímače $\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$, může být modelována upraveným předpisem definice roviny

$$n_{uv}^x \bar{r}^x + n_{uv}^y \bar{r}^y + n_{uv}^z \bar{r}^z = -d,\quad (46)$$

přičemž $\mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R) = [n_{uv}^x, n_{uv}^y, n_{uv}^z]^T$, $\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R) = [\bar{r}^x, \bar{r}^y, \bar{r}^z]^T$ a d je neznámý koeficient. Alternativní zápis předpisu tohoto koeficientu je možný s použitím operace skalárního součinu

$$d = -\mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R) \cdot \bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R).\quad (47)$$

Obraz $\bar{\mathbf{S}}(T_R; T_R)$ středu $\mathbf{S}(T_R; T_R) = [S^x, S^y, S^z]^T$ omezující kružnice do rovnoběžné roviny zjistíme výpočtem parametru p_n přímky kopírující normálový vektor roviny kružnice s rovnoběžnou rovinou. Musí nutně platit

$$n_{uv}^x (S^x + n_{uv}^x p_n) + n_{uv}^y (S^y + n_{uv}^y p_n) + n_{uv}^z (S^z + n_{uv}^z p_n) + d = 0.\quad (48)$$

Parametr přímky bodu obrazu středu kružnice vyjádříme úpravou tohoto vztahu a použitím skalárních součinů

$$p_n = -\frac{\mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R) \cdot \mathbf{S}(T_R; T_R) + d}{\mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R) \cdot \mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R)}.\quad (49)$$

Souřadnice bodu $\bar{\mathbf{S}}(T_R; T_R)$ zjistíme jednoduše dosazením nalezeného parametru p_n do rovnice přímky kopírující normálový vektor původní roviny, tedy

$$\bar{\mathbf{S}}(T_R; T_R) = \mathbf{S}(T_R; T_R) + \mathbf{n}_{uv}(T_R; T_R)p_n. \quad (50)$$

Nyní stačí zjistit předpis vektoru $\bar{\mathbf{w}}(T_R; T_R)$ jdoucí z středu kružnice $\bar{\mathbf{S}}(T_R; T_R)$ do neomezeného odhadu polohy $\bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$,

$$\bar{\mathbf{w}}(T_R; T_R) = \bar{\mathbf{r}}(T_R; T_R) - \bar{\mathbf{S}}(T_R; T_R). \quad (51)$$

Směr tohoto vektoru je shodný s vektorem $\mathbf{w}(T_R; T_R)$ jdoucím ze středu $\mathbf{S}(T_R; T_R)$ omezující kružnice do hledaného omezeného odhadu polohy $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R)$. Parametr přímky p_o kopírující vektor $\mathbf{w}(T_R; T_R)$ v průsečíku s omezující kružnicí nám poskytne informaci o poloze výsledného omezeného odhadu. Průsečík přímky kopírující vektor $\mathbf{w}(T_R; T_R) = [w^x, w^y, w^z]^T$ a omezující kružnice musí vyhovovat rovnici

$$((S^x + w^x p_o) - S^x)^2 + ((S^y + w^y p_o) - S^y)^2 + ((S^z + w^z p_o) - S^z)^2 = R^2. \quad (52)$$

Úpravou tohoto vztahu můžeme vyjádřit hledaný parametr p_o jako

$$p_o = \frac{R}{\|\mathbf{w}(T_R; T_R)\|_2}. \quad (53)$$

Souřadnice omezeného odhadu polohy GNSS přijímače vypočítáme dosazením do rovnice přímky

$$\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R) = \mathbf{S}(T_R; T_R) + \mathbf{w}(T_R; T_R)p_o. \quad (54)$$

Opět přidáním neomezeného odhadu $\bar{\mathbf{b}}$ k souřadnicím omezeného odhadu polohy získáme konečný omezený odhad $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_R) = [\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_R), \bar{\mathbf{b}}]^T$ všech neznámých modelu pseudovzdáleností (19).

5.2 Gauss-Newtonova iterační metoda s vazbovou podmínkou

Zabývejme se nyní optimalizační metodou s využitím vazbových podmínek. Jedná se o úlohy statické optimalizace s omezením typu rovnosti. Cílem Gauss-Newtonovy iterační metody je nalézt odhad neznámého stavu přijímače $\mathbf{x}^0(T_R, T_C)$ s polohou v ECI_{T_C} souřadném systému minimalizující kritérium (26). V této optimalizační metodě je úkol modifikován tak, že hledáme minimum pouze tam, kde je splněna stanovená vazbová podmínka. Tato metoda na rozdíl od metody kolmého průmětu již rovnou odhaduje polohu přijímače na křivce modelu cesty. Řekněme, že model určitého segmentu cesty je zahrnutý v modelu měření pseudovzdáleností, což může být zapsáno

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(T_R, T_C)) = \mathbf{g}([\mathbf{r}(T_R, T_C), b]^T) = \mathbf{g}(\mathbf{c}(p), b). \quad (55)$$

Vektorová funkce polohy přijímače $\mathbf{c}(p)$ závisí na parametru omezujících podmínek. V dalších odstavcích budeme uvažovat funkci měření pseudovzdáleností ve tvaru

$$\bar{\mathbf{g}} = (p, b) \quad (56)$$

ekvivalentní k \mathbf{g} respektující příslušný segment cesty. Následující část se bude zabývat omezující podmínkou typu přímka a kružnice z důvodu jejich modelování v mapě cest.

5.2.1 Vazbová podmínka typu přímka

Mějme nějaký segment cesty reprezentovaný matematickým modelem typu přímky. Souřadnice přijímače $\mathbf{r}(T_R; T_C)$ proto vyhovují předpisu (37). Jednotlivé složky vektorové funkce měření pseudovzdáleností $\bar{\mathbf{g}}(p, b)$ respektující takovýto model cesty mají matematický předpis

$$\begin{aligned} \bar{g}_i(p, b) = & \|\mathbf{A}(T_R; T_R) + \mathbf{C}(T_R; T_R)p - \mathbf{R}_3(\tau)\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 \\ & + b - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i}, \end{aligned} \quad (57)$$

přičemž $\mathbf{A}(T_R; T_R) = \mathbf{B}_j(T_R; T_R)$ a $\mathbf{C}(T_R; T_R) = (\mathbf{B}_{j+1}(T_R; T_R) - \mathbf{B}_j(T_R; T_R))$, $\tau = T_C - T_R$. Nový iterační odhad pomocí Gauss-Newtonovy iterační metody bude vyhovovat modifikované rovnici (34), ve které se změní odhadovaný vektor $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C)$ na vektor s argumenty funkce $\bar{\mathbf{g}}(p, b)$ a změní se Jacobiho matice parciálních derivací \mathbf{G} ,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial p} & \frac{\partial g_1}{\partial b} \\ \frac{\partial g_2}{\partial p} & \frac{\partial g_2}{\partial b} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_{n_y}}{\partial p} & \frac{\partial g_{n_y}}{\partial b} \end{bmatrix}. \quad (58)$$

Za předpokladu, že $\mathbf{A}(T_R; T_R) = [A^x, A^y, A^z]^T$, $\mathbf{C}(T_R; T_R) = [C^x, C^y, C^z]^T$ a dále platí

$$\mathbf{R}_3(\tau)\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C) = \begin{bmatrix} r_i^x \cos(\dot{\Omega}_e \tau) - r_i^y \sin(\dot{\Omega}_e \tau) \\ r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau) \\ r_i^z \end{bmatrix} = \mathbf{r}_i^R$$

můžeme vyjádřit Jacobiho matici parciálních derivací (58) ve tvaru

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{g_1^{nx}C^x + g_1^{ny}C^y + g_1^{nz}C^z}{g_1^{dn}} & \frac{\dot{\Omega}_e (g_1^{nx}g_1^{bnx} - g_1^{ny}g_1^{bny})}{g_1^{dn}} + 1 \\ \frac{g_2^{nx}C^x + g_2^{ny}C^y + g_2^{nz}C^z}{g_2^{dn}} & \frac{\dot{\Omega}_e (g_2^{nx}g_2^{bnx} - g_2^{ny}g_2^{bny})}{g_2^{dn}} + 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{g_{n_y}^{nx}C^x + g_{n_y}^{ny}C^y + g_{n_y}^{nz}C^z}{g_{n_y}^{dn}} & \frac{\dot{\Omega}_e (g_{n_y}^{nx}g_{n_y}^{bnx} - g_{n_y}^{ny}g_{n_y}^{bny})}{g_{n_y}^{dn}} + 1 \end{bmatrix}, \quad (59)$$

kde vztahy použité funkce mají následující tvar

$$\begin{aligned} g_i^{nx} &= A^x + pC^x - r_i^x \cos(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \sin(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{bnx} &= r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{ny} &= A^y + pC^y - r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) - r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{bny} &= r_i^x \cos(\dot{\Omega}_e \tau) - r_i^y \sin(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{nz} &= A^z + pC^z - r_i^z, \\ g_i^{dn} &= \|\mathbf{A} + \mathbf{C}p - \mathbf{r}_i^R\|_2. \end{aligned} \quad (60)$$

Algoritmus výpočtu Postup při výpočtu odhadu neznámého vektoru $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_R) = [\hat{p}, \hat{b}]^T$ argumentu funkce $\bar{g}(p, b)$ je podobný jako u Gauss-Newtonovy iterační metody. Změna se týká odhadovaných parametrů a modifikace Jacobiho matice \mathbf{G} . Statická optimalizace úlohy s vazbovými podmínkami typu přímkou se skládá z následujících částí.

1. Určení vhodného počátečního odhadu $\hat{\mathbf{x}}^{(0)}(T_R; T_R)$, počáteční iterace $k = 1$. Počáteční odhad můžeme v tomto případě zvolit například $\hat{\mathbf{x}}^{(0)} = [0, 0]^T$.
2. Výpočet Jacobiho matice \mathbf{G} podle (59) a určení $\bar{g}_i(p, b)$ ze vztahu (57).
3. Nový iterační odhad polohy přijímače na jeho omezené trajektorii je určen vztahem (34), ve kterém uvažujeme neznámý vektor $\hat{\mathbf{x}}^{(k)} = [\hat{p}, \hat{b}]^T$ modifikovanou Jacobiho maticí \mathbf{G} .
4. Ověření podmínky (28), pokud není splněna, skok zpět do kroku 2.
5. Výpočet hledaného neznámého vektoru $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_{\hat{R}}) = [\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_{\hat{R}}), \hat{b}]^T$ dosazením odhadu parametru \hat{p} do modelované omezené trajektorie (37).

Vypočítané souřadnice polohy GNSS přijímače určitě respektují uvažovaný segment cesty.

5.2.2 Vazbová podmínka typu kružnice

Nyní se budeme zabývat situací, kdy je segment cesty popsán kružnicí (38). Jednotlivé složky funkce $\bar{g}(p, b)$ respektující tento segment cesty můžeme zapsat

$$\begin{aligned} \bar{g}_i(p, b) = & \|\mathbf{S}(T_R; T_R) + R(\mathbf{u}_{pn}(T_R; T_R) \sin(p) + \mathbf{v}_n(T_R; T_R) \cos(p)) - \mathbf{R}_3(\tau) \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 \\ & + b - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i}, \end{aligned} \quad (61)$$

kde opět $\tau = T_C - T_R$. Úkolem je nalézt odhad $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{p}, \hat{b}]^T$. Jacobiho matice parciálních derivací \mathbf{G} bude mít obecný tvar

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial p} & \frac{\partial g_1}{\partial b} \\ \frac{\partial g_2}{\partial p} & \frac{\partial g_2}{\partial b} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_{n_y}}{\partial p} & \frac{\partial g_{n_y}}{\partial b} \end{bmatrix}. \quad (62)$$

Opět předpokládáme, že

$$\mathbf{R}_3(\tau) \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C) = \begin{bmatrix} r_i^x \cos(\dot{\Omega}_e \tau) - r_i^y \sin(\dot{\Omega}_e \tau) \\ r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau) \\ r_i^z \end{bmatrix} = \mathbf{r}_i^R.$$

Vyjádřená Jacobiho matice parciálních derivací má tvar

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{g_1^{nx} g_1^{pnx} + g_1^{ny} g_1^{pny} + g_1^{nz} g_1^{pnz}}{g_1^{dn}} & \frac{\dot{\Omega}_e (g_1^{nx} g_1^{bnx} - g_1^{ny} g_1^{bny})}{c} + 1 \\ \frac{g_2^{nx} g_2^{pnx} + g_2^{ny} g_2^{pny} + g_2^{nz} g_2^{pnz}}{g_2^{dn}} & \frac{\dot{\Omega}_e (g_2^{nx} g_2^{bnx} - g_2^{ny} g_2^{bny})}{c} + 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{g_{n_y}^{nx} g_{n_y}^{pnx} + g_{n_y}^{ny} g_{n_y}^{pny} + g_{n_y}^{nz} g_{n_y}^{pnz}}{g_{n_y}^{dn}} & \frac{\dot{\Omega}_e (g_{n_y}^{nx} g_{n_y}^{bnx} - g_{n_y}^{ny} g_{n_y}^{bny})}{c} + 1 \end{bmatrix}, \quad (63)$$

kde použité funkce jsou reprezentovány předpisy

$$\begin{aligned} g_i^{nx} &= S^x + Ru_{pn}^x \sin(p) + Rv_n^x \cos(p) - r_i^x \cos(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \sin(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{pnx} &= Ru_{pn}^x \cos(p) - Rv_n^x \sin(p), \\ g_i^{bnx} &= r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{ny} &= S^y + Ru_{pn}^y \sin(p) + Rv_n^y \cos(p) - r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) + r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{pny} &= Ru_{pn}^y \cos(p) - Rv_n^y \sin(p), \\ g_i^{bny} &= r_i^x \sin(\dot{\Omega}_e \tau) - r_i^y \cos(\dot{\Omega}_e \tau), \\ g_i^{nz} &= S^z + Ru_{pn}^z \sin(p) + Rv_n^z \cos(p) - r_i^z, \\ g_i^{pnz} &= Ru_{pn}^z \cos(p) - Rv_n^z \sin(p), \\ g_i^{dn} &= \|\mathbf{S} + \mathbf{R}\mathbf{u}_{pn} \sin(p) + \mathbf{R}\mathbf{v}_n \cos(p) - \mathbf{r}_i^R\|_2. \end{aligned} \quad (64)$$

Dodejme pro upřesnění, že $\mathbf{S}(T_R; T_R) = [S^x, S^y, S^z]^T$, $\mathbf{u}_{pn}(T_R; T_R) = [u_{pn}^x, u_{pn}^y, u_{pn}^z]^T$ a dále $\mathbf{v}_n(T_R; T_R) = [v_n^x, v_n^y, v_n^z]^T$ vycházejí z upravené parametrické rovnice kružnice (38).

Algoritmus výpočtu Postup při výpočtu odhadu neznámého vektoru $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_C) = [\hat{p}, \hat{b}]^T$ argumentu funkce $\bar{g}(p, b)$ se shoduje s algoritmem výpočtu úlohy vazbové podmínky typu přímka. Je však nutné uvažovat modifikaci Jacobiho matice \mathbf{G} . Algoritmus statické optimalizace úlohy s vazbovými podmínkami typu kružnice postupuje následovně.

1. Určení vhodného počátečního odhadu $\hat{\mathbf{x}}^{(0)}(T_R; T_R)$, počáteční iterace $k = 1$.
2. Určení Jacobiho matice \mathbf{G} podle (63) a výpočet $\bar{g}_i(p, b)$ ze vztahu pro modifikovaný model měření pseudovzdáleností (61).
3. Nový iterační odhad polohy přijímače na omezené trajektorii je určen vztahem (34), ve kterém uvažujeme neznámý vektor $\hat{\mathbf{x}}^{(k)} = [\hat{p}, \hat{b}]^T$ modifikovanou Jacobiho maticí \mathbf{G} .
4. Ověření podmínky (28), pokud není splněna, skok zpět do kroku 2.
5. Výpočet hledaného neznámého vektoru $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_{\hat{R}}) = [\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_{\hat{R}}), \hat{b}]^T$ dosazením odhadu parametru \hat{p} do modelované omezené trajektorie (38).

5.3 Metody pro výběr úseku mapy

Dostáváme se k úloze lokalizace přijímače GNSS na určitém segmentu modelované mapy cesty. Uvažujme jednoduchý příklad. Matematický model cesty je sestavený z úseček a kružnicových oblouků. Předtím, než začneme hledat samotnou polohu objektu v mapě dopravní sítě, musíme stanovit, jaké segmenty cesty mají být pro odhad uvažovány. V případě, kdy je uvažována celá dopravní síť je tato úloha výpočetně značně komplikovaná. V následující části budou představeny dva přístupy k řešení toho problému v situaci, kdy je dopředu známo, na jaké cestě celé dopravní sítě se objekt nachází. Oba přístupy vycházejí ze znalosti neomezeného odhadu $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{\mathbf{r}}, b]^T$. Další přirozenou podmínkou je znalost matematického modelu mapy dopravní sítě. Úkolem je najít množinu uzlů B obsahující počáteční a koncové body segmentů geometrické mapy dopravní sítě, které vyhovují stanoveným požadavkům. Segmenty dopravní sítě cest, které jsou definovány alespoň jedním bodem z množiny B , se stávají vhodnými kandidáty pro odhad omezené polohy GNSS přijímače $\hat{\mathbf{r}}$, tedy i výsledného odhadu stavu $\hat{\mathbf{x}}$.

Vzdálenost uzlů cesty Prvním přirozeným přístupem se zdá být porovnání vzdáleností mezi všemi uzly mapy dopravní sítě \mathbf{B}_j a neomezeným odhadem $\bar{\mathbf{r}}$. K určení vzdáleností mezi body použijeme Eukleidovskou normu. Stanovme si maximální vzdálenost d_{max} od $\bar{\mathbf{r}}$, ve které se může omezený odhad $\hat{\mathbf{r}}$ vyskytovat. Všechny body \mathbf{B}_j vyhovující následující podmínce zcela jistě patří do množiny uzlů B ,

$$\|\mathbf{B}_j - \bar{\mathbf{r}}\|_2 \leq d_{max}. \quad (65)$$

Konfidenční elipsoid Druhá možnost určení vhodných uzlů do množiny B spočívá ve výpočtu konfidenčního elipsoidu. Jedná se o jakousi oblast spolehlivosti. Stanovením hladiny konfidence zjistíme vhodné segmenty cesty pro výpočet omezeného odhadu $\hat{\mathbf{r}}$. Zabývejme se chybou odhadu $\tilde{\mathbf{x}}$ stavu přijímače \mathbf{x}^0 . Model měření pseudovzdáleností jsme aproximovali pomocí Taylorova rozvoje, připomeňme si danou aproximaci ze vztahu (30)

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{G} \Big|_{\mathbf{x}^0 = \hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) + \epsilon(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}^0 - \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{v}. \quad (66)$$

Chybu odhadu stavu vyjádříme jako rozdíl skutečného a odhadovaného vektoru stavu, neboli $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 - \hat{\mathbf{x}}$. Tvar modelu (66) upravme

$$\mathbf{y} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{x}} + \epsilon(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{v}$$

a posléze vynásobme Moore-Penroseovou maticí \mathbf{G}^+ . Dostaneme výraz

$$\mathbf{G}^+(\mathbf{y} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})) = \mathbf{I}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}^+(\epsilon(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{v}).$$

Výraz $(\mathbf{y} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}))$ by měl být nulový. Předpokládejme, že chyba aproximace $\epsilon(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}})$ je také zanedbatelná. Za těchto okolností můžeme chybu vektoru stavu vyjádřit ve tvaru

$$\tilde{\mathbf{x}} = -\mathbf{G}^+(\mathbf{v}). \quad (67)$$

Předpokládáme, že neznámá porucha má normální rozdělení definované $\mathbf{v} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$. Střední hodnota a kovariance chyby odhadu stavu $\tilde{\mathbf{x}}$ jsou reprezentovány

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\tilde{\mathbf{x}}) &= -\mathbf{G}^+ \mathbf{E}(\mathbf{v}) = 0, \\ \text{cov}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \mathbf{G}^+ \Sigma (\mathbf{G}^+)^T = (\mathbf{G}^T \Sigma^{-1} \mathbf{G})^{-1}. \end{aligned} \quad (68)$$

Obecný elipsoid v kartézském souřadném systému je reprezentován předpisem

$$\frac{x^2}{s_x^2} + \frac{y^2}{s_y^2} + \frac{z^2}{s_z^2} = 1, \quad (69)$$

kde s_x, s_y, s_z reprezentují délky poloos ve směru jednotlivých os souřadného systému. Nechť známe kovarianční matici chyby odhadu stavu, označme ji $\Sigma_{Ex} = \text{cov}(\tilde{\mathbf{x}})$. Výřezem levé horní části o velikosti 3×3 zjistíme kovarianční matici chyby odhadu polohy přijímače, označme ji $\Sigma_{Er} = \text{cov}(\tilde{\mathbf{r}})$. Prvky na diagonále pak budou udávat délky poloos v jednotlivých směrech os $[s_r^x, s_r^y, s_r^z] = \text{diag}(\Sigma_{Er})$. Jakýkoliv bod mapy cesty $\mathbf{B}_j = [B^x, B^y, B^z]^T$ zařadíme do množiny přípustných uzlů B , pokud vyhovuje předpisu odvozeného z (69)

$$\frac{(B_j^x - S^x)^2}{(s_r^x)^2} + \frac{(B_j^y - S^y)^2}{(s_r^y)^2} + \frac{(B_j^z - S^z)^2}{(s_r^z)^2} \leq \frac{1}{k_q}, \quad (70)$$

kde $\mathbf{S} = [S^x, S^y, S^z]^T$ je střed elipsoidu a $k_q \in \mathbf{R}$ označuje nějaký vhodně zvolený koeficient. Tento člen pohybuje s velikostí krajních bodů (povrchu) konfidenčního elipsoidu. V algoritmu může být střed \mathbf{S} reprezentován neomezeným odhadem polohy objektu.

Algoritmus výběru segmentů mapy možného výskytu Cílem návodu je zpřehlednit jeden z možných postupů při určení krajních bodů segmentů, které patří do množiny možného výskytu objektu. Využijeme teorii týkající se konfidenčního elipsoidu. Předpokládáme znalost mapy dopravní cesty a aktuálních informací poskytnutých přijímačem.

1. Výpočet neomezeného odhadu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_{\hat{R}})$ podle postupu v 3.2.5. Odhad souřadnic přijímače bude tvořit střed konfidenčního elipsoidu.
2. Předpokládáme znalost variance chyby v působící na pseudovzdálenosti a Jacobiho matice \mathbf{G} z odhadu v předchozím bodě. Kovarianci chyby odhadu stavu $\text{cov}(\tilde{\mathbf{x}}(T_R; T_{\hat{R}}))$ určíme ze vztahu (68).
3. Určení vnitřních uzlů elipsoidu, neboli těch, které vyhovují vztahu (70).
4. Jelikož se část segmentů může nacházet uvnitř oblasti konfidence, množinu získaných uzlů rozšíříme o jejich bezprostřední sousedy. V případě shody duplicitní uzly vyškrtáme.
5. Omezený odhad stavu objektu provedeme na segmentech mapy, jejichž oba krajní body patří do množiny uzlů získané v předchozím bodu.

5.4 Metody omezeného odhadu polohy při znalosti segmentu mapy

Konečně víme, jaké segmenty cesty použijeme při odhadu neznámého omezeného stavu přijímače GNSS. Potřebujeme najít řešení úlohy lokalizace pouze na vymezené části mapy, která je dána konkrétními hranicemi. Například při použití segmentu typu úsečka tvoří hranice modelu dva krajní body a parametr $p \in \langle 0; 1 \rangle$. Obsah této části se týká nalezení omezeného odhadu stavu objektu v úloze lokalizace pro nelineární model měření pseudovzdáleností pomocí metod v programovém prostředí MATLAB. Optimalizační problém si můžeme představit jako úlohu nalezení lokálního extrému (v našem případě minima) funkce.

Využijeme balíku optimalizačního toolboxu prostředí MATLAB, který je tvořen souborem funkcí pro numerickou optimalizaci. Nalezneme zde nástroje pro optimalizaci bez vazeb *fminunc* i optimalizaci s vazbovými podmínkami *fmincon*, optimalizace pomocí metody nejmenších čtverců *lsqnonlin*, nebo řešení soustavy nelineárních rovnic *fsolve*. Z pohledu diplomové práce nás zajímají dvě metody *lsqnonlin* a *fmincon*. Představení obou funkcí se týká především způsobu jejich zadávání, aplikací na úlohu omezeného odhadu s vazbovými podmínkami pro úlohu lokalizace a stručného úvodu do používaných metod nalezení nejlepšího řešení. Parametry funkcí pro postup výpočtu jsou tvořeny předpisem pro funkci neznámé proměnné, dále počátečním odhadem proměnné, dolním a horním omezením hodnoty hledané proměnné a možností nastavení postupu řešení. Obě funkce mohou nalézt řešení pro vícerozměrný vektor neznámé proměnné v úloze nalezení minima definovaného předpisu, na rozdíl od *fminbnd*, která uvažuje pouze skalární proměnnou.

Funkce *lsqnonlin* Jedná se o optimalizační funkci hledající bod \mathbf{x} , který minimalizuje skalární funkci vektorového argumentu

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|_2^2 = \min_{\mathbf{x}} (f_1^2(\mathbf{x}) + f_2^2(\mathbf{x}) + \dots + f_n^2(\mathbf{x})), \quad (71)$$

kde $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})]$ je známá funkce vektorového argumentu \mathbf{x} , n je počet funkcí. Nutné vstupní parametry funkce *lsqnonlin* jsou vektorová funkce \mathbf{f} a počáteční odhad minima $\mathbf{x}^{(0)}$. Samotná úloha hledání minima lze omezit intervalem, ve kterém se hledané \mathbf{x} bude nacházet. Interval tvoří dolní mez l_b a horní mez u_b , $l_b \leq \mathbf{x} \leq u_b$. Posloupnost zadání parametrů funkce v programovém prostředí MATLAB je následující

- $\mathbf{x} = \text{lsqnonlin}(\text{fun}, \mathbf{x0}, \text{lb}, \text{ub}, \text{options})$.

Parametr *options* umožňuje nastavit například typ algoritmu použitého pro optimalizaci, maximální počet iterací a další. Optimalizační úlohu rozdělme na část hledání extrému na úsečce a na úlohu nalezení extrému na kružnicovém oblouku. V prvním případě bude do argumentu funkce *lsqnonlin* vstupovat vektorová kvadratická funkce určená předpisem (71) s jednotlivými složkami

$$f_i(\mathbf{x}) = \|\mathbf{A}(T_R; T_R) + \mathbf{C}(T_R; T_R)p - \mathbf{R}_3(\tau)\mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 + b - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i} - y_i, \quad (72)$$

kde $\mathbf{x} = [p; b]^T$ je neznámá vektorová proměnná, $\mathbf{A}(T_R; T_R) = \mathbf{B}_j(T_R; T_R)$ a $\mathbf{C}(T_R; T_R) = (\mathbf{B}_{j+1}(T_R; T_R) - \mathbf{B}_j(T_R; T_R))$, \mathbf{B}_j značí uzly mapy dopravní cesty, $\tau = T_C - T_R$. Zadání vyžaduje

informace o počátečním odhadu $\mathbf{x}^{(0)} = [p^{(0)}; b^{(0)}]^T$ a vazbových podmínkách omezující složku $p \in \langle l_b; u_b \rangle$ vektorové funkce \mathbf{x} . Parametr segmentu úsečky omezují dolní a horní hranice s hodnotami $l_b = 0$, $u_b = 1$. Pokud neupravujeme nastavení postupu výpočtu, vyplníme stav *options* charaktery [] nebo ponecháme prázdný. Druhý případ omezení kružnicového oblouku se od prvního liší předpisem složek funkce vstupující do argumentu a omezujícími podmínkami. Složky funkce vztahu (71) jsou definovány jako

$$f_i(p, b) = \|\mathbf{S}(T_R; T_R) + R(\mathbf{u}_{pn}(T_R; T_R) \sin(p) + \mathbf{v}_n(T_R; T_R) \cos(p)) - \mathbf{R}_3(\tau) \mathbf{r}_i(T_{E,i}; T_C)\|_2 + b - c \cdot \Delta t_{SV,i} + c \cdot \delta_{prop,i} - y_i. \quad (73)$$

Hodnoty dolní a horní hranice omezení uvažujeme $l_b = 0$, $u_b = \varphi$, kde φ reprezentuje vnitřní úhel kružnicového oblouku. Funkce *lsqnonlin* obsahuje dva algoritmy pro řešení minimalizační úlohy.

- Metoda Trust region je založená na minimalizaci modelu funkce na omezeném okolí dané iterace, může být označena jako metoda důvěryhodné oblasti. Okolí iterace se volí tak, aby minimum bylo možné co nejefektivněji spočítat.
- Levenberg-Marquardtova metoda kombinuje Gauss-Newtonovu metodu odhadu s metodou největšího spádu tak, aby byl výpočet stabilní.

Výběr příslušného algoritmu provedeme příkazy

- `options.Algorithm = 'trust-region-reflective'`
- `options.Algorithm = 'levenberg-marquardt'`

Funkce *fmincon* Tato funkce optimalizačního toolboxu je poněkud propracovanější a může být použita pro nalezení minima obecně definované nelineární skalární funkce vektorového argumentu s vazbami typu rovnosti a nerovnosti omezeného intervalu.

Vyžadované vstupní parametry funkce *fmincon* jsou funkce *f*, jejíž minimum má být nalezeno, počáteční odhad minima $\mathbf{x}^{(0)}$ a nějaký typ omezení. Definováno je pět typů omezení, nejdůležitější z hlediska odhadu na omezené části mapy cesty představuje omezení nastavením dolní a horní meze neznámého \mathbf{x} , tak jako v případě funkce *lsqnonlin*. Další volitelná omezení představuje dvojice *Aeq*, *beq* lineární rovnosti $A_{eq}x = b_{eq}$ a podobně dvojice *A*, *b* lineární nerovnosti $Ax \leq b$. Ještě jeden parametr volání *nonlcon* představuje omezení typu rovnosti $c_{eq}(\mathbf{x}) = 0$ (resp. nerovnosti $c(\mathbf{x}) \leq 0$). Posloupnost parametrů ve volbě volání funkce v programu MATLAB je následující

- `x = fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options)`.

Nevyužité parametry podmínek funkce vyplníme symboly [], tím nebude stanoveno žádné omezení. Optimalizační úloha je opět rozdělena na část hledání extrému na úsečce a na úlohu nalezení extrému na kružnicovém oblouku. Definice vstupujících parametrů funkce *fmincon* je stejná

jako u funkce *lsqnonlin*. Jednotlivé složky funkce nalezení minima pro případ segmentu typu úsečky odpovídají vztahu (72), resp. (73) pro případ kružnicového oblouku. Postup řešení obsahuje následující čtyři metody.

- Metoda Trust region stejně jako v případě *lsqnonlin*.
- Active set metoda aktivních omezení pro výpočet minimalizace funkce modelu. Nastavení výpočtu provedeme příkazem `active-set`.
- Metoda sekvenčního kvadratického programování (SQP). Příkaz algoritmu je `sqp`.
- Metoda vnitřního bodu hledá optimální řešení jako posloupnost bodů ležících uvnitř oblasti přípustných řešení, které konvergují směrem k optimálnímu řešení. Příkaz algoritmu je `interior-point`.

Algoritmus výpočtu omezeného odhadu při znalosti segmentu mapy Následující návod shrnuje postup při výpočtu odhadu neznámého stavu objektu, který se vyskytuje na dopravní síti. K výpočtu použijeme jednu z funkcí *lsqnonlin* nebo *fmincon* programového prostředí MATLAB optimalizačního toolboxu. Předpokládáme znalost modelu dopravní sítě a všech potřebných údajů z přijímače v aktuálním časovém okamžiku.

1. Určení uzlů možného výskytu objektu popsané algoritmem v části 5.3.
2. Nalezení všech segmentů možného výskytu z mapové databáze vzhledem k vybraným uzlům z prvního bodu.
3. Funkce f parametru vybrané optimalizační MATLAB funkce závisí na typu segmentu. V případě úsečky je funkce minima dána vztahem (72), pro případ kružnicového oblouku použijeme tvar (73). Získáme tolik odhadů $\hat{\mathbf{r}}(T_R; T_{\hat{R}}) = [\hat{p}, \hat{b}]^T$, kolik bylo uvažováno segmentů možného výskytu.
4. Přepočítání výsledných odhadů z jednotlivých segmentů vycházejících z parametru p geometrického segmentu na odhady kartézských souřadnic podle (37) v případě úsečky, nebo podle (38) v případě kružnicového oblouku.
5. Výběr finálního odhadu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_{\hat{R}})$ jehož přímá Eukleidovská vzdálenost od středu konfidenčního elipsoidu je nejmenší.

6 Ilustrační příklady

V části ilustračních příkladů využijeme teoretické znalosti z předchozích kapitol a provedeme simulační experimenty. Příklady jsou rozděleny do několika částí zabývajících se různou tematikou probíranou v diplomové práci. Při experimentech a simulacích budou využita reálná data naměřená GPS přijímačem. Pro experimenty jsou k dispozici jednak data naměřená pro stacionární GPS přijímač a dále i data z přijímače, který se pohyboval. Data obsahují následující informace pro viditelné satelity.

- Lokální čas přijímače v okamžiku přijetí signálu t_R .
- Číslo satelitu.
- Souřadnice viditelného satelitu $r_i = [r_i^x, r_i^y, r_i^z]^T$.
- Změřené pseudovzdálenosti y_i .
- Časová odchylka základny atomových hodin satelitu od globálního GPS času $\Delta t_{SV,i}$.

Měření polohy stacionárního objektu je doplněno informací o jeho skutečné poloze.

6.1 Analýza vlivu modelu na kvalitu odhadu polohy přijímače

Zabývejme se základní úlohou odhadu stavu \mathbf{x} přijímače použitím různých modelů měření pseudovzdáleností. V práci byla zmíněna možnost vzniku systematické chyby odhadu stavu pokud není korektně respektován vliv rozdílnosti souřadných systémů satelitů. Okamžiky odeslání signálů ze satelitů se liší z důvodu různé vzdálenosti vůči přijímači. Hlavním cílem následujících experimentů je ukázat rozdíl v kvalitě odhadu pro oba modely.

Provedeme měření dat v GPS přijímači pro $n_{ex} = 1000$ časových okamžiků. Přesné souřadnice stacionárního přijímače jsou

$$\mathbf{r}^0 = \begin{bmatrix} 3972540, 2 \\ 1026722, 1 \\ 4867204, 7 \end{bmatrix} [m].$$

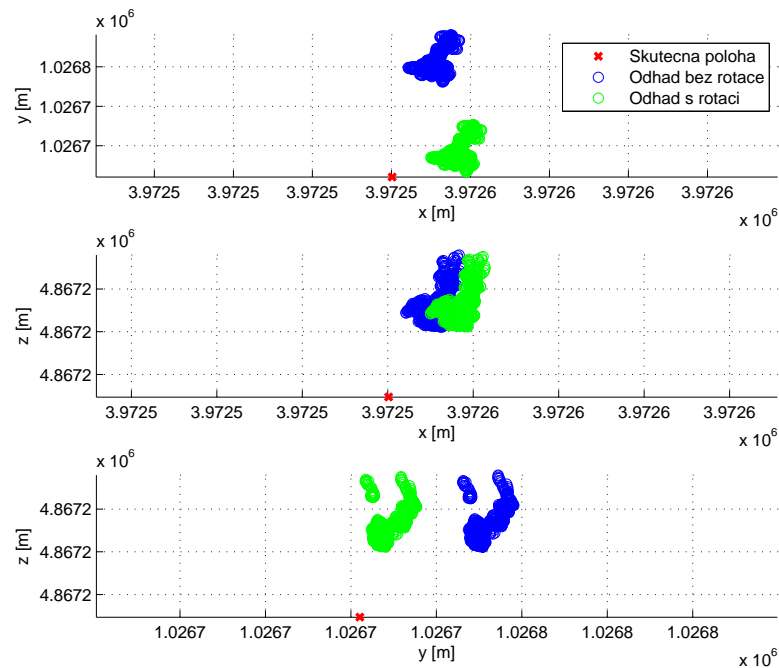
Z údajů GPS přijímače můžeme určit všechny lokální i globální GPS časy odeslání signálů ze satelitů

$$t_{E,i} = t_R - \frac{y_i}{c},$$

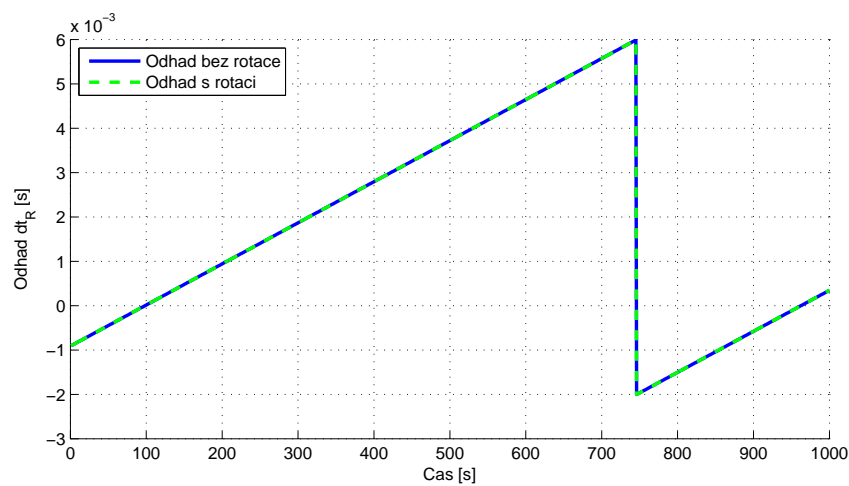
$$T_{E,i} = t_{E,i} - \Delta t_{SV}.$$

Zvolíme společný časový okamžik $T_C = t_R$ společného ECI $_{T_C}$ satelitů. Odhad stavu $\hat{x}(T_R; T_C)$ v ECI $_{T_C}$ posléze převedeme do souřadného systému ECI $_{\hat{T}_R}$ a získáme konečný odhad stavu $\hat{x}(T_R; \hat{T}_R)$. Srovnání přesnosti odhadu bez použití rotací souřadnic a přesnosti odhadu s použitím transformací souřadnic je ukázáno na obrázku 9. Z uvedeného obrázku je patrná větší syste-

6 ILUSTRAČNÍ PŘÍKLADY



Obrázek 9: Srovnání odhadů polohy GPS přijímače Gauss-Newtonovou iterační metodou bez a s použitím rotací souřadných systémů.



Obrázek 10: Srovnání odhadů neznámé odchylky časové základny přijímače od základny globálního systémového času pro Gauss-Newtonovou iterační metodou bez a s použitím rotací souřadných systémů.

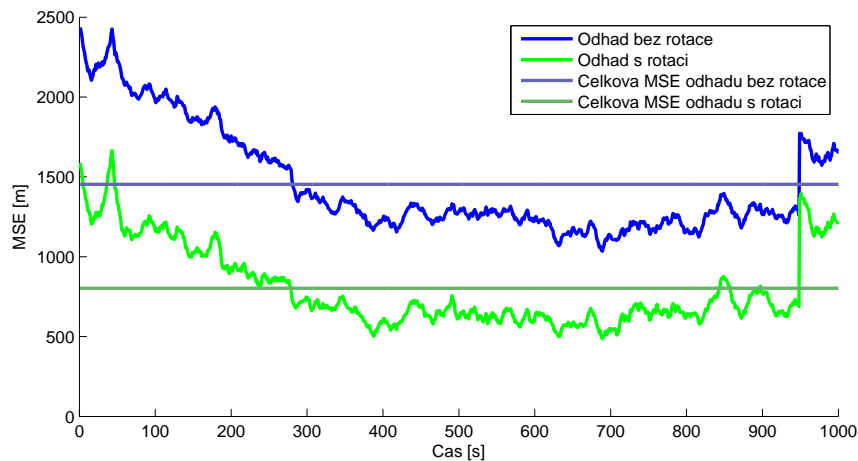
6 ILUSTRACNÍ PŘÍKLADY

matická chyba odhadu pro situaci, kdy není respektována rozdílnost souřadných systémů satelitů. Obrázek 10 srovnávající odhad $\hat{dt}_R = \hat{b}/c$ odchylky časové základny přijímače od časové základny globálního GPS času vykazuje charakteristický rys automatické opravy korekce časové základny přijímače podobající se zubům pily. Hodnoty \hat{dt}_R se pro případ odhadu bez použití společného souřadného systému a pro případ s použitím jednotného souřadného systému jsou téměř shodné.

Vizuální výsledky z obrázku 9 lze potvrdit i číselně pomocí vhodného kritéria, kterým je například střední kvadratická chyba. Střední kvadratická chyba (MSE z anglického *Mean Square Error*) je definovaná jako součet kvadrátů rozdílu skutečné a odhadované polohy přijímače s respektováním všech jednotlivých měření

$$\tilde{r}^{MSE} = \frac{1}{n_{ex}} \sum_{k=1}^{n_{ex}} (\mathbf{r}^0 - \hat{\mathbf{r}}_k)^2. \quad (74)$$

Střední kvadratickou chybu jednotlivých měření a celkovou střední kvadratickou chybu pro odhad souřadnic přijímače bez a s použitím rotací souřadnic ukazuje obrázek 11. Z průběhu hodnot

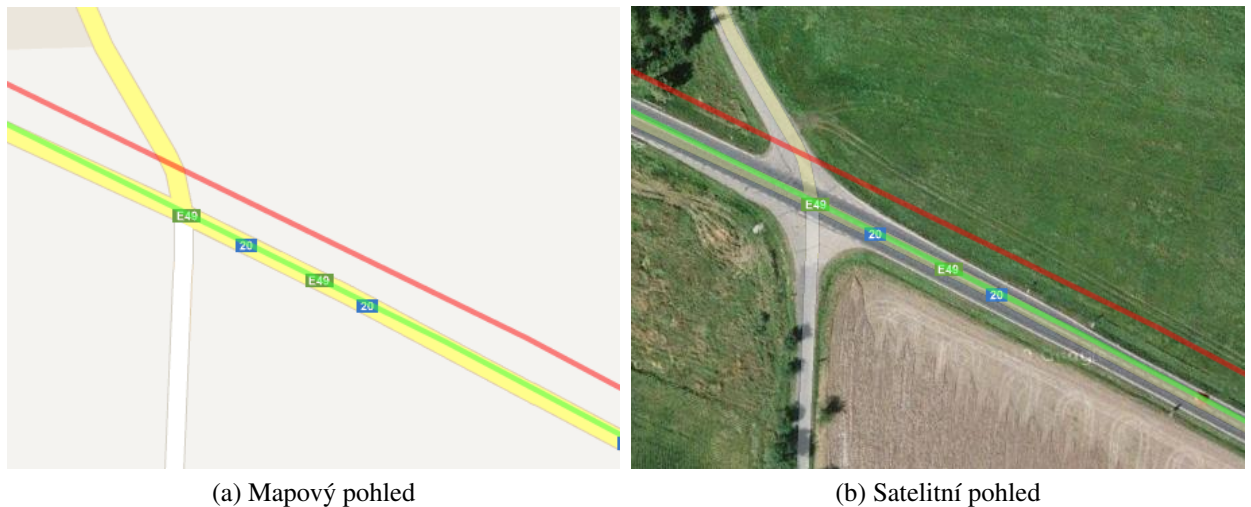


Obrázek 11: Střední kvadratická chyba odhadů polohy GPS přijímače Gauss-Newtonovou iterační metodou bez a s použitím rotací souřadných systémů.

obrázku pozorujeme, že MSE odhadu s uvažováním společných ECI systémů je mnohem nižší než u odhadu bez rotace souřadnic. Numericky vyjádřené hodnoty celkových MSE dvou postupů pro uvažovaný příklad 1000 experimentů jsou

$$\begin{aligned} \tilde{r}_e^{MSE} &= 1453,3[m], \\ \tilde{r}_r^{MSE} &= 802,4[m], \end{aligned}$$

kde \tilde{r}_e^{MSE} označuje MSE postupu bez rotací souřadnic, \tilde{r}_r^{MSE} reprezentuje MSE postupu s rotací souřadnic. Charakter vývoje hodnot MSE pro oba případy se velmi podobá a můžeme konstatovat závislost na neznámém vlivu působící na model měření pseudovzdáleností. Výsledek indikuje,



Obrázek 12: Detailní srovnání odhadu polohy automobilu pomocí Gauss-Newtonovy iterační metody s rotacemi souřadných systémů (zeleně) a bez příslušných rotací (červeně).

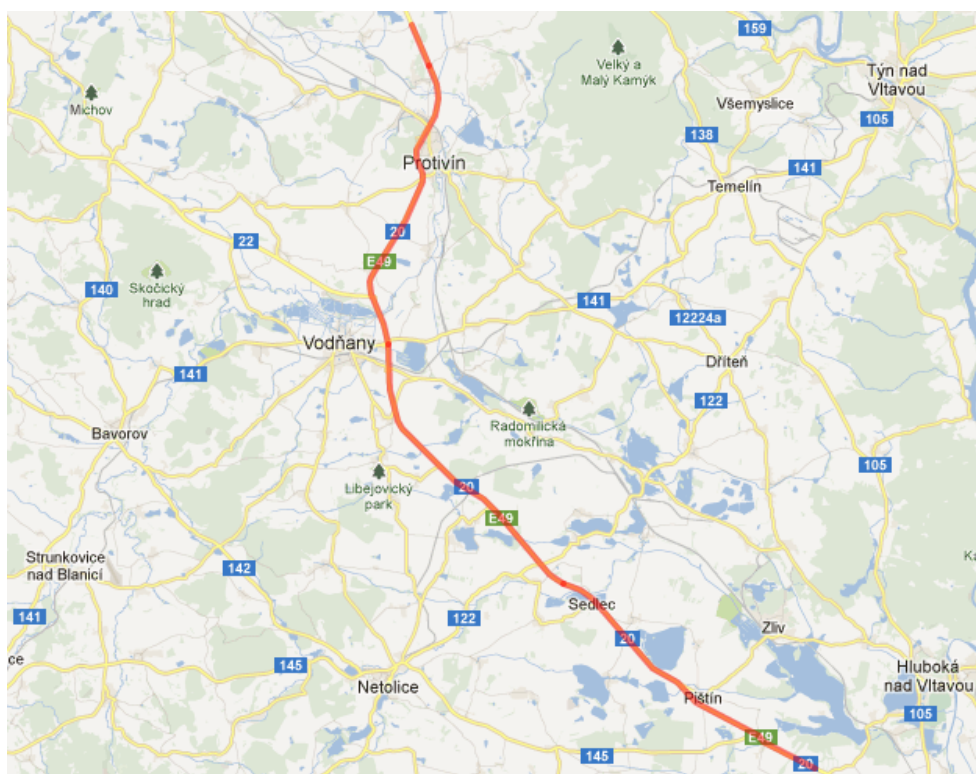
že použití společného ECI_{T_C} satelitů a převedení výsledného odhadu stavu do $ECI_{\hat{T}_R}$ by mělo vést k přesnějším odhadům stavu. Negativním pohledem na postup výpočtu odhadu stavu \hat{x} může být vyšší složitost při použití rotací souřadnic.

Použijeme data z GPS přijímače automobilu, který se pohyboval po silnici. Obrázek 12 srovnává kvalitu odhadu polohy automobilu postupu s respektováním vlivu rozdílnosti souřadných systémů satelitů a bez jeho respektování. Z tohoto obrázku pozorujeme nepřesnost a jisté posunutí odhadů poloh při zanedbání logiky souřadných systémů v modelu měření pseudovzdálenosti. Odhad cesty automobilu pak chybně vychází mimo vozovku.

6.2 Vytvoření modelu cesty

Další část ilustračních příkladů se zabývá vytvořením modelu mapy skutečné dopravní cesty. Reálná data GPS přijímače byla naměřená při cestě automobilem z Českých Budějovic do Písku na silnici E49. Topologická mapa skutečné cesty vozidla v aplikaci Google Maps je zobrazena na obrázku 13. Červená stopa vozidla byla vytvořena tak, že z dat přijímače byla stanovena jeho poloha při respektování vlivu rozdílnosti souřadných systémů. Takto vypočítané souřadnice polohy byly transformovány do souřadného systému ECEF WGS-84 a importovány do internetových mapových podkladů. Úkolem části týkající se modelování cesty vozidla bude vytvoření geometrické mapy, která se bude skládat ze segmentů typu úsečka a kružnicový oblouk.

Geometrickou mapu tvoří množina uzlů a geometrických segmentů. Pro jednoduchost byly uzly zvoleny periodicky každé 25-té měření v přijímači. Následovalo definování geometrie všech segmentů cesty. Segmenty typu úsečka jsou definované souřadnicemi krajních bodů segmentu. Segmenty typu kružnicový oblouk jsme předchozím postupem definovali pomocí tří bodů kružnice. Avšak parametrická reprezentace kružnicového oblouku (38) počítá se znalostí dvou krajních bodů segmentu, středu kružnice a jejího poloměru. Musíme najít převod mezi třemi body kružnice



Obrázek 13: Topografická mapa skutečné cesty (červeně) zobrazená v Google Maps.

a požadovanými parametry. Základní myšlenkou postupu je převedení problému z tří do dvou dimenzí. Rovina protínající tři body kružnice \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 a \mathbf{B}_3 představuje rovinu ve dvoudimenzionálním prostoru. Počátek os je v bodě $\bar{\mathbf{B}}_1 = [0, 0]^T$, dále známe bod $\bar{\mathbf{B}}_2 = [l_1, 0]^T$ a jednotlivé souřadnice bodu $\bar{\mathbf{B}}_3^* = [\bar{B}^x, \bar{B}^y]^T$ vypočítáme skalárním součinem vektorů

$$\begin{aligned}\bar{B}^x &= \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_{1n} \\ \bar{B}^y &= \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_{2nb},\end{aligned}$$

kde l_1 je velikost vektoru \mathbf{v}_1 jdoucího z bodu \mathbf{B}_1 do \mathbf{B}_2 , \mathbf{v}_2 je vektor jdoucí z \mathbf{B}_1 do \mathbf{B}_3 , \mathbf{v}_{1n} označuje normalizovaný vektor \mathbf{v}_1 a konečně \mathbf{v}_{2nb} symbolizuje normalizovaný vektor \mathbf{v}_2 kolmý k \mathbf{v}_1 . Úlohu určení středu kružnice opsané trojúhelníku jsme převedli do dvou dimenzí a existuje několik přístupů, jak najít řešení. Střed kružnice $\mathbf{S} = [S^x, S^y]^T$ musí vyhovovat rovnici kružnice

$$(x - S^x)^2 + (y - S^y)^2 = R,$$

kde R je poloměr kružnice. Střed kružnice opsané leží v průsečíku os stran trojúhelníku. Jelikož bod $\bar{\mathbf{B}}_2$ leží na ose x dvoudimenzionální úlohy, osa strany $\bar{\mathbf{B}}_1\bar{\mathbf{B}}_2$ bude protínat x v hodnotě $x_p = \frac{a}{2}$. Pokud by bod $\bar{\mathbf{B}}_3$ ležel na komplementární ose y , průsečík osy strany $\bar{\mathbf{B}}_1\bar{\mathbf{B}}_3$ by náležel hodnotě $y_p = \frac{c}{2}$. Avšak v obecném případě bude hodnota na ose y_p definována jako

$$y_p = \frac{c}{2} - \frac{b(a-b)}{2c}.$$

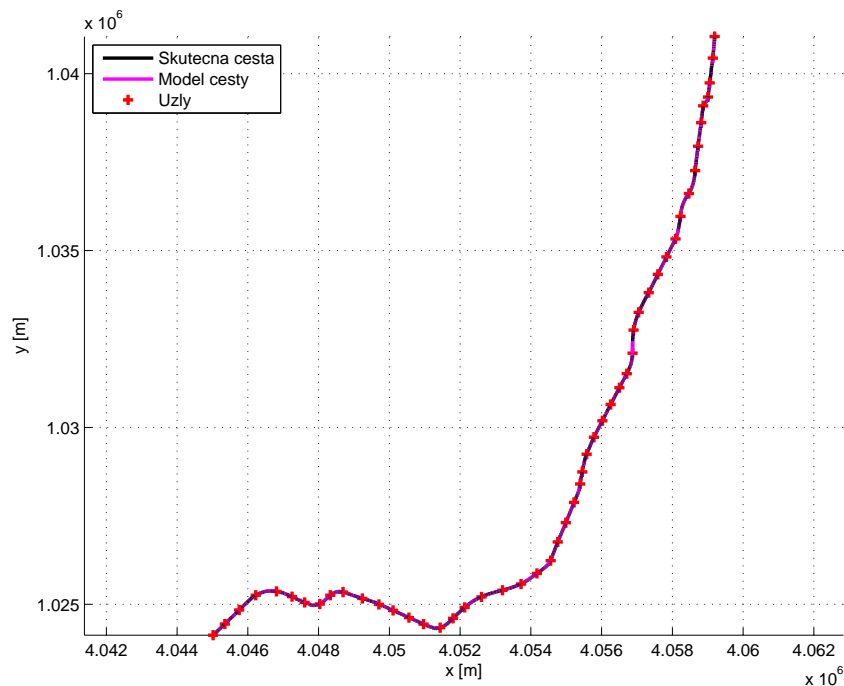
6 ILUSTRAČNÍ PŘÍKLADY

Výsledné souřadnice středu kružnice protínající všechny tři body B_1 , B_2 , B_3 jsou definovány předpisem

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_1 + x_p \mathbf{v}_{1n} + y_p \mathbf{v}_{2nb}.$$

Poloměr kružnice odvodíme ze vzdálenosti mezi zvoleným bodem kružnice a středu, například

$$R = \|\mathbf{S} - \mathbf{B}_1\|_2.$$

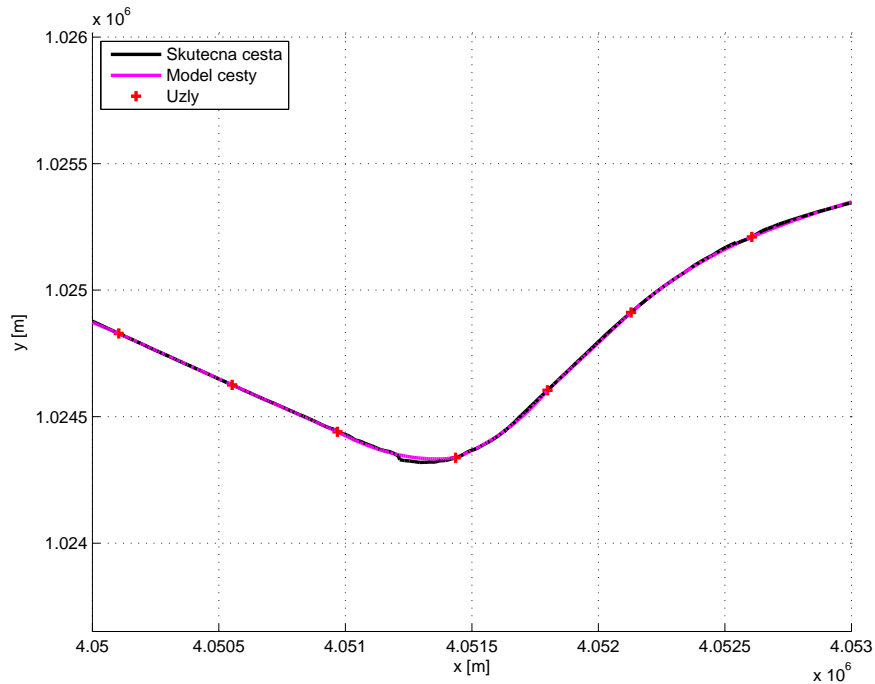


Obrázek 14: Skutečná cesta se zvolenými uzly a vytvořeným modelem cesty.

Porovnání vytvořeného geometrického modelu cesty a jejího skutečného průběhu je ukázán na obrázku 14. Jedná se o diagram zobrazující závislost hodnot souřadnic bodů cesty y na x . Tvar cesty odpovídá charakteru trajektorie automobilu z obrázku 13. Model mapy cesty velmi dobře překrývá skutečnou cestu pohybu automobilu. Při přiblížení zvolené části cesty, ukázané na obrázku 15, pozorujeme velmi přijatelnou geometrickou aproximaci reprezentace segmentů pomocí úseček nebo kružnicových oblouků. Geometrická reprezentace popisovaná v diplomové práci se ukazuje jako dobrá možnost reprezentace charakteru dopravní cesty, avšak při splnění určitých podmínek, např. pomalu se měnící charakter cesty a dostatečná hustota uzlů cesty.

6.3 Stanovení omezené polohy objektu

V předchozí části byla vytvořena geometrická mapa reprezentující reálnou cestu automobilu. Použijeme vypočítané údaje o mapě cesty a využitím simulace prozkoumáme rozdíl mezi odhadem polohy stacionárního objektu s neomezenou a omezenou polohou. Úkolem této části bude



Obrázek 15: Přibližná část skutečné cesty se zvolenými uzly a vytvořeným modelem cesty.

srovnat přesnost odhadu skutečného stavu objektu $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_R)$ pro případ libovolného výskytu objektu s případem výskytu objektu omezeného geometrickým modelem cesty.

Uvažujme vybraný segment definované geometrické mapy, který je reprezentovaný úsečkou nebo kružnicovým obloukem. Pro vybraný segment cesty, které náleží přijímač, může být parametr geometrického objektu $p \in \mathbf{R}$ libovolné. Úkolem úlohy je najít odhad parametru p , který co nejpřesněji vyhovuje přesné poloze přijímače na konkrétním segmentu mapy cesty. Modelovaná poloha $\mathbf{r}^0(T_R; T_R)$ přijímače se nachází přibližně ve středu segmentu tak, aby metody odhadu řešily úkol pro vhodná p . Polohy viditelných satelitů odpovídají skutečným polohám viditelných satelitů v bodě $\mathbf{B}_j(T_R; T_R)$ segmentu. Předpokládáme, že všechny satelity se nacházejí ve společném souřadném systému ECI_{T_C} , volíme $T_C = t_R$. Hodnota modelované odchylky časové základny přijímače od časové základny globálního GPS času je $dt_R^0 = 2 \cdot 10^{-3}[\text{s}]$. Přesné pseudovzdálenosti jsou vypočítány ze znalosti souřadnic satelitů a souřadnic přijímače v ECI_{T_C} , $\mathbf{r}^0(T_R; T_C)$, podle vztahu (17). Simulace běží pro $n_{ex} = 50$ experimentů. V každém experimentu algoritmus vnáší do pseudovzdálenosti chybu v , definovanou Gaussovo rozdělením pravděpodobnosti s jednotlivými složky chyby $v_i \sim \mathcal{N}(0, 10)$. Neomezený odhad stavu přijímače $\hat{\mathbf{x}}(T_R; T_R)$ je nejprve získán algoritmem z části 3.2.5. Jako druhou metodu odhadu stavu zvolíme metodu nalezení nejbližšího bodu cesty popsanou v části 5.1. Algoritmus s vazbovou podmínkou (nalezneme v 5.2) je poslední metodou odhadu stavu. Simulaci provedeme nejprve pro omezení typu přímka, později pro omezení typu kružnice.

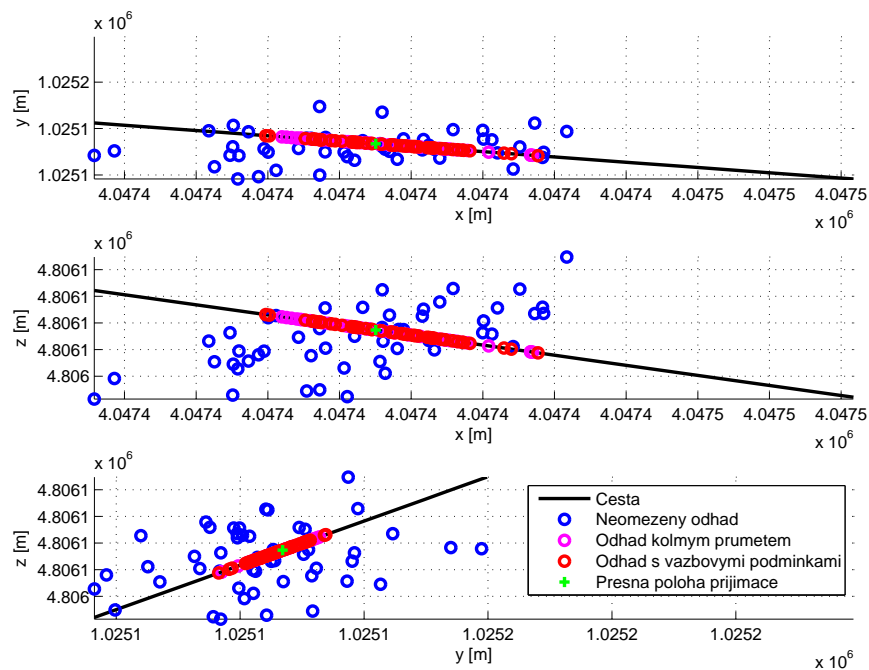
Srovnání výsledků simulace počítající odhad souřadnic přijímače nacházejícího se na přímém

6 ILUSTRAČNÍ PŘÍKLADY

segmentu mapy cesty představuje obrázek 16. Z grafu pozorujeme, že odhady polohy přijímače s omezením na jeho možný výskyt opravdu splňují omezující podmínku a nacházejí se na cestě. Abychom lépe dokázali srovnat kvalitu odhadů, porovnejme střední kvadratické chyby jednotlivých metod odhadu. Hodnoty MSE čerpané ze simulačních experimentů jsou

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{NIM}^{MSE} &= 247,177651[m], \\ \tilde{r}_{DLOP}^{MSE} &= 37,638289[m], \\ \tilde{r}_{LCE}^{MSE} &= 33.814197[m],\end{aligned}$$

kde \tilde{r}_{NIM}^{MSE} je hodnota střední kvadratické chyby neomezeného odhadu polohy, \tilde{r}_{DLOP}^{MSE} představuje hodnotu MSE kolmého průmětu neomezeného odhadu na přímku a \tilde{r}_{LCE}^{MSE} značí hodnotu MSE omezeného odhadu s vazbovými podmínkami typu přímku. Z dosažených výsledků MSE vidíme velký rozdíl v hodnotě kvadratické chyby mezi neomezenými a omezenými odhady, přičemž omezený odhad se zdá být mnohem přesnější.



Obrázek 16: Porovnání odhadů polohy s neomezeným a omezeným výskytem GPS přijímače na přímkě pro $n_{ex} = 50$ experimentů.

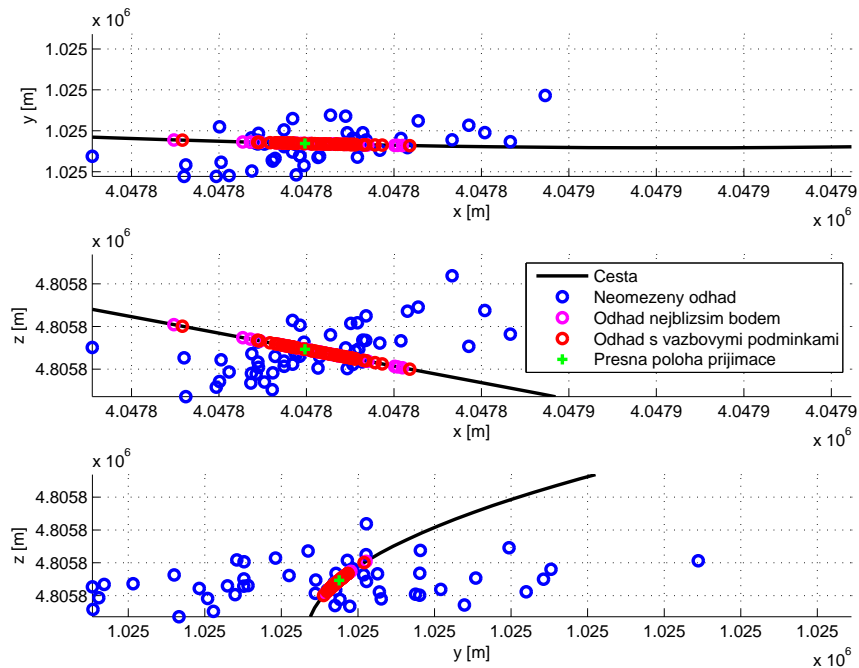
Při simulačních experimentech zkoumajících odhady polohy přijímače, který se vyskytuje na segmentu typu kružnicový oblouk, obdržíme výsledky o odhadech souřadnic polohy ukázané na obrázku 17. Celkové rozložení jednotlivých odhadů má hrubou podobu s rozložením odhadů pro přímý segment cesty. Podmínka omezených odhadů je opět splněna, protože se omezené odhady vyskytují na předem známé kružnici. Věrnějším ukazatelem přesnosti bude zkoumání

6 ILUSTRACNÍ PŘÍKLADY

MSE souboru neomezených a omezených odhadů, stejně jako v úloze typu přímka. Získané hodnoty MSE ze simulací jsou

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{NIM}^{MSE} &= 295,370723[m], \\ \tilde{r}_{DAOP}^{MSE} &= 38,639064[m], \\ \tilde{r}_{ACE}^{MSE} &= 35,340876[m],\end{aligned}$$

kde \tilde{r}_{DAOP}^{MSE} označuje hodnotu MSE kolmého průmětu neomezeného odhadu polohy na kružnici, \tilde{r}_{ACE}^{MSE} představuje hodnotu MSE omezeného odhadu s vazbovými podmínkami typu kružnice. Omezené odhady polohy jsou opět ztelně přesnější než neomezené odhady. Ze všech simulovaných výsledků dobře vidíme, že omezený odhad může být daleko přesnější než neomezený odhad polohy přijímače. Nutnou podmínkou musí být poloha přijímače na určitém segmentu cesty a dobrý matematický model cesty.



Obrázek 17: Porovnání odhadů polohy s omezeným a neomezeným výskytem GPS přijímače na kružnici pro $n_{ex} = 50$ experimentů.

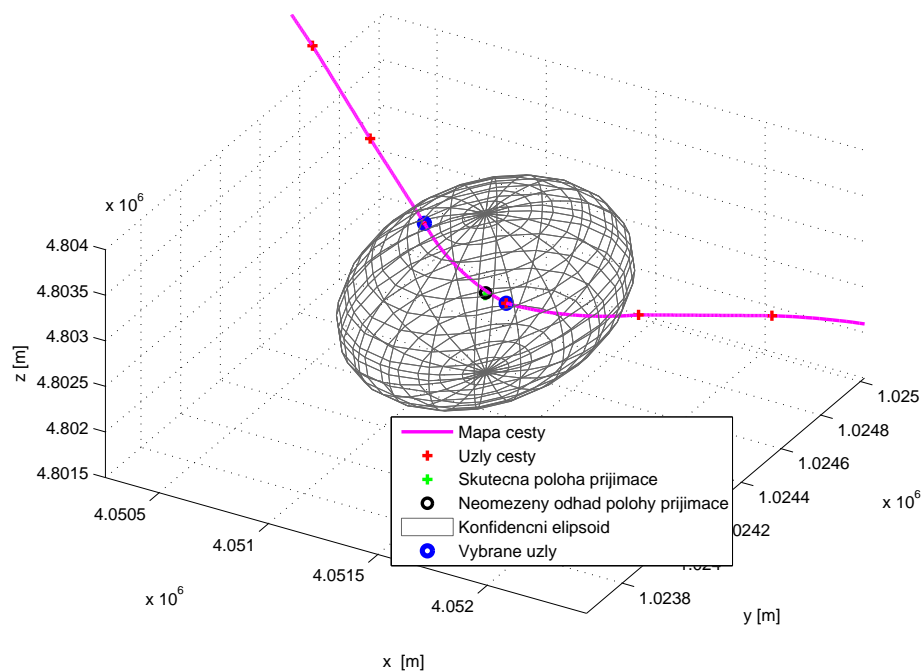
6.4 Ilustrace metody výběru úseku mapy

Nedílnou součástí úlohy lokalizace automobilu na silnici se známou geometrickou mapou cesty tvoří výběr dílčích segmentů cesty, na které se vozidlo může potenciálně vyskytovat. Určování polohy vozidla s možným výskytem na celé modelované mapě dopravních cest by mohl být

6 ILUSTRAČNÍ PŘÍKLADY

poněkud časově i výpočetně složitý problém. Snížení výpočetní nároků lze dosáhnout prvotním výběrem vhodné oblasti mapy, ve které se přijímač s velkou pravděpodobností vyskytuje. Cílem této části je výběr části mapy pomocí konfidenčního elipsoidu.

Uvažujeme opět model cesty automobilu s přijímačem, ze kterého čerpáme data. Model se skládá z uzlů, mezi nimiž se nachází geometrické segmenty. Zabýváme se určením krajních uzlů segmentů s možným výskytem automobilu s přijímačem. Vybereme nejprve polohu přijímače a určíme soubor viditelných satelitů. Ze znalosti souřadnic satelitů určíme pseudovzdálenosti mezi jednotlivými satelity a přijímačem. Jednotlivé pseudovzdálenosti zatížíme stochastickou poruchou v s Gaussovým rozdělením pravděpodobnosti s jednotlivými složkami $v_i \sim \mathcal{N}(0, 10)$. Gauss-Newtonovo iterační metodou bez úvahy omezení polohy přijímače určíme přibližnou polohu přijímače. Ten bude tvořit střed konfidenčního elipsoidu. Konfidenční oblast určíme z předpokládané znalosti variance chyby v a Jacobiho matice G z odhadu Gauss-Newtonovou iterační metodou. Podle vztahu (68) určíme kovarianci chyby odhadu stavu $\text{cov}(\tilde{x})$. Všechny krajní uzly segmentů možného výskytu přijímače pak vyhovují nerovnosti (70), to znamená, že ze dvou krajních bodů segmentu může být označen pouze jeden. V případě, že ani jeden uzel mapy nevyhovuje daným kritériím, je možné vzít v úvahu nejbližší bod odhadu a oba jeho sousedy. V úloze pohybujícího se objektu by algoritmus výpočtu polohy mohl konfidenční elipsoid využít jako počáteční restrikcí mapy, k dalším výběrům segmentů mapy by pomohly informace o směru a rychlosti vozidla.



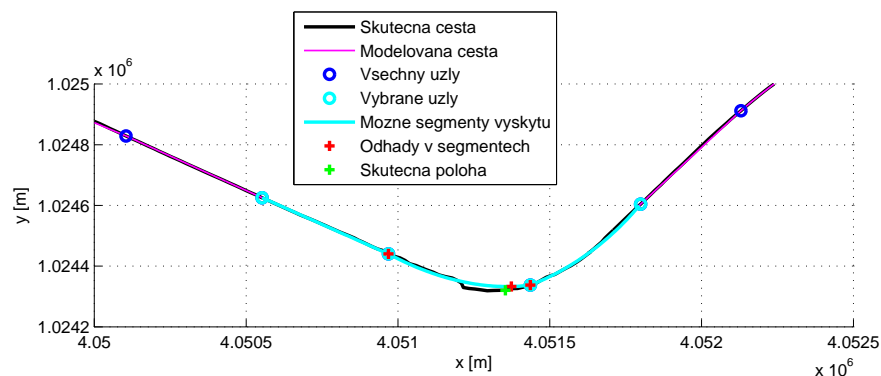
Obrázek 18: Ukázka výběru vhodné části mapy (krajní uzly možných segmentů cesty) pomocí konfidenčního elipsoidu.

Na obrázku 18 jsou znázorněny segmenty mapy cesty, skutečná poloha přijímače na jednom z těchto segmentů mapy, neomezený odhad polohy přijímače a příslušný konfidenční elipsoid. Z obrázku je dále patrné, že neomezený odhad se nachází relativně blízko skutečné polohy přijímače. Na obrázku jsou vyznačeny všechny uzly, které se nacházejí uvnitř pláště elipsoidu. Segmenty vybraných uzlů tvoří restrikcí mapy přesného výpočtu odhadu polohy přijímače s omezením výskytu.

6.5 Omezený odhad na části mapy

V předchozích odstavcích ilustračních příkladů byly ukázány dílčí části úlohy omezeného odhadu. Posledním krokem by měl být samotný odhad omezené polohy respektující mapu cesty. Cílem by mělo být určení polohy přijímače vyskytujícího se kdekoli na modelované mapě cesty, které vychází z omezení možné oblasti mapy pouze na konkrétní oblast konfidence.

Simulační experimenty opět vycházejí ze známého pohybu skutečného automobilu a vytvořené geometrické mapy jeho cesty. V prvním kroku stanovíme přesnou polohu přijímače, zjistíme viditelné satelity, určíme přesné pseudovzdálenosti od satelitů k přijímači, které zatížíme chybou se složkami $v_i \sim \mathcal{N}(0, 10)$. Následuje výběr uzlů mapy cesty potenciálního výskytu přijímače, které leží uvnitř konfidenčního elipsoidu. Jelikož se jedná o krajní uzly všech segmentů možného výskytu, nalezneme jejich přímé sousedy. Spojením dvojic všech získaných bodů s respektováním jejich návaznosti získáme segmenty mapy cesty potenciálního výskytu přijímače. Další krokem už je samotný odhad polohy. Na začátku určování polohy algoritmus rozoznává typ zkoumaného segmentu, tzn. zda se jedná o úsečku nebo kružnicový oblouk. Následuje odhad pomocí jedné z metod odhadu omezené polohy na části mapy, neboli jednom segmentu. K simulačním experimentům byla využita funkce *fmincon*. Obrázek 19 znázorňuje jednotlivé



Obrázek 19: Výběr vhodné části a omezené odhady s restrikcí vybraných segmentů možného výskytu přijímače.

prvky, které se v postupu odhadu omezené polohy na omezené mapě vyskytují. Pozorujeme aproximaci skutečné cesty jejím modelem. Na daném obrázku je také vyznačena množina segmentů

mapy možného výskytu přijímače a odhady polohy přijímače vypočítané vzhledem k jednotlivým vybraným segmentům. Z obrázku 19 pozorujeme, že odhady polohy postranních segmentů cesty leží v krajních uzlech směrem ke skutečné poloze přijímače, což vyhovuje řešení. Odhad polohy v segmentu reprezentující skutečnou část cesty s výskytem polohy se nachází uvnitř modelované cesty v těsné blízkosti skutečné polohy přijímače. Na velikost chyby odhadu v příkladu z obrázku 19 působí z velké části nepřesnost modelování skutečné cesty automobilu.

Posledním krokem k získání finálního odhadu je výběr jednoho odhadu z množiny omezených odhadů na dílčích segmentech mapy. Jednou možností výběru se zdá být porovnání Eukleidovských norem d od dílčích omezených odhadů k prvotnímu neomezenému odhadu polohy přijímače

$$d_k = \|\hat{\mathbf{r}}^{UN} - \hat{\mathbf{r}}_k^{CON}\|_2,$$

kde $k = 1 \dots n_{CON}$, n_{CON} je počet dílčích omezených odhadů, $\hat{\mathbf{r}}^{UN}$ značí prvotní neomezený odhad polohy přijímače a $\hat{\mathbf{r}}_k^{CON}$ představuje dílčí omezený odhad polohy přijímače. Porovnáním hodnot norem d_k a výběrem minima získáme nejlepší konečný odhad polohy přijímače. Úlohu omezeného odhadu polohy přijímače ukazuje obrázek 20. Tento obrázek znázorňuje skutečnou dopravní cestu, geometrickou mapu cesty a přesnou polohu přijímače. V ilustraci se rovněž vyskytuje bod neomezeného odhadu polohy a konečný omezený odhad polohy vypočítaný výběrem z dílčích odhadů získaných funkcí $fmincon$ z optimalizačního toolboxu programu MATLAB. Obrázek je rozdělen na dvě části ilustrující přesně modelovanou cestu 20a a nepřesně modelovanou cestu 20b. Při přesném modelování skutečné dopravní cesty by měla být celková chyba odhadu menší. Z dvoudimenzionálního obrázku pozorujeme, že oba dva odhady polohy přijímače se nacházejí blízko jeho skutečné polohy, přičemž omezený odhad je o něco blíže. Střední kvadratické chyby odhadů simulace s přesnou mapou cesty mají hodnoty

$$\tilde{r}_{NIM}^{MSE} = 181,3192[m],$$

$$\tilde{r}_{CON}^{MSE} = 171,7448[m],$$

kde \tilde{r}_{CON}^{MSE} je MSE finálního omezeného odhadu. Hodnoty naznačují vyšší přesnost omezeného odhadu polohy. Při nesprávném modelování cesty se přesnost odhadu polohy může značně snížit, jak je vidět na obrázku 20b. Samotná doplňující informace o omezené trajektorii přijímače způsobí, že omezený odhad se nemůže dostat do blízkého okolí skutečné polohy přijímače. Střední kvadratické chyby odhadů simulace s nepřesnou mapou cesty mají hodnoty

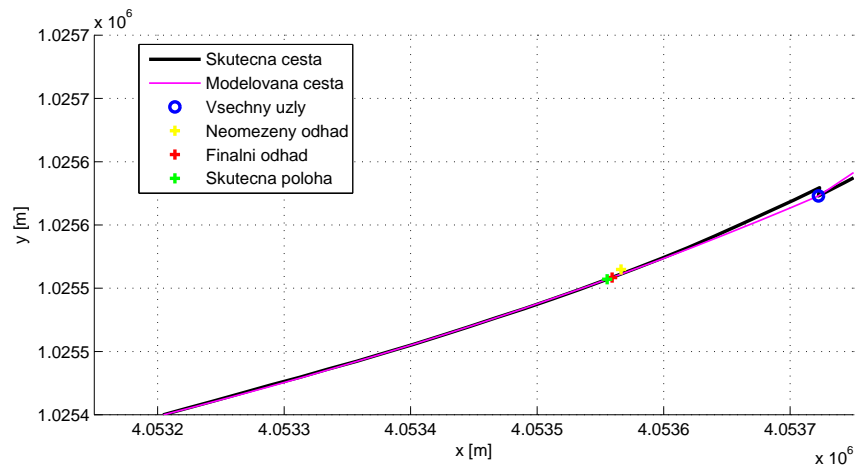
$$\tilde{r}_{NIM}^{MSE} = 169,0773[m],$$

$$\tilde{r}_{CON}^{MSE} = 364,9263[m].$$

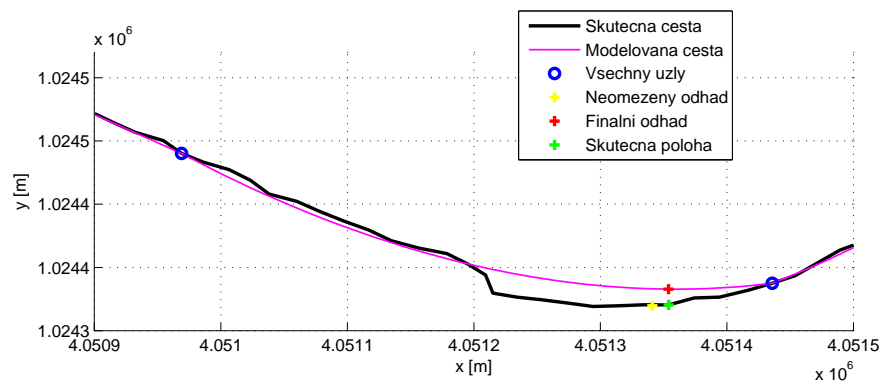
Jedná se o hodnoty pouze pro jednu simulaci, avšak hodnota MSE omezeného odhadu je více než dvojnásobně vyšší než hodnota MSE neomezeného odhadu polohy přijímače.

Úloha omezeného odhadu polohy objektu pomocí navigačního satelitního systému tvoří velmi zajímavou oblast lokalizace. Část týkající se ilustračních úloh poukazuje na důležité faktory, které nesmíme při řešení úlohy lokalizace podcenit. Jedná se o přesnost modelu měření pseudovzdáleností, který v reálném prostředí musí obsahovat rotaci poloh viditelných satelitů do

6 ILUSTRACNÍ PŘÍKLADY



(a) Nepřesná mapa cesty



(b) Přesná mapa cesty

Obrázek 20: Porovnání odhadů omezené polohy přijímače v závislosti na přesnosti modelované cesty.

společného inerciálního systému ECI a také rotaci dílčího odhadu stavu zkoumaného objektu do souřadné soustavy pro globální časový okamžik přijetí zprávy. Bezpečná úloha lokalizace objektu na omezené trajektorii musí také obsahovat precizně zpracovaný model mapy, který co nejvíce odpovídá skutečnosti. Jak bylo později v ilustračních příkladech ukázáno, nepřesný model způsobí neřízený nárůst chyby odhadu neznámého stavu objektu, který se stává nepoužitelným pro bezpečný odhad. V případě že vozidlo pohybující se po silnici první třídy ze silnice sjede na lesní nemodelovanou cestu, odhad polohy se opět stává nepoužitelným. Ke zvýšení přesnosti může například významně přispět zvýšení hustoty uzlů cest.

7 Závěr

Diplomová práce se zabývá úlohou stanovení polohy objektu pomocí navigačního satelitního systému při známém omezení na trajektorii jeho pohybu. Omezení je reprezentováno geometrickou mapou dopravní sítě. Právě definice standardů map dopravních cest je v poslední době velmi diskutovaným tématem. Celkově se jedná o velmi zajímavou úlohu z hlediska aplikace v oblasti dopravy. Obsah práce vytváří další informace, které mohou být využity při zvyšování přesnosti a bezpečnosti odhadu polohy.

Práce přináší všeobecný přehled o struktuře, stavu a zpřesňujících nástrojích současných navigačních satelitních systémů. Zároveň krátce pojednává o moderních aplikacích úlohy lokalizace v nejrůznějších odvětvích. Model měření pseudovzdáleností je v práci prezentován postupně v několika krocích se vzrůstající složitostí. Prezentovaný model počítá s existencí různých lokálních souřadných systémů satelitů a rozdílností časových základů segmentů satelitního systému. Zásadní z hlediska cílů práce je úloha stanovení omezené polohy objektu. V práci je vytvořena vlastní geometrická mapa dopravní sítě. Jedná se o zjednodušený model úseček a kružnicových oblouků mezi uzly dopravní cesty. Úloha nalezení odhadu polohy je vyjádřena jako problém nelineárních nejmenších čtverců, jehož řešení poskytne Gauss-Newtonova iterační metoda. V práci jsou z vytvořené geometrické mapy cesty odvozeny dva přístupy hledání omezeného odhadu polohy a nakonec je uveden postup využívající optimalizační toolbox programového prostředí MATLAB.

Ilustrační příklady nejprve analyzují vliv modelu měření pseudovzdáleností na výslednou kvalitu odhadu polohy objektu. V případě respektování různých lokálních souřadných systémů satelitů a časových základů se střední kvadratická chyba odhadů polohy jednoznačně zmenší. To je ukázáno i na kvalitě odhadu polohy automobilové navigace ze skutečných měření, kdy se v případě špatného modelování vypočítaná trajektorie automobilu nachází nepřetržitě mimo vozovku. Ilustrační příklady dále ukazují, že modelování mapy dopravní cesty definované v práci důstojně nahrazuje skutečnou trajektorii silnice. Je však nutné splnit podmínku dostatečné hustoty uzlů a dodržet pomalu se měnící křivost dopravní cesty. Výsledky experimentů týkající se srovnání přesnosti neomezeného a omezeného odhadu polohy prokazují, že využitím pravdivého modelu dopravní sítě výrazně vzroste přesnost odhadů polohy. Další simulační experimenty však vykazují riziko úlohy omezeného odhadu. Při nepřesném modelování mapy dopravní sítě nebo v případě opuštění cesty dochází k nesprávnému ovlivnění odhadu polohy a jeho nepřesnost se zvyšuje. Ilustrační příklady v těchto popsáních případech ukazují, že hodnota chyby odhadu polohy s využitím omezení pohybu objektu překračuje hodnotu chyby úlohy bez omezení. Výsledky práce potvrzují, že využití aditivní informace z omezení na trajektorii může výrazným způsobem zlepšit kvalitu odhadu polohy, avšak za cenu dodržení striktních podmínek na přesnost modelování omezujících podmínek.

Seznam literatury

- [1] ARBESSER-RASTBURG, B., HEIN, G. : *The Galileo Project and Scientific Applications. Publikace z konference 40th European Microwave Conference*, str. 1790 - 1793, Paříž, Francie, září 2010.
- [2] ASHBY, N., WEISS, M. : *Global Positioning System Receivers and Relativity. Technická zpráva*, č. 1385, U.S. Government Printing Office, Washington, DC, březen 1999.
- [3] BHASKARANARAYANA, A. : *Indian IRNSS and GAGAN. Prezentace na setkání COSPAR Meeting*, Montreal, Kanada, červenec 2008.
- [4] BLAIR, S. : *Birth of the European Satellite Navigation Constellation, Galileo In-Orbit Validation. Technická zpráva*, ESA Communications Production, září 2011, ISBN 987-92-9221-044-1.
- [5] DEPARTMENT OF DEFENCE : *Global Positioning System Standard Positioning Service Performance Standard. Technická zpráva pro GPS NAVSTAR*, edice 4, 2008.
- [6] EUROPEAN COMMISSION : *Europe's Satellite Navigation Programmes GALILEO and EGNOS. Technická zpráva*, Office for Official Publications of the European Communities, Lucembursko, 2008.
- [7] EUROPEAN COMMISSION : *Galileo/EGNOS: range of potential applications. Webové stránky*, http://ec.europa.eu/enterprise/policies/satnav/galileo/applications/index_en.htm, únor 2013.
- [8] EUROPEAN COMMISSION : *GNSS Applications Are you ready? Europe is!. Brožura*, EU Publications Office, 2010, ISBN: 978-92-79-15544-4.
- [9] EUROPEAN UNION : *European GNSS (Galileo) Open Service, Open Service Signal-In-Space Interface Control. Technická zpráva*, vydání 1.1, září 2010.
- [10] FUJIWARA, S. : *QZSS and MSAS, The Quasi-Zenith Satellite System and The Multi-functional Transport Satellite Satellite-based Augmentation System. Prezentace*, Tokio, Japonsko, září 2011.
- [11] GERLACH, K., MEYER, M. : *A Precise Digital Maps for GALILEO-Based Train Positioning Systems. Publikace z konference 9th International Conference on Intelligent Transport Systems Telecommunications*, str. 343-347, Lille, Francie, říjen 2009, ISBN: 978-1-4244-5346-4.
- [12] HEGARTY, C.J., CHATRE, E. : *Evolution of the Global Navigation Satellite System (GNSS). Publikace IEEE*, ročník 96, č. 12, str. 1902-1917, prosinec 2008.

SEZNAM LITERATURY

- [13] CHINA SATELLITE NAVIGATION OFFICE : *Development of BeiDou Navigation Satellite System. Prezentace na setkání 7th Meeting of International Committee on GNSS*, Peking, Čína, listopad 2012.
- [14] CHINA SATELLITE NAVIGATION OFFICE : *BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document. Technická zpráva*, verze 1.0, prosinec 2012.
- [15] JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY : *Quasi-Zenith Satellite System Navigation Service, Interface Specification for QZSS. Technická zpráva*, verze 1.5, prosinec 2012.
- [16] JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY : *Quasi-Zenith Satellite System (QZSS) First Quasi-Zenith Satellite System 'MICHIBIKI'. Prezentace*, 2007.
- [17] KELSO, Dr. T.S. : *SATCAT Boxscore. Webová stránka*, <http://www.celestrak.com/satcat/boxscore.asp>, únor 2013.
- [18] LÁSKA, Z., TEŠNAR, M., SLABÝ, J., SUKUP, J. : *Globální navigační satelitní systémy a jejich využití v praxi. Učební texty*, Vysoké učení technické v Brně, září 2010.
- [19] NASH, A., HUERLIMANN, D., SCHUETTE, J., KRAUSS, V.P. : *RailML - A standard data interface for railroad applications. Prezentace na konferenci 9. COMPRAIL Conference*, Drážďany, Německo, 2004.
- [20] OLEYNIK, E., REVNIVYKH, S. : *GLONASS Status and Modernization. Prezentace*, Civil GPS Service Interface Committee, Portland, Oregon, září 2011.
- [21] OPENSTREETMAP WIKI CONTRIBUTORS : *OpenStreetMap project overview. Webová stránka*, http://wiki.openstreetmap.org/wiki/Main_Page, OpenStreetMap Wiki, únor 2013.
- [22] RUSSIAN FEDERAL SPACE AGENCY : *Information-analytical centre. Webová stránka*, <http://www.glonass-iac.ru/en/>, květen 2013.
- [23] RUSSIAN INSTITUTE OF SPACE DEVICE ENGINEERING : *Global Navigation Satellite System Glonass. Technická zpráva*, edice 4, Moskva, 2008.
- [24] SURYANARAYANA, R.K.N. : *Indian Regional Navigational Satellite System (IRNSS). Prezentace*, Bangalore, Indie, 2007.
- [25] ŠKACH, J. : *Odhad polohy stacionárního objektu pomocí globálního navigačního systému. Bakalářská práce*, Západočeská univerzita v Plzni, 2011.
- [26] ÚSTAV FYZIKY ATMOSFÉRY AKADEMIE VĚD ČESKÉ REPUBLIKY : *MAGION SATELLITES. Webová stránka*, <http://www.ufa.cas.cz/html/magion/magion.html>, únor 2013.
- [27] WIKIMEDIA FOUNDATION. *Webové stránky*, <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/>, únor 2013.

SEZNAM LITERATURY

- [28] XU, G. : *Orbits. Kniha*, str. 5-8, Springer, Berlín, Německo, 2008, ISBN: 978-3-540-78521-7.
- [29] μ -BLOX AG : *Datum Transformations of GPS Positions. Technická zpráva*, Curych, Švýcarsko, červenec 1999.