ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA EKONOMICKÁ

Bakalářská práce

Složitější dopravní problém

Complicated transportation theory

Ondřej Matrka

Cheb 2013

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma

„Složitější dopravní problém“

vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucí bakalářské práce, za použití pramenů uvedených v přiložené bibliografii.

V Chebu, dne …………………………………

Podpis autora

Zadání práce (na papíře)

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu své bakalářské práce Mgr. Lence Gladavské, za její vstřícný přístup, rady a čas, který mi věnovala.

Obsah

Úvod

Dané téma jsem si vybral z toho důvodu, protože si troufám tvrdit, že s operačním výzkumem a nástroji pro řízení manažerských problémů se budu v budoucnosti setkávat. Operační výzkum je mladý soubor vědních disciplín založených na matematickém modelování, statistických metodách a teorii grafů. Jako reakce na vojenské situace začal pronikat i do ekonomické sféry jako soubor nástrojů pro řízení ekonomických systémů, kde pomáhá zkvalitnit rozhodování, které vede k lepšímu fungování celého systému.

V teoretické části představím základy důležité pro pochopení dané problematiky, začátek uvedu charakteristikou, hlavně rozborem fází rozhodovacího procesu, kterým se budu řídit v praktické části. Na úvodní část navazuje matematické modelování distribučních úloh, kde se především zaměřuji na dopravní problém. Ve třetí kapitole se detailně věnuji popisu základních metod řešení dopravních situací a metodám řešení okružního dopravního problému.

V praktické části představím podnik a jeho dopravní situaci. Pomocí získaných informací vytvořím daný model a navrhnu způsob řešení, který potom aplikuji.

V bakalářské práci jsem si stanovil několik cílů:

- Definování dopravního problému a jeho metod.
- Vybrat metodu řešení, popsat a optimalizovat dopravní problém firmy

Pomocí získaných výsledků poté zformuluji závěr daného dopravního problému a svoje doporučení firmě.

1. Úvod k operačnímu výzkumu

1.1 Historie operačního výzkumu

V průběhu dvacátých let 20. století byl znatelný rozdíl ve vývoji výrobní techniky a metodami řízení. Důvod většího rozvoje výrobní techniky byla především věda a výzkum. Vědečtí pracovníci se méně zaměřovali na praktické problémy řízení, a proto nebyl přínos vědy pro techniku řízení před druhou světovou válkou významný. Pokrok ve spojení vědy s praxí přinesla až druhá světová válka. V armádě vznikaly četné zásobovací problémy, rozsáhlá dělba práce a kooperace mezi různými jednotkami. Vznikaly otázky jak zásobovat různé vojenské operace s omezenými zdroji, začal se uplatňovat vědecký přístup při řešení těchto zdrojových, ale i jiných operací týkající se strategických a taktických problémů armády. Tímto výzkumem se zabývaly nové vznikající skupiny operačního výzkumu.

Během druhé světové války byly metody, jak účinně řídit rozhodnutí v armádě naprosto nezbytné. Na zlepšování kvality těchto rozhodnutí bylo vymezeno velké množství finančních prostředků. Vznikaly skupiny zabývající se operačním výzkumem v letectví, námořnictvu i pozemní armádě. Celá řada otázek řešila problémy organizačního a ekonomického charakteru (např. využití omezených dopravních prostředků při maximalizaci přepravovaných množství pohonných hmot)

Úspěšný prvotní rozvoj operačního výzkumu v armádě měl za následek po druhé světové válce úspěšný průnik do civilního průmyslu. Týkalo se to zejména těchto odvětví průmyslu - ocelářský, textilní, energetický, chemický a strojírenský. Další podmět, který pomohl rozvoji operačního výzkumu, byl vývoj výpočetní techniky. V současné době je rozmach výzkumu podporován vznikem nových nebo nahrazováním starých metod. (Moravcová, Baňařová, 2003)

1.2 Charakteristika operačního výzkumu

Operační výzkum popřípadě operační analýza je soubor vědních disciplín, které se soustředí na řešení rozhodovacích problémů vznikajících při řízení systémů. Snaží se o zdokonalování existujících systémů zlepšováním jednotlivých operací, ale také jejich vzájemného vztahu. Operační výzkum také slouží k hledání optimální řešení daného problému při dodržení určitých podmínek a omezení. (Jablonský, 2007)

Získané výsledky jsou využívány jako podklad pro řízení a napomáhají k řešení rozhodovacích situací, předpokladem je větší počet variant řešení, ze kterých se vybírá optimální. Operační výzkum vychází z vědních disciplín matematiky, statistiky a logiky.

Typickými charakteristikami operační analýzy jsou (Macek, Mainzová, 1995, str. 3):

- variantnost
- systémovost
- vědeckost
- týmovost

Operační analýza se člení podle tří klasifikačních hledisek (Macek, Mainzová, 1995, str. 4):

- oblast aplikace (předmět řešení)
- typ úlohy (druh modelu)
- metoda řešení (technika řešení modelu)

1.3 Řešení rozhodovacího procesu

„Klíčem k řízení jakýchkoliv systémů je rozhodování" (Plevný, Žižka, 2010, str. 9)

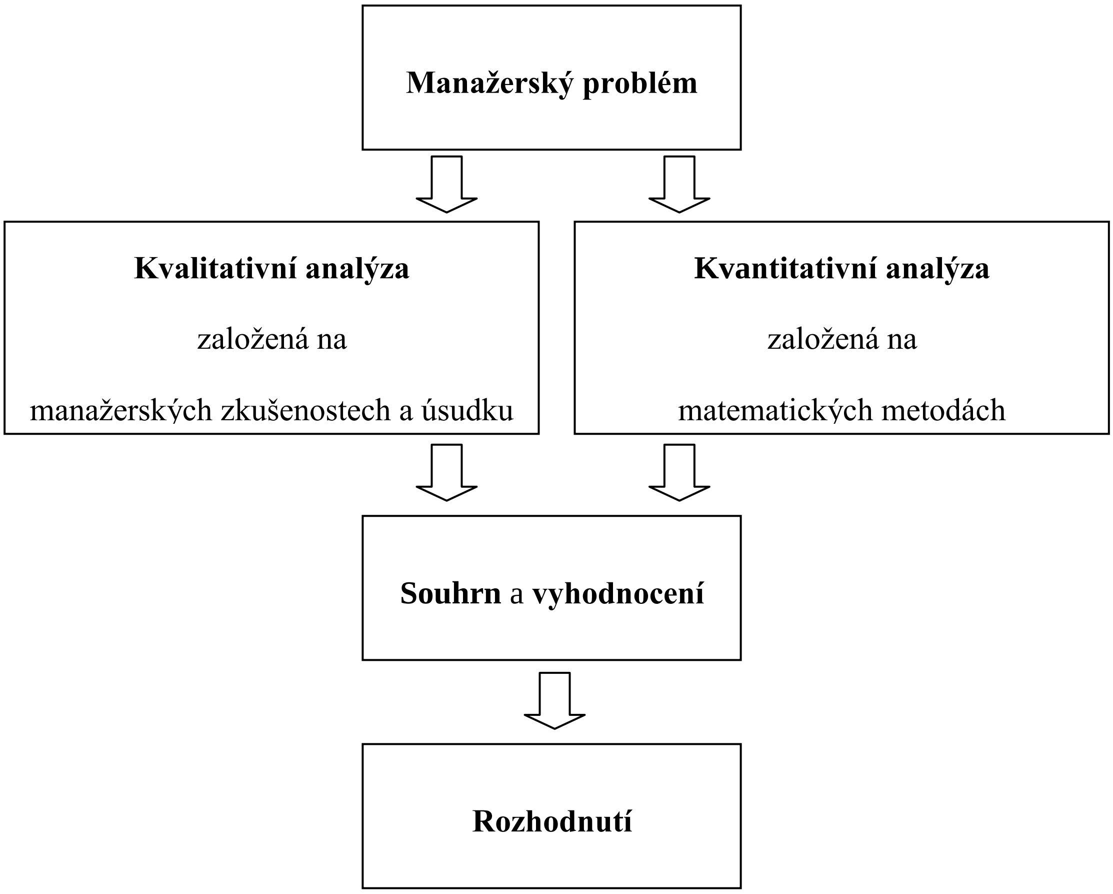
Proces rozhodování začíná určitým problémem, na kterém se podílejí dvě osoby

- rozhodovatel (zadavatel problému)
- analytik (řešitel problému)

V případě, že analytik najde řešení daného problému, předá ho rozhodovateli, který určí, jestli bude dané rozhodnutí realizováno nebo se pozměněné vrátí zpět analytikovi k přepracování. Samozřejmě je důležitá zpětná vazba.

Proces se dá řešit pomocí dvou analýz (náhledů analytika) – kvalitativní a kvantitativní analýza

Obr. č. 1.1: Rozhodovací proces



Zdroj: Vlastní zpracování, 2013, podle (Plevný, Žižka, 2010, str. 10)

Kvalitativní analýza – rozebírá manažerský problém s využitím svých zkušeností a znalostí.

Kvantitativní analýza – rozebírá manažerský problém na základě modelu

Na základě numerických dat a jejich vztahů je možné sestavit model daného problému, který zjistí požadované údaje. Vhodný model je závislý na zkušenostech a správném výběru analytika. Před rozhodnutím je vhodné uskutečnit souhrn a vyhodnocení z kvalitativního nebo kvantitativního hlediska.

Existují čtyři typy rozhodovacích situací, kdy by kvantitativní metody měly být používány (Gros, 2003):

- Při řešení svou strukturou složitých rozhodovacích situací, kdy řešení problému ovlivňuje velké množství vnějších i vnitřních faktorů nebo má řešení rozsáhlý dopad na řízený systém.

- Při řešení problémů nových, problémů, které se dosud v praxi nevyskytly a nemáme s jejich řešením žádné zkušenosti
- Při rozhodování v případech, kdy přijatá řešení mají zásadní vliv na ekonomické ukazatele podniku, ovlivňující výrazně náklady, tržby, zisk firmy apod.
- Při řešení opakovaných, rutinních standardních problémů a kdy lze algoritmus řešení zavést jako součást systému řízení určité oblasti firmy.

Problém jako předmět rozhodování je typický tím, že vyžaduje řešení rozporů mezi požadavky a zdroji a také existuje velké množství variant řešení, kdy výběr nejvhodnější z nich není v okamžiku jeho formulace zřejmý.

Rozhodovací proces lze rozdělit do následujících fází (Fábry, 2007, str. 8-10)

- Definice problému

V reálném systému se zjistí existence problému. Včasné rozpoznání může rozhodovacímu subjektu ušetřit finanční prostředky. Samozřejmě je nutné dokázat problém jasně a přesně definovat pro potřeby matematického modelování.

- Ekonomický model

Popis modelu nesmí být příliš složitý a musí vystihovat podstatné rysy. Rozhodnutí o tom, co je a co není podstatné, je často klíčovou otázkou této fáze, která může ovlivnit kvalitu rozhodnutí. Ekonomický model lze definovat jako podrobný slovní popis problému a částí, které s tímto problémem souvisí. Je zapotřebí popsat všechny procesy a činitele. Zpočátku je nutné klasifikovat cíl, kterého chceme dosáhnout (zvýšení zisku, minimalizace nákladů apod.) V této fázi je důležitý dialog mezi rozhodovatelem a analytikem, aby nedošlo k žádným nejasnostem.

- Matematický model

Vyjadřuje převedení ekonomického modelu do světa exaktních věd. Jednotlivé části ekonomického modelu se stávají parametry, proměnnými, funkcemi, rovnicemi, nerovnicemi, ale i síťovými grafy. Důležitý je výběr nejvhodnějšího a pokud možno co nejjednoduššího přístupu z jednotlivých disciplín matematického modelování, které nabízí nepřebernou škálu modelů, postupů a metod.

- Řešení úlohy

Samotné vyřešení úlohy je spíše technickou záležitostí. Problém analytik řeší pomocí výpočetní techniky a vhodného softwarového vybavení. Řešením úlohy rozumíme zápis matematického modelu v kódu či prostředí příslušného softwarového systému a následné spuštění určitého nástroje, který analytikovi poskytne požadované výsledky.

- Interpretace výsledků a verifikace modelu

Interpretací výsledků rozumíme slovní vyjádření či vysvětlení numerických výsledků získaných v předchozí fázi při řešení úlohy. Analytik musí správně formulovat informace na otázky rozhodovatele. Při interpretaci se analytik vrací zpět přes matematický model až k ekonomickému modelu, jehož termíny jsou zadavateli problémů známé.

Verifikace modelu je ověření správnosti sestaveného modelu a posouzení reálnosti získaných výsledků. Již předem dokáže zkušený analytik odhadnout interval, ve kterém se budou dané hodnoty proměnných pohybovat. I u jednodušších modelů hrozí chyby zaviněné špatnou formulací modelu (např. opomenutí podmínky ovlivňující proces).

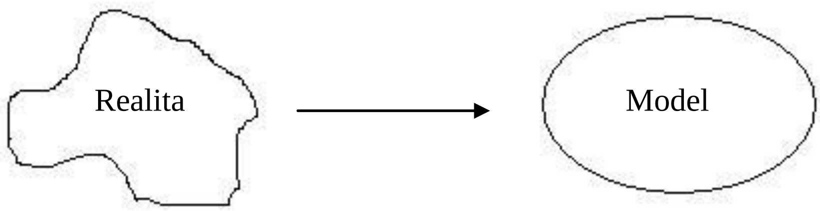
- Implementace

Poslední fáze následuje až po úspěšné verifikaci modelu a je to završení celého rozhodovacího procesu. Zadavatel získal od analytika reálné výsledky, kterým rozumí a je na něm, aby tyto výsledky uvedl do praxe. Cílem implementace je samozřejmě zlepšit fungování systému.

2. Matematické modelování distribučních úloh

Model představuje zjednodušenou formu reality. Zaměřuje se na části, které jsou z hlediska cíle analýzy důležité. Činnost zaměřená na konstrukci modelu se nazývá modelování.

Obr. č. 2.1: Model



Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Úspěch matematického modelování závisí na správně formalizovaných poznatcích o realitě. Matematický model objektivním způsobem znázorňuje jevy a procesy reálného světa matematickými prostředky. (Hebák, 2004)

Matematický model úlohy lineárního programování má stejnou strukturu jako model ekonomický (Jablonský, 2007, str. 21):

- Cíl analýzy je v matematickém modelu vyjádřen jako lineární funkce z = f (x), jejíž extrém je třeba nalézt. Tato funkce se označuje jako účelová nebo kriteriální funkce.
- Každému procesu z ekonomického modelu je v matematickém modelu přiřazena jedna proměnná (tyto proměnné jsou označovány jako strukturní proměnné modelu). Hodnoty těchto proměnných lze potom interpretovat jako úrovně jednotlivých procesů.
- Činitelům odpovídají v matematickém modelu úlohy lineárního programování lineární rovnice či nerovnice.

  Tyto lineární rovnice či nerovnice vyjadřují vlastní omezení daného problému. Kromě daných omezení se v modelu vyskytují i podmínky, zaručující nezápornost všech proměnných.

Distribuční úlohy

Distribuční úlohy se vyznačují některými speciálními vlastnostmi od klasických úloh lineárního programování, ať už se jedná o strukturu modelu nebo metodu jejich řešení, které jsou u nich efektivnější než metody obecné. Tato kapitola se bude zabývat formulací vybraných distribučních problémů.

2.1 Obecná formulace dopravního problému

Dopravní problém je distribuční úloha, která řeší otázku přepravy určitého zboží či materiálu z výchozích do cílových míst při minimálních dopravních nákladech. Cílem řešení je navrhnout dopravu tak, aby byly uspokojeny požadavky cílových míst a nebyly překročeny limity zdrojů.

Předpoklady formulování dopravní úlohy (Liška, 2005):

- Přepravuje se stejnorodý produkt od dodavatelů k odběratelům
- Mezi dodavatelem a odběratelem je nejvýše jedna dopravní cesta
- Dopravní cesta nemá omezenou kapacitu
- Dopravní náklady jsou přímo úměrné přepravovanému množství

Tab. č. 2.1: Ekonomický model dopravního problému

Zdroje	Cílová místa				Kapacity zdrojů
	O_1	O_2	…	O_n	
D_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	c_{1n} x_{1n}	a_1
D_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	c_{2n} x_{2n}	a_2
. . .	. . .	. . .		. . .	. . .
D_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}	a_m
Požadavky cíl. míst	b_1	b_2	…	b_n	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013, podle (Jablonský, 2007, str. 92) kde: D_i………….. i-tý dodavatel (zdroj)

m…………… počet dodavatelů

O_j………….. j-tý odběratel (cílové místo)

n……………. počet odběratelů

a_i…………….kapacita i-tého dodavatele

b_j…………… požadavek j-tého odběratele

c_{ij}…………....náklady na přepravu jedné jednotky zboží z i-tého zdroje na j-té cílové místo

x_{ij}…………....objem přepravy mezi i-tým zdrojem a j-tým cílovým místem

Matematický model vyrovnaného dopravního bude obsahovat mn proměnných x_{ij} vyjadřující objem přepravy, dále bude obsahovat m+n vlastních omezení. Prvních m omezení představuje bilanci pro jednotlivé zdroje, zbývajících n omezení přísluší jednotlivým cílovým místům. V tomto případě se jedná o vyrovnaný dopravní problém.

Ve většině případů se však zdroje nerovnají požadavkům cílových míst. V dopravním problému, kde

$$\sum_i a_i \neq \sum_j b_j \tag{1}$$

se úloha musí převést do vyrovnaného dopravního problému přidáním fiktivního zákazníka nebo zdroje. Z daného vzorce připadají v úvahu dvě varianty:

- Součet kapacit zdrojů převyšuje součet požadavků odběratelů
- Součet kapacit zdrojů nedosahuje velikosti součtu požadavků odběratelů

Součet kapacit zdrojů převyšuje součet požadavků odběratelů

Formulace matematického modelu:

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{2}$$

za podmínek:

- nepřekročení kapacity (nemusíme odvést všechno zboží)

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \qquad (3)$$

- uspokojení požadavků odběratelů

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m; j = 1,2,\ldots,n \quad (5)$$

Při řešení této varianty přidáme k modelu fiktivního odběratele, jehož požadavek bude roven rozdílu mezi celkovými zdroji a celkovými požadavky. V tabulce č. 1 se následující změna promítne přidáním nového sloupce. Ocenění nákladů na přepravu (c_{ij}) mezi zdrojem a odběratelem je u fiktivního odběratele rovno nule.

Součet kapacit zdrojů nedosahuje velikosti součtu požadavků odběratelů

Problémem s nedostatečnými zdroji vznikají další možnosti (Plevný, 2010):

- pokud zadání vyžaduje uspokojení všech odběratelů, je problém neřešitelný;
- pokud zadání vyžaduje uspokojení jen určitých odběratelů, je nutné v modelu zabezpečit uspokojení odběratelů z původních existujících zdrojů;
- pokud zadání vyžaduje uspokojení odběratelů v maximální možné míře, je v podstatně jedno, kteří odběratelé budou uspokojení v plné míře

Formulace matematického modelu:

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad (6)$$

za podmínek:

- využití celé kapacity

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \qquad (7)$$

- někteří zákazníky nebudou zcela uspokojeni

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (8)$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \quad (9)$$

Při řešení této varianty přidáme k modelu fiktivní zdroj, jehož kapacita bude rovna rozdílu mezi celkovými požadavky a celkovými zdroji. V tabulce č. 1 se následující změna promítne přidáním nového řádku. Ocenění nákladů na přepravu (c_{ij}) mezi zdrojem a odběratelem je řešeno podle původního zadání.

- Pokud v úloze existuje prioritní odběratel, oceníme trasu z fiktivního zdroje k tomuto odběrateli vysokým kladným číslem, což má za následek, že tato trasa nebude použita a požadavky tohoto odběratele budou uspokojeny z reálných zdrojů. Jestliže v řešení i přes tuto pokutu bude použit fiktivní zdroj, znamená to, že není možné plně uspokojit tohoto odběratele.
- Pokud v úloze neexistují prioritní odběratelé, je ocenění nákladů na přepravu (c_{ij}) mezi fiktivním zdrojem a odběratelem rovno nule

2.2 Vícestupňové dopravní problémy

Cíl optimalizačního dopravního problému je stále stanovení přepravního plánu tak, aby náklady na přepravu zboží od dodavatelů k odběratelům byly minimální. Tento plán se splní uspokojením požadavků odběratelů nebo vyčerpáním zdrojů.

Optimalizační dopravní modely lze rozdělit pomocí dvou hledisek (Šubrt, 2005):

- Počtu stupňů (jednostupňové, dvoustupňové, vícestupňové)
- Počtu rozměrů (dvourozměrné, vícerozměrné)

Počet stupňů představuje počet dopravních uzlů, kterými zboží (materiál, výrobek) musí při cestě mezi dodavatelem a odběratelem projít. Při přímé přepravě se jedná o jednostupňový dopravní problém, při cestě přes mezisklad se jedná o dvoustupňový dopravní problém, je-li nutno realizovat transport přes dva mezisklady, jedná se o úlohu vícestupňovou. Dvou a vícestupňové modely bývají též nazývány dopravní modely s tranzitem.

Počet rozměrů značí míru složitosti přepravy. Pokud model představuje dopravu mezi výchozím a cílovým místem (odkud, kam), jedná se o úlohu dvourozměrnou. Třírozměrná dopravní úloha k tomu navíc sleduje i využití dopravních prostředků (odkud, kam, čím).

Předpokladem správného modelování dvoustupňového dopravního problému je splnění následujících podmínek (Šubrt, 2005):

- existence tras mezi každou dvojicí dodavatel-mezisklad a mezisklad-spotřebitel,
- dostatečná kapacita meziskladů pro realizaci přepravy,
- libovolná dělitelnost transportovaného materiálu,
- lineární závislost nákladů na množství transportovaného materiálu.

Formulace matematického modelu (Šubrt, 2005):

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} d_{jk} y_{jk} \qquad (10)$$

za podmínek:

- nepřekročení kapacity dodavatelů

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \qquad (11)$$

- nepřekročení objemů meziskladů

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (12)$$

- omezení výdajů z meziskladů

$$\sum_{k=1}^{r} y_{jk} \le b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (13)$$

- uspokojení požadavků odběratelů

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = p_k \qquad k = 1,2,\ldots,r \tag{14}$$

$$x_{ij} \geq 0; y_{jk} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \; j = 1,2,\ldots,n \tag{15}$$

- požadavky odběratelů nemohou překročit celkové kapacity dodavatelů nebo objemy meziskladů

$$\sum_{j=1}^{n} b_j \geq \sum_{k=1}^{r} p_k ; \sum_{i=1}^{m} a_i \geq \sum_{k=1}^{r} p_k \tag{16}$$

kde: m…………… počet dodavatelů

n……………. počet meziskladů

r……………..počet odběratelů

a_i…………….kapacita i-tého dodavatele

b_j…………… objem j-tého meziskladu

p_k…………....požadavek k-tého odběratele

c_{ij}…………....náklady na přepravu jedné jednotky zboží od i-tého dodavatele k j-tému meziskladu

d_{jk}…………….náklady na přepravu jedné jednotky zboží od j-tého meziskladu ke k-tému odběrateli

x_{ij}…………....objem přepravy mezi i-tým dodavatelem a j-tým meziskladem

y_{jk}………….... objem přepravy mezi j-tým meziskladem a k-tým odběratelem

Při rovnosti kapacit, objemů a požadavků (dodavatelé nabízejí stejné množství, jako je kapacita meziskladů a požadavky odběratelů) se může dvoustupňová dopravní úloha převést na dvě jednostupňové.

2.3 Obecný distribuční problém

Distribuční úloha, která je podobná dopravnímu problému především svým matematickým modelem. Na rozdíl od dopravního problému nejde o rozdělování zdrojů převážením k odběratelům, ale zabývá se rozdělením činností, které vedou k výrobě nového výrobku. Kapacita ani požadavky nejsou zadány ve stejných jednotkách a je potřeba mít v modelu převodní koeficienty (k_{ij}), které popisují vztah za časovou jednotku mezi i-tým zdrojem při výrobě j-tého druhu výrobku.

Matematický model bude vypadat podobně jako u dopravní úlohy, pouze vzorec (4) zabezpečující splnění požadavků, se upraví pomocí koeficientu výkonnosti, který umožní přepočet na stejné jednotky. Matematický model lze tedy zapsat následovně (Jablonský, 2007):

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{17}$$

za podmínek:

- nepřekročení kapacity

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{18}$$

- uspokojení požadavků odběratelů

$$\sum_{i=1}^{m} k_{ij} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \tag{19}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \tag{20}$$

kde: m…………… počet zdrojů

n……………. počet požadavků (druhů výrobků)

a_i…………… kapacita zdrojů (výrobních linek, strojů)

b_j………….... požadavky odběratelů (v kusech)

k_{ij}……………převodní koeficienty popisující vztah mezi i-tým zdrojem a j-tým požadavkem

c_i…………….cenové koeficienty, které mohou ohodnocovat hodinu provozu i-tého zdroje

x_{ij}……………počet hodin provozu i-tého zdroje při výrobě j-tého výrobku

2.4 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problém, někdy označován jako úloha obchodního cestující, má za úkol propojit místa okružním spojením s vybraným výchozím stanovištěm. Typický příklad je nalezení optimální trasy pro obchodního zástupce firmy, který musí navštívit všechny své klienty (na základě tohoto příkladu vzniklo dříve uvedené označení úloha obchodního cestujícího. Cílem okružního problému je nalezení nejkratšího cyklu mezi *n* místy. Snaží se najít takovou posloupnost, ve které se každé město vyskytuje právě jednou a pak se vrací do výchozího místa, aby součet sazeb (vzdáleností, nákladů na cestu, celkový čas) v této posloupnosti byl minimální.

Nalezení optimálního řešení je v této úloze velmi náročné, hlavně s přibývajícím počtem míst, protože počet omezujících podmínek v matematickém modelu roste exponenciálně. Používají se proto speciální algoritmy, které poskytují určitá ekonomická optima (např. metoda větví a hranic, hledání nejbližšího souseda)

Okružní problém se dá rozdělit podle počtu okružních spojení na:

- jednookruhový
- víceokruhový

V dynamické úloze obchodního cestujícího může kdykoli při realizaci jízdy přibýt další zákazník. Ten je zařazen do předem naplánovaného okruhu, respektive zbývající části okruhu, které musí vozidlo absolvovat.

Základní přístupy zařazení nově vzniklých požadavků do předem naplánované trasy (Fábry, 2006, str. 14):

- Re-optimalizace

Analytik zařadí nového zákazníka mezi zákazníky, které vozidlo ještě nenavštívilo a nalezne optimální trasu. Tato metoda je výhodná vzhledem k minimalizaci účelové funkce, ale s velkým počtem zákazníků je problém náročný na výpočetní techniku. Pokud je frekvence vzniku nových požadavků také vysoká, může opět vést k úplnému zahlcení systému.

- Vkládací algoritmus

Nový zákazník je zařazen mezi dva po sobě následující zákazníky, kteří mají být navštíveni. Nejvhodnější dvojice zákazníků nejméně prodlouží stávající trasu. Jedná se o heuristický postup, proto nemusí poskytovat optimální řešení. Avšak náročnost tohoto přístupu je oproti předchozímu menší. Tento postup je výhodné použít v případu časového nedostatku.

Použití těchto přístupů nebo jejich kombinace v praxi závisí na charakteru firmy.

2.5 Rozvozní úlohy

Rozvozní úlohy jsou určitou variací okružního dopravního problému. Vycházejí ze stejného základu, ale uvažují nejen navštívení daného místa, ale i dodání určitého množství zboží z distribučního místa.

V rozvozní úloze je výchozí místo, kde je umístěno vozidlo o určité kapacitě, které musí uspokojit požadavky zákazníků.

Matematický model lze popsat následovně (Fábry, 2006):

minimalizace účelové funkce:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{21}$$

za podmínek:

- navštívení každého zákazníka pouze jednou

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 2,3,\ldots,n \tag{22}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 2,3,\ldots,n \tag{23}$$

- podmínka zamezující vznik cyklů neobsahující výchozí místo

$$u_i + q_j - V(1 - x_{ij}) \le u_j \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,n \tag{24}$$

- nepřekročení kapacity vozidla

$$q_i \leq u_i \leq V \qquad i = 2,3,\ldots,n \qquad (25)$$

Proměnná x_{ij} je bivalentní nabývající hodnoty 1, pokud vozidlo jede z místa z i-tého místa do j-tého místa.

Při uvažování dynamického problému rozvozní úlohy je nutné, aby mělo vozidlo dostatečnou zásobu zboží pro uspokojení nových požadavků, jinak by se vracelo zpět do výchozího místa a přepravní náklady by vzrostly.

Varianty rozvozního problému (Neo research group, 2006):

- Kapacitně omezený VRP
- Stochastický VRP
- Periodický VRP
- VRP s více sklady
- VRP s rozdělenými dodávky
- VRP s možností vrácení zboží
- VRP s časovým omezením odběratelů

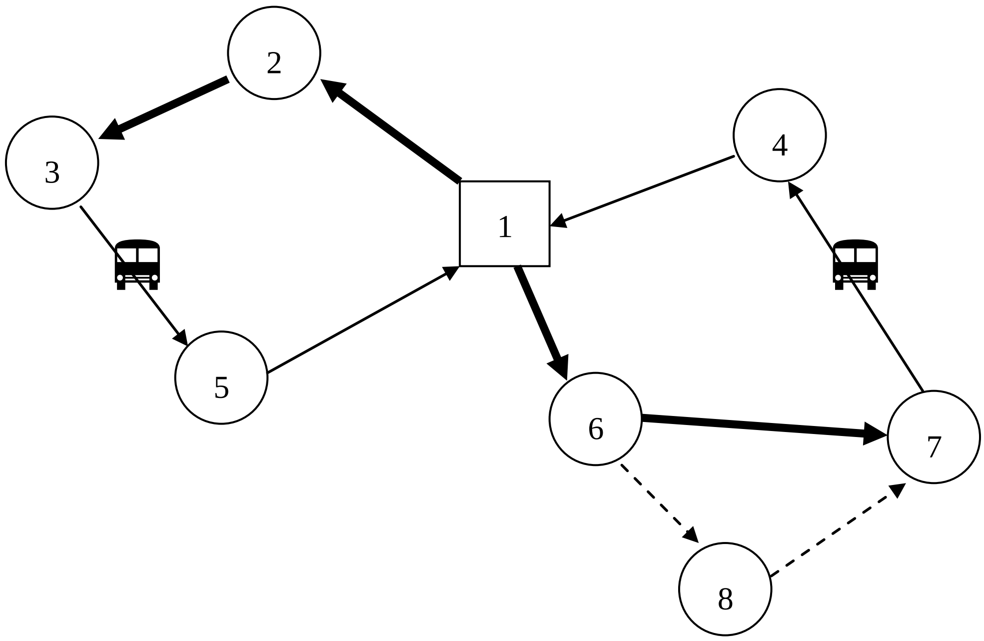
Rozvozní problém lze rozdělit (Fábry, 2006):

- Rozvozní úloha s jedním vozidlem
- Rozvozní úloha s více vozidly v jednom výchozím místě
- Rozvozní úloha s více vozidly v několika výchozích místech
- Rozvozní úloha s dělenou dodávkou

Rozvozní úloha s více vozidly v jednom výchozím místě

Oproti základní variantě s jedním vozidlem, kde v případě větších požadavků zákazníků musí vozidlo absolvovat několik tras se tato úloha liší tím, že lze využít více vozidel. V základní variantě může dojít k tomu, že někteří zákazníci mohou na obsluhu čekat příliš dlouho. To může vést k jejich nespokojenosti. Využití více vozidel v rozvozní úloze zkrátí čas doby obsluhy zákazníků. Problém při využívání více vozidel může nastat při použití vkládacího algoritmu, kdy dodatečný zákazník prodlouží více celkovou trasu než by se stalo při využití pouze jednoho vozidla.

Obr. č. 2.2: Rozdíl při využití vkládacího algoritmu u rozvozní úlohy s jedním a více vozidly



Zdroj: Vlastní zpracování, 2013, podle (Fábry, 2006, str. 94)

Na Obr č. 2.2 jsou zákazníci č. 2, 3, 5 obsluhování prvním vozidlem, zákazníci č. 6, 7, 4 druhým vozidlem. Pokud nový požadavek zákazníka přijde v době, jaký je znázorněn (první vozidlo je mezi třetím a pátým zákazníkem a druhé vozidlo mezi sedmým a čtvrtým zákazníkem) bude nový zákazník zřejmě obsloužen druhým vozidlem po návštěvě čtvrtého zákazníka. Pokud by však jelo pouze jedno vozidlo, tak by zákazník byl obsloužen po jeho návratu na výchozí místo (změna trasy je znázorněna přerušovanou čarou) Rozdíl v délce tras je zřejmý.

Je ovšem důležité určení optimálního počtu vozidel, v některých případech bude výhodnější, když se nevyužije celková kapacita vozového parku. Samozřejmě je nutné splnit požadavek, že celkové náklady nesmí překročit kapacitu všech vozidel. Pokud místo minimalizaci celkové trasy (Fábry, 2006)

3. Popis základních metod řešení dopravních situací

Při řešení dopravních situací by použití simplexové metody, která je nejrozšířenější při hledání optimálních řešení úloh lineárního programování, znamenalo zbytečné ztížení výpočtu (o simplexové metodě se můžeme více dozvědět např. v literatuře – Macek, Mainzová, 1995). Proto se při řešení dopravních úloh využívají speciální metody.

V úvahu mohou připadat tři kategorie možných řešení (Plevný, 2010):

- Libovolné přípustné řešení

Nalezení jakéhokoli řešení, při kterém budou splněny požadavky odběratelů a nepřekročeny kapacity dodavatelů. Použitelné v případě, kdy budou přepravní náklady na všech trasách přibližně shodné a časově náročnější metody hledání optimálního řešení by ztrácely smysl.

Klasická a nejjednodušší metoda pro nalezení řešení je metoda severozápadního rohu.

- „Dobré“ přípustné řešení

Využití heuristických metod, které hledají přibližně nejlepší řešení (záleží na kvalitě metody), avšak nezaručují nalezení optimálního řešení. Jedná se o rychlé a poměrně jednoduché metody.

Mezi nejvíce používané heuristické metody patří indexová metoda a Vogelova aproximační metoda.

- Optimální řešení

Jedná se o speciální metody zaručující nalezení optima, kdy nalezené výchozí přípustné řešení určitým postupem vylepšují, až po několika krocích dospějí k optimálnímu řešení.

Nejznámější metoda, která hledá optimální řešení dopravní úlohy, je metoda MODI.

Všechny dále uvedené metody budou vycházet ze stejného zadání vyrovnané dopravní úlohy a bude názorně předveden jejich postup.

Tab. č. 3.1: Zadání dopravního problému

Zdroje	Cílová místa				Kapacity zdrojů
	O_1	O_2	O_3	O_4	
D_1	12 x_{11}	11 x_{12}	8 x_{13}	11 x_{14}	20
D_2	13 x_{21}	12 x_{22}	9 x_{23}	12 x_{24}	90
D_3	11 x_{31}	11 x_{32}	11 x_{33}	14 x_{34}	90
Požadavky cíl. míst	50	50	50	50	200

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

3.1 Metoda severozápadního rohu

Základní řešení se získá obsazováním buněk tabulky, kdy se začíná vyplněním levého horního rohu a postupuje se směrem zleva doprava a shora dolů bez ohledu na výši přepravních nákladů. Vždy použije maximální možné množství, které je omezeno kapacitou zdroje nebo požadavkem cílového místa.

Metoda severozápadního rohu slouží jako výchozí krok pro metodu MODI.

Tab. č. 3.2: Řešení pomocí metody severozápadního rohu

Zdroje	Cílová místa				Kapacity zdrojů
	O_1	O_2	O_3	O_4	
D_1	12 20	11	8	11	20
D_2	13 30	12 50	9 10	12	90
D_3	11	11	11 40	14 50	90
Požadavky cíl. míst	50	50	50	50	200

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

3.2 Indexová metoda

Indexová metoda vyhledává minimální přepravní náklady v tabulce. Používá maximální možné množství až do výše požadavků odběratele nebo kapacity zdroje. Podle toho, jestli je omezeno požadavkem nebo zdrojem se škrtá daný sloupec nebo řádek. Indexová metoda až na výjimky přináší lepší řešení než metoda severozápadního rohu.

Problém může nastat na konci řešení při využití nadměrně drahé přepravy (např. k jednomu odběrateli vedou dvě nákladné cesty a jedna levnější, tento zdroj může být ale vyčerpán v prvních krocích indexové metody)

Tab. č. 3.3: Řešení pomocí indexové metody

Zdroje	Cílová místa				Kapacity zdrojů
	O_1	O_2	O_3	O_4	
D_1	12	11	8 20	11	20
D_2	13	12 10	9 30	12 50	90
D_3	11 50	11 40	11	14	90
Požadavky cíl. míst	50	50	50	50	200

Zdroj:Vlastní zpracování, 2013

Postup řešení:

Krok 1: nalezení 1. prvku s minimální hodnotou (x_{13}), byla vyčerpána kapacita 1. zdroje, daný řádek se může vyškrtnout

Krok 2: nalezení 2. prvku s minimální hodnotou (x_{23}), byl vyčerpán 3. požadavek, daný sloupec se může vyškrtnout

Krok 3: nalezení 3. prvku s minimální hodnotou (x_{31}), byl vyčerpán 1. požadavek, daný sloupec se může vyškrtnout

Krok 4: nalezení 4. prvku s minimální hodnotou (x_{32}), byla vyčerpána kapacita 3. zdroje, daný řádek se může vyškrtnout

Krok 5: nalezení 5. prvku s minimální hodnotou (x_{22}), byl vyčerpán 2. požadavek, daný sloupec se může vyškrtnout

Krok 6: uspokojení posledního požadavku a vyčerpání posledního zdroje

3.3 Vogelova aproximační metoda

Nejlepší heuristická metoda, která odstraňuje problém indexové metody. Vogelova aproximační metoda počítá s diferencí prvků (rozdíl dvou nejnižších hodnot v každém řádku a sloupci). Vybírá se řádek, sloupec s největší diferencí, kde rozdíl mezi první a druhou nejlepší variantou je nákladově nejnáročnější, zde se zvolí minimální sazba c_{ij} a následně se celá tabulka přepočítá. Metoda končí proškrtáním všech polí tabulky. (Plevný, 2010)

Tab. č. 3.4: Řešení pomocí Vogelovy aproximační metody

Zdroje	Cílová místa				Kapacity zdrojů
	O_1	O_2	O_3	O_4	
D_1	12	11	8 20	11	20
D_2	13	12 10	9 30	12 50	90
D_3	11 50	11 40	11	14	90
Požadavky cíl. míst	50	50	50	50	200

Zdroj:Vlastní zpracování, 2013

Postup řešení:

Krok 1: výběr největší diference (1. řádek) a nejmenší prvek x_{13}, nastává vyčerpání kapacity 1. zdroje, daný řádek se může vyškrtnout a přepočítají se nové sazby diference

Krok 2: největší diference je v 2. řádku a nejmenší prvek x_{23}, byl splněn požadavek 3. odběratele, škrtá se 3. sloupec

Krok 3: největší diference je v 3. řádku a nejmenší prvek x_{31}, nastává uspokojení 1. odběratele a daný sloupec se může škrtnout

Krok 4: největší diference je opět v 3. řádku, nejmenší prvek x_{32}, dochází k vyčerpání 3. zdroje

Krok 5: dochází k uspokojení požadavků zbylých odběratelů z 2. zdroje

3.4 Modifikovaná distribuční metoda

Tato metoda byla vyvinuta pro hledání optimálního řešení dopravní úlohy. Schéma je shodné se simplexovou metodou. Základní algoritmus lze popsat následovně (Plevný, 2010, str. 142):

- Určení výchozího řešení

Výběr nedegenerovaného řešení (všechny základní proměnné jsou nenulové) pomocí jedné z předchozích metod.

- Test optimality

Pro každou proměnnou x_{ij} máme k dispozici nerovnici $u_i + v_j \leq 0$

u_i představuje ocenění kapacit

v_j symbolizuje ocenění požadavku

1) pro každou bazickou proměnnou x_{ij} platí:

$$u_i + v_j - c_{ij} = 0 \tag{26}$$

2) pro každou nebazickou proměnnou x_{ij} platí:

$$u_i + v_j - c_{ij} < 0 \tag{27}$$

Jedna duální proměnná se položí hodnotě 0 a ostatní se určí pomocí řešení soustavy lineárních rovnic (26). Pokud je splněna ostrá nerovnost pro nebazické proměnné, nalezené řešení je optimální, pokud tato podmínka není splněna, pokračuje se k dalšímu kroku.

- Výpočet nového bazického řešení

Nové bazické řešení musí mít lepší hodnotu kriteriální funkce. Zvolí se jedna z proměnných x_{ij} jako vstupující proměnná, která má hodnotu ze vzorce (26) maximální se zatím neznámou hodnotou (+t). U bazických proměnných, na kterých se tato změna promítne, se najde proměnná s nejnižší hodnotou, kde se hodnota t odečítá. Následuje přepočet tabulky, upravení bazických proměnných a test optimality.

3.5 Metody řešení Okružního dopravního problému

Nezbytná informace při řešení okružních dopravních problémů je vzdálenostní matice (pokud účelová funkce minimalizuje najetou vzdálenost) která má rozměry n x n. První řádek je výchozí místo obchodníka. Ostatní řádky tvoří místa, které musí navštívit. V matici nejsou uvedeny body na diagonále (představující trasu z i-tého místa do i-tého místa) nebo mají vysokou hodnotu, která znemožní tuto možnost při řešení.

3.5.1 Metoda větví a mezí

Metoda větví a mezí se řadí mezi kombinatorické metody, která vznikla pro řešení problému celočíselného programování. Celočíselné úlohy mají konečný počet přípustných řešení a podstatou této metody je postupný rozklad množiny a výběru větve, která je více perspektivní pro hledání optimálního řešení.

„Techniky tohoto zkoumání se v různých aplikacích metody odlišují, avšak vždy sledují horní, resp. dolní hranici hodnot účelové funkce pro každou vzniklou podmnožinu přípustných řešení“ (Plevný, 2010, str. 157)

Postupný rozklad podmnožin se graficky znázorňuje ve tvaru stromu, jehož větve vznikají rozdělením původní množiny přípustných řešení. Rozdělené podmnožiny jsou disjunktní (nemají žádný společný průnik).

Při řešení problému obchodního cestujícího, který se snaží minimalizovat projetou vzdálenost mezi městy, se stanovují dolní meze účelové funkce na celé množině přípustných řešení pouhým sečtením řádkových a sloupcových minim z dané tabulky, kde větší číslo je přesnější dolní mez. Na dalších úrovní se poté rozvíjí uzly s nejnižšími hodnotami dolních mezí. Pokud je v nižším stupni uzlu menší hodnota dolní meze než v uzlu předchozím, není třeba tuto cestu dále rozvíjet, protože se optimální řešení v této části větve nenachází. Postup při maximalizační úloze by byl podobný, odlišoval by se pouze použitím horních mezí řádkových a sloupcových maxim. (Macek, Mainzová, 1995)

3.5.2 Hledání k-nejbližších sousedů

Hledání k-nejbližších sousedů je velmi jednoduchý algoritmus na pochopení, který velmi dobře slouží v praxi. Koeficient ”k“ značí, kolik nejbližších sousedů bude vyhledávat. Jedná se o nejjednodušší metodu pro okružní dopravní problém. Při řešení úlohy se zvolí výchozí bod a postupuje se hledáním k-tras s nejnižší sazbou. Poté se pokračuje přesunem do nejbližšího místa a opět se hledá nejnižší sazba z dosud nenavštívených míst. Tento postup pokračuje, dokud se neprojde všemi místy a z posledního místa se vrací do výchozího bodu. Metoda hledání nejbližších sousedů je pomalá v databázi s mnoha údaji, protože exponenciálně roste počet kombinací jak projít všemi místy.

4. Praktická část

V této části bakalářské práce bude představen podnik a jeho dopravní problém, který je hlavním předmětem práce, řešení a závěry z něho plynoucí.

Veškeré podklady využitelné k modelování dané situace a řešení dopravního problému byly získány po několika konzultacích s panem Petrem Zárubou.

4.1 Charakteristika podniku

Název:	Petr Záruba
IČO:	62195573
Právní forma:	Fyzická osoba podnikající dle živnostenského zákona nezapsaná v obchodním rejstříku
Adresa:	Přemyslovců 623/22, 400 07, Ústí nad Labem
Datum vzniku:	30. listopad 1994
Počet zaměstnanců:	3
Hlavní předmět podnikání:	- řeznictví a uzenářství - koupě zboží za účelem jeho dalšího prodeje

Firma Petr Záruba se zabývá zpracováním masa a jeho následným prodejem. V roce 2000 ke standardní distribuci masných výrobků v prodejnách v Ústí nad Labem přibyla i rozvozní činnost. Hlavní sortiment prodeje tvoří především tři druhy masa – vepřové, hovězí a kuřecí, které se nakupuje u různých dodavatelů a po zpracování se každý den rozváží v pojízdných masných prodejnách v okolí Ústí nad Labem.

4.2 Dodavatelé a požadavky zákazníků

Firma dovážela maso od tří hlavních dodavatelů:

- Vepřové maso dovážela z jatek Libochovice s.r.o.
- Hovězí maso nakupovala u firmy Háša s.r.o. sídlící v Teplicích
- Kuřecí maso dovážela z pobočky J&J Radoš nacházející se v Dubí

Ostatní uzeniny (párky, salámy, klobásy) jsou dováženy přímo do centrálního skladu, jejich dopravu zajišťuje firma Skaličan a.s.

Tab. č. 4.1: Celkové týdenní požadavky zákazníků (v kilogramech)

Druh masa	Týdenní požadavky	
	V roce 2012	V roce 2013
Hovězí	650	900
Kuřecí	300	550
Vepřové	750	1000

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Značný nárůst požadavků byl zapříčiněn přidáním nové trasy pro rozvoz masných výrobků.

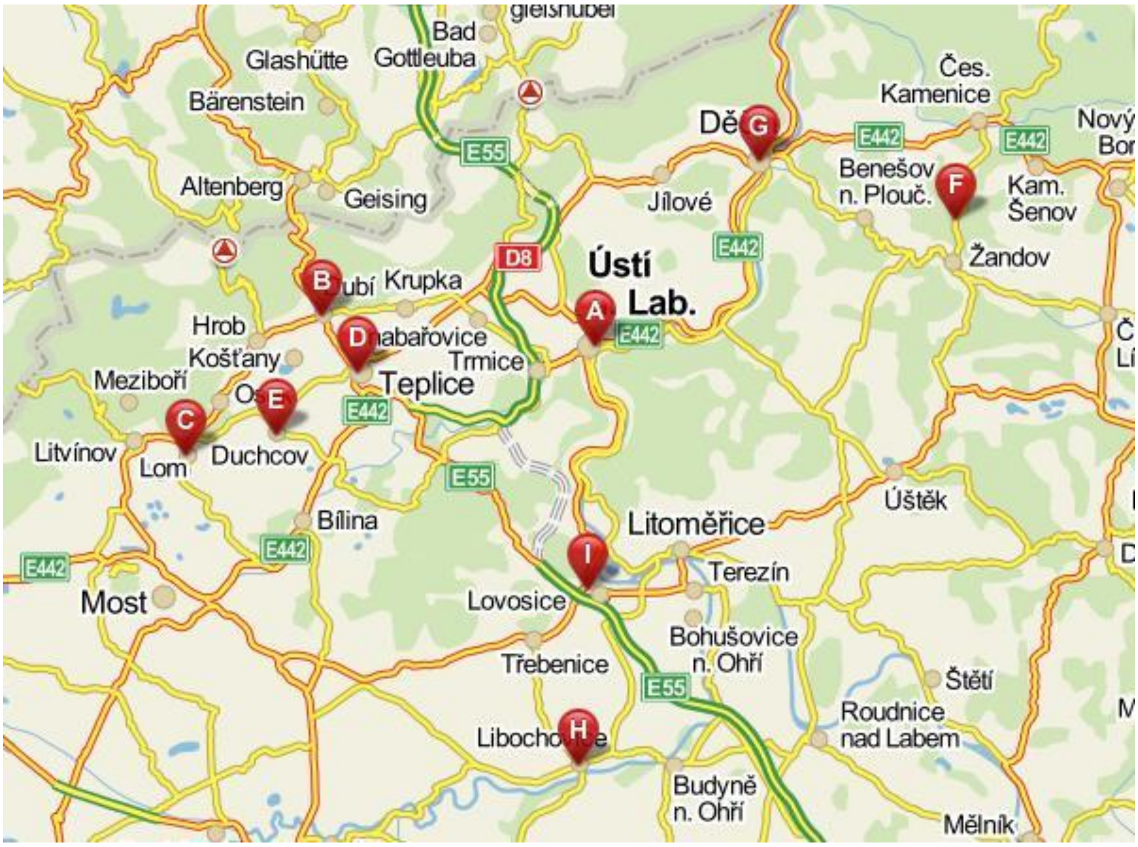
5. Rozbor dopravní úlohy

Na obr. č. 5.1 lze vidět různé dodavatele, které by Petr Záruba mohl využívat při zásobování kuřecím, hovězím a vepřovým masem. V roce 2012 využíval pouze dodavatele „H“ „D“ „B“.

Tato mapa dodavatelů byla ještě upravena dvěma kroky:

- Odstraněn dodavatel G a E z důvodu špatné kvality masa, respektive dřívější špatná spolupráce s firmou Petra Záruby.
- Odstraněn dodavatel F, jelikož se jedná o vzdáleného osamělého dodavatele, kterého by heuristická metoda ani neuvažovala.

Obr. č. 5.1: Mapa dodavatelů



Zdroj: mapy.cz, 2013

V Tab. č. 5.1 je uvedeno změněné označení dodavatelů. Písmeno „A“ představuje centrální sklad, který je v tabulce označen jako S. „B“ je firma J&J Radoš sídlící v Dubí a dále je označována jako D_1, „C“ je označení pro firmu sídlící v Lomu a dále je prezentována jako D_2, „D“ je teplická firma Háša s.r.o. označována jako D_3, „H“ neboli jatka Libochovice jsou v tabulce uvedeny jako D_4, poslední dodavatel D_5 sídlící v Lovosicích je označen na mapě jako písmeno „I“.

Celkové přepravní náklady v roce 2012 byly 222 km. Byly zde zahrnuty cesty vozidlem s kapacitou 800 kg, které jezdilo do Libochovic a Teplic a cesta vozidla s kapacitou 500kg, které jezdilo do Dubí (k určení přepravních nákladů využita Tab. č. 5.1 a přepravní koeficient 1,4, kterým se násobí vzdálenost u vozidla s kapacitou 800 kg). Pokud by firma chtěla zachovat dané trasy i v roce 2013 a využívala by dodavatele v Lomu, který nabízí všechny druhy masa, zvedly by se přepravní náklady na 294 km. V tomto případě by však nebyly celkové požadavky na kuřecí maso splněny a navíc by tato varianta špatně reagovala na zvyšující se poptávku, protože by všechna vozidla jezdila s plnou kapacitou. Pokud bychom uvažovali o splnění všech požadavků zákazníků, tak by celkové náklady na přepravu stouply na 322,8 km.

Tab. č. 5.1: Matice vzdáleností vybraných dodavatelů

	S	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
S	x	23	36	22	38	24
D_1	23	x	15	6	42	30
D_2	36	15	x	15	41	36
D_3	22	6	15	x	36	25
D_4	38	42	41	36	x	16
D_5	24	30	36	25	16	x

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Upravení metody „Hledání k-nejbližších sousedů“

Při řešení dopravní úlohy byla nutnost upravení určité metodiky, jelikož dopravní problém měl řadu omezení, která zamezovala použití klasických způsobů řešení.

- Základní metody řešení dopravního problému (metoda severozápadního rohu, indexová metoda, Vogelova aproximační metoda a modifikovaná distribuční metoda) uvažují jen o přímé dodávce od dodavatele do centrálního skladu a nepočítají s jednou trasou, kde by mohlo vozidlo navštívit dva různé dodavatele, každého s jiným druhem masa.

- V optimálním řešení nenavštívíme všechny dodavatele (pouze jeden dodavatel má omezenou kapacitu zdrojů, respektive kapacita ostatních dodavatelů převyšuje požadavky firmy několikanásobně a proto o nich nemusíme uvažovat)

Nejvhodnější je metoda hledání nejbližších sousedů, která však bez úprav při řešení daného problému nebude možné použít. V kapitole 3.5 byla přiblížena základní charakteristika této metody. Pro použití při řešení daného dopravního problému nešla ovšem použít (metoda by hledala další nejbližší nenavštívená místa) a v optimálním řešení nebudou zahrnuti tři různí dodavatelů se stejným druhem masa, když firma může dovážet maso pouze od jednoho z nich.

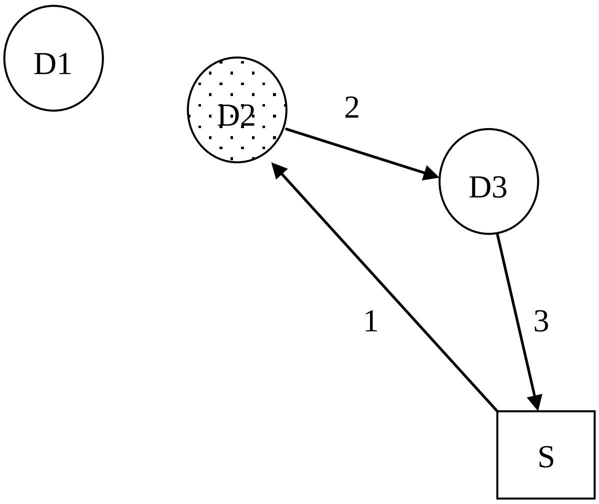
Heuristický způsob řešení proto musí uvažovat o:

- nejbližším dodavateli k-tého druhu masa
- dodavateli, který vytvoří s předchozím dodavatelem a centrálním skladem nejlepší spojení
- kontrole, jestli spojení s druhým nejbližším dodavatelem a jeho spojovacím dodavatelem nevytvoří lepší spojení

Navržená heuristická metoda má tento postup:

- Krok 1: Nalezení nejbližšího dodavatele pro určitý druh masa.
- Krok 2: Nalezení spojení s nejbližším dodavatelem s jiným druhem masa.
- Krok 3: Kontrola, jestli druhý nejbližší dodavatel nevytvoří lepší spojení.
- Krok 4:
  a) Pokud je kapacita vozidla naplněna při prvním kroku, pokračuje vozidlo zpět do skladu.
  b) Pokud vozidlo má volnou kapacitu, pokračuje k dalšímu dodavateli s jiným druhem masa, doplní volnou kapacitu a vrací se zpět do skladu.
- Krok 5: Pokračuje se zpět k prvnímu kroku, dokud nebudou požadavky zákazníků uspokojeny.

Obr. č. 5.2: Heuristická metoda upravení hledání k-nejbližších sousedů



Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Na obrázku je zaznamenán sklad a tři dodavatelé, zboží A má ve svém sortimentu druhý dodavatel, zboží B nabízejí první a třetí dodavatel. V prvním kroku se najde druhý dodavatel jako nejbližší dodavatel zboží A, od něj se pak pokračuje do skladu přes třetího dodavatele (i když je první dodavatel blíže k druhému, tak celková trasa, která by spojovala druhého dodavatele přes prvního dodavatele do centrálního skladu je delší než spoj přes třetího dodavatele)

5.1 Definice problému

Nárůst poptávky zákazníků způsobil, že kapacita vozidla nestačí na přímou dodávku určitého druhu masa.

5.2 Ekonomický model

Firma Petr Záruba rozvážející masné výrobky potřebuje uspokojit týdenní požadavky zákazníků. Celkové požadavky zákazníků jsou 1000 kg vepřového masa, 550 kg kuřecího masa a 900 kg hovězího masa. K dispozici má pět různých dodavatelů D_1-D_5, které tyto druhy masa nabízejí, ale ne každý dodavatel má všechny druhy masa v sortimentu. Jejich vztahy jsou uvedeny v Tab. č. 5.2 pomocí bivalentních proměnných (1 – maso může být nakoupeno u dodavatele 0 – maso nelze nakoupit). Vepřové a hovězí maso se nakupuje po 100 kg baleních. Přepravní náklady jsou úměrné vzdálenosti subjektů uvedených v Tab. č. 5.1. K přepravě firma využívá dva druhy vozidel, 1. vozidlo s kapacitou 500 kg a 2. vozidlo s kapacitou 800 kg. Náklady na přepravu masa pomocí vozidla s kapacitou 800 kg jsou dále upraveny koeficientem 1,4. Tento koeficient počítá s větší spotřebou paliva a větší pořizovací cenou auta. Firma má dále speciální požadavky:

- Po prvních dvou jízdách (využití obou vozidel) musí dovezené množství každého druhu masa dosahovat alespoň 40% celkových požadavků.

Tato podmínka zaručuje čerstvost masa. Nemůže se stát, aby v první polovině týdne firma nakoupila celkové množství jednoho druhu masa a to nabízela v průběhu celého týdnu

- Od dodavatele 4 musí dovést alespoň 500 kg vepřového masa.

Se čtvrtým dodavatelem firma spolupracuje už několik let a přání majitele bylo nadále udržovat tento vztah.

Problémem firmy Petr Záruba, který je potřeba vyřešit, je naplánovat dopravu tak, aby celkové náklady na přepravu byly co nejnižší.

Tab. č. 5.2: Popis dodavatelů a jejich sortimentu

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
Kuřecí	1	1	0	0	0
Vepřové	0	1	0	1	1
Hovězí	0	1	1	0	1

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

5.3 Matematický model

$$\min z = \sum_{v=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_v c_{ij} x_{ij}^v \tag{28}$$

Za podmínek:

- nepřekročení kapacity vozidel (Q_v)

$$500 < y_{1i}^1 + y_{2i}^1 + y_{3i}^1 \tag{29}$$

$$800 < y_{1i}^2 + y_{2i}^2 + y_{3i}^2 \tag{30}$$

$$500 < y_{1i}^3 + y_{2i}^3 + y_{3i}^3 \tag{31}$$

$$800 < y_{1i}^4 + y_{2i}^4 + y_{3i}^4 \tag{32}$$

- splnění požadavků zákazníků (b_k)

$$y_{1i}^v \geq 550 \tag{33}$$

$$y_{2i}^v \geq 1000 \tag{34}$$

$$y_{3i}^v \geq 900 \tag{35}$$

- nepřekročení zdrojů prvního dodavatele

$$y_{11}^v \leq 300 \tag{36}$$

- minimální odběr masa od čtvrtého dodavatele

$$y_{24} \geq 500 \tag{37}$$

- speciální podmínka zaručující požadované množství masa po dvou jízdách

$$y_{1i}^{1,2} \geq 0,4 * 550 \tag{38}$$

$$y_{2i}^{1,2} \geq 0,4 * 1000 \tag{39}$$

$$y_{3i}^{1,2} \geq 0,4 * 900 \tag{40}$$

- omezení sortimentu dodavatelů

$$y_{ki} \quad \text{pro i = 1; k = 1}$$
$$\text{pro i = 2; k = 1,2,3}$$
$$\text{pro i = 3; k = 3}$$
$$\text{pro i = 4; k = 2}$$
$$\text{pro i = 5; k = 2,3} \tag{41}$$

- omezení vepřového a hovězího masa při nákupu

$$y_{2i} = \text{množství musí být dělitelné } 100 \quad (42)$$

$$y_{3i} = \text{množství musí být dělitelné } 100 \quad (43)$$

- obligátní podmínky

$$x_{ij}^{v} \in \{0,1\};\ i, j = 1, 2, 3, 4, 5;\ v = 1, 2, 3, 4 \quad (44)$$

kde: x_{ij}^{v} …………..vozidlo pojede mezi i-tým a j-tým místem j-tou trasou

c_{ij}……………přepravní náklady mezi i-tým místem a j-tým místem

k_v……………nákladový koeficient v-tého vozidla

m……………počet tras

n……………počet dodavatelských míst

Q_v…………...kapacita v-tého vozidla

b_k……………požadavek na k-tý druh masa

y_{ki}^{v} …………množství přivezeného k-tého druhu masa od i-tého dodavatele pomocí v-té trasy

5.4 Řešení úlohy

Při samotném řešení jsem neuvažoval o možnostech, které by nesplňovaly na konci omezující podmínky. Proto varianty, které nesplňovaly podmínky (38), (39) a (40) ohledně počtu dovezeného množství za první dvě jízdy, nebyly dále řešeny.

První krok směřoval ke splnění podmínky (37). Opět kvůli tomu, abych eliminoval co nejvíce možností řešení neodpovídající podmínkám.

První trasa určuje rozlišení na „a“ „b“ trasy, v dalších krocích je označení analytické.

1. krok

- 1. trasa – odběr masa od čtvrtého dodavatele

a) pomocí vozidla v_1

a_1) trasa S – D_4 – S, bylo převezeno 500 kg vepřového

b) pomocí vozidla v_2 (pokud by se naplnilo na plnou kapacitu, následující vozidlo v_1 by nebylo schopno splnit podmínky (38) a (40))

b_1) trasa S – D_4 – D_1 – S, bylo převezeno 500 kg vepřového, 300 kg kuřecího

b_2) trasa S – D_4 – D_5 – S, bylo převezeno 500 kg vepřového, 300 kg hovězího

b_3) trasa S – D_4 – D_1 – S, bylo převezeno 600 kg vepřového, 200 kg kuřecího

b_4) trasa S – D_4 – D_5 – S, bylo převezeno 600 kg vepřového, 200 kg hovězího

- 2. trasa – využití druhého vozidla (podmínka (34) již byla splněna a uvažuji jen o zbylých dvou druzích masa, jelikož heuristická metoda uvažuje maximálně o dvou dodavatelích na vozidlo)

a) pomocí vozidla v_2

$a_{1.1}$) trasa S – D_1 – D_3 – S, bylo převezeno 300 kg kuřecího, 500 kg hovězího

(Řešení $a_{1.2}$ – uvažuje nejdříve o navštívení dodavatele hovězího masa, ale celková trasa by byla stejné jako u řešení $a_{1.1}$)

b) pomocí vozidla v_1

$b_{1.1}$) trasa S – D_3 – S, bylo převezeno 500 kg hovězího

$b_{1.2}$) trasy, kde by dovezl jen 400 kg hovězího a 100 kg jiného druhu masa, by přidáním do řetězce S – D_3 – S nebyly optimální, protože by celková ujetá trasa byla moc dlouhá, a proto o nich neuvažuji.

$b_{2.1}$) trasa S – D_1 – D_3 – S, bylo převezeno 300 kg kuřecího, 200 kg hovězího

$b_{3.1}$) trasa S – D_1 – D_3 – S, bylo převezeno 100 kg kuřecího, 400 kg hovězího

$b_{4.1}$) trasa S – D_1 – D_3 – S, bylo převezeno 300 kg kuřecího, 200 kg hovězího (řešení $b_{2.2}$, $b_{3.2}$, $b_{4.2}$ vychází stejně jako trasy výše uvedené, a proto tyto duplikované údaje neuvádím)

Alternativní varianty spojení s druhým nejbližším dodavatelem nemá lepší řešení.

2. krok

Nyní jsem provedl průběžný mezisoučet přivezeného množství masa a souhrn dopravní úlohy.

Tab. č. 5.3: Množství přivezeného masa v jednotlivých trasách (v kilogramech)

Trasa	Přivezené množství (v kg)		
	Kuřecí	Vepřové	Hovězí
a_1	300	500	500
b_1	300	500	500
b_2	300	500	500
b_3	300	600	400
b_4	300	600	400

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Podle výše uvedené Tab. č. 5.3 je zřejmě, že některé trasy mají stejné množství přivezeného masa. V každé variantě je vyčerpána kapacita prvního dodavatele, proto jde kuřecí maso dovážet pouze od druhého dodavatele. Protože se jedná o třetího nejvzdálenějšího dodavatele a potřebné množství kuřecího masa je pouze 250 kg, bude v optimálním řešení tento dodavatel navštíven vozidlem s menší kapacitou, které má menší náklady na ujeté kilometry. To způsobí další odstranění nadbytečných variant a výpočet dopravního problému se zjednoduší a urychlí.

Dále je potřeba promyslet, jaký dopad bude mít aplikování heuristické metody nejbližšího dodavatele. První krok najde třetího dodavatele jako nejbližšího dodavatele hovězího masa, ten následně vytvoří s pátým dodavatelem nabízející vepřové maso nejlepší spojení. Problém nastává, pokud se na daný problém podíváme z druhé strany. Nejbližší dodavatel hovězího masa je dodavatel číslo pět. Ten je také schopný dodávat i maso vepřové, proto je jasné, že nejlepší spojení těchto dvou druhů masa tvoří dodávka od pátého dodavatele.

Upravená metoda hledání nejbližšího souseda vytvoří na každé vozidlo tři různé trasy, které mají tři další možnosti, jak bude výpočet pokračovat (metoda počítá s tím, že vozidlo se vrátí do skladu nebo navštíví dodavatele, které nabízejí zbylé dva druhy masa). Tyto trasy se však částečně budou navzájem krýt, a jelikož jsem vysvětlil, jak bude optimální výpočet dále pokračovat, je zbytečné uvádět varianty, které mají nulový dopad na výsledné řešení.

Třetí a čtvrtá trasa tudíž bude víceméně stejná u všech variant (rozdílné bude jenom dodávané množství). Vozidlo s menší kapacitou pojede k druhému dodavateli a vozidlo s větší kapacitou pojede k pátému dodavateli. Podle Tab. č. 5.3 nemusíme uvádět varianty b_1, b_2, b_4, které mají s variantami a_1 a b_3 stejné přivezené množství.

- 3. trasa – odběr masa od pátého dodavatele pomocí vozidla v_2

$a_{1.1.1}$) trasa S – D_5 – S, bylo přivezeno 500 kg vepřového, 300 kg hovězího

$b_{3.1.1}$) trasa S – D_5 – S, bylo přivezeno 400 kg vepřového, 400 kg hovězího

- 4. trasa – odběr masa od druhého dodavatele pomocí vozidla v_1

$a_{1.1.1.1}$) trasa S – D_2 – S, bylo přivezeno 250 kg kuřecího, 100 kg hovězího

$b_{3.1.1.1}$) trasa S – D_2 – S, bylo přivezeno 250 kg kuřecího, 100 kg hovězího

Celkové náklady na přepravu

Jednotlivé náklady na trasu se počítají pomocí vzorce:

$$k_v c_{ij} x_{ij} \tag{45}$$

kde: k_v koeficient vozidla

c_{ij} náklady na přepravu mezi i-tým místem a j-tým místem

x_{ij} bivalentní proměnná, 1 – využiji cestu mezi i-tým místem a j-tým místem, 0 – nevyužiji cestu

- První trasa

a_1) 1*(38+38) = 76

b_1) 1,4*(38+42+23) = 144,2

b_2) 1,4*(38+16+24) = 109,2

b_3) 1,4*(38+42+23) = 144,2

b_4) 1,4*(38+16+24) = 109,2

- Druhá trasa

$a_{1.1}$) 1,4*(23+6+22) = 71,4

$b_{1.1}$) 1*(22+22) = 44

$b_{2.1}$) 1*(23+6+22) = 51

$b_{3.1}$) 1*(23+6+22) = 51

$b_{4.1}$) 1*(23+6+22) = 51

- Třetí trasa

je pro všechny varianty stejná 1,4*(24+24) = 67,2

- Čtvrtá trasa

je pro všechny varianty stejná 1*(36+36) = 72

- Součet tras

a_1) 76 + 71,4 + 67,2 + 72 = 286,6

b_1) 144,2 + 44 + 67,2 + 72 = 327,4

b_2) 109,2 + 51 + 67,2 + 72 = 299,4

b_3) 144,2 + 51 + 67,2 + 72 = 334,4

b_4) 109,2 + 51 + 67,2 + 72 = 299,4

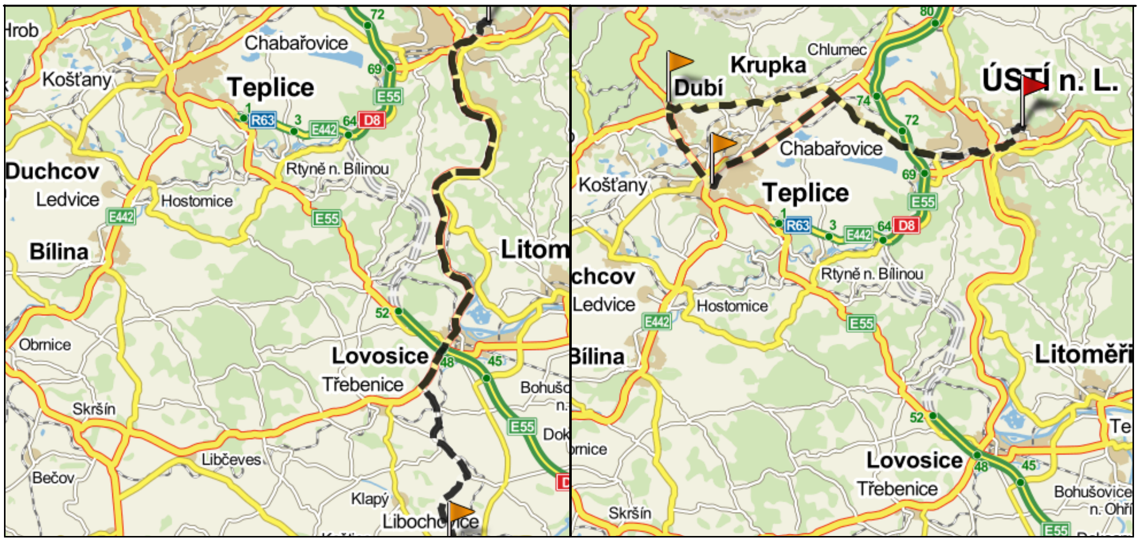
Optimální řešení je varianta a_1, která má minimální přepravní náklady.

5.5 Interpretace výsledků a verifikace modelu

Výsledné optimální řešení má přepravní náklady 286,6 km. Oproti výchozímu řešení, které mělo náklady na přepravu v hodnotě 322,8 km, se jedná o zlepšení v hodnotě 12,63%. To pro firmu, které přepravní náklady tvoří podstatnou část celkových nákladů, je výborný výsledek. Pokud tento výsledek převedeme na roční náklady, tak místo celkových 16785,6 km firma najede jen 14903,2 km což je o 1882,4 km méně.

Snížení nákladů o 12,63% vypadá jako reálný výsledek a pohybuje se v očekávaném intervalu. Z toho mohu usuzovat, že model je správně sestaven. (samozřejmě podle Obr. č. 5.3, 5.4 lze vidět, že výsledky jsou reálné)

Obr. č. 5.3: Optimalizace dopravního problému – trasy na pondělí

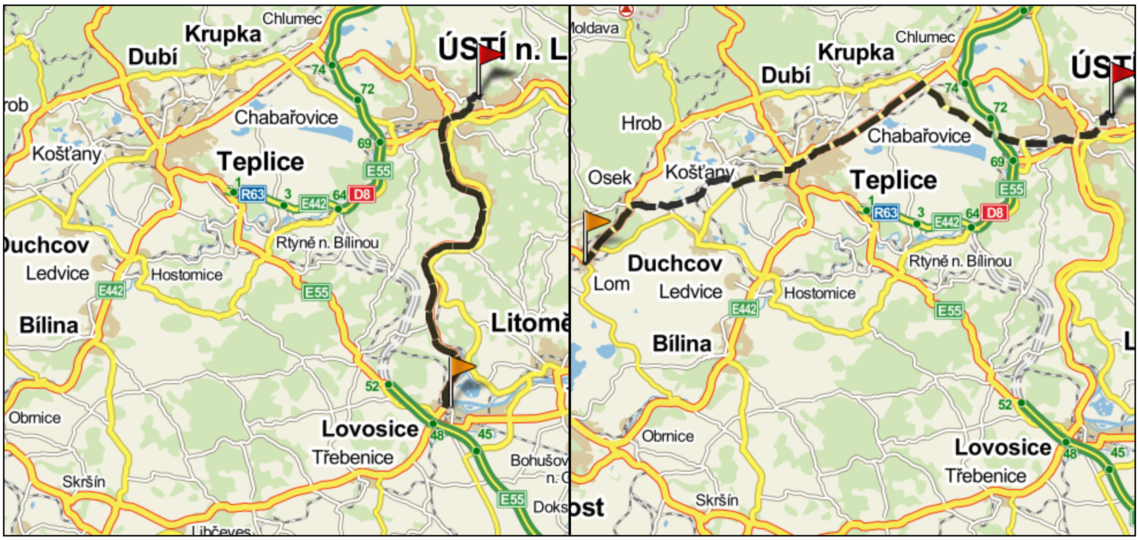


Zdroj: mapy.cz, 2013

V pondělí bych doporučil provést uvedené dvě trasy:

- První trasu procházející body Ústí nad Labem – Libochovice – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 500 kg a s nakoupením 500 kg vepřového masa.
- Druhou trasu procházející body Ústí nad Labem – Dubí – Teplice – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 800 kg a s nakoupením 300 kg kuřecího masa a 500 kg hovězího masa.

Obr. č. 5.4: Optimalizace dopravního problému – trasy na pátek



Zdroj: mapy.cz, 2013

Ve čtvrtek nebo pátek, podle aktuálních požadavků zákazníků a množství zbývajícího masa, bych doporučil tyto dvě trasy:

- První trasu procházející body Ústí nad Labem – Lovosice – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 800 kg a s nakoupením 500 kg vepřového masa a 300 kg hovězího masa.
- Druhou trasu procházející body Ústí nad Labem – Lom – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 500 kg a s nakoupením 250 kg kuřecího masa a 100 kg hovězího masa.

6. Závěr

Bakalářská práce byla zaměřena na představení dopravního problému a metod jeho řešení. Byly uvedeny základní charakteristiky i podrobnější informace, které vedly k lepšímu pochopení situace v praktické části.

Hlavním cílem této práce bylo optimalizovat dopravní problém firmy Petra Záruby. Po vymodelování dané situace bylo zjištěno, že se jedná o specifický problém, který nelze přesně zařadit mezi hlavní typy dopravní úlohy, ale má určitou spojitost s rozvozními úlohami. Při jeho řešení jsem musel upravit jednu ze známých metod řešení, aby se dala aplikovat na daný model úlohy a přitom poskytovala kvalitní údaje. Pomocí této upravené metody byl nadefinovaný problém optimalizován a vypočítány přepravní náklady. Výsledky byly poté porovnány s uvažovaným řešením a byly zformulovány trasy přepravy. Přestože byl problém řešen upravenou heuristickou metodou, tak dosažené řešení přineslo úsporu nákladů na přepravu ve výši 12,63%.

Řešený dopravní problém patří do třídy úloh NP-hard a jejich optimalizace je při větším obsahu velice náročná na čas i výpočetní techniku. I upravená metoda hledání N-nejbližších sousedů u menšího podniku poskytovala velké množství variant řešení a musel jsem uvažovat o jejich opatrném odstranění implementováním podmínek a omezení, aby výsledné heuristicky optimální řešení nezdegenerovalo.

Osobně si myslím, že řešení dopravních situací má velký potenciál pro další případné práce. Jelikož se tento obor stále vyvíjí a přicházejí nové a lepší algoritmy při řešení stále složitějších, individuálnějších problémů.

Optimalizace dopravního problému firmy Petra Záruby nabyla na důležitosti v době, kdy firma tyto změny podle mého doporučení v dopravních trasách provedla. Ovšem napadají mě i další případné změny v dané situaci např. využití vozidla s menší kapacitou frekventovaněji v průběhu týdne a nahrazení méně efektivnějšího vozidla s větší kapacitou.

7. Seznam tabulek a obrázků

8. Seznam použité literatury

FÁBRY, Jan. *Matematické modelování*. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2007, 146 s. ISBN 978-80-245-1266-2.

GROS, Ivan. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. 1.vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, 432 s. ISBN 80-247-0421-8.

HEBÁK, Petr. *Vícerozměrné statistické metody (1)*. 1. vyd. Praha: Informatorium, 2004, 239 s. ISBN 80-733-3025-3.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní metody pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007, 323 s. ISBN 978-80-86946-44-3.

MACEK, Jan a Eva MAINZOVÁ. *Základní metody operační analýzy*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1995, 159 s. ISBN 80-708-2200-7.

MORAVCOVÁ, Eva a Jitka BAŇAŘOVÁ. *Operační výzkum*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-TU, Ekonomická fakulta, 2003, 1 CD-ROM. ISBN 80-248-0365-8.

PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010, 296 s. ISBN 978-80-7043-933-3.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko matematické metody II: aplikace a cvičení*. Vyd. 2. Praha: ČZU PEF Praha ve vydavatelství Credit, 2005, 152 s. ISBN 80-213-0721-8.

8.1 Internetové a jiné zdroje

FÁBRY, Jan. *Dynamické okružní a rozvozní úlohy*. Disertační práce, VŠE-FIS, Praha 2006

LIŠKA, Miroslav. *Dopravní problém – formulace problému*. [online] 2005-12-22 [cit. 2013-03-13]. Dostupné z: http://www1.osu.cz/studium/mopv2/andrea/dp_form.htm

NEO RESEARCH GROUP. Networking and Emerging Optimalization. *Vehicle routing problem* [online]. 2006-06-9 [cit. 2013-04-7]. Dostupné z: http://neo.lcc.uma.es/vrp/

Abstrakt

MATRKA, O. *Složitější dopravní problém.* Bakalářská práce. Cheb: Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 49 s., 2013

Klíčová slova: operační výzkum, rozhodovací proces, dopravní problém, rozvozní úloha, hledání nejbližšího souseda, optimalizace

Tématem této bakalářské práce je složitější dopravní problém. Tato práce je rozdělena na čtyři hlavní části. První část představuje úvod do operačního výzkumu. Čtenář se seznámí s řešením rozhodovacího procesu. Druhá část charakterizuje dopravní problém a rozvozní úlohy a ukáže jejich modelování. Třetí část popisuje základní metody řešení dopravních problémů. Poslední část je zaměřena na optimalizaci dopravního problému firmy a návrhu nových tras vozidel.

Abstract

MATRKA, O. *Complicated transportation theory.* Bachelor thesis. Cheb: The Faculty of Economics University of West Bohemia in Pilsen, 49 p., 2013

Key words: operational research, decision-making process, transportation theory, vehicle routing problem, nearest neighbor search, optimalization

The main topic of this bachelor thesis is the complicated transportation theory. This work is divided into four parts. The first part is an introduction to operational research. The reader is introduced to decision-making process. The second part characterizes the transportation theory and vehicle routing problem and shows their modeling. The third part describes the basic methods for solving transportation theory. The last section is focused on the optimalization transportation theory of company and designs new routes of vehicles.