

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd

Katedra mechaniky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Plzeň, 2013

Radek Bulín



Fakulta aplikovaných věd

Diplomová práce

Mechanika

**Problematika počítačových simulací
dynamiky regulačních orgánů jaderných
reaktorů**

Radek Bulín

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radek BULÍN**
Osobní číslo: **A11N0080P**
Studijní program: **N3918 Aplikované vědy a informatika**
Studijní obor: **Mechanika**
Název tématu: **Problematika počítačových simulací dynamiky regulačních orgánů jaderných reaktorů**
Zadávací katedra: **Katedra mechaniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Seznámení se s principem a konstrukcí regulačních orgánů jaderných reaktorů.
2. Návrh a implementace zjednodušených matematických modelů za účelem zachycení základních dynamických vlastností regulačních orgánů.
3. Zpracování komplexnějšího počítačového modelu vybraného regulačního orgánu v MSC.ADAMS.
4. Zhodnocení možností využití matematických modelů regulačních orgánů v souvislosti s hodnocením bezpečnosti jaderných zařízení.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: **40-60 stran A4 včetně příloh**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

1. Hajžman, M. - Polach, P.: Modelling and Seismic Response of the Control Assembly for the VVER 440/V213 Nuclear Reactor. CD-ROM Proceedings of ECCOMAS Thematic Conference Multibody Dynamics 2005 on Advances in Computational Multibody Dynamics, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (Spain), 2005.
2. Hajžman, M. - Polach, P.: Seismic Analysis of the Control Assembly of the IRT-200 Research Nuclear Reactor by Means of a Multibody Approach. CD-ROM Proceedings of ECCOMAS Thematic Conference COMPDYN 2007 on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, National Technical University of Athens, Rethymno (Greece), 2007.
3. Shabana, A.A.: Dynamics of Multibody Systems. Cambridge UP, New York, 1998.
4. Pfeiffer, F. - Glocker, Ch.: Multibody Dynamics with Unilateral Contacts. WILEY-VCH, Weinheim, 2004.
5. Dokumentace a manuály k programu MSC.ADAMS.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Michal Hajžman, Ph.D.

Katedra mechaniky

Konzultant diplomové práce:

Ing. Aleš Musil

Stevenson and Associates, Kancelář v České republice a.s.

Datum zadání diplomové práce:

15. září 2012

Termín odevzdání diplomové práce:

31. května 2013

Doc. Ing. František Vávra, CSc.

děkan



Prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.

vedoucí katedry

V Plzni dne 15. září 2012

Prohlášení

Předkládám k posouzení tuto diplomovou práci. Prohlašuji, že jsem ji zpracoval samostatně a využil jen uvedených pramenů a literatury.

V Plzni, 31. května 2013

Radek Bulín

Poděkování

Chtěl bych zde poděkovat Ing. Michalu Hajžmanovi, PhD., za příkladné vedení práce, trpělivost a odborné rady. Dále děkuji firmě Škoda JS a.s. za svolení k využití potřebných materiálů a firmě Rizzo Associates Czech, a.s., konkrétně Ing. Aleši Musilovi a Ing. Marku Tenglerovi, za poskytnuté materiály a rady.

Radek Bulín

Problematika počítačových simulací dynamiky regulačních orgánů jaderných reaktorů

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá matematickým modelováním a dynamickou analýzou regulačních orgánů široce využívaných tlakovodních jaderných reaktorů typu VVER 440 a VVER 1000. Tyto regulační orgány mají různou konstrukci, ale základním principem je pohonem řízené zasouvání regulačních tyčí složených z materiálů pohlcujících neutrony, které se pohybují ve vodě uvnitř vodicích trubek. Cílem matematického modelu je simulovat pád regulačního orgánu do aktivní zóny reaktoru, který má zastavit štěpnou řetězovou reakci. Představen je zjednodušený model regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440/V213, který slouží k základním dynamickým analýzám. Dále jsou ukázány výsledky simulací pádu komplexnějšího modelu regulačního orgánu vytvořeného v programu MSC.ADAMS. Pro vytvoření matematického modelu absorpčního proutku reaktoru VVER 1000 je použita moderní *absolute nodal coordinate formulation* metoda. Nakonec je popsáno možné využití těchto modelů při posuzování bezpečnosti jaderných zařízení.

Klíčová slova: jaderný reaktor, regulační orgán, dynamika vázaných mechanických systémů, kontaktní mechanika, metoda absolute nodal coordinate formulation

On the computer simulations of the dynamics of nuclear reactor control assemblies

Abstract

This master thesis is focused on the modelling and dynamic analysis of the control assemblies of widely used pressurized water-cooled and water-moderated nuclear reactors of VVER 440 type and VVER 1000 type. These control assemblies have a different structure with various design elements, but they are commonly based on a certain engine driving a control rod composed of absorbers and fuel rods. The control rods move through some guide and safety structures in pressurized water. The goal of numerical simulations is modelling of emergency states when the control assembly has to drop down to the lower position and it should cause the stop of a chain nuclear reaction in a core. A simple rigid body model of the VVER 440/V213 control assembly intended for basic dynamic analyses is introduced. Then complex multibody model made in MSC.ADAMS software is shown. The *absolute nodal coordinate formulation* method is described and is used to create a model of a control rod of a VVER 1000 reactor. At the end the usage of those models in nuclear power plant safety issues is discussed.

Keywords: nuclear reactor, control assembly, dynamics of multibody systems, contact mechanics, absolute nodal coordination formulation method

Obsah

Zadání	2
Prohlášení	3
Poděkování	4
Abstrakt	5
Obsah	6
1 Úvod	8
1.1 Cíle a struktura práce	8
2 Regulační orgány reaktorů	10
2.1 Regulační orgán reaktoru typu VVER 440/V213	11
2.1.1 Konstrukce regulační kazety VVER 440	11
2.1.2 Pohon regulační kazety	12
2.2 Regulační orgán reaktoru typu VVER 1000	14
2.2.1 Konstrukce regulačního orgánu reaktoru VVER 1000	15
2.2.2 Pohon regulačního orgánu VVER 1000	16
3 Vázané mechanické systémy a modelování kontaktů	20
3.1 Lagrangeovy rovnice smíšeného typu	20
3.2 Modelování kontaktních sil	22
3.2.1 Hledání místa kontaktu	23
3.2.2 Výpočet normálové síly	25
3.2.3 Výpočet třecí síly	26
3.2.4 Modelový příklad výpočtu kontaktní síly	27
4 Zjednodušený model regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440	31
4.1 Matematický model	32
4.1.1 Vliv pohonu regulačního orgánu	32
4.1.2 Vliv vodního prostředí	33
4.1.3 Kontaktní síly	33
4.1.4 Hydraulický tlumič	34
4.2 Simulace pohybu RO	35
4.2.1 Výsledný pohyb bez uvažování disipace energie v kontaktech	35

4.2.2	Výsledný pohyb s uvažováním disipace energie v kontaktech	37
5	Model regulačního orgánu VVER 440 v programu MSC.ADAMS	40
5.1	Tvorba modelů v MSC.ADAMS	40
5.2	Metody numerické integrace v prostředí MSC.ADAMS	41
5.2.1	Prediktor - korektor	42
5.2.2	GSTIFF	42
5.2.3	WSTIFF	43
5.3	Řešení kontaktů v MSC.ADAMS	43
5.3.1	IMPACT-function-based kontakt	44
5.3.2	Restitution-based kontakt	45
5.3.3	Definice třecí síly	45
5.4	Model regulačního orgánu	46
5.4.1	Kinematické schéma	46
5.4.2	Modelování zubových vazeb a kuličkové spojky	48
5.4.3	Kontakty těles v modelu	50
5.4.4	Seizmické buzení	50
5.4.5	Simulace pádu kazety	52
5.4.6	Časové průběhy kontaktních sil	57
6	Modelování absorpčního proutku reaktoru typu VVER 1000	59
6.1	Metoda ANCF	59
6.1.1	Popis kinematiky ANCF elementu	60
6.1.2	Matice hmotnosti a tuhosti ANCF elementu a sestavení pohybové rovnice	61
6.2	Pád absorpčního proutku	62
6.2.1	Zahrnutí vlivu vody	64
6.2.2	Vyhledávání kontaktů a modelování kontaktních sil	64
6.3	Výsledky simulací	66
6.3.1	Pád tyče bez kontaktů	66
6.3.2	Pád tyče s kontakty dle Hertze bez materiálového tlumení	67
6.3.3	Pád tyče s kontakty dle Hertze s materiálovým tlumením	68
6.3.4	Pád tyče s disipačním kontaktním modelem	69
6.3.5	Shrnutí výsledků	70
7	Závěr	72
7.1	Možnosti využití matematických modelů v souvislosti s hodnocením bezpečnosti jaderných zařízení	72
7.2	Splnění cílů a význam práce	73
	Literatura	75

1 Úvod

Jaderná energetika je v současnosti velmi důležitou součástí energetického hospodářství mnoha zemí. V minulém století toto odvětví prodělalo prudký vývoj a i v této době neustále dochází ke zdokonalování a inovacím jaderných zařízení, které mají za následek zvyšování výkonu a zároveň snižování nákladů na výrobu elektrické energie. Vzrůstající počet moderních jaderných elektráren pak pomáhá pokrýt neustále rostoucí spotřebu elektřiny, která je způsobena nejen technickým rozvojem, ale také růstem populace. S předpokladem blížícího se vyčerpání některých zdrojů (uhlí, ropa, zemní plyn) dále roste význam jaderné energie do budoucnosti.

Mezi hlavní výhody jaderných elektráren patří efektivita a šetrnost vůči životnímu prostředí, zejména nízká emise oxidu uhličitého a dalších škodlivých látek, pevných látek (popílku) a v neposlední řadě fakt, že do ovzduší nevypouští radioaktivní prvky, které vznikají při spalování pevných paliv.

Jaderná energetika má však i své nevýhody. Mezi ty nejzávažnější patří problematika uložení vyhořelého jaderného paliva. Další problém je spojen se strachem z možného rizika havárie elektrárny, která by ohrozila život obyvatelstva v její blízkosti. Z těchto důvodů je nutné zajistit a prokázat schopnost spolehlivého a bezpečného provozu jaderné elektrárny [23]. Za tímto účelem je vhodné využívat přístupy matematického modelování.

Tato diplomová práce se zabývá tvorbou matematických modelů regulačních orgánů jaderných reaktorů z hlediska mechaniky. Regulační orgány jsou komponenty, které mají důležitou roli při zastavení štěpné řetězové reakce. Úlohu dynamiky regulačních orgánů lze charakterizovat jako mezioborový problém, ve kterém se uplatňují poznatky například z kontaktní mechaniky, hydrauliky a dynamiky pohybu vázaných mechanických systémů.

1.1 Cíle a struktura práce

Cíle této diplomové práce lze shrnout do následujících bodů:

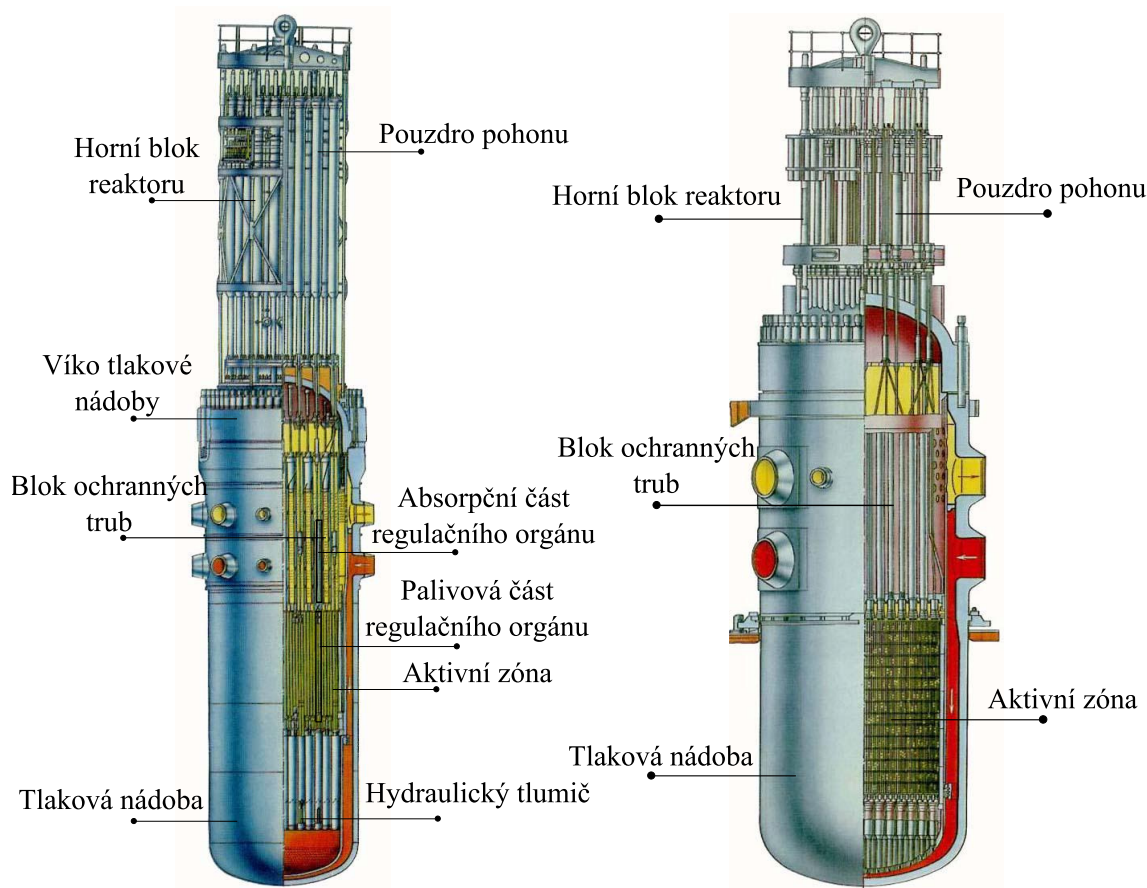
- Seznámení se s principem a konstrukcí regulačních orgánů jaderných reaktorů typu VVER 440 a VVER 1000.
- Představení způsobu modelování interakce těles v rámci vázaných mechanických systémů.
- Návrh a implementace zjednodušených matematických modelů regulačních orgánů za účelem zachycení jejich základních dynamických vlastností.
- Zpracování komplexnějšího počítačového modelu regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440 v programu MSC.ADAMS.

- Zhodnocení možností využití matematických modelů regulačních orgánů v souvislosti s hodnocením bezpečnosti jaderných zařízení.

Diplomová práce se skládá z dalších šesti kapitol. V kapitole 2 jsou popsány základy konstrukce a funkce regulačních orgánů jaderných reaktorů typu VVER 440 a VVER 1000. Kapitola 3 je věnována popisu využití Lagrangeových rovnic smíšeného typu při matematickém modelování vázaných mechanických systémů a dále popisuje možné způsoby vyjádření silových účinků mezi tělesy v kontaktu. V závěru kapitoly jsou pak jednotlivé modely kontaktních sil testovány na jednoduchém příkladu. V kapitole 4 je popsán zjednodušený matematický model regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440 se zahrnutím různých silových účinků. Poznatky z této části diplomové práce jsou pak využity v kapitole 5, ve které je popsána tvorba komplexnějšího počítačového modelu regulačního orgánu reaktoru VVER 440 v programu MSC.ADAMS. Jsou zde také zmíněny základní funkce tohoto programu a způsob modelování kontaktních sil. V kapitole 6 je uvedeno využití moderní metody *absolute nodal coordinate formulation* (ANCF) při modelování pádu absorpčního proutku regulačního orgánu reaktoru typu VVER 1000. V závěru jsou shrnuty poznatky z tvorby matematických modelů a jsou popsány možnosti jejich využití v souvislosti s hodnocením bezpečnosti jaderných zařízení.

2 Regulační orgány reaktorů

V současné době je ve světě v provozu více druhů jaderných reaktorů. Tato práce se zabývá dynamikou pohybu regulačních orgánů v reaktorech tlakovodního typu, jako jsou například reaktory VVER 440 či VVER 1000. Moderátorem a chladivem v těchto reaktorech je chemicky upravená voda. Válcová nádoba reaktoru se skládá z tlakové nádoby (TN) a snímatelného horního bloku. Uvnitř TN jsou rozmístěna vnitroreaktorová zařízení (šachta, koš aktivní zóny, blok ochranných trub a další) a aktivní zóna reaktoru, která se skládá z palivových kazet (PK) a regulačních orgánů (RO). Jako jaderné palivo se používá slabě obohacený oxid uranu. Reaktor je ustaven v betonové šachtě, která zajišťuje spolehlivé upevnění reaktoru, tepelnou izolaci a ochranu proti radioaktivnímu záření aktivní zóny. Na obrázku 2.1 jsou znázorněny reaktory VVER 440 a VVER 1000.



Obrázek 2.1: Vlevo schéma reaktoru VVER 440, vpravo reaktor VVER 1000.

V této kapitole je ve stručnosti popsána konstrukce a funkce RO reaktoru VVER 440/V213. Dále je též naznačena konstrukce pohonu, který má na pohyb (pád) regulační kazety značný vliv. Následuje popis konstrukce RO pro reaktor typu VVER 1000.

2.1 Regulační orgán reaktoru typu VVER 440/V213

Aktivní zóna reaktoru typu VVER 440 obsahuje 312 palivových kazet a 37 kazet automatické ochrany, regulace a kompenzace (HRK). Pohony regulačních kazet jsou umístěny v pouzdrech pohonů, která jsou přírubově spojena s nátrubky TN. Kazeta HRK je pracovním orgánem systému řízení a ochrany a skládá se z palivové části a z nástavce (absorpční část), vložené spojovací tyče a z tyče pohonu (hřebenová tyč). Plní následující základní funkce:

- Zajišťuje rychlé přerušování štěpné řetězové reakce v reaktoru zavedením absorbátoru do aktivní zóny a současně vyvedením palivové části HRK z aktivní zóny.
- Podílí se na automatické regulaci s cílem udržení výkonu reaktoru na zadané úrovni a také zajišťuje přechod z jedné úrovně výkonu na druhou.
- Kompenzuje rychlé změny reaktivity (teplotní, výkonový efekt, atd.).

2.1.1 Konstrukce regulační kazety VVER 440

Kazeta HRK se skládá z nástavce a palivové části, které jsou navzájem spojeny. Palivové proutky ve svazku palivové části HRK jsou rozmístěny v trojúhelníkové mřížce s krokem $12,3 \pm 0,12$ mm. Nástavec je svařovaná konstrukce hmotnosti 110 kg z nerezové oceli, uvnitř které jsou umístěny šestihřanné vložky z borité oceli. Kazeta HRK je přes vloženou spojovací tyč spojena s hřebenovou tyčí.

U palivových souborů 2. generace jsou palivové svazky HRK tvořeny 120 palivovými proutky a šesti palivovými proutky s obsahem gadolinia (Gd). Střední obohacení palivového svazku palivové části kazety HRK je 3,84% (resp. 4,87%). Celková hmotnost kazety HRK činí 330 kg, z čehož palivová část váží 220 kg a nástavec 110 kg. V konstrukci palivové části a nástavce je použita nerezová chromniklová ocel typ *08Ch18N10T* a zirkoniové slitiny. Použití těchto materiálů je definováno pravidly dle norem.

Palivová část HRK

Hlavice palivové části je vybavena upínacím zařízením bajonetového typu se sedlem pro trojúhelníkový fixátor, který zabezpečuje spojení s vloženou tyčí a vylučuje možnost pootočení a následného odpojení palivové části od vložené tyče. V patce palivové části HRK se nachází hydraulický tlumič (zvon), který zajišťuje tlumení při dopadu HRK od působení vlastní hmotnosti v havarijním režimu. Princip tlumení je založen na škrcení chladiva (vody) na štěrbinách mezi zvonem patky palivové části HRK a trnem, nacházejícím se ve dně šachty reaktoru.

Při provozu reaktoru je pracovní skupina HRK částečně zasunuta do aktivní zóny reaktoru a tím iniciuje prudký vzestup vývinu energie v palivových proutcích pracovních kazet obklopujících kazetu HRK. Pro potlačení těchto vzestupů jsou v palivových částech HRK na vnitřním povrchu obalové trubky rozmístěny destičky z hafnia (po jedné na každé hraně) s délkou 150,4 mm, šířkou 76,2 mm a tloušťkou 0,6 mm.

Nástavec HRK (absorpční část)

Nástavec se skládá z těchto základních částí:

- hlavice,
- 22 vložek,
- centrální a obalová trubka,
- patka.

Hlavice nástavce je určena pro upevnění horního konce obalové trubky a jsou v ní umístěny přepravní kolíky. Obalová trubka slouží jako pevná nosná konstrukce nástavce, jsou v ní umístěny vložky a je spojena s hlavicí a patkou nástavce. Patka nástavce je určena pro upevnění s hlavicí palivové části HRK. Vložky jsou šestiúhelníkové tubusy tloušťky 7,1 mm a výšky 102 mm. Jsou tvořeny chromniklovou nerezovou ocelí s přísadou přírodního boru 1,6 až 2,0 hmotnostních procent a jsou určeny k absorpci neutronů, tedy regulaci štěpné reakce.

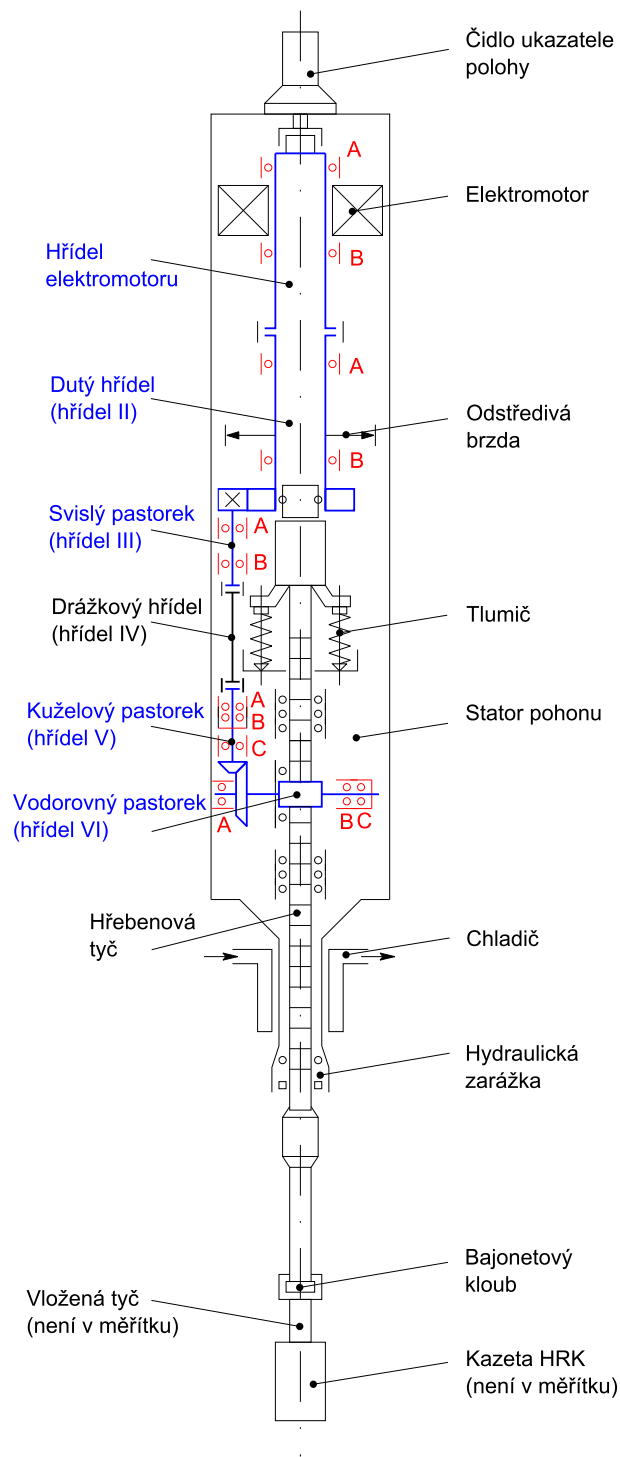
2.1.2 Pohon regulační kazety

Konstrukce horního bloku reaktoru VVER 440/V213 obsahuje 37 pohonů označení PROM, které jsou umístěny ve víku tlakové nádoby. Pohon zabezpečuje tyto funkce [24]:

- pohyb regulační kazety VVER 440/V213,
- zastavení regulační kazety v krajních polohách a mezi nimi,
- indikaci polohy regulační kazety postupně a nezávisle po 10 mm a 250 mm a v krajních polohách,
- pád regulační kazety v režimu havarijní ochrany,
- zamezení spontánního pohybu regulační kazety v případě výskytu netěsnosti v horní části pohonu.

Každý pohon je složen z těchto základních částí [13]:

- **Pouzdro pohonu**, které je součástí horního bloku a jeho celková délka je 9,13 m. Skládá se z horní příruby, ve které je upevněno těleso pohonu regulačních mechanismů, dvou přímých potrubních úseků s přechodovým členem a dolní příruby, spojené s nátrubkem víka tlakové nádoby.



Obrázek 2.2: Schéma pohonu HRK.

- **Těleso pohonu regulačních mechanismů** se nachází uvnitř pouzdra pohonu, se kterým je v horní části spojeno. Jeho součástí je elektromotor, který pohání hřídel elektromotoru a dutý hřídel s odstředivou brzdou. Otáčivý účinek je dále

přenášen přes svislý pastorek na drážkový hřídel a dále na kuželový pastorek. Na ten je napojen vodorovný pastorek, na kterém je zavěšena hřebenová tyč. Na tu je pak zavěšena vložená tyč a kazeta HRK (obrázek 2.2).

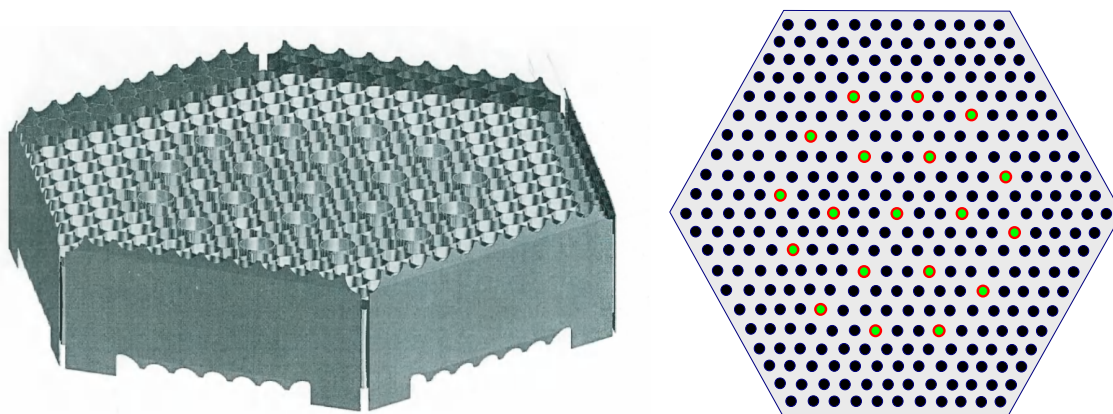
- **Hřebenová tyč** má včetně tyče a táhla délku 8,0345 m a je v závislosti na okamžitém režimu posouvána pohonem v rozsahu jejích krajních poloh, které činí 2,375 m.
- **Vložená tyč** je zavěšena na dolním konci táhla bajonetovým závěsem. Skládá se ze dvou přechodových dílů a vlastní vložené tyče. Na ní je dalším bajonetovým závěsem zavěšena kazeta HRK.

Systém pohonu se podílí na dynamice pádu regulační kazety při nutnosti rychlého zastavení štěpné reakce.

2.2 Regulační orgán reaktoru typu VVER 1000

Uvnitř reaktoru VVER 1000 se kromě řídicích orgánů a konstrukčních prvků nachází přes 50 tisíc palivových proutků, sestavených do palivových souborů, které jsou z mechanického hlediska identické. Tyto palivové soubory tvoří aktivní zónu reaktoru.

Palivový soubor TVSA-T je složen z 312 palivových proutků seskupených v trojúhelníkové mříži v nosném skeletu hexagonálního průřezu. V centrální pozici palivového souboru se nachází trubka. Osmnáct pozic v palivovém souboru připadá na vodící trubky pro umístění absorpčních proutků regulačních orgánů (obrázek 2.3).



Obrázek 2.3: Průřez palivovým souborem TVSA-T, převzato z [22].

Absorpční proutky regulačního orgánu se zasunují do vodících trubek palivového souboru TVSA-T a tím v aktivní zóně reaktoru ovlivňují intenzitu neutronového toku a tedy i řetězovou štěpnou reakci.

Absorpční proutek regulačních orgánů plní následující funkce:

- rychlé přerušování jaderné reakce v aktivní zóně reaktoru,

- udržování výkonu na zadané hladině a jeho přechod z jedné hladiny na jinou,
- vyrovnávání pole výkonové distribuce v aktivní zóně,
- předcházení a potlačování xenonových oscilací.

Celková doba pádu regulačních orgánů z horního koncového spínače nesmí překročit 3,5 s a musí být zajištěno zasunutí RO do palivového souboru TVSA-T po současném působení seizmického zatížení 8 ballů a nehody s roztržením hlavního cirkulačního potrubí primárního okruhu.

2.2.1 Konstrukce regulačního orgánu reaktoru VVER 1000

Regulační orgán (obrázek 2.4) se skládá z:

- 18 absorpčních proutků,
- hvězdicové sestavy (hlavy),
- 36 pružin,
- 18 matic.

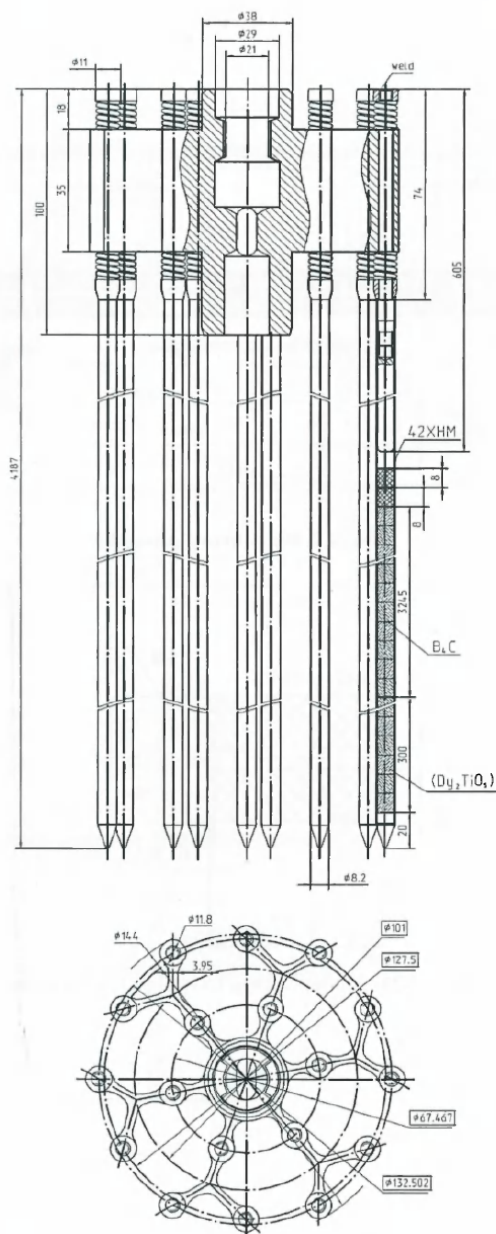
Hvězdicová sestava je tvořena objímkou s konzolovými (hvězdicovými) žebry (rameny) s otvory pro koncovky absorpčních proutků a se zkosením po celém jejich obvodu. Výška žebry je 35 mm, výška objímky 100 mm. Objímka sestavy má dva výstupky pro spojení se závěsnou tyčí regulačního orgánu. Pomocí pojišťovacího kolíku je vyloučeno nedovolené pootočení tyče vůči hvězdicové soustavě absorpčních proutků regulačního orgánu.

Pružiny jsou nasazeny na koncovkách absorpčních proutků na obě strany od žebry hvězdicové sestavy a tlumí náraz svazku o komponenty horního nátrubku palivového souboru TVSA-T při zafungování ochrany reaktoru a při přemísťování absorpčních svazků během řízení výkonu reaktoru. Nad horními pružinami jsou upevňovací matice jistěné svarem proti samovolnému odšroubování.

Absorpční proutek regulačního orgánu

Absorpční proutek má tvar tyčky délky 4187 ± 3 mm. Jako povlak absorpčního proutku se používá trubka o vnějším průměru $8,2 \pm 0,05$ mm a vnitřním průměru $7,1 + 0,07$ mm ze slitiny *42XHM*. Náplň je po výšce kombinována ze dvou typů tabletek, celková výška absorpční části je 3545 mm. Vnější průměr tabletek absorberu je $7 - 0,07$ mm.

V dolní části absorpčního proutku (300 mm) jsou tabletky z titaničitanu dysprositého (Dy_2TiO_5) o hustotě nejméně 6 g/cm^3 s přírodním zastoupením izotopů dysprosia. V horní části absorpčního proutku jsou tabletky z karbidu bóru (B_4C) o hustotě nejméně $1,8 \text{ g/cm}^3$ s přírodním zastoupením izotopů bóru.

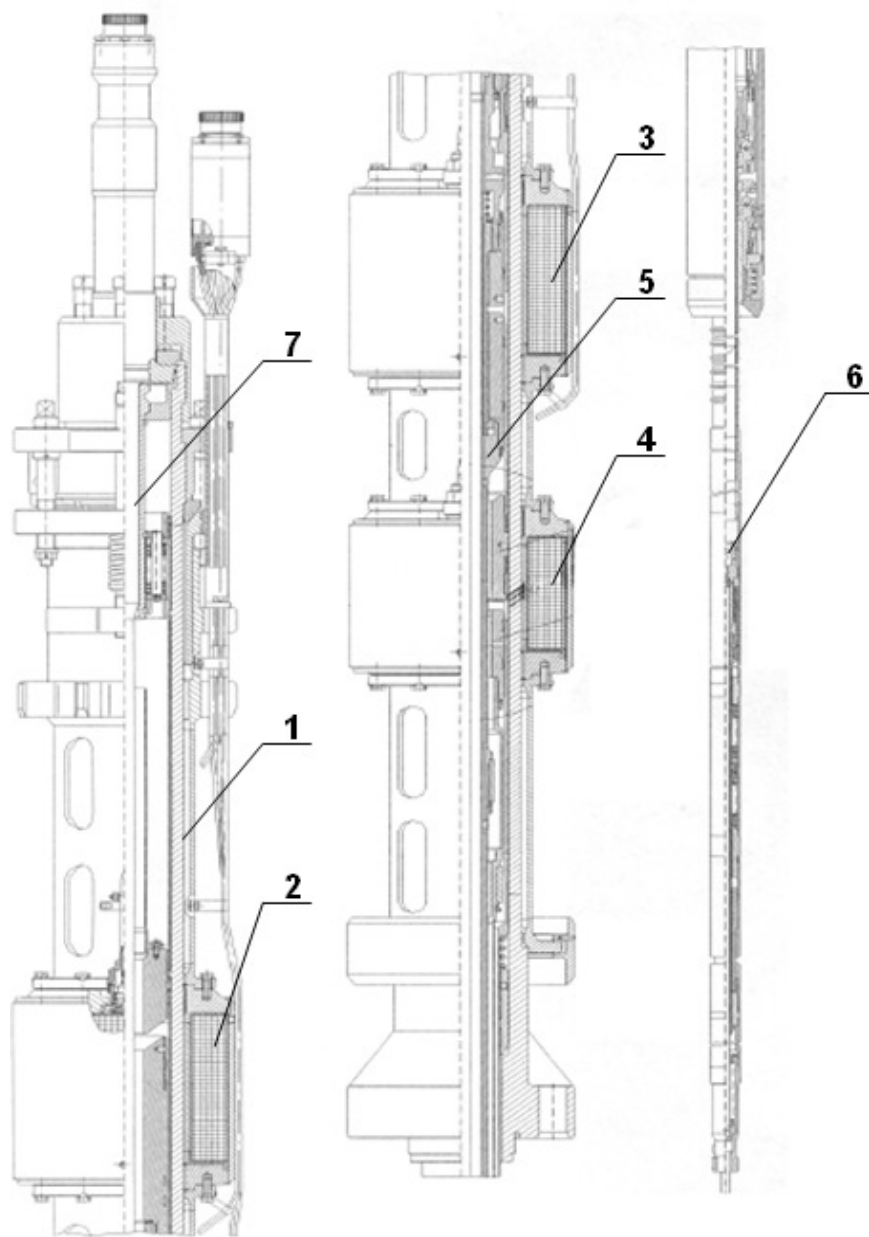


Obrázek 2.4: Schéma absorpčního svazku regulačního orgánu s hvězdicovou sestavou. Převzato z [17].

2.2.2 Pohon regulačního orgánu VVER 1000

Vertikální pohyb regulačního orgánu je u reaktoru typu VVER 1000 zajištěn lineárním krokovým pohonem LKP - M/3, který je umístěn na víku tlakové nádoby reaktoru. Tento pohon má následující funkce [17]:

- pohyb RO,



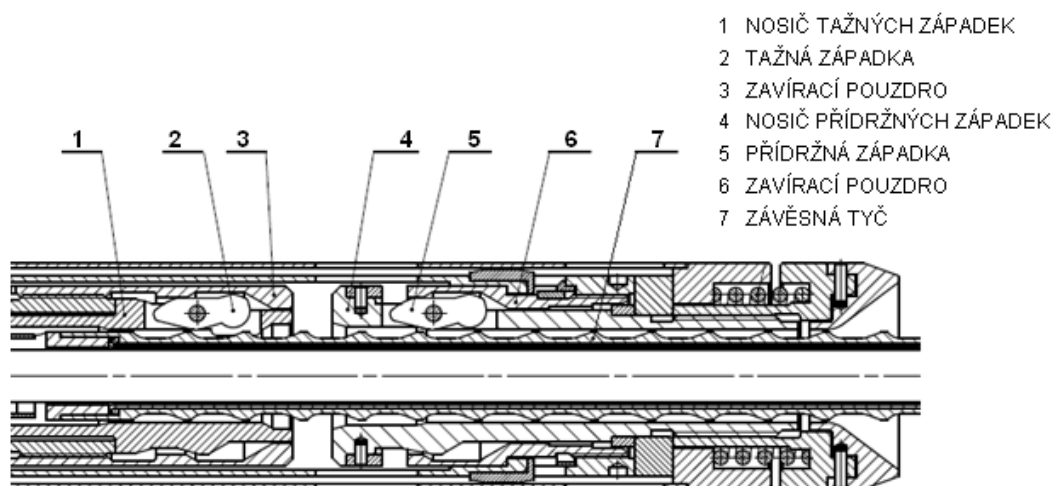
Obrázek 2.5: Schéma pohonu LKM - M/3 a jednotlivé části (1 - pouzdro pohonu, 2 - tažný magnet, 3 - záchytný magnet, 4 - přídržný magnet, 5 - blok zdvihání, 6 - závěsná tyč, 7 - ukazatel polohy), převzato z [17].

- indikace polohy RO,
- stání RO v koncových polohách a mezipolohách,
- pád RO v případě signálu havarijní ochrany,
- zamezení samovolného vysouvání RO z aktivní zóny v případě porušení těsnosti

v horní části pohonu.

Pohon je složen z následujících částí (obrázek 2.5):

- **Pouzdro pohonu (PP)** tvoří základní nosnou část, na které jsou umístěny vnitřní a vnější součásti pohonu. Spodní část PP je přírubově spojena s nátrubkem víka tlakové nádoby. Pro zajištění potřebné těsnosti ve spoji (PP tvoří tlakovou bariéru mezi primárním okruhem a prostorem nad víkem reaktoru) je použita dvojice těsnění.
- **Blok elektromagnetů** tvoří trojice elektromagnetů a umístěn je na vnější straně PP. Skládá se z tažného, záchytného a přídržného elektromagnetu, které vyvozují sílu na kotvy bloku zdvihání. Dochází tak k pohybu mechanismů bloku zdvihání a tím i pohybu závěsné tyče.
- **Blok zdvihání** je umístěn uvnitř PP a zavěšen na pružinovém závěsu, který tlumí rázy při chodu pohonu. Jedná se o akční člen pohonu, který zajišťuje přímočarý pohyb závěsné tyče, její stání v dané poloze či pád při signálu havarijní ochrany. Jsou v něm zabudovány kotvy (tažná, záchytná, přídržná), které jsou spojeny trubkovými táhly s nosiči západek a západkovými pouzdry (obrázek 2.6).

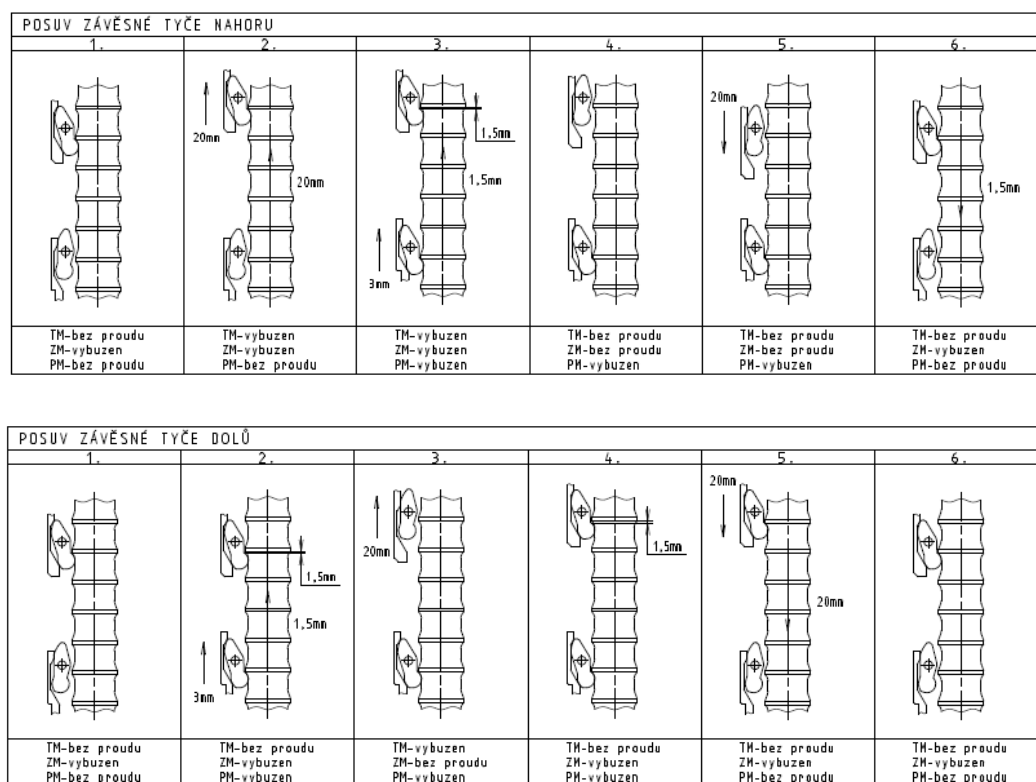


Obrázek 2.6: Řez západkovou částí bloku zdvihání, převzato z [17].

- **Závěsná tyč** slouží jako spojovací člen regulačního orgánu a pohonu. V horní části má řadu válcových osazení, o které se opírají západky bloku zdvihání. Regulační orgán je k závěsné tyči spojen bajonetovým záchytem.
- **Ukazatel polohy** plní funkci indikátoru polohy RO v celé délce pracovního zdvihu (3500 mm). Je složen z několika cívek, ve kterých se pohybem trubky s různě dlouhými segmenty z magnetické a nemagnetické oceli, která je součástí závěsné tyče, indukují napětí. Tento signál je z cívek veden na konektor v horní části pohonu.

Princip činnosti pohonu spočívá v proudových impulsích přiváděných v daném pořadí, velikosti a čase na cívky jednotlivých elektromagnetů. Pohybující se kotvy pak zajišťují postupné otevírání a zavírání západek a posuvný pohyb celého západkového systému, čímž je možné vyvodit reverzní krokový pohyb závěsné tyče. Příkon pohonu v režimu stání činí maximálně 0,3 kW, v režimu chodu pak maximálně 1 kW.

Jeden krok zdvihání či spouštění tyče představuje vzdálenost $20 \pm 0,1$ mm a je realizován pohybem západek, které postupně zapadají do válcového osazení závěsné tyče a podávají si tak tyč vzhůru či dolů (pohyb je graficky znázorněn na obrázku 2.7).



Obrázek 2.7: Posuv závěsné tyče vzhůru a dolů (TM - tažný magnet, PM - přídržný magnet, ZM - záchytný magnet), převzato z [17].

Při závadě na napájení střídavým proudem panelu silového řízení přejde panel automaticky na napájení stejnosměrné, dojde tak k sevření tažných i přídržných západek a poloha závěsné tyče je zablokována.

Pád RO je realizován přerušením napájení všech elektromagnetů, čímž dojde k rozvření západek a závěsná tyč se uvolní. Vlivem gravitační síly padá RO spolu se závěsnou tyčí do aktivní zóny reaktoru.

3 Vázané mechanické systémy a modelování kontaktů

Dynamická analýza vázaných mechanických systémů, které jsou tvořeny propojenými tělesy konajícími velké posuvy a rotace, je obor s velkým využitím v inženýrské praxi i výzkumu, například v oblastech robotiky, automobilového průmyslu, biomechaniky a mnoha dalších. Tomuto oboru byla v posledních několika desetiletích věnována velká pozornost a bylo sepsáno mnoho odborných publikací na toto téma, například [6], [10], [18], [19]. Vzniklo také mnoho softwarových řešičů pohybových rovnic těchto systémů (např. V této diplomové práci použitý MSC.ADAMS), ve kterých jsou pohybové rovnice vázaných mechanických systémů formulovány různými přístupy, například principem virtuálních prací, Newton-Eulerovým přístupem či pomocí Lagrangeových rovnic. Dále se jednotlivé přístupy liší ve volbě souřadných systémů (relativní souřadnice, absolutní souřadnice, přirozené souřadnice a další).

Typický vázaný mechanický systém, tzv. *multibody system*, je tvořen souborem těles vzájemně propojených kinematickými vazbami a zatížených různými silovými účinky. Tělesa mohou být tuhá či poddajná. Tuhé těleso je charakterizováno tím, že jeho deformace jsou nulové či zanedbatelné a neovlivňují jeho celkový pohyb. Například v rovině má takové těleso tři stupně volnosti, jeho pohyb může být popsán třemi zobecněnými souřadnicemi. Poddajné těleso má k těmto souřadnicím navíc souřadnice potřebné pro popsání deformací.

Obecně má metodologie řešení dynamiky vázaných mechanických systémů tyto dvě fáze:

- získání dat potřebných pro sestavení pohybových rovnic,
- realizace výpočtových postupů za účelem analýzy, simulace a optimalizace pohybu systému.

Dále tato kapitola obsahuje stručný popis Lagrangeových rovnic smíšeného typu, které jsou jedním z několika možných postupů při modelování vázaných mechanických systémů. Následuje část zabývající se modelováním kontaktních sil, které se v dynamice RO objevují a jsou důležitým prvkem výpočtových modelů.

3.1 Lagrangeovy rovnice smíšeného typu

Pro sestavení pohybových rovnic systému těles o n stupních volnosti pomocí m fyzikálních souřadnic ($m > n$) slouží například Lagrangeovy rovnice smíšeného typu, které lze zapsat

ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{s}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial s_i} = Q_i + \sum_{j=1}^r \lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial s_i}, \quad (3.1)$$

kde E_k je celková kinetická energie soustavy, s_i je i -tá fyzikální souřadnice ($i = 1, 2, \dots, m$), Q_i značí zobecněné síly a λ_j jsou Lagrangeovy multiplikátory odpovídající vazbovým rovnicím f_j . Číslo r udává počet vazeb a platí $r = m - n$. Pro snadnější práci je vhodné tyto rovnice přepsat do maticové formy

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \mathbf{s}} = \mathbf{Q}_i + \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{s}} \boldsymbol{\lambda}, \quad (3.2)$$

kde vektor fyzikálních souřadnic je zapsán $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T$, vektor zobecněných sil $\mathbf{Q} = [Q_1, Q_2, \dots, Q_m]^T$, vektor vazbových podmínek $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_r]^T$ a vektor Lagrangeových multiplikátorů $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r]^T$. Kinetická energie je závislá na vektoru fyzikálních souřadnic a na jeho derivaci, tedy $E_k = E_k(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$. K této rovnici je doplněna ještě maticová forma vazební podmínky

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0}. \quad (3.3)$$

Tuto soustavu rovnic je možné dále upravit. První člen vztahu (3.2) lze pomocí pravidla o derivaci složené funkce přepsat do tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \right) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}^T} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \dot{\mathbf{s}} + \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{s}}^T} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \ddot{\mathbf{s}}. \quad (3.4)$$

Za předpokladu, že kinetická energie soustavy má tvar $E_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{s}}$, kde \mathbf{M} je symetrická a pozitivně definitní matice hmotnosti soustavy, lze druhý člen pravé strany rovnice (3.4) vyjádřit

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{s}}^T} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \ddot{\mathbf{s}} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{s}}. \quad (3.5)$$

Nyní lze rovnici (3.2) přepsat

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{s}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{c}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}), \quad (3.6)$$

kde $\mathbf{c}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{s}^T} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \dot{\mathbf{s}} + \frac{\partial E_k}{\partial \mathbf{s}} + \mathbf{Q}$. K této rovnici je výhodné připojit vazební rovnici (3.3) dvakrát derivovanou podle času, tedy

$$\ddot{\mathbf{f}}(\mathbf{s}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} \ddot{\mathbf{s}} + \frac{\partial \dot{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{s}} \dot{\mathbf{s}}. \quad (3.7)$$

Po označení $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} = \mathbf{F}$ (Jacobiho matice vazeb) a $\frac{\partial \dot{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{s}} \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{b}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ lze rovnice (3.6) a (3.7) přepsat do tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{s}} \\ -\boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \\ \mathbf{b}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

což je soustava algebraicko-diferenciálních rovnic, která je v uzavřeném tvaru analyticky obtížně řešitelná. Soustavu je možné řešit numericky pomocí standardních řešičů, je však vhodné ji nejprve upravit. Úprava spočívá ve vyjádření $\ddot{\mathbf{s}}$ z první rovnice a dosazení do rovnice druhé. Z té je pak vyjádřeno $\boldsymbol{\lambda}$ a dosazeno opět do první rovnice. Získán je tak předpis pro zrychlení zobecněných souřadnic ve tvaru

$$\ddot{\mathbf{s}} = \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{c} + \mathbf{F}(\mathbf{F}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{b} - \mathbf{F}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c})] = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}). \quad (3.9)$$

Tato diferenciální rovnice druhého řádu je při označení $\mathbf{x}_1 = \mathbf{s}$ a $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{s}}$ převedena na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Nyní je možné využití standardních řešičů.

3.2 Modelování kontaktních sil

Při pádu RO do aktivní zóny reaktoru dochází ke kontaktu RO s vodicí trubicou a vznikají v těchto místech silové účinky. Tyto kontaktní síly je nutné zahrnout do dynamického modelu soustavy. Způsobů, jak modelovat síly působící v kontaktu, je více [14]. V této části diplomové práce je nastíněn jeden z možných a často využívaných přístupů.

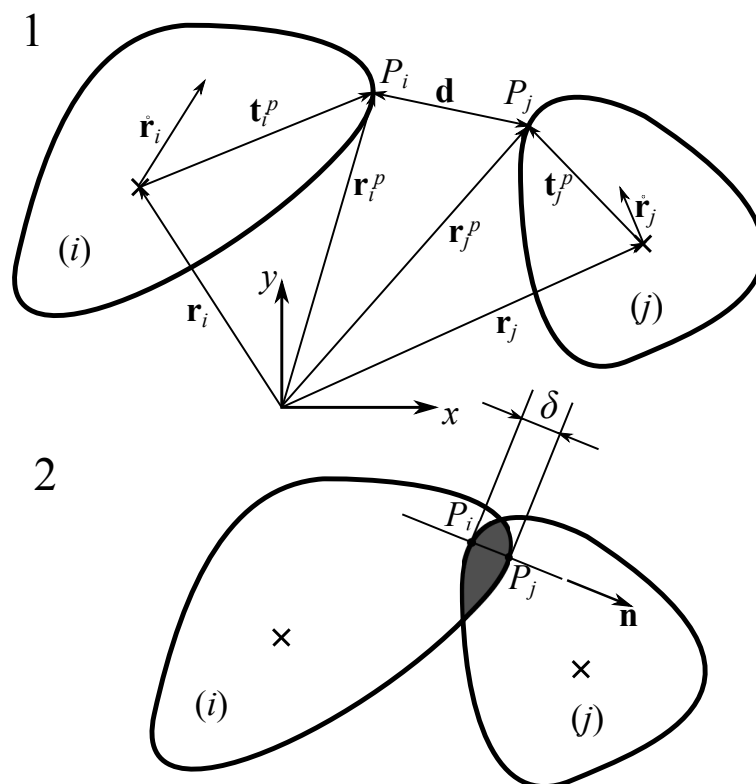
Kontakt těles je charakterizován náhlými změnami v souřadnicích popisujících systém, nejvíce se projevuje v nespojitosti rychlostí. Při kontaktu také dochází k iniciaci šíření vibrací v systému, lokálním elastickým či plastickým deformacím v kontaktní ploše či k disipaci energie. Volba vhodného modelu kontaktních sil pak hraje významnou roli při analýze mechanického systému.

Kontakt dvou těles probíhá ve dvou fázích:

- Fáze komprese či stlačení, při které se tělesa deformují ve směru normály k ploše kontaktu a relativní rychlost kontaktních ploch se snižuje až k nule. Konec této fáze je charakterizován maximálním průnikem (penetrací).
- Fáze restituace začíná hned po předchozí fázi a může končit až úplným oddělením těles. Zavádí se koeficient restituace, který je pro elastický kontakt roven jedné a pro plně plastický kontakt je nulový.

Nejobecnější a nejběžnější případ kontaktu je excentrická srážka, při níž vznikají normálové i tečné síly.

Při řešení problému modelování kontaktních sil je nejdříve nutné zjistit, zda ke kontaktu dochází a kde se nalézá místo dotyku. Dále se určí velikost normálové síly, která záleží například na velikosti kontaktní plochy a na materiálových parametrech. Nakonec se dopočítá třecí síla působící v tečném směru.



Obrázek 3.1: Dvě tělesa bez kontaktu (1), dvě tělesa v kontaktu, nenulový průnik δ (2).

3.2.1 Hledání místa kontaktu

Dále bude vysvětlen jeden ze způsobů popisu kinematiky kontaktu mezi dvěma rovinnými tuhými konvexními tělesy. Na obrázku 3.1 jsou tělesa i a j , které se pohybují absolutními rychlostmi $\dot{\mathbf{r}}_i$ a $\dot{\mathbf{r}}_j$. Potenciální body kontaktu jsou značeny P_i a P_j . Pro zjištění kontaktní kinematiky je nutné vypočítat:

- Pozici potenciálních bodů kontaktu.
- Vzájemnou vzdálenost potenciálních bodů kontaktu. Kladná hodnota znamená, že body jsou oddělené, záporná pak určuje vzájemný průnik (penetraci) těles. Změna znaménka značí přechod mezi oddělenými body a kontaktem.
- Relativní normálovou rychlost mezi body kontaktu, což je rychlost průniku. Při kladné hodnotě se tělesa přibližují a dochází k fázi komprese, naopak záporné hodnoty znamenají oddělování těles a fázi restituce.

Pro vektor, který spojuje dva potenciální body kontaktu P_i a P_j , platí

$$\mathbf{d} = \mathbf{r}_j^P - \mathbf{r}_i^P, \quad (3.11)$$

kde oba vektory \mathbf{r}_i^P a \mathbf{r}_j^P jsou vyjádřeny v počátečním globálním souřadnicovém systému, tedy

$$\mathbf{r}_k^P = \mathbf{r}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{t}_k^P, \quad k = i, j. \quad (3.12)$$

Zde vektory \mathbf{r}_i a \mathbf{r}_j určují pozice středů hmotnosti těles i a j , zatímco vektory \mathbf{t}_i^P a \mathbf{t}_j^P značí polohu kontaktu vzhledem k lokálnímu souřadnicovému systému. Matice pootočení \mathbf{A}_k má tvar

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \cos \varphi_k & -\sin \varphi_k \\ \sin \varphi_k & \cos \varphi_k \end{bmatrix}, \quad k = i, j, \quad (3.13)$$

kde φ_i a φ_j jsou úhly natočení jednotlivých těles.

Na obrázku 3.1 je v rovině naznačen normálový vektor ke kontaktu \mathbf{n} určený vztahem

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{d}}{d}, \quad (3.14)$$

kde d značí velikost vektoru a platí

$$d = \mathbf{n}^T \mathbf{d}. \quad (3.15)$$

Tyto vztahy zatím nevedou jednoznačně k nalezení možných kontaktních bodů mezi tělesy. Proto je definováno, že kontaktní body jsou ty, které odpovídají maximálnímu průniku těles, tedy body s maximální relativní deformací změřenou v normálovém směru. V publikaci [12] jsou definovány následující tři geometrické podmínky:

- vzdálenost mezi potenciálními body kontaktu daná vektorem \mathbf{d} odpovídá nejmenší vzdálenosti,
- vektor \mathbf{d} musí být kolineární s normálovým vektorem \mathbf{n}_i , tedy

$$\mathbf{d} \times \mathbf{n}_i = 0, \quad (3.16)$$

- normálové vektory \mathbf{n}_i a \mathbf{n}_j musí být kolineární v potenciálních bodech kontaktu, vyjádřeno vektorovým součinem jako

$$\mathbf{n}_j \times \mathbf{n}_i = 0. \quad (3.17)$$

Geometrické podmínky (3.16) a (3.17) dohromady tvoří dvě nelineární rovnice pro dvě neznámé, které mohou být vyřešeny numericky například pomocí iterační Newton–Raphsonovy metody. Je tím získána pozice potenciálních bodů kontaktu. Vzájemný relativní průnik dvou těles je pak dán vztahem

$$\delta = \sqrt{\mathbf{d}^T \mathbf{d}}. \quad (3.18)$$

Časovou derivací rovnice polohy kontaktních bodů v globálním souřadnicovém systému (3.12) je získána rychlost kontaktních bodů, tedy

$$\dot{\mathbf{r}}_k^P = \dot{\mathbf{r}}_k + \dot{\mathbf{A}}_k \mathbf{t}_k^P, \quad k = i, j. \quad (3.19)$$

Relativní normálová rychlost je pak získána průmětem kontaktní rychlosti do směru normály k rovině kontaktu, zapsáno

$$\dot{\delta} = \mathbf{n}^T (\dot{\mathbf{r}}_j^P - \dot{\mathbf{r}}_i^P). \quad (3.20)$$

Výše popsaným postupem lze hledat body kontaktu pouze pro konvexní tuhá tělesa s hladkým povrchem a celková kontaktní plocha je redukována na relativní pohyb bodů, tedy jakýsi průnik δ . Pokud jsou tečné roviny těles jednoznačně určeny, může být tento přístup rozšířen i pro obecné kontaktní geometrie.

3.2.2 Výpočet normálové síly

Článek [4] popisuje nejjednodušší model pro normálovou kontaktní sílu, tzv. Kelvin-Voightův visko-elastický model, jako paralelně uloženou pružinu s tlumičem v místě dotyku. Pružina představuje elasticitu těles v kontaktu a tlumič popisuje ztrátu kinetické energie během celého děje. Disipace energie při oddělování těles je popsána koeficientem restituice. Normálová kontaktní síla F_N je v tomto modelu vypočítána dle vztahu

$$F_N = \begin{cases} K\delta & \text{pro } v_N > 0 \quad (\text{kompresa}), \\ c_e K\delta & \text{pro } v_N < 0 \quad (\text{restituce}), \end{cases} \quad (3.21)$$

kde K představuje tuhost pružiny, δ je již zmíněný průnik, c_e je restituční koeficient a v_N je relativní normálová rychlost těles v kontaktu. Největší nevýhoda tohoto modelu je spojena s neznámou tuhostí K , která je závislá na materiálu a geometrii těles.

Známy a velmi často používaný model kontaktních sil je Hertzův. Model je založen na teorii pružnosti a popisuje sílu při kontaktu dvou sférických, dokonale pružných a izotropních těles. Tato síla je závislá na relativním průniku δ dle vztahu

$$F_N = K\delta^n. \quad (3.22)$$

Exponent n podle [12] zohledňuje vliv geometrie a lokální kontaktní oblasti. Při dotyku dvou kruhových či eliptických ploch je roven $n = 1,5$, pro jiné druhy kontaktů může být stanoven experimentálně. Konstanta proporcionality K (nebo také tuhost) je závislá na materiálových vlastnostech a také na tvaru kontaktních ploch. Podle [4] platí pro K při kontaktu dvou koulí i a j vztah

$$K = \frac{4}{3(\sigma_i + \sigma_j)} \left[\frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.23)$$

kde R_i a R_j jsou poloměry koulí a parametry σ_i a σ_j jsou dány vztahem

$$\sigma_k = \frac{1 - \nu_k^2}{E_k}, \quad k = i, j. \quad (3.24)$$

Parametry ν_k a E_k jsou Poissonova konstanta a Youngův modul pružnosti jednotlivých koulí. Jak lze vyčíst ze článku [12], při kontaktu koule i a rovné plochy j je možné tuhost vyjádřit

$$K = \frac{4}{3(\sigma_i + \sigma_j)} \sqrt{R_i}. \quad (3.25)$$

Nevýhoda tohoto modelu je, že nebere v potaz disipaci energie a nemůže tak být použit v obou fázích kontaktu. Je to dáno tím, že se jedná o plně elastický model, tedy energie potřebná na první fázi je pak v druhé fázi plně využita.

Pro věrohodnější popis silového působení v kontaktu se proto využívá disipační model, kdy je síla závislá nejen na relativním průniku těles δ , ale i na relativní rychlosti pronikání $\dot{\delta}$, tedy

$$F_N = K\delta^n + D\dot{\delta}. \quad (3.26)$$

První člen pravé strany odpovídá elastické síle a druhý tlumicí člen reprezentuje vliv disipace energie během kontaktu. Koeficient D je tlumení, neboli hysterezní koeficient [4]. Tento model je velmi využíván především kvůli své jednoduchosti, má však i své nevýhody. Mezi ně například patří nespojitost kontaktní síly při počátečním dotyku, která je způsobena tlumicím členem, což neodpovídá reálnému ději. Dalším příkladem nereálnosti modelu je fakt, že tlumicí člen D je při průběhu celého kontaktního děje konstantní, což znamená stejnoměrnou disipaci během fáze komprese i restituce.

Zdroj [12] uvádí reálnější model Hunta a Crossleyho, který má koeficient tlumení závislý na průniku těles dle vztahu

$$D = \chi\delta^n, \quad (3.27)$$

přičemž χ je hysterezní faktor odpovídající

$$\chi = \frac{3K(1 - c_e)}{2\dot{\delta}^{(-)}}, \quad (3.28)$$

kde $\dot{\delta}^{(-)}$ představuje počáteční rychlost kontaktu a ostatní koeficienty byly popsány dříve. Po matematické úpravě výrazu (3.26) je získán vztah pro sílu ve tvaru

$$F_N = K\delta^n \left[1 + \frac{3(1 - c_e)}{2\dot{\delta}^{(-)}}\dot{\delta} \right]. \quad (3.29)$$

z popsaných modelů má tento nejblíže k fyzikální podstatě kontaktního děje a průběh síly v obou fázích se liší.

3.2.3 Výpočet třecí síly

Třecí síla při kontaktu vzniká v důsledku relativního sklouznutí těles po sobě. Pro tuto sílu platí experimentálně zjištěné poznatky známé jako zákon suchého tření:

- třecí síla působí v opačném směru vůči relativnímu pohybu těles v kontaktu,
- velikost třecí síly je úměrná normálové síle,
- třecí síla je nezávislá na velikost kontaktní plochy.

Tato síla dále komplikuje kontaktní problém, neboť může způsobit ulpívání těles (*sticking*), kdy se tělesa chovají jako slepená.

Nejzákladnější model tření mezi suchými povrchy se nazývá Coulumbův, který říká, že velikost tečné třecí síly F_T je přímo úměrná velikosti normálové síly F_N podle koeficientu tření c_f , tedy

$$F_T = c_f F_N. \quad (3.30)$$

Tento model je nezávislý na velikosti relativní tečné rychlosti. Nejen podle literatury [4] je však reálná třecí síla závislá na rychlosti skluzu dvou těles, povrchové úpravě, teplotě a materiálových parametrech.

Ve výpočtech se často používá pro třecí sílu vektorový vztah

$$\mathbf{F}_T = -c_f F_N \frac{\mathbf{v}_t}{v_t}, \quad (3.31)$$

kde \mathbf{v}_t je vektor relativní tečné rychlosti těles a v_t je jeho velikost, F_N značí velikost normálové síly a \mathbf{F}_T je vektor třecí síly. Tento model však dostatečně nevystihuje stav při nulové relativní rychlosti, což může způsobit problémy při integraci. Proto byl model upravován, uveden je například Threlfallův model třecí síly [4], který v okolí nulové relativní rychlosti třecí sílu popisuje dle vztahu

$$\mathbf{F}_T = c_f F_N \frac{\mathbf{v}_t}{v_t} (1 - e^{-\frac{3v_t}{v_r}}), \quad (3.32)$$

kde v_r je volená malá rychlost a vymezuje oblast rychlostí, při kterých je tento vztah použit. Dochází k vyhlazení průběhu třecí síly.

3.2.4 Modelový příklad výpočtu kontaktní síly

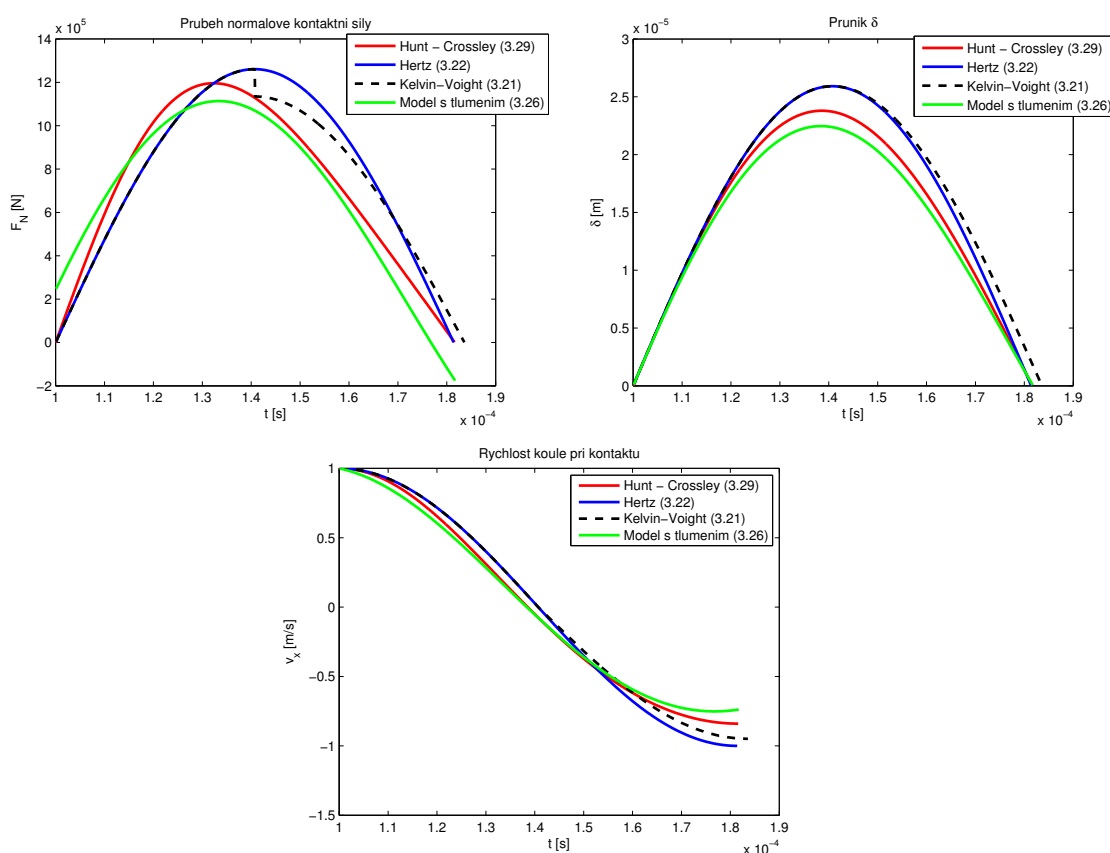
Jako příklad pro ilustraci výpočtu kontaktní síly byla zvolena koule narážející do stěny bez působení gravitace. Kontaktní tuhost je tedy počítána dle vztahu (3.25), který odpovídá právě tomuto případu. Potřebné parametry shrnuje tabulka 3.1. Cílem tohoto příkladu je ukázat průběhy normálové kontaktní síly a vybraných kinematických veličin koule v závislosti na nastavení kontaktního modelu.

Parametr	Význam	Parametr	Význam
$r = 0,1$ m	poloměr koule	$v_0 = 1$ m·s ⁻¹	poč. rychlost koule
$\rho = 7800$ kg·m ⁻³	hustota materiálu	$E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa	modul pružnosti těles
$\nu = 0,3$	Poissonova konstanta	$x_b = 0.0001$ m	poč. vzdálenost stěny
$c_e = 0,9$	výchozí koef. restituce	$D = 5 \cdot 10^{-6} \cdot K$	tuhost kontaktu
$n = 1$	testovací exponent	$n = 1,5$	výchozí exponent

Tabulka 3.1: Tabulka parametrů.

Nejprve jsou porovnány jednotlivé modely normálových kontaktních sil, tedy Kelvin-Voightův viskoelastický model (3.21), Hertzův (3.22), model s konstantním tlumením D

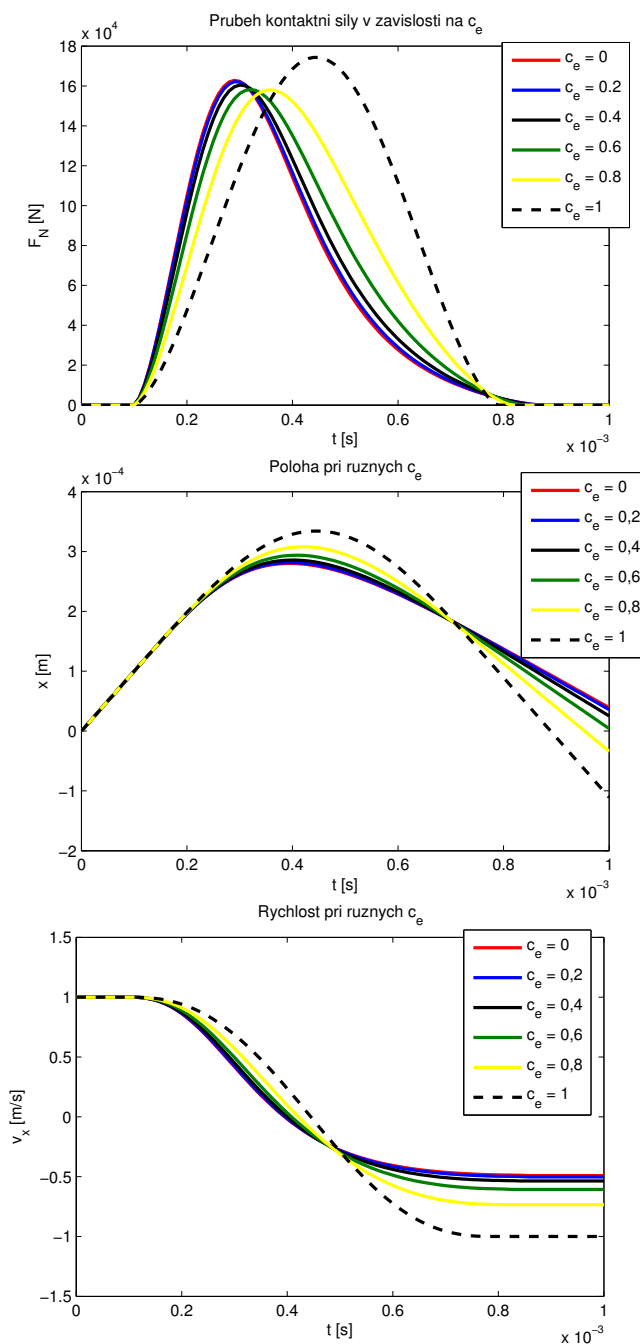
(3.26) a také model Hunta a Crossleyho (3.29). Použit byl testovací exponent $n = 1$, aby průběhy měli podobný charakter. Na obrázku 3.2 jsou tři grafy – průběh kontaktní síly F_N , průnik δ a rychlost koule během kontaktu. Na průběhu kontaktní síly je vidět, že Kelvin-Voightův model má nejdříve stejný průběh jako Hertzův, pak ale dojde ke skoku a síla se v závislosti na restitučním koeficientu zmenší. Na modelu s konstantním tlumením je vidět, že nejdříve dojde ke skokové změně síly a nakonec je síla dokonce záporná, což je způsobené velikostí tlumicího koeficientu. Tyto dva modely tedy kvůli výrazné nelinearitě nejsou pro další použití vhodné. Naopak silové průběhy Hertzova a Hunt-Crossleyho modelu jsou hladké. Na průběhu rychlosti lze pozorovat, že u všech modelů kromě Hertzova je absolutní hodnota rychlosti na konci kontaktu menší než hodnota na začátku. Na základě tohoto rozboru je pro další práci vybrán model Hertzův a Hunt-Crossleyův.



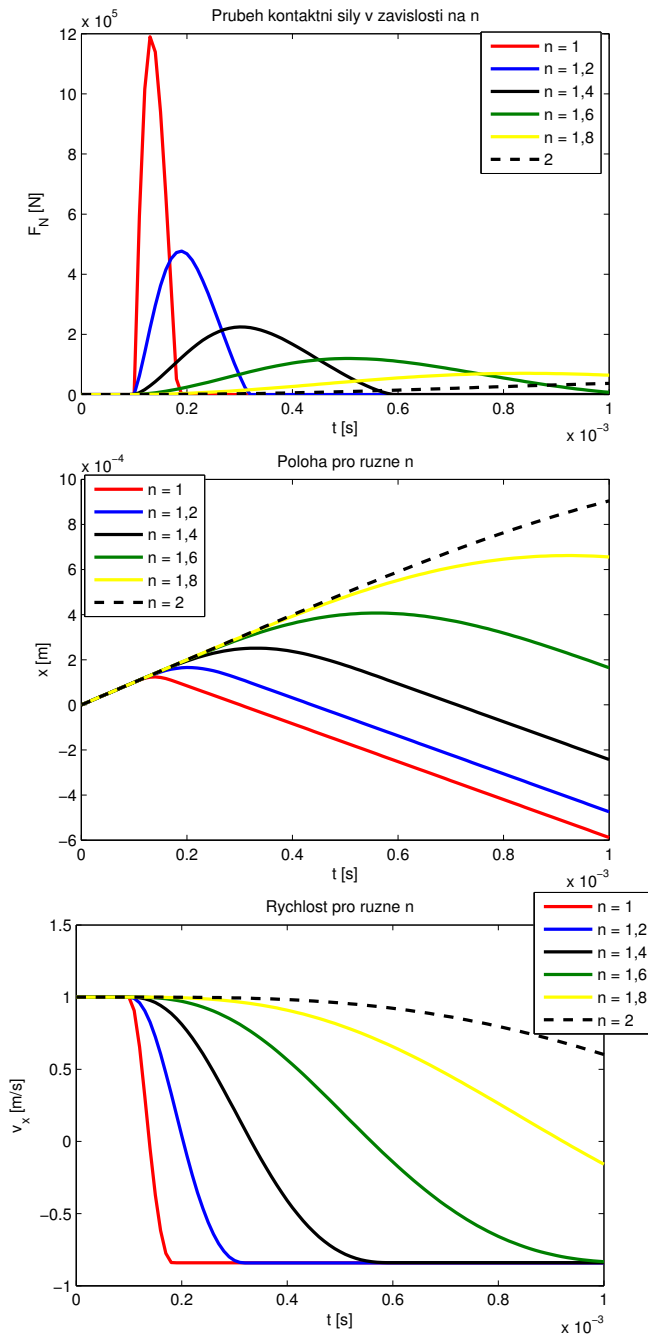
Obrázek 3.2: Porovnání normálové kontaktní síly F_N , průniku δ a rychlosti průniku $v_x = \dot{\delta}$ jednotlivých modelů.

Dále je podrobněji rozebrán Hunt-Crossleyův model. Na obrázku 3.3 je ukázán posuv, síla a rychlost pro různá nastavení koeficientu restituce c_e a pro výchozí exponent $n = 1, 5$. Při nastavení $c_e = 1$ jsou výsledné veličiny stejné jako v Hertzově modelu, odpovídá to plně elastickému kontaktu. S klesajícím koeficientem se zvyšuje disipace modelu, což je nejvíce patrné na změně rychlosti.

Na obrázku 3.4 jsou výsledky pro různá nastavení exponentu n a pro výchozí koeficient restituce $c_e = 0,9$. Z výsledků lze usoudit, že s větším exponentem se amplituda kontaktní síly snižuje, ale tělesa jsou v kontaktu déle. Dochází též k většímu průniku, při modelování kontaktních sil je tedy nutné toto respektovat.



Obrázek 3.3: Normálová síla F_N , posuv x a rychlost v_x koule pro různé koeficienty restituce c_e .



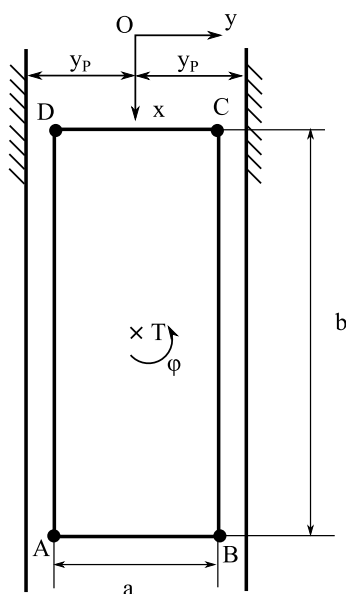
Obrázek 3.4: Normálová síla F_N , posuv x a rychlost v_x koule pro různé exponenty n .

4 Zjednodušený model regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440

Tato kapitola popisuje metodiku zjednodušeného matematického modelování pádu regulačního orgánu do aktivní zóny reaktoru typu VVER 440. Kazeta HRK je uvažována symetrická k vertikální ose procházející jejím těžištěm, proto je problém zjednodušeně řešen jako rovinná úloha a samotné zařízení je nahrazeno obdélníkem se středem hmotnosti v těžišti, který se pohybuje uvnitř vodou naplněné vodicí trubky (obrázek 4.1). Vůle mezi těmito tělesy je velmi malá, může tedy dojít ke vzájemnému kontaktu. Navíc má na padající těleso vliv vodní prostředí a setrvačné síly způsobené rotací mechanických částí pohonu RO.

Důležitým parametrem je doba pádu RO, která by se měla u reaktoru typu VVER 440 pohybovat okolo 10 sekund. Proto je na dutém hřídeli instalována odstředivá brzda (obrázek 2.2), která je nastavena tak, aby bylo dosaženo požadované ustálené rychlosti pádu, obvykle se pohybuje mezi $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Do zjednodušeného modelu lze snadno aplikovat různé vnější vlivy, poznatky jsou pak použity ve složitějším multibody modelu. Smyslem tvorby tohoto modelu je tedy zavedení možných silových účinků a prověření citlivosti výsledku simulací na změnu vybraných parametrů modelu.



Obrázek 4.1: Schéma modelu.

4.1 Matematický model

Rovinné těleso pohybující se v kanále (obrázek 4.1) má tři stupně volnosti, posuvy x a y a rotaci φ . Podmínky dynamické rovnováhy vedou na tři diferenciální rovnice popisující pohyb tělesa ve tvaru

$$\begin{aligned} (m + m_{red})\ddot{x} - F - F_{OP} + F_r - F_{ht} + F_{dk} &= F_{TA} + F_{TB} + F_{TC} + F_{TD}, \\ m\ddot{y} + \text{sign}(\dot{y})F_f &= F_{NA} - F_{NB} - F_{NC} + F_{ND}, \\ I_z\ddot{\varphi} &= M_{NA} - M_{NB} + M_{NC} - M_{ND} - M_{TA} + M_{TB} + M_{TC} - M_{TD}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

kde $m\ddot{x}$, $m\ddot{y}$, $I_z\ddot{\varphi}$ jsou setrvačné účinky působící ve směrech jednotlivých zobecněných souřadnic, $m_{red}\ddot{x}$ je redukováná síla způsobená setrvačností rotujících částí pohonu, F je součet tíhové síly a vztlakové síly kapaliny, F_{OP} vyjadřuje konzervativní silový účinek způsobený přetlakem kapaliny ve vodicí trubce, F_r je redukováná síla způsobená odstředivou brzdou. Síla F_{ht} vyjadřuje účinek hydraulického tlumiče a kontaktní síla F_{dk} náraz tělesa na dno. Síla $\text{sign}(\dot{y})F_f$ vyjadřuje odpor vody působící proti vertikálnímu pohybu. Síly F_{Ni} a F_{Ti} jsou normálové a třecí kontaktní síly, M_{Ni} a M_{Ti} jsou odpovídající momenty pro potenciální kontaktní bod i ($i = A, B, C, D$).

Smysl a vyjádření působících sil jsou rozebrány v následujících odstavcích.

4.1.1 Vliv pohonu regulačního orgánu

Významným vlivem pohonu RO na průběh pádu tělesa je rotační setrvačnost motoru a rotujících částí. Momenty setrvačnosti částí pohonu jsou redukovány na hmotnost s využitím rovnosti kinetických energií

$$\frac{1}{2}m_{red}v_{ca}^2 = \frac{1}{2}(I_e + I_{II})\omega_m^2, \quad (4.2)$$

kde levá část odpovídá kinetické energii pohonu redukované na vertikální pohyb padajícího tělesa a pravá strana představuje celkovou kinetickou energii rotujících částí pohonu. Do výpočtu je zahrnut moment setrvačnosti motoru I_e a moment setrvačnosti dutého hřídele I_{II} , ostatní rotující části mají momenty setrvačnosti o několik řádu menší a nemají již významnější vliv. S využitím převodové funkce mezi rotací motoru a pádem tělesa p_{red} lze redukovanou hmotnost m_{red} pohonu vyjádřit

$$m_{red} = (I_e + I_{II})p_{red}^2, \quad (4.3)$$

a setrvačná síla, která působí ve středu hmotnosti proti pohybu tělesa, je dána vztahem

$$F_{red} = m_{red}\ddot{x}. \quad (4.4)$$

Dále je pád RO regulován odstředivou brzdou, která je součástí pohonu. v závislosti na úhlové rychlosti dutého hřídele (obrázek 2.2) se čelisti odstředivé brzdy roztahují a vlivem tření vzniká brzdicí moment. Brzda je nastavena tak, aby regulovala maximální rychlost pádu obvykle v rozmezí $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Brzdicí moment je popsán rovnicí

$$M_r = [a_1 + a_2(0,3 - v_{req})](\omega_m^2 - \omega_{tr}^2), \quad (4.5)$$

kde a_1 a a_2 jsou experimentálně získané koeficienty, v_{req} je požadovaná rychlost pádu, ω_m představuje úhlovou rychlost dutého hřídele a hodnota ω_{tr} je krajní mez, kdy začíná brzdicí moment působit. Tato hodnota odpovídá rotaci dutého hřídele, kdy rychlost pádu RO je rovna $v_{RO} = v_{req} - 0,054$. Převod mezi úhlovou rychlostí rotujícího dutého hřídele a rychlostí pádu RO je $\omega_m = p_{red} \cdot v_{RO}$. Výsledná brzdicí síla působící v těžišti padajícího tělesa ve vertikálním směru proti pádu je pak dána vztahem

$$F_r = M_r \cdot p_{red}. \quad (4.6)$$

4.1.2 Vliv vodního prostředí

Voda uvnitř vodicí trubky velmi ovlivňuje pohyb regulačního orgánu. Ve vertikálním směru je těleso nadlehčováno vztlakovou silou F_b , pro kterou platí známý Archimédův zákon. Ten říká, že tato síla je rovna tíze kapaliny tělesem vytlačené. Jedná se o konstantní sílu, která působí proti tíhové síle F_g , dohromady lze tyto účinky vyjádřit jako sílu F danou vztahem

$$F = F_g - F_b = mg - m_w g = mg \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_{ca}} \right), \quad (4.7)$$

kde $m = \rho_{ca} V_{ca}$ je hmotnost RO, která je dána součinem hustoty materiálu $\rho_{ca} = 7800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (celé těleso je uvažováno jako ocelové) a objemu V_{ca} , $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je gravitační zrychlení a $m_w = \rho_w V_{ca}$ odpovídá hmotnosti vytlačené vody, která je dána součinem hustoty vody $\rho_w = 762 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ [15] a objemu tělesa.

Konzervativní síla F_{OP} je způsobená přtlakem vody v trubce a působí ve vertikálním směru proti směru pádu. Je dána součinem tlakového rozdílu vody $\Delta p = 0,072 \text{ MPa}$ a efektivní plochy řezu $S_{ef} = 0,018 \text{ m}^2$ tělesa [15].

Voda ovlivňuje pohyb tělesa v kanálu také v horizontálním směru. Tento problém je obtížné přesně popsat, protože mezi RO a vodicí trubkou je velmi malý prostor. V této práci je pro modelování tohoto jevu využit Newtonův vztah pro odporovou sílu tekutiny

$$F_f = \frac{1}{2} C \rho_w S v^2, \quad (4.8)$$

kde S je plocha průřezu, C je odporový koeficient závislý na tvaru a Reynoldsově čísle, v je relativní horizontální rychlost. Pro případ bez seizmického buzení má však tato síla nízkou hodnotu díky malé horizontální rychlosti.

4.1.3 Kontaktní síly

Během pádu tělesa dochází ke kontaktu se stěnou kanálu. Ve zjednodušeném modelu jsou jako potenciální body kontaktu uvažovány body A, B, C a D (obrázek 4.1). Problém vyhledávání místa kontaktu se tak omezuje pouze na testování dotyku v těchto čtyř bodech. Jejich polohu lze pomocí zavedených zobecněných souřadnic vyjádřit

$$\begin{aligned} A &= [x_A, y_A] = \left[x + \frac{a}{2} \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi, y - \frac{a}{2} \cos \varphi + \frac{b}{2} \sin \varphi \right], \\ B &= [x_B, y_B] = \left[x - \frac{a}{2} \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi, y + \frac{a}{2} \cos \varphi + \frac{b}{2} \sin \varphi \right], \\ C &= [x_C, y_C] = \left[x - \frac{a}{2} \sin \varphi - \frac{b}{2} \cos \varphi, y + \frac{a}{2} \cos \varphi - \frac{b}{2} \sin \varphi \right], \\ D &= [x_D, y_D] = \left[x + \frac{a}{2} \sin \varphi - \frac{b}{2} \cos \varphi, y - \frac{a}{2} \cos \varphi - \frac{b}{2} \sin \varphi \right]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Průniky jednotlivých bodů se stěnou můžou být vyjádřeny například pomocí Heavisideovy funkce H jako

$$\begin{aligned}\delta_A &= (|y_A| - y_P) \cdot H(|y_A| - y_P), \\ \delta_B &= (|y_B| - y_P) \cdot H(|y_B| - y_P), \\ \delta_C &= (|y_C| - y_P) \cdot H(|y_C| - y_P), \\ \delta_D &= (|y_D| - y_P) \cdot H(|y_D| - y_P),\end{aligned}\tag{4.10}$$

kde y_P je polovina šířky kanálu.

Nyní lze využít některý ze vztahů (3.22) a (3.29) pro výpočet normálové síly F_{Ni} v i -tém kontaktním bodě. Tečná třecí síla F_{Ti} je pak počítána pomocí vztahu (3.31). Momenty normálových sil lze vyjádřit

$$\begin{aligned}M_{NA} &= \left(\frac{a}{2} \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi\right) \cdot F_{NA}, \\ M_{NB} &= \left(-\frac{a}{2} \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi\right) \cdot F_{NB}, \\ M_{NC} &= \left(\frac{a}{2} \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi\right) \cdot F_{NC}, \\ M_{ND} &= \left(-\frac{a}{2} \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi\right) \cdot F_{ND},\end{aligned}\tag{4.11}$$

podobně pak také momenty třecích sil

$$\begin{aligned}M_{TA} &= \left(\frac{a}{2} \cos \varphi - \frac{b}{2} \sin \varphi\right) \cdot F_{TA}, \\ M_{TB} &= \left(\frac{a}{2} \cos \varphi + \frac{b}{2} \sin \varphi\right) \cdot F_{TB}, \\ M_{TC} &= \left(\frac{a}{2} \cos \varphi - \frac{b}{2} \sin \varphi\right) \cdot F_{TC}, \\ M_{TD} &= \left(\frac{a}{2} \cos \varphi + \frac{b}{2} \sin \varphi\right) \cdot F_{TD}.\end{aligned}\tag{4.12}$$

4.1.4 Hydraulický tlumič

U dna nosného válce jsou instalovány hydraulické tlumiče, jejichž účelem je zbrzdit pád kazety HRK. Spodní část palivové části HRK dosedá na trn a vytlačuje tak vodu. Brzdicí síla F_{ht} je modelována jako

$$F_{ht} = -\text{sign}(\dot{x}) b_{ht} \frac{(x - x_0)}{a_{ht}} \dot{x}^2, \quad \text{pro } x > x_0,\tag{4.13}$$

kde \dot{x} je rychlost pádu, a_{ht} značí aktivní délku tlumiče, x_0 odpovídá x -ové souřadnici, kdy tlumič začíná působit, a je roven celkové délce kanálu mínus aktivní délka tlumiče. Konstanta b_{ht} vyjadřuje maximální tlumící koeficient. Brzdicí síla je tedy závislá na druhé mocnině rychlosti pádu kazety a lineárně roste s přibližujícím se dnem kanálu.

Dopad kazety na dno je do modelu zahrnut zavedením kontaktní síly F_{dk} podle vztahu (3.29).

4.2 Simulace pohybu RO

Nyní jsou popsány hlavní silové účinky, které působí na padající těleso a je tak možno přejít k počítačové simulaci pohybu RO.

Soustava tří diferenciálních rovnic druhého řádu (4.1) je po zavedení vektorů

$$\mathbf{x}_1 = [x_1, y_1, \varphi_1]^T = [x, y, \varphi]^T \quad \text{a} \quad \mathbf{x}_2 = [x_2, y_2, \varphi_2]^T = [\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{\varphi}_1]^T \quad (4.14)$$

přepsána na soustavu šesti diferenciálních rovnic prvního řádu, zjednodušeně zapsáno

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \end{aligned} \quad (4.15)$$

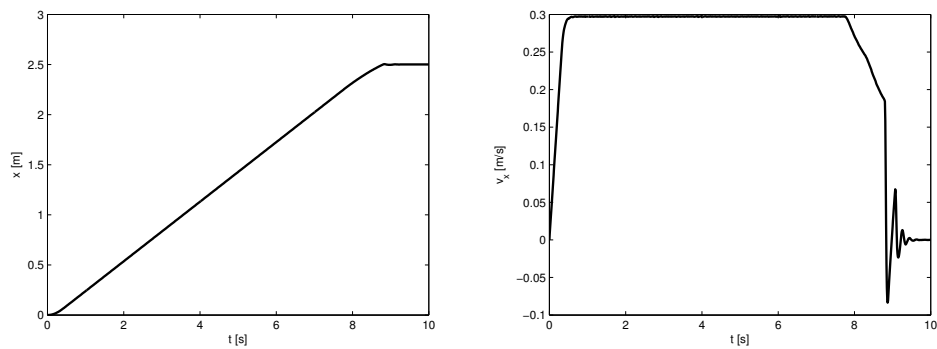
kde $\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ vyjadřuje členy na pravé straně. Soustava (4.15) byla implementována v softwaru MATLAB a lze ji řešit numericky pomocí standardních řešičů. Počáteční podmínky jsou pro testovací případ voleny $[x, y, \varphi, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\varphi}] = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$, aby došlo ke kontaktu s vodicí trubicou.

Kontaktní tuhost byla orientačně spočítána dle vztahu (3.23), který však odpovídá případu kontaktu koule a roviny a slouží tedy jen jako odhad. Přesnější zjištění tohoto parametru pro konkrétní tvar těles v kontaktu je možné na základě experimentu. Jako materiál obou těles je uvažována konstrukční ocel a hodnota parametru je přibližně $K = 3 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-n}$.

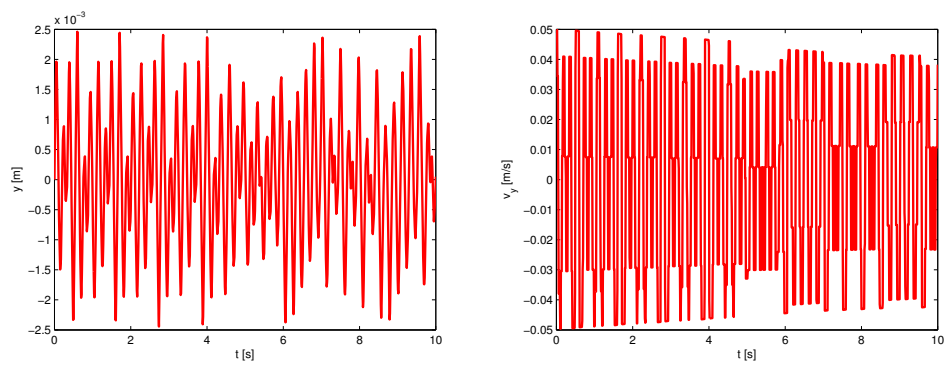
4.2.1 Výsledný pohyb bez uvažování disipace energie v kontaktech

Nejdříve byly pohybové rovnice počítány s uvažováním kontaktních sil daných vztahem (3.22), tedy bez disipace energie. Obrázek 4.2 ukazuje závislost polohy x a rychlosti v_x na čase. Z průběhu rychlosti pádu je vidět, že model odstředivé brzdy funguje správně a při nastavení maximální rychlosti na $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ je této rychlosti dosaženo. Dále je patrné, že třecí síly mají na pád jen relativně malý vliv. Z tohoto obrázku je také zřejmé, že hydraulický tlumič nejdříve zpomalí pád kazety a při dosednutí na dno zapůsobí kontaktní síla a kazeta se ode dna odrazí. Obrázek 4.3 ukazuje závislost polohy y a rychlosti v_y na čase. Model kontaktních sil bez disipace energie způsobí, že nedochází k utlumení pohybu v horizontálním směru. Větší počet kontaktů pak způsobuje delší výpočetní čas. Na obrázku 4.4 se nachází časové průběhy úhlu natočení tělesa φ a úhlové rychlosti ω .

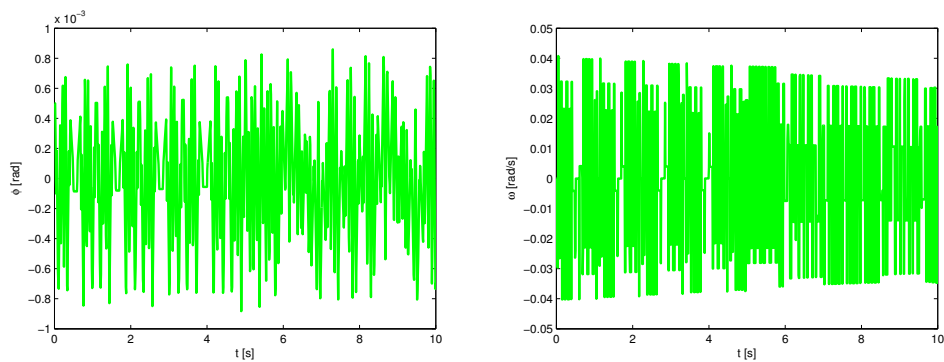
Z časových průběhů rychlostí je patrné, že dochází k prudkým skokovým změnám těchto veličin, což může působit problém při numerickém řešení dané úlohy. Proto byl řešič programu MATLAB nastaven na relativně vysokou přesnost řešení, aby bylo zamezeno numerickým nepřesnostem způsobeným nelineárností řešených rovnic. Na obrázku 4.5 jsou časové průběhy sil F_{NB} a F_{NC} a lze na nich pozorovat postupné snižování amplitudy. To je způsobeno tím, že v horizontálním směru působí proti pohybu tělesa odporová síla tekutiny.



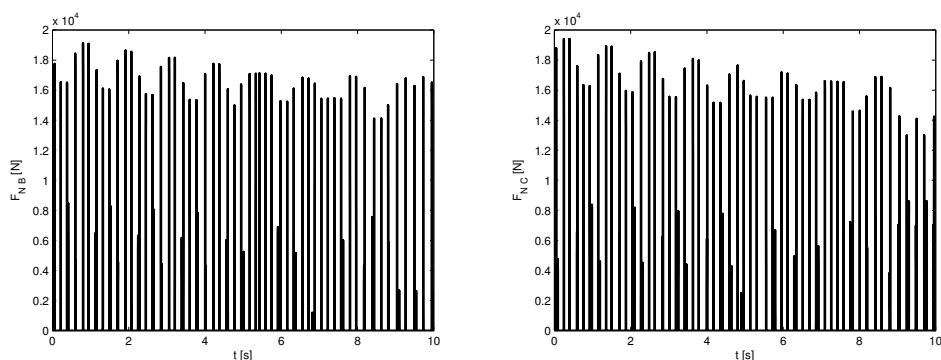
Obrázek 4.2: Souřadnice x a rychlost $v_x = \dot{x}$, kontaktní síly bez disipace.



Obrázek 4.3: Souřadnice y a rychlost $v_y = \dot{y}$, kontaktní síly bez disipace.



Obrázek 4.4: Úhel natočení φ a úhlová rychlost $\omega = \dot{\varphi}$, kontaktní síly bez disipace.

Obrázek 4.5: Časové průběhy kontaktních sil F_{NB} a F_{NC} .

4.2.2 Výsledný pohyb s uvažováním disipace energie v kontaktech

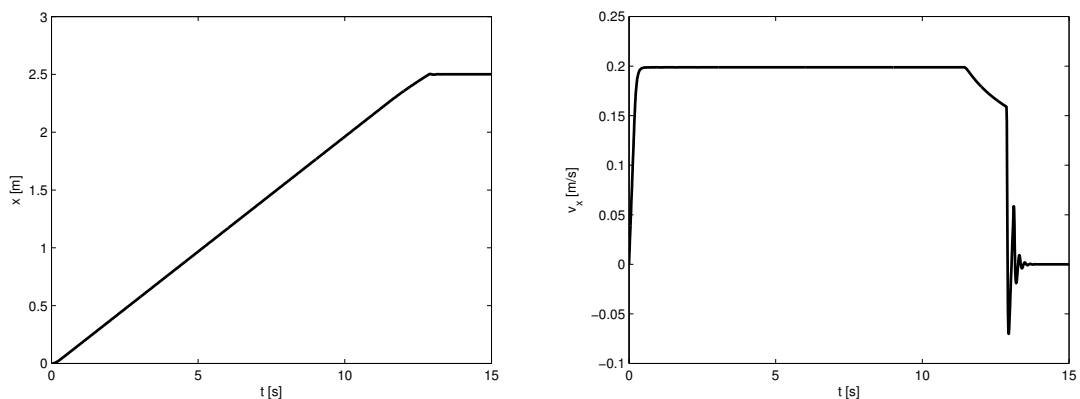
Kontaktní síly v tomto modelu jsou počítány podle vztahu (3.29), který zohledňuje disipaci energie během kontaktu. Obrázek 4.6 popisuje závislost polohy x a rychlosti v_x na čase. Tentokrát byla odstředivá brzda nastavena na druhou krajní hodnotu maximální rychlosti pádu $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Za účelem zjištění vlivu parametrů kontaktního modelu byl problém počítán pro různá nastavení parametrů. Nejdříve byl zkoumán vliv koeficientu restituce c_e při exponentu $n = 1,5$. Na obrázku 4.7 jsou znázorněny časové průběhy polohy y a rychlosti v_y . Je z nich patrné, že díky disipaci energie v kontaktech postupně dochází k útlumu pohybu v horizontálním směru a čím menší je c_e , tím je útlum výraznější a snižuje se tak počet dotyků vyvolaných nenulovou počáteční podmínkou. Oproti předchozímu modelu tedy výpočet proběhl v kratším čase, neboť počet dotyků výrazně poklesl. Obrázek 4.8 ukazuje časové průběhy úhlu natočení tělesa φ a úhlové rychlosti ω . I zde jsou naznačeny průběhy pro různé koeficienty restituce.

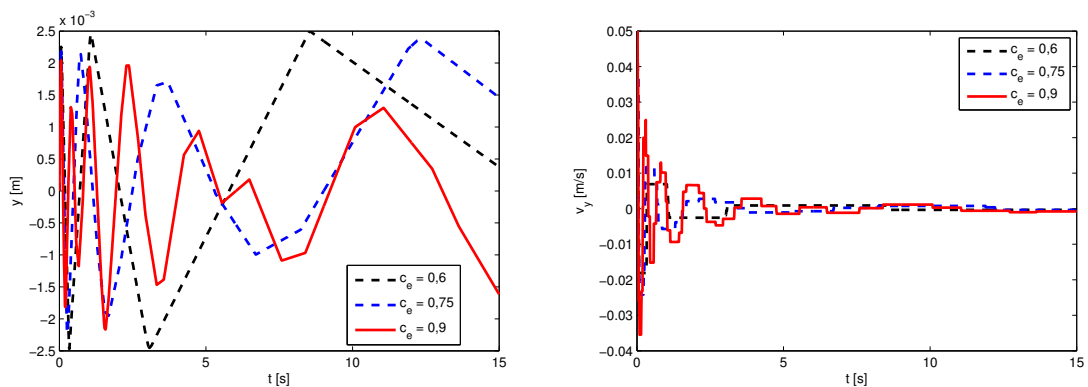
Dále byl zkoumán efekt exponentu n na výsledné chování modelu při nastavení $c_e = 0,9$. Na obrázku 4.9 jsou ukázány časové závislosti souřadnice y a rychlosti v_y . Vliv exponentu je patrný především v počáteční simulaci, kdy s větším exponentem dochází k většímu průniku tělesa a stěny. Obecně průnik dvou těles je velmi malé číslo, po umocnění exponentem n se ještě zmenší, proto má kontaktní síla pomalejší náběh a maximální průnik těles je větší. Na obrázku 4.10 jsou grafy průběhu natočení φ a úhlové rychlosti ω pro různá nastavení exponentu.

Na obrázku 4.11 jsou časové průběhy sil F_{NB} a F_{NC} pro $c_e = 0,9$ a $n = 1,5$. S časem výrazně klesá amplituda těchto sil, což je způsobené disipací energie v kontaktech.

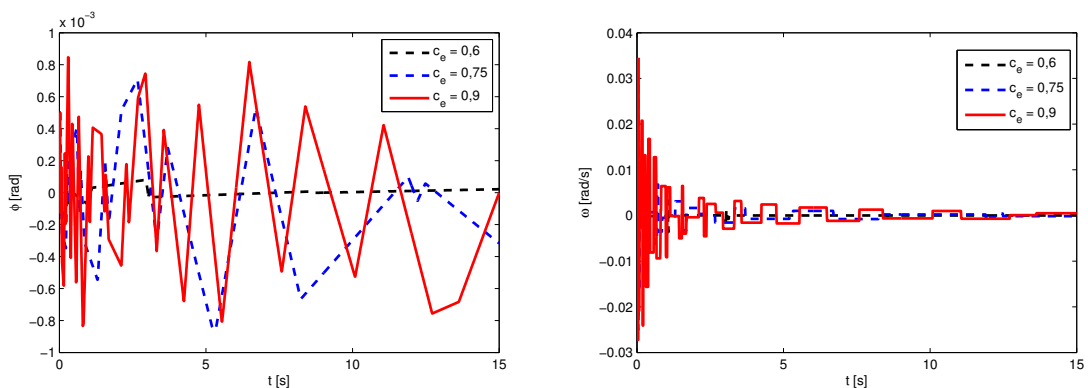
Celkově tento model více odpovídá reálné představě daného problému a je tedy vhodnější než předchozí model. Ze zkoumání vlivu parametrů vyplývá závěr, že vysoké hodnoty exponentu nejsou vhodné, protože dovolují příliš velký průnik těles. Koeficient restituce významně ovlivňuje průběh simulace a příliš nízké hodnoty způsobují rychlé utlumení vlivu počátečních podmínek.



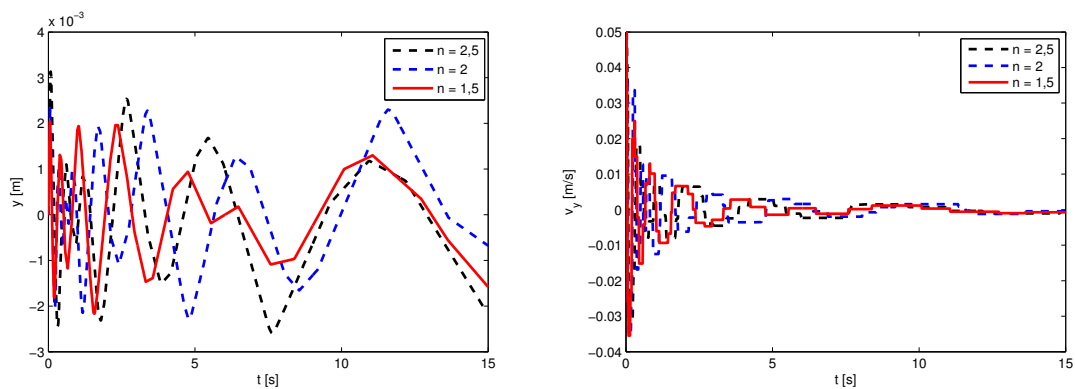
Obrázek 4.6: Souřadnice x a rychlost $v_x = \dot{x}$ v čase při užití modelu kontaktních sil s disipací.



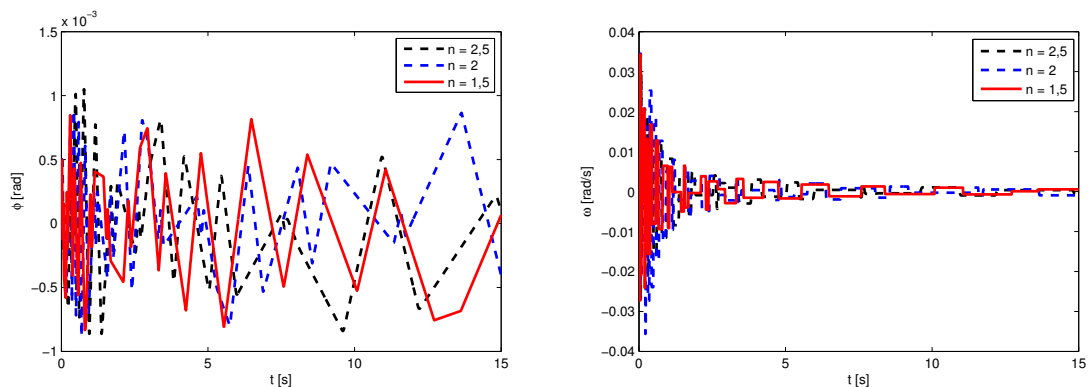
Obrázek 4.7: Souřadnice y a rychlost $v_y = \dot{y}$, kontaktní síla s disipací pro různé koeficienty c_e .



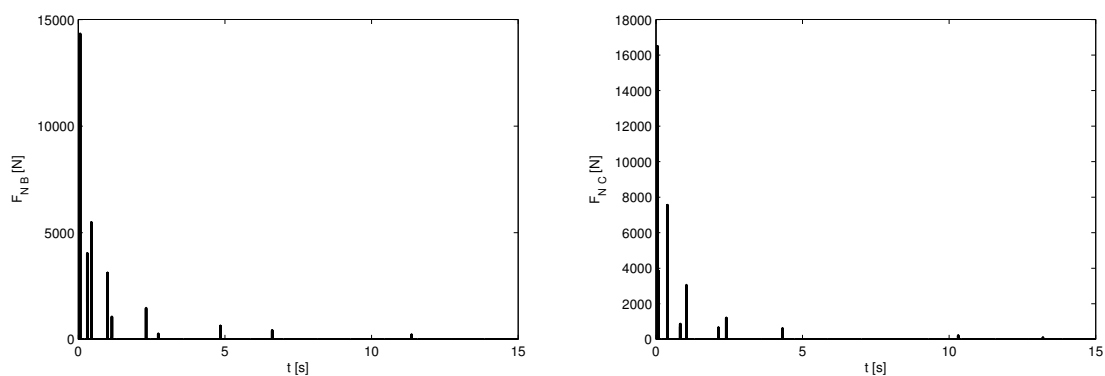
Obrázek 4.8: Úhel natočení φ a úhlová rychlost $\omega = \dot{\varphi}$, kontaktní síla s disipací pro různé koeficienty c_e .



Obrázek 4.9: Souřadnice y a rychlost $v_y = \dot{y}$, kontaktní síla s disipací pro různé exponenty n .



Obrázek 4.10: Úhel natočení ϕ a úhlová rychlost $\omega = \dot{\phi}$, kontaktní síla s disipací pro různé exponenty n .



Obrázek 4.11: Časové průběhy kontaktních sil F_{NB} a F_{NC} pro $c_e = 0,9$ a $n = 1,5$.

5 Model regulačního orgánu VVER 440 v programu MSC.ADAMS

Pro řešení problémů mechaniky existuje velké množství různých komerčních programů, které umožňují podrobnou analýzu v oblasti statiky, kinematiky i dynamiky. Mnoho z nich je natolik robustní, že i nezkušený uživatel dokáže provést základní výpočty, aniž by detailně znal pozadí úlohy. Výsledkem však může být chybný výpočet a pokud uživateli navíc chybí inženýrská zkušenost, nemusí ho odhalit. Proto je vhodné být obeznámen s problematikou matematického modelování v mechanice.

Programy založené na metodě konečných prvků jsou vhodné pro řešení problémů v mnoha oblastech mechaniky, například v úlohách pružnosti a pevnosti, kmitání a rotorové dynamiky, avšak jejich využití při modelování vázaných mechanických systémů může být problematické. Proto byly vytvořeny multibody programy, které jsou určeny k vyšetřování kinematických veličin a celkového dynamického chování nelineárních prostorových vázaných mechanických systémů. Výpočtové modely jsou založeny na soustavách těles konajících velké pohyby, což umožňuje řešení obecnějších problémů než přístupy založené na metodě konečných prvků. Výsledkem je soustava nelineárních rovnic, jejíž řešení s sebou nese vysoké nároky na výpočtový čas. Je tedy vhodné při tvorbě multibody modelu volit počet těles a počet kinematických vazeb tak, aby model dobře interpretoval fyzikální podstatu řešeného problému a zároveň počet sestavených nelineárních pohybových rovnic dovozoval řešení v reálném časovém intervalu.

V této práci je využit program MSC.ADAMS, který je jeden z nejrozšířenějších multibody software na světě.

5.1 Tvorba modelů v MSC.ADAMS

Software MSC.ADAMS obsahuje více programových modulů, v této diplomové práci je využit ADAMS/View, který slouží k tvorbě modelu v grafickém rozhraní, a ADAMS/Solver, který řeší pohybové rovnice [25].

Model je vytvářen v globálním souřadnicovém systému, kde je definována gravitační síla. Základní pojem při tvorbě modelu je *marker*. Ten odkazuje na lokální souřadnicový systém a může být spojen s různými součástmi modelu. Samotný model je tvořen tělesy (*bodies*), které jsou popsány setrvačnostními vlastnostmi (hmotnost, momenty setrvačnosti), polohou a případně geometrií. Navíc je možné tělesům udělit počáteční podmínky pro polohu a rychlost. Tělesa je dále možné dělit na tuhá a poddajná. Software obsahuje předdefinované základní tvary těles, například koule, kvádr, válec a další, ze kterých lze skládat složitější tvary.

Důležitým prvkem jsou vazby (*connectors*). V softwaru jsou předdefinovány klasické kinematické dvojice jako posuvná a rotační vazba, sférický a Hookeův kloub a další. Dále lze definovat vlastní spoje a vazbu ozubených kol. Vazbám je možné předepsat pohyb a počáteční podmínky a také definovat tření uvnitř vazby.

Další skupinou jsou síly (*forces*). Tělesa mohou být zatížena silami a momenty, snadno definovatelnými pomocí funkcí závislých například na čase, poloze, rychlosti a dalších veličinách. V softwaru jsou také zastoupené elementy pro torzní a posuvnou pružinu a tlumič. Dále je možné vytvořit obecnou poddajnou vazbu pomocí funkce *massless beam*. V neposlední řadě lze v této části definovat kontakty mezi tělesy, což je také rozebráno v této kapitole.

Další zajímavou možností je využití zásuvných modulů (*plugins*). Například modul ADAMS/Vibration dovoluje provést modální analýzu modelu a zjistit tak modální veličiny.

5.2 Metody numerické integrace v prostředí MSC.ADAMS

Program MSC.ADAMS je vytvořen tak, aby zvládl řešit co možná nejširší záběr úloh z technické praxe, proto je v modulu Solver implementováno několik integračních metod, jejichž přehled je v tabulce 5.1 [3]. Základní rozdělení integrátorů je na tzv. *stiff* a *non-stiff*. Obecně lze *stiff* problémy charakterizovat tím, že obsahují členy, které mohou vést k rychlým změnám v řešení soustavy, nebo že se v řešení objevují složky o nízkých a velmi vysokých frekvencích. Právě *stiff* integrátory jsou efektivní při řešení těchto problémů.

Označení	Popis
GSTIFF	Gearova BDF metoda
WSTIFF	Modifikovaná Gearova BDF metoda
CONSTANT BDF	BDF metoda s pevným krokem
ABAM	Adams-Bashforth - Adams-Moulton
RKF45	Runge-Kutt-Fehlbergova metoda
NEWMARK	α -metoda
HHT	α -metoda

Tabulka 5.1: Přehled metod implementovaných v software MSC.ADAMS.

Do fáze řešení pohybových rovnic v softwaru MSC.ADAMS nelze přímo zasáhnout, je však možné ji před zahájením ovlivnit nastavením různých parametrů metody. Mezi základní parametry patří:

- Časová délka simulace a počet kroků, respektive délka jednoho kroku. Nastavení těchto parametrů má zásadní vliv na výsledek a při nevhodné volbě může vést až ke ztrátě konvergence řešení.

- Maximální absolutní chyba, kterou integrační metoda musí splnit v každém kroku. Tento parametr je ve stejných jednotkách jako počítané veličiny. Implicitně nastaven na 10^{-3} .
- Maximální a minimální povolená délka kroku během simulace. Nevhodnou volbou může dojít k nepřesnému řešení.
- Počáteční délka integračního kroku. Implicitně nastavena na 1/20 velikosti zadaného kroku.
- Maximální počet integrací v jednom integračním kroku.
- Maximální řád metody.

Cílem této práce není detailní popis všech metod. Před řešením úloh v softwaru MSC.ADAMS je však vhodné mít o nich základní představu, proto následuje stručné představení několika z nich. Metody jsou založeny na principu *prediktor - korektor*.

5.2.1 Prediktor - korektor

Fáze prediktoru je explicitní proces, který z předešlých hodnot odhaduje novou hodnotu v daném kroku. Zakládá se na předpokladu, že předešlé vypočítané hodnoty jsou dobrými indikátory právě počítaného řešení. Při novém kroku integrátor proloží předešlými hodnotami systému polynom daného stupně a extrapoluje předpovídané řešení v současném kroku. Pro odhad je využít Taylorův rozvoj (GSTIFF) nebo Newtonovo diferenční schéma (WSTIFF). Stupeň polynomu, který je použit při predikci, udává řád prediktoru. Například prediktor řádu 3 proloží čtyřmi předešlými hodnotami kubický polynom. V případě, že řešení pohybové rovnice je dostatečně hladké, může být predikce velmi přesná, avšak v opačném případě může být predikce chybná. U předpovídaných řešení však není garantováno, že splní pohybové rovnice nebo vazbové podmínky. Jedná se tedy jen o počáteční odhad, na který navazuje fáze korektoru, která zajistí splnění rovnic a podmínek.

ADAMS/Solver využívá iterační algoritmy k řešení diferenciálních rovnic, které potřebují v každé iteraci znát Jacobiho matici parciálních derivací pohybových rovnic, která je využívána k výpočtu korekce řešení.

Poté, kdy korektor dokonverguje k řešení, určí integrátor lokální integrační chybu řešení. Ta je obvykle funkcí rozdílu mezi predikovanou hodnotou a hodnotou po korekci, velikosti kroku a řádu integrátoru. Pokud je tato chyba větší než uživatelem nastavena maximální chyba v každém kroku, integrátor odmítne řešení a zmenší časový krok. Pokud je vypočítaná chyba menší, řešení je akceptováno a přechází se na další časový krok.

5.2.2 GSTIFF

GSTIFF je Gearova metoda založená na principu zpětné derivace, spadá tedy mezi tzv. *BDF* metody. Tyto metody jsou velmi vhodné pro *stiff* systémy. Pro svou schopnost efektivního řešení mnoha úloh je metoda GSTIFF nastavena v MSC.ADAMS implicitně.

Jedná se o k -krokovou implicitní BDF metodu s proměnným řádem a proměnným integračním krokem [3]. Až do řádu $k = 6$ jsou implicitní BDF metody stabilní. Příkladem implicitní BDF metody prvního řádu pro rovnici $\frac{dy}{dt} = f(y, t)$ je tzv. implicitní Eulerova metoda ve tvaru

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f_{i+1}, \quad (5.1)$$

kde y_i je řešení v i -tém kroku, h odpovídá velikosti kroku a y_{i+1} je řešení v kroku $i + 1$. Obecně lze BDF metodu k -tého řádu vyjádřit vztahem

$$y_{i+1} = \sum_{\nu=1}^k \alpha_{\nu} y_{i-\nu+1} + h \beta_0 f_{i+1}, \quad (5.2)$$

kde α_{ν} a β_0 jsou konstantní hodnoty spočítané na počátku simulace za předpokladu, že se integrační krok během simulace nebude měnit [3].

Mezi hlavní výhody GSTIFF patří vysoká rychlost řešení, vysoká přesnost vypočítaných posuvů a robustnost při analýze různých systémů. Nevýhodou této metody je, že rychlosti a obzvláště zrychlení mohou být zatíženy velkou chybou. Nejjednodušší postup minimalizace těchto chyb je nastavení vhodného parametru maximální délky kroku a řádu metody větší než 3. Další nevýhoda souvisí se selháním korektoru při příliš malých časových krocích. To je způsobeno tím, že Jacobiho matice je funkcí inverze časového kroku a při velmi malých krocích je špatně podmíněná.

5.2.3 WSTIFF

Metoda WSTIFF je založena na stejném principu jako metoda GSTIFF, jedná se tedy též o k -krokovou metodu s proměnným krokem i řádem. Oproti metodě GSTIFF jsou však koeficienty α_{nu} a β_0 v každém kroku přepočítány v závislosti na velikosti integračního kroku. Metoda WSTIFF může měnit velikost kroku bez jakékoliv ztráty přesnosti, což se pozitivně projevuje na celkové přesnosti metody.

Výhody a nevýhody metody WSTIFF jsou obdobné jako u GSTIFF.

5.3 Řešení kontaktů v MSC.ADAMS

Software MSC.ADAMS umožňuje simulovat interakci pohybujících se těles při vzájemném kontaktu. Kontaktní úlohy jsou zde rozděleny na dvě kategorie:

- Kontakt dvourozměrných geometrií, který popisuje vzájemné působení rovinných geometrických elementů (například plocha, křivka či bod).
- Kontakt třírozměrných geometrií, tedy interakce mezi prostorovými útvary (od předdefinovaných primitivních geometrií až po složité útvary složené z více těles).

V současné době není možné modelovat kontakt mezi 2D a 3D geometrií, kromě speciálního případu interakce koule s plochou.

Při tvorbě modelu kontaktu je nejdříve nutné zvolit typ kontaktu (tj. způsob geometrického popisu kontaktní úlohy), například těleso na těleso či křivka na křivku, a pak zvolit dva elementy, mezi kterými může nastat kontakt. Další volbou je typ výpočtu normálové síly. MSC.ADAMS nabízí dva algoritmy k počítání normálových kontaktních sil:

- *IMPACT-function-based*,
- *Restitution-based*,

které budou dále popsány.

5.3.1 IMPACT-function-based kontakt

Tento typ modelu kontaktní síly je založen na představě paralelní nelineární pružiny s tlumičem. Síla se tedy skládá z tuhostní a tlumicí komponenty. Tuhostní komponenta je závislá na průniku těles, tlumicí komponenta na rychlosti průniku.

Při volbě *impact* verze normálové síly je možné nastavit tyto parametry:

- *Stiffnes* k , neboli materiálová tuhost kontaktu. Čím vyšší hodnota, tím tvrdší jsou tělesa a tím jsou výsledné pohybové rovnice obtížněji řešitelné.
- *Force exponent* e je kladný reálný parametr, který specifikuje charakter tuhostní komponenty. Pro tuhnoucí pružinu s rostoucím průnikem je exponent větší než 1, pro měknoucí pružinu je exponent menší než 1. Implicitně je nastaven na hodnotu 2,2 a v běžném případě by neměl být menší než 1,5.
- *Damping* c_{max} definuje maximální tlumení v kontaktu. Doporučené nastavení je okolo jednoho procenta tuhosti kontaktu.
- *Penetration depth* d specifikuje hloubku průniku, při které je aplikováno maximální tlumení.

Funkce pro zavedení tohoto typu kontaktní síly má v programu tvar

$$IMPACT = IMPACT(x, \dot{x}, x_1, k, e, c_{max}, d), \quad (5.3)$$

kde kromě dříve popsaných parametrů vystupuje proměnná x jako vzdálenost objektů (například lokálních souřadnicových systémů - *marker*), \dot{x} jako její derivace a hodnota x_1 , která specifikuje vzdálenost, při níž ještě nedochází ke kontaktu. Pokud nastane případ $x < x_1$, začne působit kontaktní síla. Samotná normálová síla se pak počítá podle vztahu

$$F_N = \begin{cases} \max(0, k(x_1 - x)^e - STEP(x, x_1 - d, c_{max}, x_1, 0) \cdot \dot{x}) & x < x_1, \\ 0 & x \geq x_1, \end{cases} \quad (5.4)$$

kde výraz $(x_1 - x)$ značí průnik těles a funkce *STEP* v programu MSC.ADAMS vyjadřuje kubickou krokovou funkci, která při nulovém průniku vrací nulové tlumení, s rostoucím

průnikem roste tlumení kubicky až k hodnotě c_{max} pro průnik d , při větším průniku než d už zůstává tlumení konstantní a rovno c_{max} .

I při nastavení nulového tlumení tento model vykazuje malou disipaci energie, která je způsobená numerickou chybou integračního algoritmu.

Tento model normálové kontaktní síly je dalším z možných způsobů rozšíření základního Hertzova modelu (3.22). Výpočet síly při nastavení parametru $d = 0$ odpovídá vztahu s konstantním tlumením (3.26), který však vykazuje skokové změny velikosti síly a není proto příliš vhodný. Při nenulovém nastavení tohoto parametru dochází k závislosti tlumení v kontaktu na velikosti průniku, což je podobný přístup jako ve vztahu Hunt – Crossley (3.29), kde je tlumení určeno kontaktní tuhostí, koeficientem restituce, počáteční rychlostí při kontaktu a právě průnikem.

5.3.2 Restitution-based kontakt

Tento model normálové kontaktní síly je založen na vztahu

$$F_N = p(c_e - 1) \frac{d\delta}{dt}, \quad (5.5)$$

kde p představuje skalární penaltový parametr, c_e je restituční koeficient a δ je relativní průnik.

V tomto modelu je tedy možné volit tyto dva parametry:

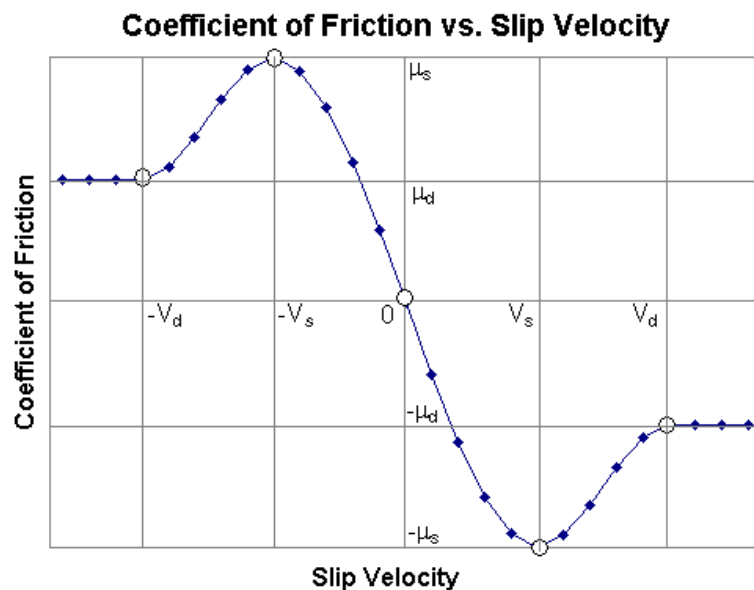
- Penaltový parametr p , který definuje lokální tuhostní materiálové vlastnosti mezi kontaktními tělesy. S rostoucí hodnotou klesá relativní průnik mezi dvěma tělesy a zároveň je numerická integrace obtížnější.
- Koeficient restituce c_e představuje ztrátu energie během kontaktu a je funkcí dvou materiálů, které jsou v kontaktu. Nulová hodnota odpovídá plně plastickému kontaktu, v případě $c_e = 1$ se jedná o dokonale elastický kontakt.

Obecně *impact* model umožňuje rychlejší simulaci a navíc poskytuje větší míru řízení kontaktu. Při nevyužití ani jedné z těchto předdefinovaných modelů normálových kontaktních sil je dovoleno uživateli definovat vlastní model kontaktních sil.

5.3.3 Definice třecí síly

Model třecí síly je v MSC.ADAMS založen na relativní tečné rychlosti, podobně jako (3.30). Na obrázku 5.1 je závislost třecího koeficientu na rychlosti. Uživatel definuje následující parametry:

- ν_s je statická hodnota koeficientu tření.
- v_s odpovídá rychlosti, při níž platí statická hodnota koeficientu tření.
- ν_d je dynamická hodnota koeficientu tření.
- v_d je rychlost, od které je koeficient tření roven ν_d .



Obrázek 5.1: Závislost koeficientu tření na relativní tečné rychlosti.

5.4 Model regulačního orgánu

Tato část diplomové práce se zabývá modelováním regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440/V213 v programu MSC.ADAMS. Do komplexního modelu byly zahrnuty vlivy popsané v kapitole 4, tedy vliv vody, odstředivé brzdy a hydraulického tlumiče, navíc byl přidán vliv poddajnosti ozubení a kuličkové spojky [7]. Dále byl pohon seizmicky buzen.

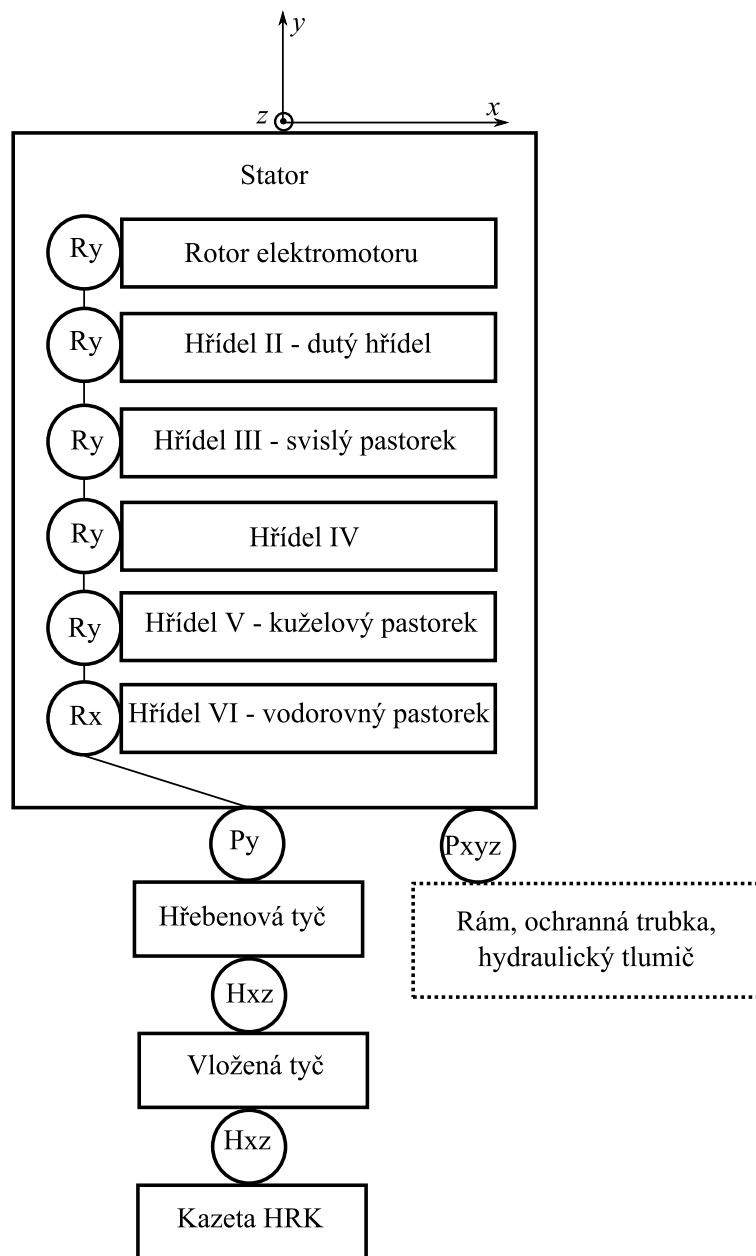
Model byl vytvořen s respektováním důležitých rozměrů podle výkresové dokumentace poskytnuté firmou Škoda JS. Počáteční polohy těžišť jednotlivých uvažovaných tuhých těles, jejich hmotnosti a momenty setrvačnosti, počáteční polohy kinematických vazeb byly kromě zmíněné dokumentace čerpány také ze zprávy [15].

5.4.1 Kinematické schéma

Celý regulační orgán včetně pohonu je v multibody modelu tvořen celkem 10 tuhými tělesy a 10 kinematickými vazbami. V kinematických vazbách je dohromady 14 stupňů volnosti. Na obrázku 5.2 je kinematické schéma multibody modelu. Zde obdélníky značí jednotlivá tuhá tělesa a kruhy značí kinematické vazby. Naznačen je globální souřadnicový systém, jehož počátek je umístěn ve spojení pouzdra pohonu a ukazatele polohy (obrázek 2.2). Směry a označení jednotlivých os odpovídají globálnímu souřadnicovému systému v programu MSC.ADAMS. Vazba R_y značí rotační vazbu kolem osy y , R_x kolem osy x , P_y je posuvná vazba ve směru osy y , H_{xz} značí Hookeův kloub s volnými rotacemi kolem horizontálních os x a z a P_{xyz} je označení pro vazbu, která dovoluje posuv ve směru všech tří os. Propojení čarou značí závislé kinematické vazby. Tabulka 5.2 shrnuje vazby mezi tělesy a také uvádí omezení pohybu v příslušných stupních volnosti.

Ochranná trubka, hydraulický tlumič a další vnitroreaktorová zařízení byly kon-

zervativně uvažovány jako součást nehybného rámu, který je reprezentován víkem tlakové nádoby. Při zemětřesení dochází k seizmickému buzení i těchto částí a při znalosti časových průběhů kinematických veličin je možné model v programu MSC.ADAMS upravit tak, aby zohledňoval i tento vliv.



Obrázek 5.2: Kinematické schéma multibody modelu regulačního orgánu.

Vazba těles	Typ vazby	° volnosti	Omezení pohybu
Hřídel VI - stator	rotační	rotace x	zubová vazba (podkapitola 5.4.2)
Hřídel v - stator	rotační	rotace y	zubová vazba (podkapitola 5.4.2)
Hřídel IV - stator	rotační	rotace y	zubová vazba (podkapitola 5.4.2)
Hřídel III - stator	rotační	rotace y	zubová vazba (podkapitola 5.4.2)
Hřídel II - stator	rotační	rotace y	zubová vazba (podkapitola 5.4.2)
Rotor - stator	rotační	rotace y	kuličková spojka (podkapitola 5.4.2)
Hřeb. tyč - stator	posuvná	posuv y	zubová vazba (podkapitola 5.4.2)
Hřeb. tyč - vloř. tyč	kloub	rotace $x z$	bez omezení
Vloř. tyč - kazeta	kloub	rotace $x z$	bez omezení
Stator - rám	posuvná	posuv $x y z$	seizmické buzení

Tabulka 5.2: Tabulka vazeb mezi jednotlivými tělesy a jejich omezení.

5.4.2 Modelování zubových vazeb a kuličkové spojky

Program MSC.ADAMS nabízí více možností modelování zubových vazeb. Zvolen byl způsob aplikace sil a momentů přenášených těmito vazbami na jednotlivé hřídele pohonu tak, aby byl zohledněn vliv poddajnosti ozubení. V reálné zubové vazbě může být v záběru i více párů zubů a tuhost ozubení pak není konstantní. Uvažován je tedy zjednodušený model, který uvažuje konstantní střední tuhost ozubení. Dále nebyl zahrnut vliv kinematické úchytky ozubení, protože má na celkovou odezvu malý vliv a její experimentální zjištění je složité.

Místo zubové vazby	Tuhost k_z [N/m]	Tlumení b_z [N·s/m]
hřídel II - hřídel III	$5 \cdot 10^8$	$25 \cdot 10^3$
hřídel III - hřídel IV	$2,4 \cdot 10^8$	$12 \cdot 10^3$
hřídel IV - hřídel v	$2,4 \cdot 10^8$	$12 \cdot 10^3$
hřídel v - hřídel VI	$4,2 \cdot 10^8$	$22 \cdot 10^3$
hřídel VI - hřebenová tyč	$8 \cdot 10^8$	$40 \cdot 10^3$

Tabulka 5.3: Tabulka tuhosti a tlumení jednotlivých zubových záběrů.

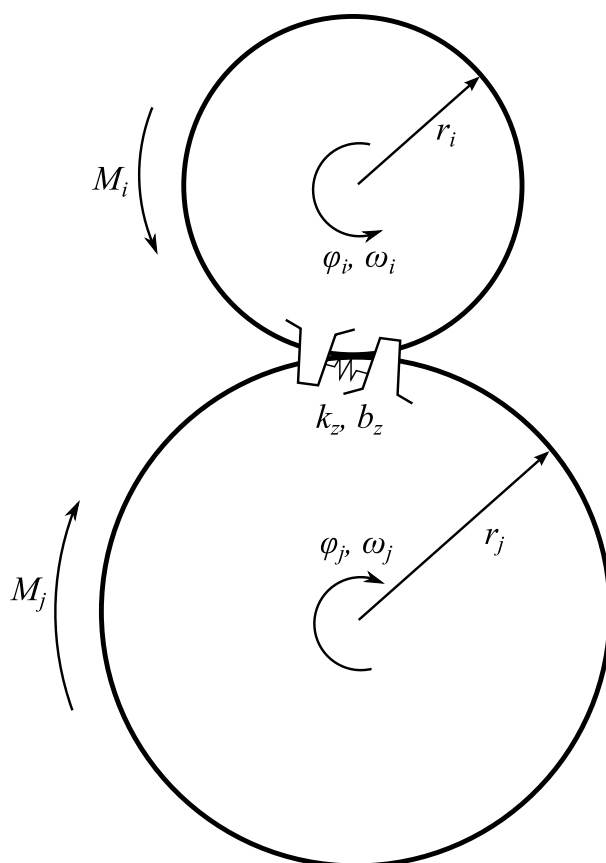
Tuhost ozubení je na záběrové přímce zjednodušeně modelována střední tuhostí, vyjádřenou dle [15] vztahem

$$k_z = 2 \cdot 10^{10} \cdot b \quad [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}], \quad (5.6)$$

kde b značí šířku ozubení v metrech. Součinitel tlumení b_z vazby je pak stanoven jako nominální hodnota tuhosti krát $5 \cdot 10^{-5}$. Vypočítané hodnoty shrnuje tabulka 5.3.

Na obrázku 5.3 je znázorněn obecný zubový záběr mezi i -tým a j -tým ozubeným kolem s tuhostí k_z a tlumením b_z . Roztečné kružnice mají poloměry r_i a r_j a jejich rotační pohyb je popsán úhly φ_i a φ_j . Síla přenášená boky zubů je pak dána vztahem

$$F_z = k_z(r_i\varphi_i - r_j\varphi_j) + b_z(r_i\omega_i - r_j\omega_j), \quad (5.7)$$



Obrázek 5.3: Schéma zubového záběru.

kde ω_i a ω_j představují úhlové rychlosti příslušných kol. Nyní lze vypočítat působící momenty od této síly. Moment vyjadřující otáčivý účinek kola j na kolo i je označen M_i , moment M_j pak vyjadřuje otáčivý účinek kola i na kolo j . Pro obecný případ platí

$$\begin{aligned} M_i &= F_z \cdot r_i \\ M_j &= F_z \cdot r_j. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Takto jsou určeny momenty, které jsou implementovány do modelu pomocí vnějších momentů působící na příslušná tělesa pohonu. Vztahem (5.7) je pak určena vnější síla působící na hřebenovou tyč.

Kuličková spojka mezi rotorem elektromotoru a dutým hřídelem II je pak modelována podobně. Moment přenášený mezi těmito částmi je vyjádřen

$$M_s = k_s(\varphi_r - \varphi_{II}) + b_s(\omega_r - \omega_{II}), \quad (5.9)$$

kde k_s [$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$] je torzní tuhost kuličkové spojky, $b_s = 0.001 \cdot k_s$ [$\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$] představuje koeficient torzního tlumení kuličkové spojky (převzato z [15]), φ_r a φ_{II} jsou úhly natočení rotoru elektromotoru a hřídele II, ω_r a ω_{II} jsou příslušející úhlové rychlosti.

5.4.3 Kontakty těles v modelu

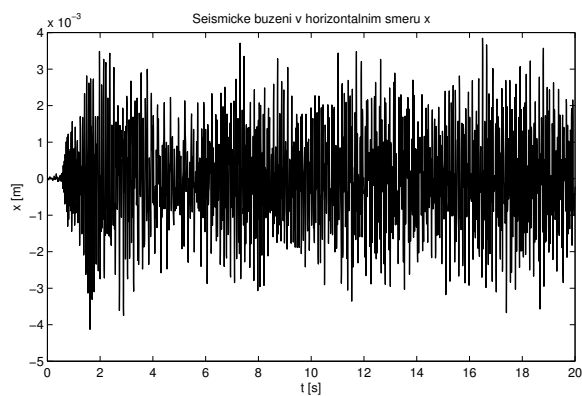
Během pádu kazety může dojít ke kontaktu různých těles. Využit byl *IMPACT* model (popsán v podkapitole 5.3.1). V této práci jsou uvažovány následující kontakty:

1. Kontakt mezi vloženou tyčí a kazetou HRK. Vložená tyč je s kazetou spojena bajonetovým závitem 2620 mm uvnitř kazety. Ve vzdálenost 2442 mm nad tímto spojením se nachází na vložené tyči objímka, která může být v kontaktu s vnitřkem kazety. Mezera mezi tělesy je 0,5 mm. Jelikož vazba mezi kazetou HRK a vloženou tyčí neumožňuje relativní vertikální pohyb, není v tomto případě uvažována třecí síla.
2. Kontakt mezi kazetou HRK a trubkou, která zjednodušeně představuje ochrannou trubku, trubku v aktivní zóně a přilehlé palivové články aktivní zóny. Kazeta je zjednodušena na pravidelný šestiboký hranol. Mezera činí 2,5 mm.
3. Dopad kazety HRK na dno nosného válce, které je modelováno jako tuhé těleso a je součástí rámu. Před dopadem působí proti směru rychlosti kazety hydraulický tlumič podle vztahu (4.13). Počáteční mezera mezi těmito kontaktními tělesy je 2500 mm.

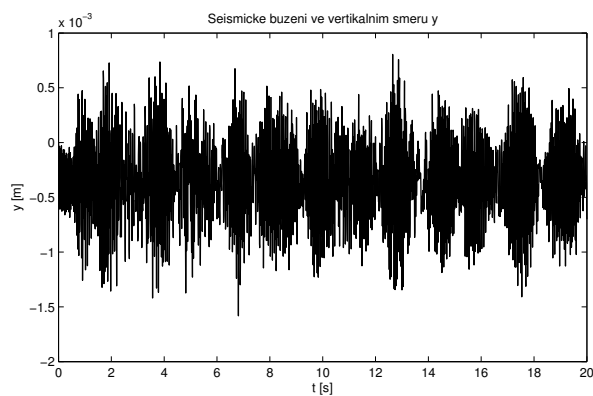
Tuhost kontaktu byla do *IMPACT* modelu všech uvažovaných kontaktů zadána řádově stejná jako v kapitole 4.2, tedy $k = 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-n}$. Exponent průniku byl zadán $n = 1,5$, aby nedocházelo k přílišným průnikům jednotlivých kontaktních těles. Maximální koeficient tlumení byl zvolen $c_{max} = 10^5 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$. Hloubka průniku pro maximální tlumení zůstala implicitně nastavena na $d = 0,0001 \text{ m}$. Toto nastavení kontaktních sil je vzhledem k modelu dostatečně konzervativní, neboť velikost normálové síly dosahuje až řádu 10^4 na velmi malých časových úsecích. To má za následek i relativně velké třecí síly, které brzdí pád kazety HRK.

5.4.4 Seizmické buzení

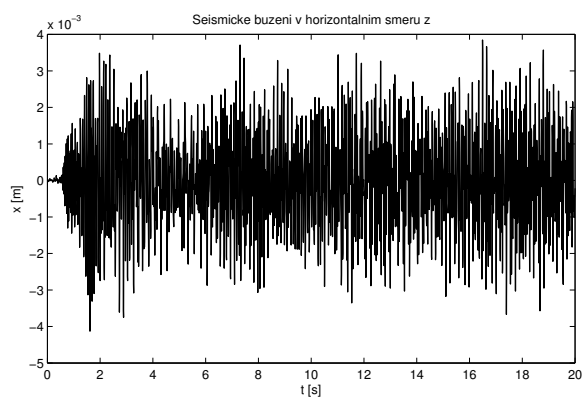
Model regulačního orgánu je vytvořen tak, aby bylo možné simulovat pád kazety za klidu a také při zemětřesení. Program MSC.ADAMS umožňuje vložit seizmické buzení ve formě časových průběhů kinematických veličin do vazeb. Proto byly časové průběhy výchylek zavedeny do vazby stator – rám ve třech na sebe kolmých směrech, které souhlasí se směry globálního souřadného systému. Na obrázcích 5.4, 5.5 a 5.6 jsou ukázány časové průběhy výchylky v jednotlivých směrech, kterými byl stator buzen. Bylo zvoleno ukázkové seizmické buzení, které odpovídá relativním výchylkám vybraného nátrubku víka reaktoru pro elektrárnu Mochovce [15].



Obrázek 5.4: Časový průběh horizontální výchylky statoru ve směru osy x .



Obrázek 5.5: Časový průběh vertikální výchylky statoru ve směru osy y .



Obrázek 5.6: Časový průběh horizontální výchylky statoru ve směru osy z .

5.4.5 Simulace pádu kazety

Sestrojený model v softwaru MSC.ADAMS dovoluje provést simulaci pádu v případě nutnosti havarijního odstavení reaktoru. Na počátku simulace je kazeta ve své horní poloze, tedy její dolní konec se nachází 2,5 m nad dnem nosného válce. Hlavním cílem simulací je zjistit dobu pádu při seizmickém buzení a za klidu pro dvě krajní nastavení odstředivé brzdy na ustálenou rychlost pádu kazety HRK 0,2 a 0,3 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Dále je možné z výsledků zjistit například časové průběhy momentů a sil od ozubení.

Pro řešení nelineárních pohybových rovnic byla použita metoda WSTIFF s maximální absolutní chybou 0,001 (implicitní hodnota) a maximální povolenou délkou integračního kroku 0,0001. Pro nastavení odstředivé brzdy na hodnotu 0,2 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ byla úloha počítána na celkový čas 15 s a 15000 kroků pro výstup výsledků, pro 0,3 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ byla doba simulace 10 s a 10000 kroků. Při nastavení o řád menšího maximálního integračního kroku začalo docházet k problémům se stabilitou řešení. Hlavním důvodem ztráty stability je způsob modelování zubových vazeb, neboť v začátku simulace dojde vlivem vertikálního pohybu kazety k rázu v ozubených vazbách. Zároveň je však nutné vysoké nastavení přesnosti řešiče kvůli možným kontaktům, což může vést k selhání korektoru (viz výhody a nevýhody řešiče v podkapitole 5.2.2).

Tabulka 5.4 shrnuje výsledné doby pádu kazety HRK na dno nosného válce. Při seizmickém buzení dochází k prodloužení doby pádu, zejména vlivem konzervativního nastavení kontaktních třecích sil.

Ustálená rychlost [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]	Doba pádu [s]	
	za klidu	při seizmickém buzení
0,2	12,876	13,176
0,3	8,784	8,908

Tabulka 5.4: Doba pádu kazety HRK.

Následuje několik obrázků, které popisují pohyb kazety pro různé stavy. Obrázky 5.7 a 5.8 ukazují časový průběh vzdálenosti dolního konce kazety ode dna nosného válce a průběh rychlosti pádu kazety při nastavení odstředivé brzdy na ustálenou rychlost pádu 0,2 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ bez seizmického buzení. Obrázky 5.9 a 5.10 ukazují stejné veličiny při stejném nastavení odstředivé brzdy, avšak při seizmickém buzení. Obrázky 5.11 až 5.14 ukazují průběhy vzdálenosti dolního konce kazety ode dna nosného válce a průběhy rychlosti při nastavení odstředivé brzdy na ustálenou rychlost pádu 0,3 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ nejdříve za klidu a pak při seizmickém buzení.

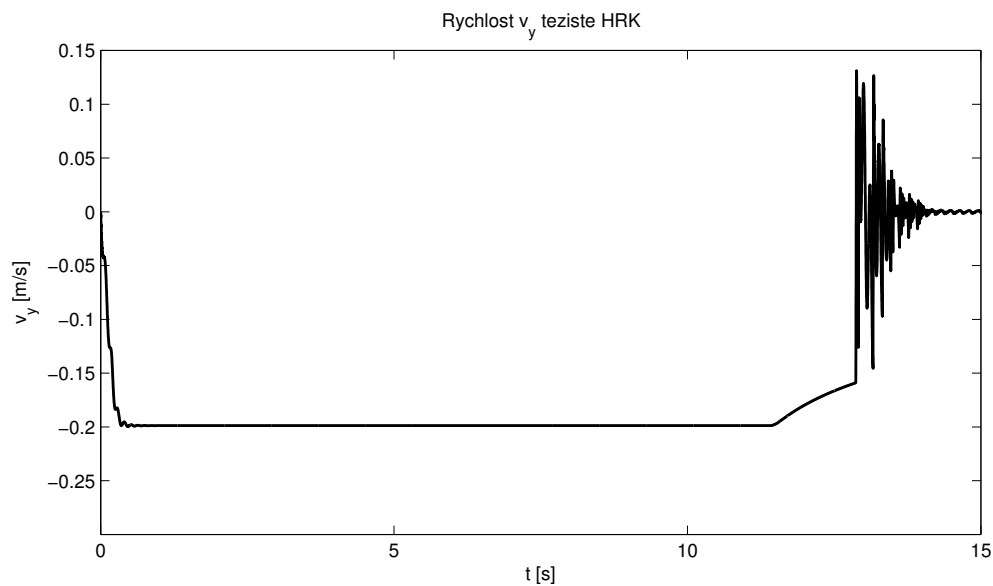
Na časových průbězích rychlosti pádu je vidět, že při nárazu na dno nosného válce se téměř skokově mění rychlost kazety, což působí velký ráz do celého pohonného ústrojí. Vlivem tuhosti ozubených vazeb a především malé torzní tuhosti spojky mezi rotorem a dutým hřídelem dochází k rozkmitání celého systému, které se však s časem utlumí.

Lze spekulovat o reálnosti parametrů modelu interakce kazety se dnem nosného válce, neboť při dopadu kazety dochází k výraznému rozkmitání celé soustavy. Kazeta se odrazí ode dna, tento ráz je přenesen do pohonného ústrojí a zde vlivem setrvačnosti

rotujících částí vznikají velké síly v ozubených vazbách. V reálném případě kazeta do-
sedá na hydraulický tlumič, což bylo zjednodušeně modelováno jako kontakt dvou ploch.
Správné nastavení kontaktní tuhosti a tlumení je v tomto případě velmi obtížné.



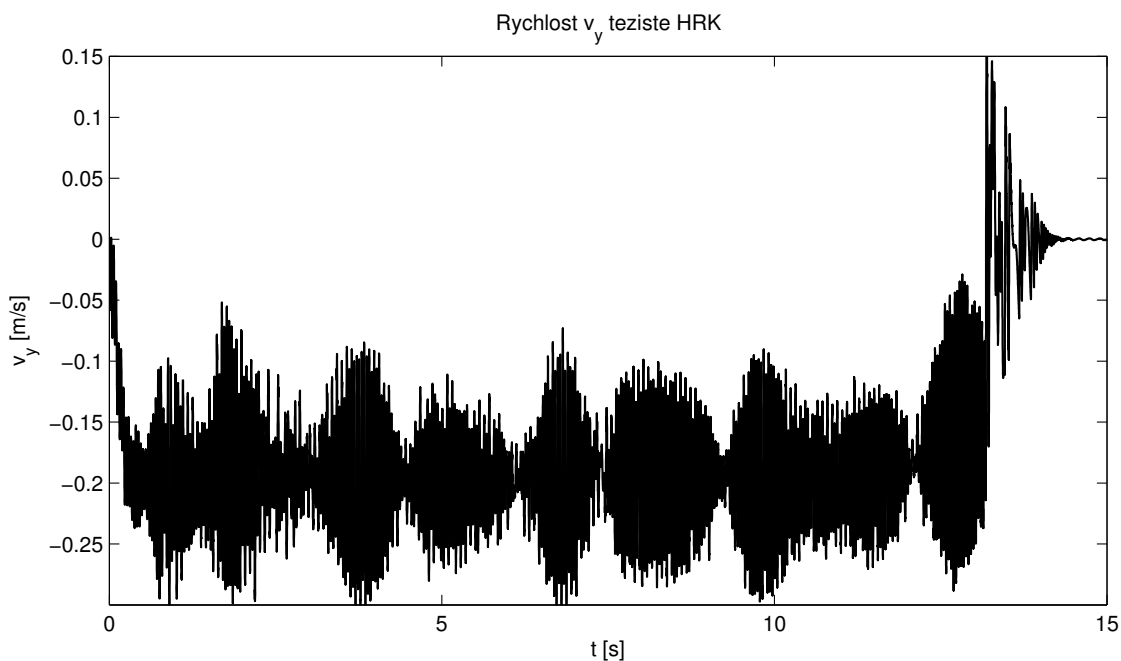
Obrázek 5.7: Časový průběh vzdálenosti dolního konce kazety ode dna nosného válce za klidu při nastavení ustálené rychlosti pádu na $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obrázek 5.8: Časový průběh rychlosti pádu kazety ode dna nosného válce za klidu při nastavení ustálené rychlosti pádu $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



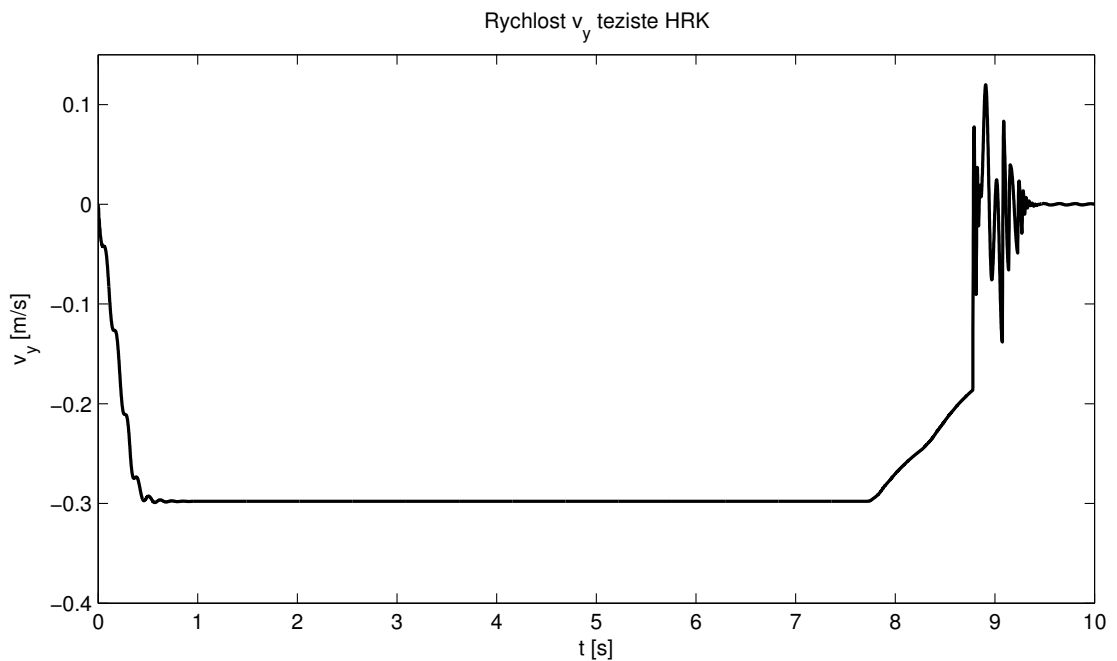
Obrázek 5.9: Časový průběh vzdálenosti dolního konce kazety ode dna nosného válce za seizmické události při nastavení ustálené rychlosti pádu na $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



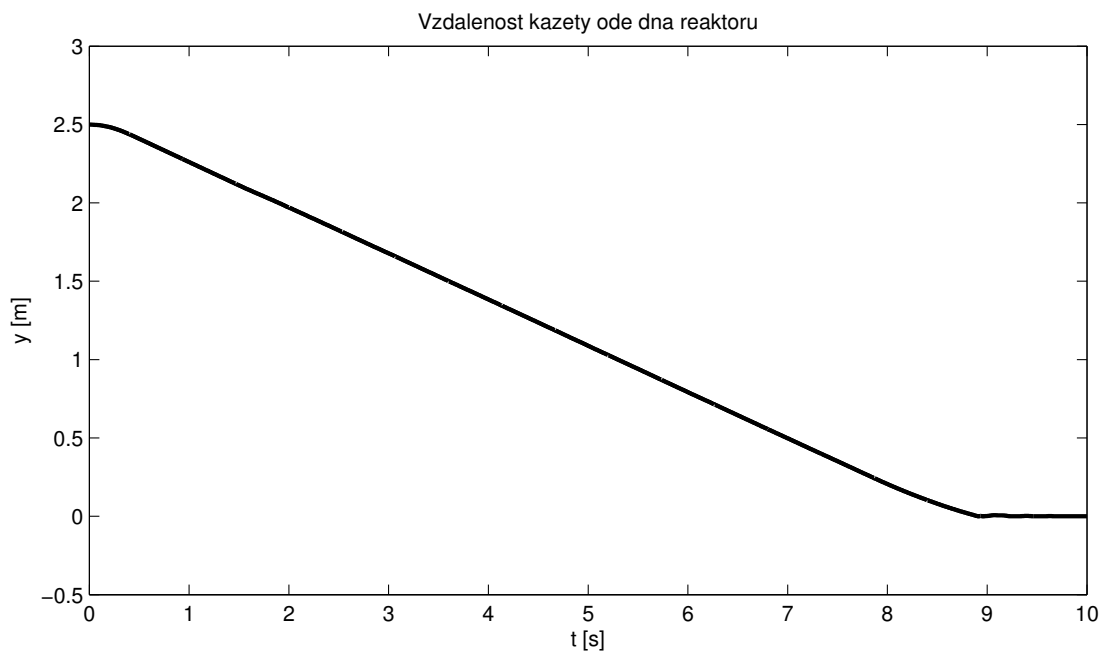
Obrázek 5.10: Časový průběh rychlosti pádu kazety ode dna nosného válce za seizmické události při nastavení ustálené rychlosti pádu $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



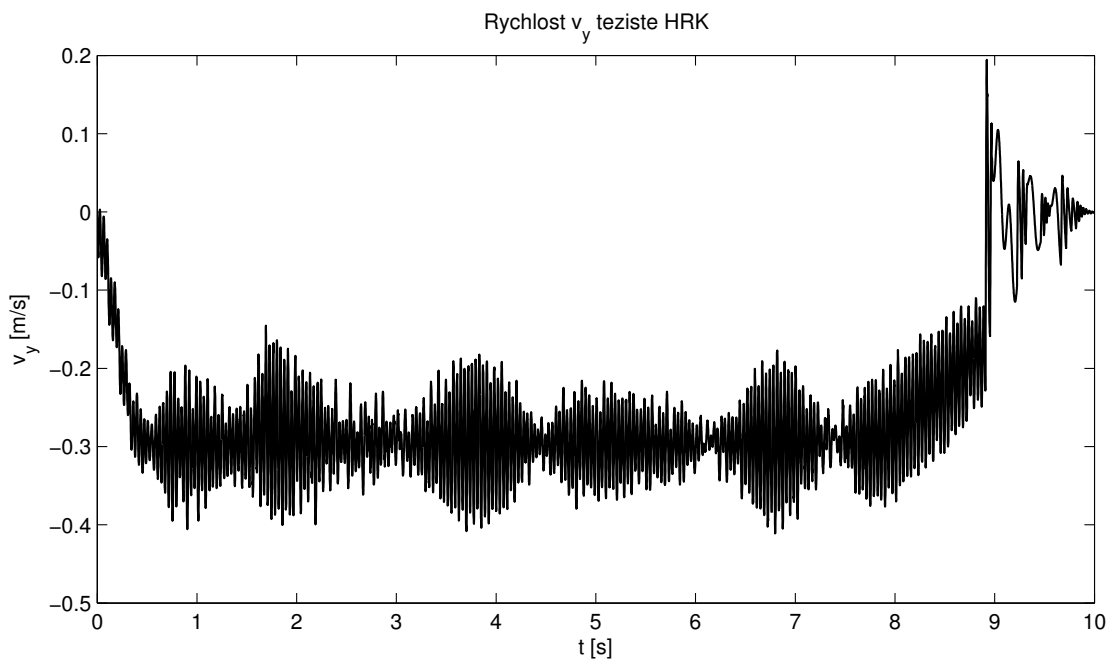
Obrázek 5.11: Časový průběh vzdálenosti dolního konce kazety ode dna nosného válce za klidu při nastavení ustálené rychlosti pádu na $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obrázek 5.12: Časový průběh rychlosti pádu kazety ode dna nosného válce za klidu při nastavení ustálené rychlosti pádu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



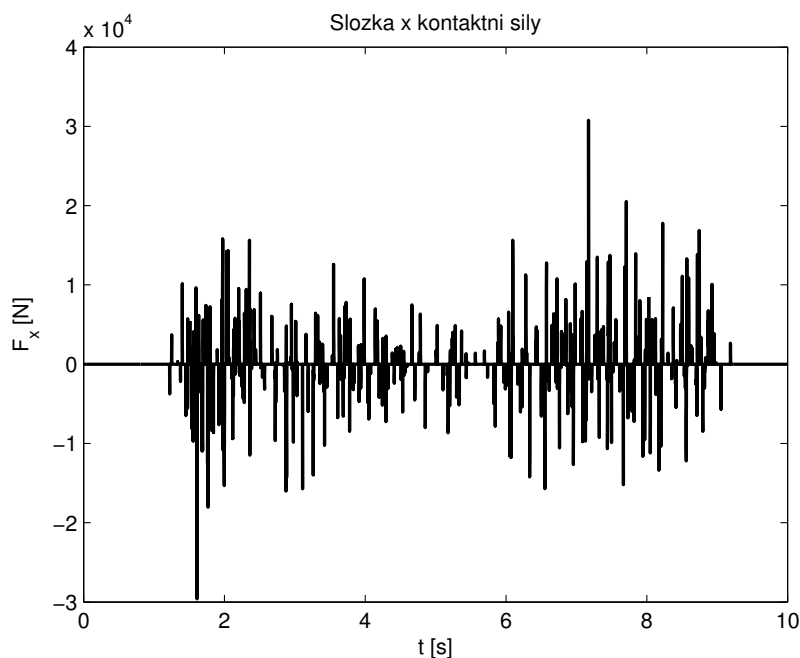
Obrázek 5.13: Časový průběh vzdálenosti dolního konce kazety ode dna nosného válce za seizmické události při nastavení ustálené rychlosti pádu na $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



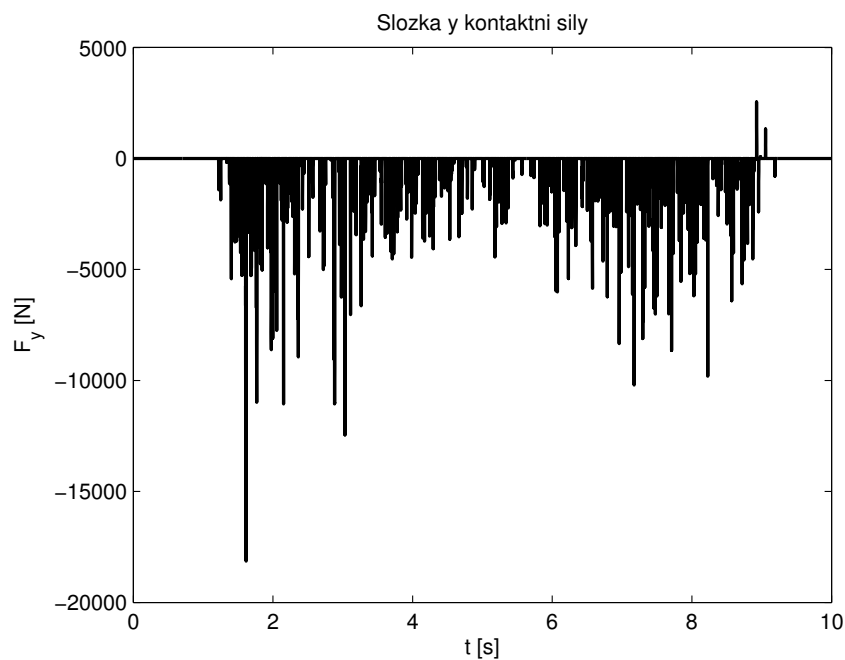
Obrázek 5.14: Časový průběh rychlosti pádu kazety ode dna nosného válce za seizmické události při nastavení ustálené rychlosti pádu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

5.4.6 Časové průběhy kontaktních sil

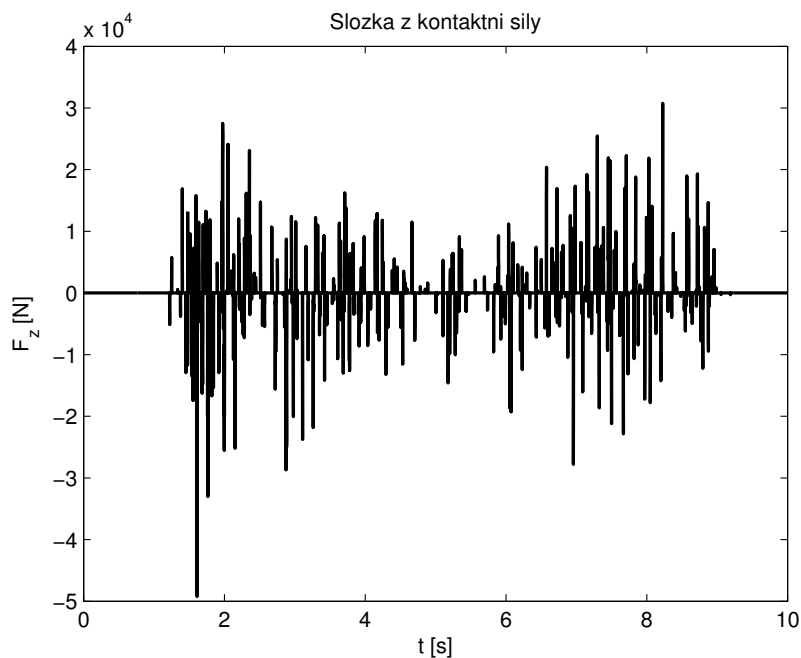
Na obrázcích 5.15, 5.16 a 5.17 jsou znázorněné časové průběhy jednotlivých složek kontaktních sil mezi kazetou HRK a vodicí trubicou při seizmickém buzení a nastavení ustálené rychlosti pádu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Složky x a z odpovídají především normálovým kontaktním silám a složka y by měla odpovídat více třecím silám působícím proti směru pohyb kazety. Program MSC.ADAMS ale neumožňuje vykreslení zvláště normálových a třecích kontaktních sil, proto nelze tyto síly na obrázcích od sebe přímo oddělit. Během pádu dochází ke kontaktu šestiúhelníkové kazety s vodicí trubicou na více místech (především v horní a spodní části kazety), působiště kontaktních sil však nelze z programu přímo získat. Místo toho lze vykreslit jednotlivé složky momentů působící na kazetu od kontaktních sil a z nich působiště popřípadě dopočítat. Cílem této podkapitoly je však pouze ukázat průběh a velikost kontaktních sil při daném nastavení *IMPACT* modelu interakce.



Obrázek 5.15: Časový průběh složky x kontaktní síly mezi kazetou HRK a vodicí trubicou při seizmické události a nastavení ustálené rychlosti pádu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obrázek 5.16: Časový průběh složky y kontaktní síly mezi kazetou HRK a vodicí trubicou při seizmické události a nastavení ustálené rychlosti pádu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obrázek 5.17: Časový průběh složky z kontaktní síly mezi kazetou HRK a vodicí trubicou při seizmické události a nastavení ustálené rychlosti pádu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

6 Modelování absorpčního proutku reaktoru typu VVER 1000

Regulační orgán reaktoru typu VVER 1000, jak je popsáno v podkapitole 2.2.1, se skládá z více částí. Základní funkční prvek je absorpční proutek, který obsahuje materiál pohlcující neutrony. Jedná se o tyčku délky 4190 mm a průměru 8,2 mm, kterou již nelze zjednodušeně modelovat jako tuhé těleso, neboť je proutek vzhledem ke svým rozměrům velmi poddajný a může se deformovat například při kontaktu s vodící trubicí [8]. Tento problém tedy spadá do oboru vázaných mechanických systémů složených z pružných těles (tzv. *flexible multibody systems*).

Dynamika pohybu multibody systémů složených z poddajných těles je moderní a rozvíjející se obor, který nabízí nové přístupy při řešení problémů mechaniky. Tyto systémy jsou charakterizovány velkým pohybem propojených poddajných těles, na které mohou působit nelineární síly a momenty. Přehled a vysvětlení různých přístupů modelování lze nalézt například v [1], [9] či [18].

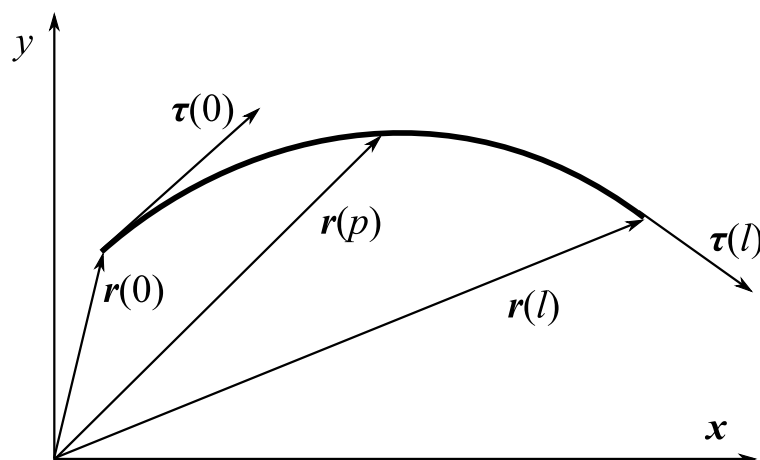
Metody řešení těchto problémů se liší zejména v kinematickém popisu pohybu tělesa a jeho deformace. Předpokládá se, že těleso koná velký pohyb s možnými malými či velkými deformacemi. Standardní multibody přístup k modelování spočívá v rozdělení poddajného tělesa na více tuhých těles propojených kinematickými vazbami a působícími silami či momenty. Další velká skupina metod má název *floating frame of reference* (FFR) a je založená na superpozici malých deformací na velkém pohybu tuhého tělesa. Další metody využívají absolutních souřadnic pro popsání kinematiky pohybu poddajného tělesa, jako například metoda *absolute nodal coordinate formulation* (ANCF).

Tato kapitola obsahuje popis metody ANCF a její aplikaci na problém padajícího poddajného absorpčního proutku uvnitř vodící trubky. Cílem je ukázat jeden z možných postupů při modelování tohoto problému a připravit základní programový prostředek pro další možný vývoj.

6.1 Metoda ANCF

ANCF je neikrementální formulace založená na metodě konečných prvků, kde souřadnice uzlů jsou definovány v globálním souřadnicovém systému [2]. Důležitou vlastností této metody je využití tečen (derivací referenčních vektorů) k popisu natočení elementu. Tento přístup nevede k linearizaci pohybových rovnic systému, jako je tomu například při využití nekonečně malých rotací jako uzlových souřadnic, a dobře popisuje problém velkých deformací. Elementy v ANCF metodě jsou izoparametrické, protože deformace a pozice elementu jsou aproximovány stejnými globálními tvarovými funkcemi. Výsledkem

je jednoduché vyjádření setrvačných sil a silně nelineární vyjádření sil elastických.



Obrázek 6.1: Rovinný nosníkový ANCF element.

6.1.1 Popis kinematiky ANCF elementu

Na obrázku 6.1 je znázorněn rovinný nosníkový ANCF element délky l . Pozici libovolného bodu nosníku $r = [r_x, r_y]^T$ danou parametrem p v globálním souřadném systému lze vyjádřit

$$\mathbf{r}(p) = \mathbf{S}(p)\mathbf{e}, \quad \mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_8]^T, \quad (6.1)$$

kde $p \in \langle 0, l \rangle$, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{2,8}$ je globální matice tvarových funkcí a \mathbf{e} je vektor absolutních uzlových souřadnic. Ten je tvořený globálními posuvy

$$e_1 = r_x(0), \quad e_2 = r_y(0), \quad e_5 = r_x(l), \quad e_6 = r_y(l), \quad (6.2)$$

a složkami tečen v uzlech elementu, které jsou definovány jako

$$e_3 = \tau_x(0) = \frac{\partial r_x(0)}{\partial p}, \quad e_4 = \tau_y(0) = \frac{\partial r_y(0)}{\partial p}, \quad e_7 = \tau_x(l) = \frac{\partial r_x(l)}{\partial p}, \quad e_8 = \tau_y(l) = \frac{\partial r_y(l)}{\partial p}. \quad (6.3)$$

Matice tvarových funkcí pro rovinný nosníkový element lze vyjádřit

$$\mathbf{S} = [s_1\mathbf{I}, s_2\mathbf{I}, s_3\mathbf{I}, s_4\mathbf{I}], \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

kde funkce $s_i = s_i(\xi)$ mají tvar

$$\begin{aligned} s_1 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, & s_2 &= l(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), \\ s_3 &= 3\xi^2 - 2\xi^3, & s_4 &= l(\xi^3 - \xi^2), & \xi &= \frac{p}{l}. \end{aligned} \quad (6.5)$$

6.1.2 Matice hmotnosti a tuhosti ANCF elementu a sestavení pohybové rovnice

Odvození matic hmotnosti a tuhosti ANCF elementu je klíčové pro sestavení pohybové rovnice. Matice hmotnosti elementu plyne z kinetické energie elementu, kterou lze vyjádřit jako

$$E_k = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} dp = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^T \int_0^l \rho A \mathbf{S}^T \mathbf{S} dp \dot{\mathbf{e}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{M}_e \dot{\mathbf{e}}, \quad (6.6)$$

kde ρ značí hustotu materiálu a A je plocha průřezu. Po integraci má konstantní matice hmotnosti elementu tvar

$$\mathbf{M}_e = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156\mathbf{I} & 22l\mathbf{I} & 54\mathbf{I} & -13l\mathbf{I} \\ & 4l^2\mathbf{I} & 13l\mathbf{I} & -3l^2\mathbf{I} \\ & & 156\mathbf{I} & -22l\mathbf{I} \\ \text{sym.} & & & 4l^2\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (6.7)$$

K určení elastických sil v ANCF modelu nosníku je využita deformační energie E_p . Složitost celého modelu pak závisí na způsobu popsání elasticity nosníku. V článku [2] je zmíněno několik přístupů, které rozdělují celkovou deformační energii na energii podélné deformace E_{pl} a energii příčné (ohybové) deformace E_{pt} , tedy

$$E_p = E_{pl} + E_{pt} = \frac{1}{2} \int_0^l EA \varepsilon^2 dp + \frac{1}{2} \int_0^l EI \kappa^2 dp, \quad (6.8)$$

kde E značí Youngův modul pružnosti a I je kvadratický moment průřezu k příčné ose. Jednotlivé modely se pak liší ve vyjádření poměrné podélné deformace ε a křivosti κ . Obecné vyjádření těchto veličin má tvar

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\mathbf{r}'^T \mathbf{r}' - 1), \quad \kappa = \left| \frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} \right|, \quad (6.9)$$

kde s značí délku oblouku. Způsob výpočtu podélné deformace a křivosti může být zjednodušen při uvažování několika předpokladů deformace nosníku, jak je uvedeno v [2]. Tento článek také představuje několik vhodných modelů podélných a příčných sil.

Podélné elastické síly v nejjednodušším případě při uvažování malých deformací mohou být vyjádřeny

$$\mathbf{Q}_l = EA l \bar{\varepsilon}_l \int_0^1 \frac{1}{l^2} \left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial p} \right)^T \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial p} \mathbf{e} dp = \mathbf{K}_l(\mathbf{e}) \mathbf{e}, \quad (6.10)$$

kde

$$\bar{\varepsilon}_l = \frac{d-l}{l}, \quad d = \sqrt{(e_5 - e_1)^2 + (e_6 - e_2)^2}. \quad (6.11)$$

Příčné elastické síly se stejným předpokladem lze popsat vztahem

$$\mathbf{Q}_t = EI \int_0^1 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{S}}{\partial p^2} \right)^T \frac{\partial^2 \mathbf{S}}{\partial p^2} \mathbf{e} dp = \mathbf{K}_t(\mathbf{e})\mathbf{e}. \quad (6.12)$$

Konkrétní matice podélné a příčné tuhosti pak dle [2] jsou

$$\mathbf{K}_l(\mathbf{e}) = \frac{EA}{l} \bar{\varepsilon}_l \begin{bmatrix} \frac{6}{5} \mathbf{I} & \frac{l}{10} \mathbf{I} & \frac{-6}{5} \mathbf{I} & \frac{l}{10} \mathbf{I} \\ & \frac{2l^2}{15} \mathbf{I} & \frac{-l}{10} \mathbf{I} & \frac{-l^2}{30} \mathbf{I} \\ & & \frac{6}{5} \mathbf{I} & \frac{-l}{10} \mathbf{I} \\ \text{sym.} & & & \frac{2l^2}{15} \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

$$\mathbf{K}_t = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 \mathbf{I} & 6l \mathbf{I} & -12 \mathbf{I} & 6l \mathbf{I} \\ & 4l^2 \mathbf{I} & -6l \mathbf{I} & 2l^2 \mathbf{I} \\ & & 12 \mathbf{I} & -6l \mathbf{I} \\ \text{sym.} & & & 4l^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

Výsledná nelineární matice tuhosti elementu je pak dána součtem

$$\mathbf{K}_e(\mathbf{e}) = \mathbf{K}_l(\mathbf{e}) + \mathbf{K}_t \quad (6.15)$$

Nyní lze sestavit pohybovou rovnici ANCF elementu ve tvaru

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_e(\mathbf{e})\mathbf{e} = \mathbf{Q}_{ek}, \quad (6.16)$$

kde \mathbf{Q}_{ek} značí vektor vnějších sil. Jelikož je metoda založena na absolutních souřadnicích je možné snadno sestavit celkovou pohybovou rovnici diskretizovaného poddajného tělesa ve tvaru

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} = \mathbf{Q}_k, \quad (6.17)$$

kde \mathbf{q} je vektor všech elastických souřadnic poddajného tělesa.

Důležitým prvkem modelů reálných systémů je materiálové tlumení. V případě ANCF se jedná o málo prozkoumanou oblast. Věnují se jí například autoři [5] [11]. Tlumení je v této práci zavedeno uměle pomocí proporcionální matice tlumení ve tvaru $\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \beta \mathbf{K}(\mathbf{q})$. Má tedy formálně stejný tvar jako matice tuhosti přenásobená konstantou $\beta = 10^{-4}$. Komplexnějšími modely tlumení se tato práce nezabývá a jejich získání vyžaduje detailnější studii možností metody ANCF. Rovnice (6.17) se modifikuje na tvar

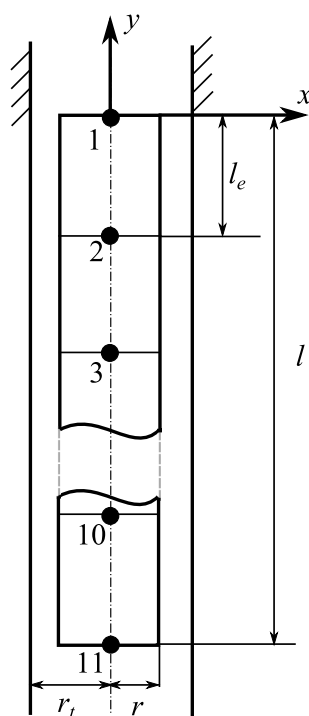
$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} = \mathbf{Q}_k. \quad (6.18)$$

6.2 Pád absorpčního proutku

Jak bylo popsáno dříve, absorpční proutek je tyč přibližné délky $l = 4,2$ m kruhového průřezu s poloměrem $r = 4,1$ mm. Kvůli těmto rozměrům se může snadno deformovat

ohybem. Její hmotnost činí přibližně $m = 0,885$ (hodnota získána ze zprávy [16]), ze znalosti objemu tyče je pak dopočítána její průměrná hustota $\rho_m = 3991,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, která je uvažována ve výpočtu. Youngův modul pružnosti je nastaven $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$. V případě reálného posouzení by bylo nutné hodnotu E zpřesnit. Tyč se pohybuje uvnitř vodou naplněné vodící trubky, jejíž vnitřní poloměr činí $r_t = 5,5 \text{ mm}$, mezera mezi tělesy je tedy $1,4 \text{ mm}$.

Problém pádu absorpčního proutku je zjednodušen na rovinnou úlohu a samotná tyč je modelována pomocí představených ANCF prvků. Horní část každé tyče je spojena s hvězdicovou soustavou, jejíž vliv do modelu nebyl zahrnut, protože tato kapitola se zabývá hlavně možnostmi využití metody ANCF při modelování proutku. V podrobnějším modelu by však bylo již nutné modelovat celý regulační orgán, který se skládá z částí popsanych v kapitole 2.2.1. Délka pádu činí přibližně $3,2 \text{ m}$ a jedná se o počáteční vzdálenost dolního konce tyče od místa, kde začíná působit hydraulický tlumič. Doba pádu byla na zkušební smyčce stanovena na $1,6 \text{ s}$.



Obrázek 6.2: Zjednodušené schéma tyče a její rozdělení na elementy.

Na obrázku 6.2 je zjednodušené schéma regulační tyče, která je rozdělena na 10 elementů stejné délky $l_e = 0,42 \text{ m}$, čísla značí uzlové body. Také je zde naznačen globální souřadnicový systém, jehož počátek splývá s počáteční pozicí prvního uzlu.

Následuje popsání způsobu modelování vlivu vody a možné interakce mezi padajícím tělesem a trubkou. Dále jsou ukázány výsledky pro různé varianty modelu.

6.2.1 Zahrnutí vlivu vody

Vliv vodního prostředí významně ovlivňuje pád tyče a působí především ve vertikálním směru. Jelikož celá tyč je ponořena, uplatňuje se zde opět Archimédův zákon, který popisuje vztahovou sílu vody F_b . Ta je konstantní a působí proti síle tíhové. Dohromady lze psát

$$F = F_g - F_b = mg - m_w g = mg \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_m} \right), \quad (6.19)$$

jedná se o obdobný vztah jako (4.8), jen hustoty materiálu tyče a vody se liší. Zdroj [16] uvádí $\rho_w = 746,9 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

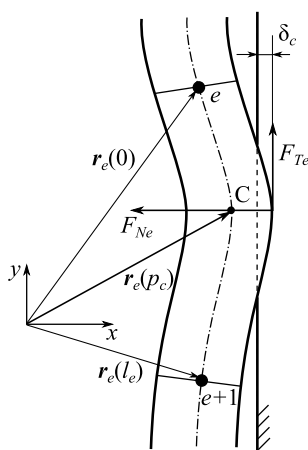
Vliv proudící kapaliny je pak popsán vertikální silou

$$F_{OV} = \frac{1}{2} C_v \rho_w S_v (v + u)^2, \quad (6.20)$$

kde S_v značí plochu průřezu, v je vertikální rychlost tyče, u je vertikální rychlost proudění vody a C_v je odporový koeficient. Ten je známý pro konkrétní tvary těles a obvykle se pohybuje v rozmezí 0 až 1. V případě regulační tyče však nabývá hodnotu vyšší, neboť mezi tyčí a trubkou je malý prostor pro obtékání a pohyb je více bržděn. Složitost výpočtového zjištění tohoto koeficientu přesahuje záměr této práce, proto byl zjednodušeně stanoven tak, aby matematický model přibližně splňoval dobu a průběh pádu na regulační smyčce. Tato síla byla zavedena do uzlu číslo 11.

6.2.2 Vyhledávání kontaktů a modelování kontaktních sil

Na obrázku 6.3 je zjednodušené schéma interakce elementu e regulační tyče s tuhou vodicí trubkou. Pro názornost je zde vyznačen globální souřadnicový systém, jehož počátek je ve skutečném modelu na vrcholu tyče. V této práci je pro první přiblížení navržen a následně



Obrázek 6.3: Schéma interakce elementu regulační tyče s vodicí trubkou.

implementován jeden z elementárních způsobů hledání kontaktů, který lze v budoucnu dále vylepšovat.

Hledání kontaktních bodů probíhá na každém elementu odděleně. Nejdříve je pomocí vztahu (6.1) získán polohový vektor $\mathbf{r}_e(p)$ pro $p \in \langle 0, l_e \rangle$. Tím je určen tvar elementu tyče. Dále se pro každé p určí průnik $\delta(p)$ tyče a trubky. Tento krok je v programu rozdělen zvlášť pro kontakt na pravé a levé straně trubky. V případě, že nedochází k dotyku, jsou všechny $\delta(p) < 0$. Při interakci jsou některé $\delta(p)$ větší než nula a je z nich vybrána největší hodnota δ_c . Tím je získán i parametr p_c , který pak určuje místo dotyku a působišť kontaktních sil.

Předpis pro výpočet normálové kontaktní síly navazuje na poznatky z předchozích kapitol. Byl použit klasický Hertzův vztah (3.22) bez disipace a dále model podobný *IMPACT* verzi programu MSC.ADAMS. Ten má v tomto případě tvar

$$F_{Ne} = K\delta_c^n + D\dot{x}_p \cdot \text{STEP}(\delta_c, x_1, y_1, x_2, y_2), \quad (6.21)$$

kde K , n a D jsou postupně tuhost v kontaktu, exponent průniku a tlumení v kontaktu. Symbol \dot{x}_p představuje rychlost pohybu tyče v místě C, tedy v místě kontaktu, která odpovídá rychlosti průniku. Funkce STEP odpovídá kubické krokové funkci dané vztahem

$$\text{STEP}(\delta_c, x_1, y_1, x_2, y_2) = \begin{cases} y_1 & \text{pro } \delta_c \leq x_1, \\ y_1 + (x_2 - x_1) \cdot z^2 \cdot (3 - 2z) & \text{pro } x_1 < \delta_c < x_2, \\ y_2 & \text{pro } \delta_c \geq x_2, \end{cases} \quad (6.22)$$

kde $z = \frac{\delta - x_1}{x_2 - x_1}$. Tato funkce zajišťuje plynulý náběh tlumicího členu normálové kontaktní síly s rostoucím průnikem a při $\delta_c \geq y_2$ je aplikována plná hodnota tlumení D . Zamezí se tím náhlým skokovým změnám velikosti síly, které ztlačně zpomalují výpočet.

Konkrétní hodnoty koeficientů byly nastaveny jako v podkapitole 5.4.3, tedy $K = 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-n}$, $n = 1, 5$, $D = 10^5 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$. Hloubka průniku pro maximální tlumení je $x_2 = 0,0001 \text{ m}$, zbylé parametry STEP funkce jsou $x_1 = 0 \text{ m}$, $y_1 = 0$ a $y_2 = 1$.

Třecí síla působící ve směru osy y proti směru pádu tyče a je do modelu zavedena ve tvaru

$$F_{Te} = f \cdot F_{Ne}, \quad (6.23)$$

kde $f = 0, 1$ představuje koeficient tření ocel na ocel.

Nyní je možné při znalosti místa kontaktu p_c zavést na pravou stranu pohybové rovnice e -tého elementu (6.16) vektor kontaktních silových účinků ve tvaru

$$\mathbf{f}_{Ce} = \mathbf{S}^T(p_c) \cdot \begin{bmatrix} F_{Ne} \\ F_{Te} \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

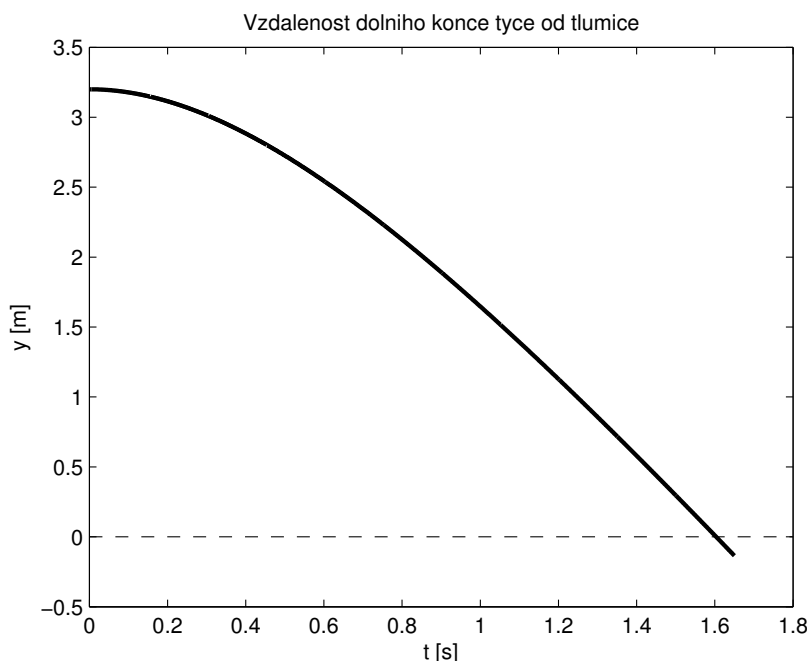
Následuje sestavení celkového vektoru kontaktních sil \mathbf{f}_C , který je zaveden na pravou stranu rovnic (6.17) a (6.18).

6.3 Výsledky simulací

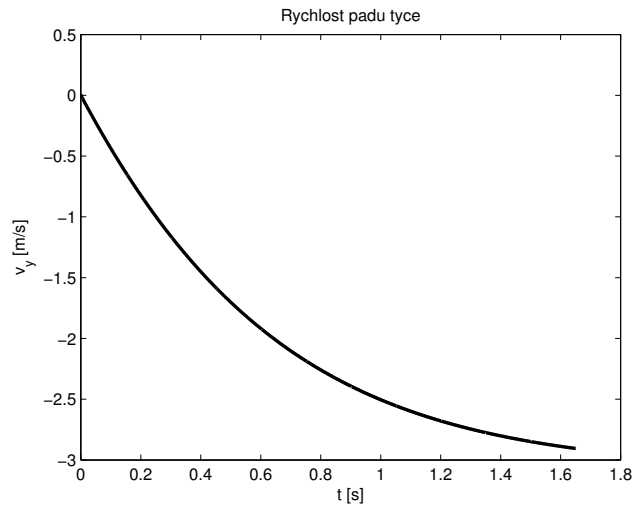
Následuje série výsledků simulací pro různé varianty matematického modelu tyče. Nejdříve je ukázán samotný pád s nulovými počátečními podmínkami, nedochází tedy ke kontaktům. V dalších modelech jsou již tyči uděleny počáteční podmínky tak, aby došlo k interakci s vodící trubicí. Celá tyč je natočena o malý úhel φ , aby poloha spodního uzlu byla o milimetr vychýlená ve směru osy x . Zbylé počáteční polohy uzlů lze dopočítat například pomocí matice pootočení. Takto natočené tyči byla udělena počáteční podmínka na rychlost ve směru osy x , tedy $v_x = 0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Testován byl klasický Hertzův model kontaktních sil a pak také model s disipací.

6.3.1 Pád tyče bez kontaktů

Pro tento nejjednodušší případ byly využity pohybové rovnice bez tlumicího členu (6.17) a sloužil především k naladění koeficientu odporu C_v tak, aby výsledný průběh odpovídal pádu na zkušební smyčce dle [16]. Na obrázku 6.4 je znázorněn časový průběh vzdálenosti dolního konce regulační tyče od místa, kde začíná působit hydraulický tlumič (přerušovaná čára). Tento průběh se u jednotlivých modelů příliš nemění. Na obrázku 6.5 je časový průběh rychlosti pádu tyče.



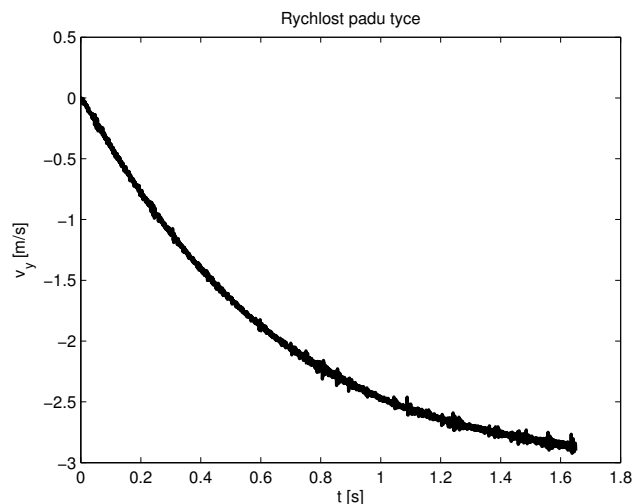
Obrázek 6.4: Časový průběh vzdálenosti dolního konce tyče od hydraulického tlumiče, model bez kontaktů.



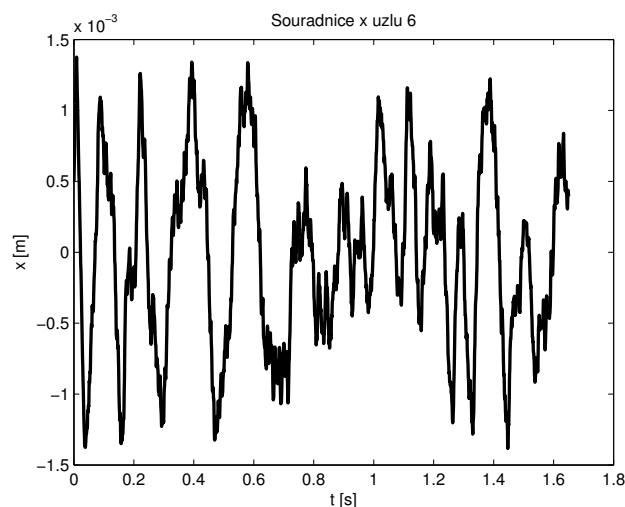
Obrázek 6.5: Časový průběh rychlosti pádu tyče, model bez kontaktů.

6.3.2 Pád tyče s kontakty dle Hertze bez materiálového tlumení

V dalším modelu je již možný kontakt tyče s vodicí trubicí. Pro výpočet normálové kontaktní síly byl využit Hertzův vztah (3.22), který neuvažuje disipaci energie v kontaktu. Dále nebylo uvažováno materiálové tlumení, celková pohybová rovnice má tedy tvar (6.17). Kvůli těmto zjednodušením dochází po interakci tyče s trubicí k velkému netlumenému rozkmitání tyče. Na obrázku 6.6 je časový průběh rychlosti pádu tyče. Je z něho patrné, že třecí síly mají na relativně lehkou tyč velký vliv a brzdí pád, což má za následek kolísání rychlosti. Na obrázku 6.7 je pro názornost ukázán časový průběh polohy x šestého uzlu, ze kterého je zřejmé vymezování vůle 1,4 mm.



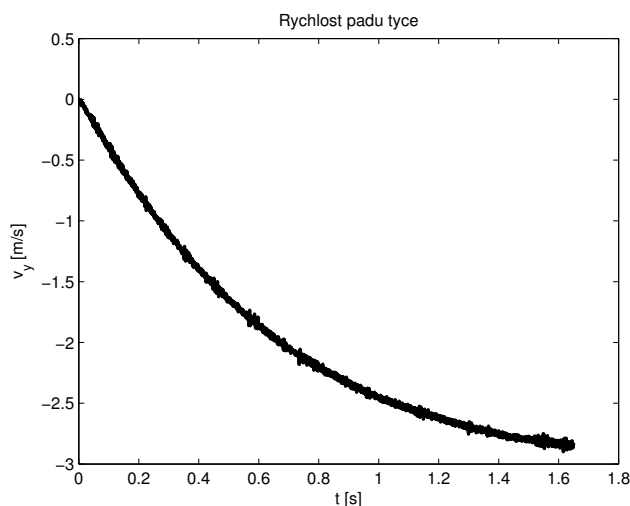
Obrázek 6.6: Časový průběh rychlosti pádu tyče, model s kontaktními silami dle (3.22).



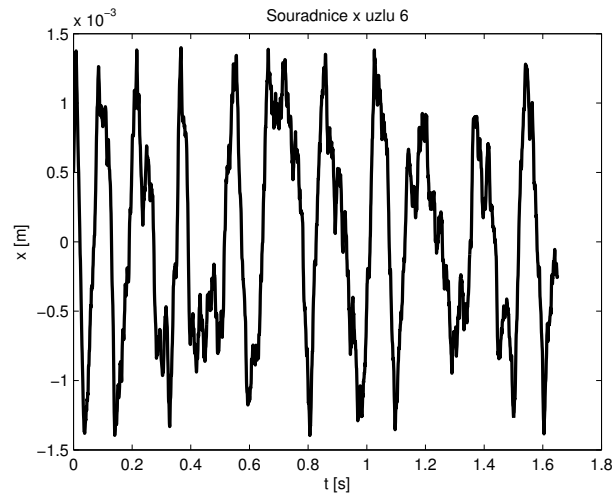
Obrázek 6.7: Časový průběh polohy x šestého uzlu, model s kontaktními silami dle (3.22).

6.3.3 Pád tyče s kontakty dle Hertze s materiálovým tlumením

Do tohoto modelu bylo oproti předchozímu přidáno proporcionální materiálové tlumení a pohybové rovnice mají tvar (6.18). Na obrázku 6.8 je opět časový průběh rychlosti pádu tyče. Na obrázku 6.9 je pak ukázán časový průběh polohy x šestého uzlu. Oba obrázky kvalitativně odpovídají obrázkům předchozího modelu, zavedením tlumení se tedy výsledky příliš nezměnily.



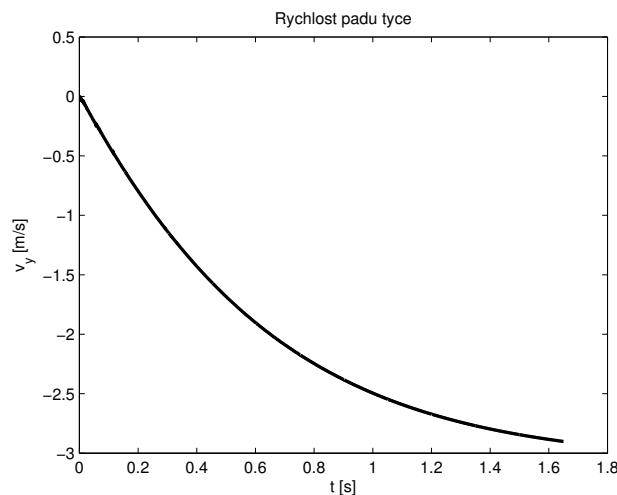
Obrázek 6.8: Časový průběh rychlosti pádu tyče, model s kontaktními silami dle (3.22) a proporcionálním tlumením.



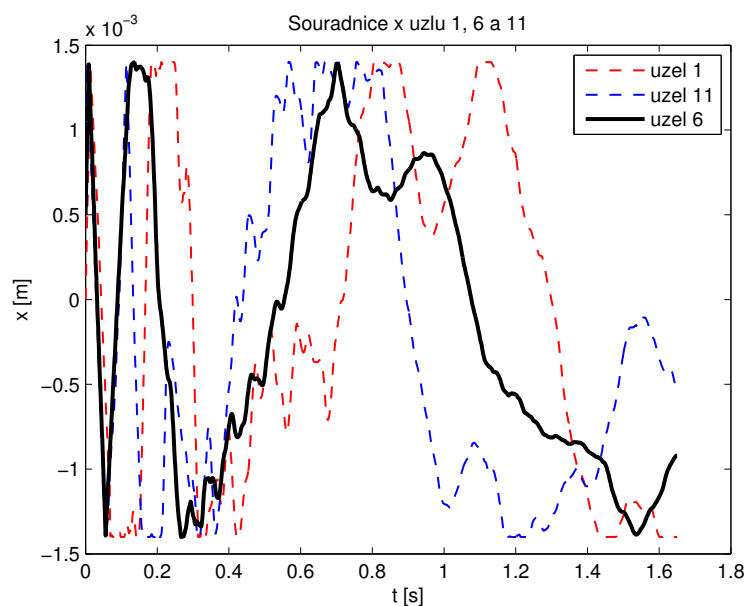
Obrázek 6.9: Časový průběh polohy x šestého uzlu, model s kontaktními silami dle (3.22) a proporcionálním tlumením.

6.3.4 Pád tyče s disipačním kontaktním modelem

Pohybové rovnice jsou v tomto případě sestaveny dle (6.18), tedy s proporcionální maticí materiálového tlumení. Dále je uvažován disipační kontaktní model (6.21). Tento model je nejvhodnější, neboť při simulaci nedochází k tak výraznému rozkmitání tyče, což je patrné například na obrázku 6.10 s časovým průběhem rychlosti pádu tyče, u níž oproti předchozím modelům nedochází k výrazné oscilaci. Na obrázku 6.11 jsou časové průběhy polohy x uzlů 1, 6 a 11. Na obrázku 6.12 je vizualizován tvar a poloha tyče pro vybrané časové okamžiky.



Obrázek 6.10: Časový průběh rychlosti pádu tyče, model s kontaktními silami dle (6.21) a proporcionálním tlumením.



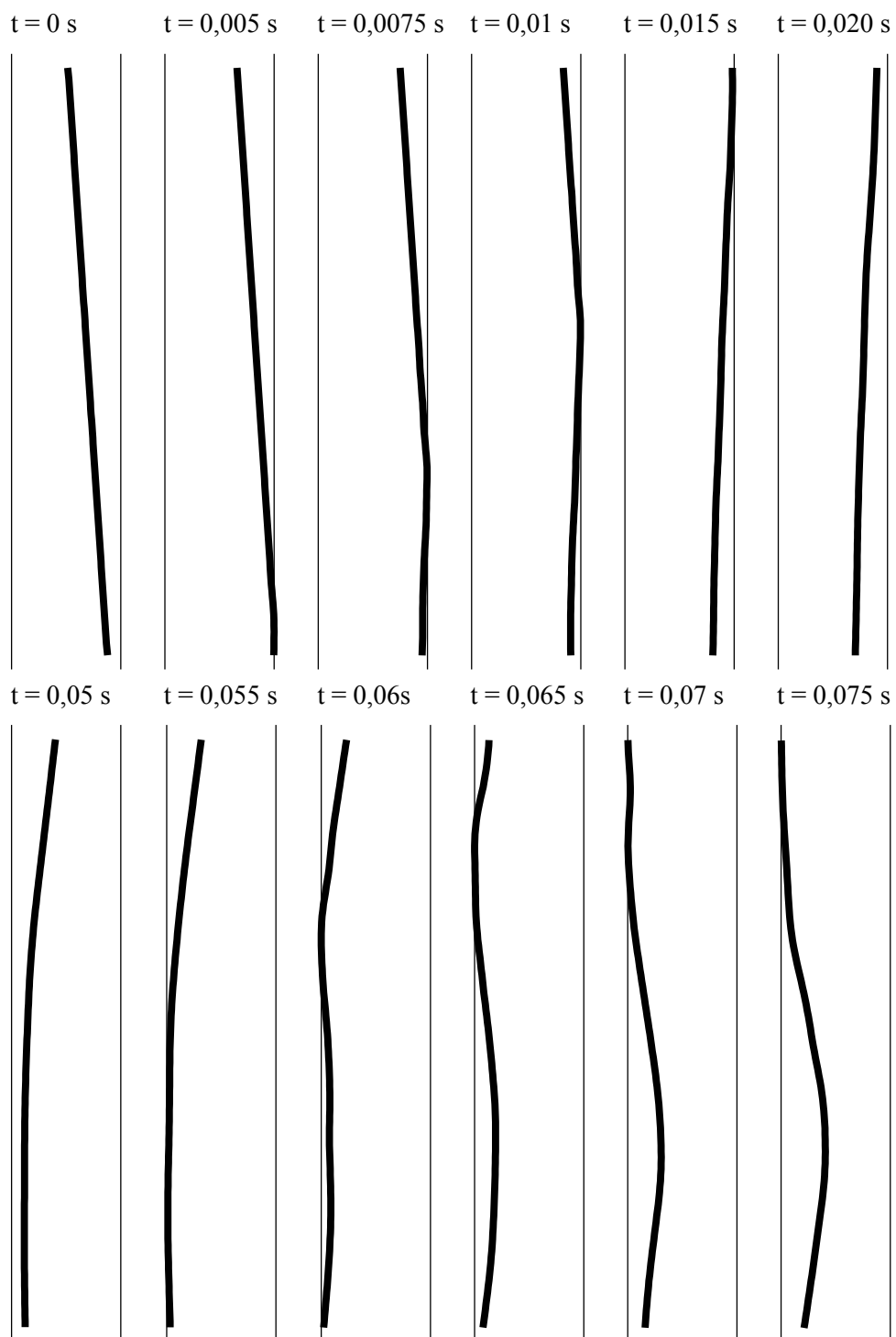
Obrázek 6.11: Časový průběh polohy x uzlů 1, 6 a 11, model s kontaktními silami dle (6.21) a proporcionálním tlumením.

6.3.5 Shrnutí výsledků

Tabulka 6.1 shrnuje výsledné doby pádu získané pomocí jednotlivých matematických modelů regulační tyče. Patrný je vliv třecích sil na zpomalení pádu. Pohybové rovnice s proporcionálním materiálovým tlumením při použití kontaktního modelu s disipací poskytují pravděpodobně nejreálnější výsledky. Dochází k menšímu počtu kontaktů mezi tyčí a vodicí trubicou, proto probíhá výpočet v kratším čase. Při zavedení koeficientu tlumení do normálové kontaktní síly bylo nutné vytvořit náběhovou STEP funkci, aby se zabránilo velkým silovým skokům, čímž se výrazně urychlil proces integrace.

Varianta řešení	Doba pádu [s]
6.3.1	1,6034
6.3.2	1,6261
6.3.3	1,6325
6.3.4	1,6108

Tabulka 6.1: Doba pádu regulační tyče z horní polohy k hydraulickému tlumiči pro různé varianty modelu.



Obrázek 6.12: Vizualizace polohy osy tyče pro vybrané časové okamžiky.

7 Závěr

V předkládané práci jsou ukázány možné postupy při tvorbě matematických modelů regulačních orgánů jaderných reaktorů. Byl vytvořen zjednodušený model regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440, který umožňuje testovat vliv různých modelů kontaktních sil, vliv vody a setrvačnosti rotujících částí pohonu. Samotný problém interakce těles je velmi složitý a neexistuje přímý exaktní popis, který by platil obecně. Většina poznatků se zakládá na experimentálně zjištěných datech, která v případě interakce regulačního orgánu s vodící trubicí a vnitroreaktorovými zařízeními není možné snadno získat. Proto se při odvozování modelů kontaktních sil vychází ze zjednodušených představ, které však lze s úspěchy aplikovat na jednoduché, experimentálně ověřené případy (například odraz kuličky od roviny). Z představených modelů normálových kontaktních sil se jako nejefektivnější a nejrealnější ukazuje model zohledňující disipaci energie v kontaktu, jehož tlumicí koeficient je funkcí průniku těles.

Při tvorbě komplexnějšího multibody modelu regulačního orgánu reaktoru VVER 440 byl využit software MSC.ADAMS, který nabízí širokou škálu možností při vytváření modelů vázaných mechanických systémů. Při řešení problému interakce těles velmi usnadňuje práci, neboť v průběhu vytváření modelu v grafickém rozhraní lze snadno definovat geometrické objekty, mezi kterými může dojít ke kontaktu, a program obsahuje výkonné algoritmy pro hledání místa kontaktu. Simulován byl pád regulační kazety reaktoru VVER 440 včetně pohonu za klidu a při seizmické události. Seizmické buzení bylo do modelu zahrnuto z důvodu zjištění vlivu kontaktů kazety s vodící trubicí na prodloužení doby pádu.

Při modelování regulační tyče jaderného reaktoru typu VVER 1000 byla využita moderní metoda *absolute nodal coordinate formulation*, pomocí níž lze řešit problémy dynamiky vázaných mechanických systémů poddajných těles. Parametry modelu byly nalazeny tak, aby doba pádu odpovídala pádu na zkušební smyčce. Ukázány a zhodnoceny jsou čtyři různé varianty matematického modelu.

7.1 Možnosti využití matematických modelů v souvislosti s hodnocením bezpečnosti jaderných zařízení

Dle atomového zákona č. 18/1997 [21] se rozumí pod pojmem jaderná bezpečnost stav a schopnost jaderného zařízení a osob obsluhujících jaderné zařízení zabránit nekontrolovatelnému rozvoji štěpné řetězové reakce, nedovolenému úniku radioaktivních látek nebo ionizujícího záření do životního prostředí a omezovat následky nehod. V duchu této legislativy jsou regulační orgány jaderného reaktoru a související zařízení považovány za

takzvaná vybraná zařízení, která podléhají zvláštnímu režimu navrhování konstrukce, jejího ověřování, výroby, montáže, provozu.

Obor jaderné energetiky je neustále se rozvíjející oblast, s čímž souvisí též zavádění nových typů paliva, které zajistí prodloužení provozního cyklu či zvýšení výkonu reaktoru s cílem snížit výrobní náklady a náklady palivového cyklu. Nový typ paliva má pak vliv na celé jaderné zařízení a je nutné provést nové bezpečnostní rozborů normálního provozu i provozu při poruše a mimořádných událostech. Bezpečnostní návod [20] v paragrafu 14 popisuje nutné vlastnosti palivového systému z hlediska odolnosti vůči ozáření, zvýšenému tlaku, chemickým vlivům, statickým a dynamickým namáháním a dalším vlivům. V havarijních podmínkách pak nesmí palivové elementy podlehnout takovému poškození, které by *bránilo zasunutí absorpčních orgánů*. Schopnost zavedení regulačních orgánů je jeden z bodů posuzování a hodnocení palivového systému z hlediska bezpečnosti, spolehlivosti a odolnosti. Paragraf 21 specifikuje požadavky na zařízení pro odstavení reaktoru. Důraz je kladen na účinnost a rychlost odstavení, aby nebyly překročeny projektové limity.

Bezpečnostní návod [20] ukládá žadateli o vydání souhlasu s použitím nového paliva povinnost předložit kompletní dokumentaci, kterou prokáže zajištění jaderné bezpečnosti. Musí být prokázána slučitelnost nového palivového souboru se stávajícím palivem (v případě, kdy nedochází ke kompletnímu zavezení aktivní zóny novým palivem) především z hlediska termohydraulických, chemických, neutronově–fyzikálních a mechanických vlastností. Do oblasti mechanických vlastností patří mimo jiné právě dynamika pádu regulačního orgánu. Kompatibilita zařízení musí být prokázána výpočtově i experimentálně. Smysl tvorby matematického modelu regulačního orgánu pak vyplývá právě z těchto bezpečnostních požadavků a je zřejmé, že *přístupy k matematickému modelování regulačních orgánů představené v této práci lze využít k výpočtovému prokázání schopnosti jejich zasunutí*.

Zmíněný bezpečnostní návod dále definuje požadavky na konstrukční řešení zařízení aktivní zóny. Při konstrukci palivových souborů musí být zohledněna i možná abnormální zátěž definovaná pro havarijní podmínky. Typickým příkladem je seizmické zatížení, při němž nesmí docházet k nadměrné deformaci komponent, aby nebyla ohrožena schopnost zasunutí regulačních orgánů. Dále musí být zajištěna odolnost absorpčních materiálů v regulačních orgánech proti dynamickému působení při zafungování havarijní ochrany (pádu RO). Matematické modely pak mohou sloužit i k účelu vyšetření dynamického působení na různé části regulačních orgánů.

7.2 Splnění cílů a význam práce

V rámci této diplomové práce bylo dosaženo těchto cílů:

- Seznámení se s principem a konstrukcí regulačních orgánů jaderných reaktorů.
- V práci jsou představeny různé modely interakce těles vázaných mechanických systémů.

- Byl navržen a implementován zjednodušený matematický model regulačního orgánu reaktoru VVER 440, který zachycuje základní dynamické vlastnosti.
- V programu MSC.ADAMS byl zpracován komplexnější počítačový model regulačního orgánu reaktoru typu VVER 440.
- Nad rámec vytyčených cílů byla popsána metoda *absolute nodal coordinate formulation*, která byla následně využita při modelování dynamiky pádu absorpčního proutku reaktoru typu VVER 1000.
- Bylo zhodnoceno možné využití matematických modelů regulačních orgánů při hodnocení bezpečnosti jaderných zařízení.

Počítačová simulace dynamiky regulačních orgánů je specifický problém, který je možné dále rozvíjet. Tato práce poukazuje na přístupy vhodné pro jeho řešení. Smyslem tvorby matematických modelů regulačních orgánů je pak jejich využití v souvislosti s hodnocením bezpečnosti jaderných zařízení, či určení různých, experimentálně obtížně zjištělných, silových účinků na jednotlivé části zařízení.

Literatura

- [1] Bauchau, O.A.: *Flexible multibody dynamics*. Springer, New York, 2011. ISBN 978-94-007-0334-6.
- [2] Berzeri, M., Shabana, A.A.: Development of simple models for the elastic force in the absolute nodal co-ordinate formulation. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 235, pp. 539–565, 2000.
- [3] Blekta, J.: *K problematice multibody simulací*. Disertační práce, Fakulta strojní, Technická univerzita v Liberci, Liberec, 2005.
- [4] Flores, P., Ambrósio, J., Claro, J. C. P., Lankarani, H. M.: Influence of the contact-impact force model on the dynamic response of multi-body systems. *Proc. IMechE, Part K: J. Multi-body Dynamics*, Vol. 220, pp. 21–34, 2006.
- [5] García-Vallejo, D., Valverde, J., Domínguez, J.: An Internal Damping Model for the Absolute Nodal Coordinate Formulation. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 42, Springer, pp. 347–369, 2005.
- [6] Géradin, M., Cardona, A.: *Flexible Multibody Dynamics*. John Wiley & Sons, Chichester, 2001. ISBN 0-471-48990-5.
- [7] Hajžman, M., Polach, P.: Modelling and Seismic Response of the Control Assembly for the VVER 440/V213 Nuclear Reactor. CD-ROM *Proceedings of ECCOMAS Thematic Conference Multibody Dynamics 2005 on Advances in Computational Multibody Dynamics*, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2005.
- [8] Hajžman, M., Polach, P.: Seismic Analysis of the Control Assembly of the IRT-200 Research Nuclear Reactor by Means of a Multibody Approach. CD-ROM *Proceedings of ECCOMAS Thematic Conference COMPDYN 2007 on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*, National Technical University of Athens, Rethymno, 2007.
- [9] Hajžman, M., Polach, P.: Modelling of flexible bodies in the framework of multi-body systems. *Proceedings of 6th International Conference Dynamics of Rigid and Deformable Bodies 2008*, Ústí nad Labem, pp. 33–42, 2008.
- [10] Jalón, J.G., Bayo, E.: *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems — the Real-Time Challenge*. Springer-Verlag, New York, 1993. ISBN 0-387-94096-0.

- [11] Lee, J.W., Kim, H.W., Ku, H.Ch., Yoo, W.S.: Comparison of external damping models in a large deformation problem. *Journal of sound and vibration*, Vol. 325, pp. 722–741, 2009.
- [12] Machado, M., Moreira, P., Flores, P., Lankarani, H. M.: Compliant contact force models in multibody dynamics: Evolution of the Hertz contact theory. *Mechanism and Machine Theory*, 53, pp. 99–121, 2012.
- [13] Musil, A.: *Vyšetřování seizmické odezvy pohonu regulační tyče reaktoru VVER 440/V213*. Diplomová práce, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2005.
- [14] Pfeiffer, F., Glocker, Ch.: *Multibody Dynamics with Unilateral Contacts*. WILEY–VCH, Weinheim, 2004.
- [15] Polach, P., Hajžman, M.: *Multibody model pohonu HRK jaderného reaktoru VVER 440/V213 a výpočet doby pádu kazety HRK při seizmické události, EMO 3, 4 - část I*. Výzkumná zpráva VYZ 1280/10, Výzkumný a zkušební ústav Plzeň, 2010.
- [16] Polach, P., Hajžman, M.: *Multibody model pohonu LKP-M/3 jaderného reaktoru VVER 1000 a výpočet doby pádu klastru při seizmické události*. Výzkumná zpráva VYZ 0755/2005, Výzkumný a zkušební ústav Plzeň, 2005.
- [17] Průka, P.: *Optimalizace závěsné tyče pohonu regulačního orgánu typu LKP-M/3*. Diplomová práce, ZČU, Plzeň, 2011.
- [18] Shabana, A.A.: *Dynamics of Multibody Systems*. Third Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [19] Stejskal, V., Valášek, M.: *Kinematics and dynamics of machinery*. Marcel Dekker, New York, 1996. ISBN 0-8247-9731-0.
- [20] BEZPEČNOSTNÍ NÁVOD, *Koncepce posuzování nových typů jaderného paliva v České republice: Licenční požadavky na projekt paliva a aktivní zóny*. Státní úřad pro jadernou bezpečnost, Praha, 2005.
- [21] ZÁKON č. 18/1997 sb. ze dne 24. ledna 1997 o mírovém využívání jaderné energie a ionizujícího záření (atomový zákon) a o změně a doplnění některých zákonů.
- [22] Internetová adresa <http://technet.idnes.cz>
- [23] Internetová adresa www.sujb.cz — Státní úřad pro jadernou bezpečnost.
- [24] Internetová adresa <http://www.skoda-js.cz/cs/vyrobky-a-sluzby/zarizeni-pro-jaderne-elektrarny-typu-vver-a-rbmk/pohony-ridicich-tyci.shtml>
- [25] Dokumentace a manuály k programu MSC.ADAMS.