

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**  
**FAKULTA PEDAGOGICKÁ**  
**KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY**

**NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY V MATEMATICE**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

***Marika Stanisavljevičová***

Učitelství pro 1. stupeň základních škol

*Vedoucí práce: PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.*

Plzeň 2013

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracovala samostatně. Všechny zdroje či prameny, z nichž jsem při jejím zpracování čerpala, jsou citovány a uvedeny v seznamu použité literatury.

V Plzni dne .....

.....

podpis

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji vedoucí své diplomové práce PhDr. Šárce Pěchoučkové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady, připomínky a nápady, za její čas a ochotu.

Dále děkuji Mgr. Lence Koudelové za možnost vyzkoušet nestandardní aplikační úlohy v praxi a jejím žákům, kterým jsem úlohy zadávala, za ochotnou spolupráci.

## Obsah

1	ÚVOD .....	6
2	MATEMATICKÉ ÚLOHY .....	7
2.1	Rozdělení matematických úloh .....	8
2.1.1	Matematický obsah úlohy .....	8
2.1.2	Kognitivní náročnost .....	8
2.1.3	Charakter jazykového vyjádření .....	9
2.1.4	Povaha objektů, které se v úloze vyskytují.....	9
2.2	Slovní úlohy.....	10
2.2.1	Postup řešení slovních úloh .....	10
2.2.2	Klasifikace slovních úloh .....	11
3	NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY .....	14
3.1	Typy nestandardních aplikačních úloh .....	14
3.2	Význam nestandardních aplikačních úloh.....	25
4	ANALÝZA UČEBNIC PRVNÍHO STUPNĚ ZÁKLADNÍ ŠKOLY .....	27
4.1	Učebnice pro první ročníky základních škol .....	27
4.2	Učebnice pro druhé ročníky základních škol .....	30
4.3	Učebnice pro třetí ročníky základních škol .....	33
4.4	Učebnice pro čtvrté ročníky základních škol .....	35
4.5	Učebnice pro páté ročníky základních škol.....	38
5	NESTANDARDNÍ ÚLOHY V PRAXI .....	43
6	ZÁVĚR .....	59
7	RESUMÉ .....	61
8	POUŽITÁ LITERATURA .....	62
9	SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK .....	68
10	SEZNAM PŘÍLOH.....	70

# 1 Úvod

Poté, co jsem se rozhodla, že se stanu učitelkou na prvním stupni základní školy, věděla jsem, že svou práci budu moci vykonávat pouze tehdy, když budu schopna žáky zaujmout, motivovat, všeobecně rozvíjet jejich schopnosti a samostatnost. Nerada bych se stala pedagogem, který přistupuje ke svému zaměstnání jako k pouhému způsobu, jak si vydělat na živobytí. Mým cílem je zajistit, aby žáky učivo bavilo, nebylo jednotvárné a škola se pro ně nestala pouhým denním stereotypem, kterému se nemohou nijak vyhnout.

Nikdy jsem se nepovažovala za kreativního člověka, ale během několika pedagogických praxí, které jsem během svého studia absolvovala, jsem zjistila, že mám spoustu nápadů a ráda vymýšlím nové věci, které by mohly žáky zajímat a bavit. V dnešní době je frontální vyučování a s ním spojený celý proces výuky již minulostí, neboť nové přístupy podporují žáka v jeho kreativě a samostatnosti, nejsou jim předkládány hotové pojmy a tvrzení, preferuje se spíše přístup, při kterém na spoustu věcí přijde žák sám, svým vlastním úsilím.

Tomuto účelu mohou sloužit i nestandardní úlohy. Pro jejich vyřešení neexistuje vzorec. Žák zkouší různé varianty postupu, až najde ten jeden správný, nebo nejprve usilovně logicky přemýšlí, ale nikdy nejde o to, aby si vybavil určitý vzoreček a aplikoval jej na danou úlohu.

A právě z tohoto důvodu jsem si vybrala jako téma své diplomové práce netradiční úlohy v matematice. Učivo matematiky bývá velice často jednotvárné, založené na jednom principu. Ačkoliv příkladů můžeme vymyslet neuvěřitelně velké množství a nikdy nebudou stejné, žák stále počítá stejným způsobem. Učitel tedy po čase zjišťuje, že žák ztrácí zájem. Takovému momentu je však možné se vyhnout právě zaváděním nestandardních úloh. Pro děti jsou vítanou změnou a někdy působí jako odreagování při intenzivní výuce. Žáci si mnohdy ani neuvědomují, jakým přínosem pro ně jsou.

Cílem práce je:

- zjistit, v jaké míře se nestandardní aplikační úlohy vyskytují v učebnicích matematiky pro první stupeň ZŠ;
- zjistit, s jakou úspěšností dovedou žáci 4. ročníku řešit některé typy nestandardních úloh.

## 2 Matematické úlohy

Novák a Stopenová (1993) vymezili matematickou úlohu jako „zadání, situaci, podněcující řešitele (žáka) k uvědomělé činnosti, která směřuje k dosažení stanoveného cíle.“ [1] Tato činnost se zaměřuje na tři oblasti učení, kterými jsou obsahová, operační a motivační. Obsahová část zahrnuje zavádění, zvládnutí a opakování matematického učiva. Operační oblast vyplňují veškeré činnosti řešitele (žáka) a oblast motivační žákovy potřeby.

Matematická úloha by neměla být jen druhem cvičení, které žák dokáže řešit podle předem daných postupů. Měla by být vytvářena tak, aby podněcovala k nalézání řešení, která žák objeví sám, na základě vlastních dovedností a zkušeností. Cílem tedy musí být schopnost řešit matematické úlohy samostatně. Tomu napomáhají takové druhy úloh, u jejichž postupu řešení žákům nestačí jim známé algoritmy. Označují se jako nestandardní.

Důležitým úkolem při práci s úlohami je motivovat a vyvolat v žácích zájem o danou problematiku, kterou úloha reprezentuje. Ve fázi motivace musí učitel aktivizovat žáky, seznámit je s daným problémem pro ně zajímavou formou a zdůvodnit důležitost probíraného tématu. Pokud je motivační fáze úspěšná, získává učitel žákovu pozornost, která je potřebná pro další části vyučovacího procesu.

Při výkladu nového učiva můžeme úlohy použít k vysvětlení pojmu nebo matematického problému, k objasnění jejich podstaty a zařazení do již existujícího matematického systému dovedností či k vytvoření dovednosti nové. Mohou nám pomoci ilustrovat určitá témata ze skutečného života a pomoci tak žákům představit si, jak řešit matematické problémy ze svého okolí slovními úlohami.

Užitečné mohou být také během procvičování nově nabytých vědomostí. U zcela nového učiva se vybírají jednodušší typy úloh. Složitější jsou vhodné např. při shrnutí učiva z více hodin. U těchto typů úloh se využívá také toho, že žáci musí vybírat ze stávajících i nových poznatků. Tím procvičují schopnost vybrat ze všech možných způsobů řešení to nejvhodnější.

Matematické úlohy slouží k pochopení matematické podstaty daného problému, ke schopnosti ho správným způsobem analyzovat, zorganizovat vlastní činnost a zhodnotit ji. Pomocí aplikace matematických úloh se učitel dozvídá o stavu vědomostí a dovedností,

které žák v procesu vzdělávání získal. Dokáže tak zjistit, zda bylo dosaženo jím (či jiným orgánem) daného stupně zvládnutí učiva.

## **2.1 Rozdělení matematických úloh**

Matematické úlohy se dají rozdělit podle několika možných hledisek. Těmi mohou být např. obsah, kognitivní náročnost, charakter jazykového vyjádření či povaha objektů, které se v úloze vyskytují (Novák, Stopenová, 1993).

### **2.1.1 Matematický obsah úlohy**

Obsahem úloh mohou být různé matematické jevy, které se dají klasifikovat do několika různých rovin. V učivu prvního stupně základní školy se žáci setkávají např. s úlohami aritmetickými, geometrickými či algebraickými. Toto rozdělení však není konečné. Pokud bychom vybrali úlohy z roviny aritmetické, mohli bychom je dále dělit na takové, které se týkají sčítání, odčítání, násobení, dělení atd. Jestliže budeme dále rozlišovat úlohy na sčítání, získáme ty, které jsou na sčítání pamětné a ty, co jsou na sčítání písemné. Takto by se dalo pokračovat dále a samozřejmě i s jinými úlohami než aritmetickými.

### **2.1.2 Kognitivní náročnost**

Podle kognitivní (operační) náročnosti se dají matematické úlohy snadno rozdělit na standardní a nestandardní. Při jejich řešení totiž využíváme různé typy myšlenkových operací. Pro práci se standardními matematickými úlohami využíváme např. pamětní reprodukci (definice, pravidla apod.), jednoduché myšlenkové operace (jednodušší typy výpočtů, porovnávání, třídění, konkretizace, zobecnění atd.) a složitější myšlenkové operace, kterými mohou být např. transformace, zdůvodnění, dokazování a jiné. Nestandardní aplikační úlohy se zařazují do kategorie úloh vyžadujících tvořivé myšlení. V těchto případech žáci vymýšlejí vlastní úvahy či hypotézy, jednájí na základě svého pozorování a objevování, mohou si při řešení pokládat různé otázky a snaží se na ně nalézt vhodné odpovědi týkající se problémových situací. K vyřešení těchto úloh jim totiž nestačí pouze známé algoritmy a zavedené postupy. Nejčastější metodou bývá heuristická, kdy žáci hledají a objevují nový způsob řešení, protože dosavadní zkušenosti, které s matematickými úlohami mají, nestačí.

Úlohy vyžadující tvořivé myšlení jsou pro rozvoj matematických schopností žáků velice žádoucí, a tudíž by se měly ve vyučování využívat co možná nejčastěji. V učebnicích matematiky či ve sbírkách úloh z matematiky bývají často označovány různými znaky (např. hvězdičkami – méně obtížné jednou hvězdičkou (\*), obtížnější dvěma hvězdičkami (\*\*)) – nebo jinými typy znaků). Samozřejmě vždy záleží na cílové skupině žáků, tedy na jejich matematických schopnostech, které se nejčastěji rozdělují podle ročníků základní školy (úlohy, které jsou označeny jako obtížné v učebnici pro 3. ročník, nebudou již náročné pro žáka 4. ročníku).

Učiteli mohou kromě označení náročnosti pomoci také tzv. klíčová slova. U nestandardních typů úloh se v zadání objevují slovní spojení typu: *Vymysli příklad! Sestav úlohu!* Kdežto u standardních se vyskytují formulace či jednoduchá slova jako: *Zjistěte...! Určete...! Vysvětlete....!* apod.

### **2.1.3 Charakter jazykového vyjádření**

Matematické úlohy (především slovní) se vyznačují použitím různých druhů jazykových prostředků. Žák po přečtení úlohy zjišťuje, zda se jedná o formu pokynu či dotazu. Pokud je zde jasný pokyn (sloveso v imperativu jako: *Vypočítejte! Určete!*), jazykovým prostředkem k vyjádření úlohy je věta rozkazovací. V druhém případě jde o větu tázací a vyskytují se v ní slova typu: *Proč? Kolik?* apod.

Pro žáky je obtížnější úloha psaná větou tázací, jelikož se zde nevyskytuje přesný pokyn, který musejí pro vyřešení úlohy splnit a musí tudíž zapojit logické myšlení, aby vymysleli správný a nejvhodnější postup řešení.

### **2.1.4 Povaha objektů, které se v úloze vyskytují**

Podle charakteru objektů, které se v úlohách vyskytují, je můžeme rozlišit na čistě matematické, které obsahují matematické výrazy (nejčastěji čísla, proměnné, konstanty apod.). Jiný druh matematických úloh, rozlišujících se dle tohoto kritéria, souhrnně označujeme jako slovní úlohy, neboť jsou převedeny do psaného textu, jsou praktické a mají určitý námět. Tyto typy úloh vycházejí z reálné situace, tzv. „ze života“ (nejčastějšími náměty bývají škola, školní prostředí, rodina, dále také obec, historie aj., které se žákům představují zábavnou a zároveň naučnou formou), tedy z nematematických oblastí, které se posléze matematizují. Tomuto procesu se říká matematizace reálné situace.



## 2.2 Slovní úlohy

Slovní úlohy jsou takovým typem matematických úloh, které jsou formulovány slovně. Souvislost mezi danými údaji je tedy vyjádřena psaným textem a popisuje nějakou reálnou situaci. Tuto úlohu je nutné analyzovat a zjistit, které početní operace jsou nejvhodnější pro nalezení odpovědi na otázku slovní úlohy.

V matematice na 1. stupni zaujímají velice důležité místo, neboť mají velký vliv na rozvoj žákova myšlení, jeho pozornosti a představivosti. Využívají se k objasnění konkrétních matematických pojmů, automatizují žákovy početní návyky a samozřejmě ho připravují na využití matematiky v běžném životě. Při vhodném použití mohou mít slovní úlohy také značný výchovný vliv (Blažková a kol., 2011).

### 2.2.1 Postup řešení slovních úloh

Blažková a kol. (2011) považují pro úspěšné vyřešení slovní úlohy za důležité, aby žák správně porozuměl textu zadání. Je nutné klást důraz na orientaci v textu a pochopení, co je jejich úkolem (předmět otázky), se kterými údaji musí pracovat. Mohou se totiž objevit takové slovní úlohy, při jejichž řešení žáci zjistí, že se v zadání vyskytují nepotřebné údaje. Takové slovní úlohy se nazývají úlohy s nadbytečnými údaji (viz níže).

Učitel by měl také dávat pozor na správný výběr slov. Pro žáky v prvních ročnících základní školy je obtížné řešit text, který je příliš dlouhý nebo obsahuje pro ně dosud neznámé pojmy. Důležitý je také způsob, jakým je zadání slovní úlohy napsané. Lze jej zapsat číslicemi (např. 5 švestek) nebo číslovkami (pět švestek). Vždy by se měl vybírat pouze jeden způsob zapsání.

Po přečtení a porozumění textu následuje jeho rozbor. Zásadní pro vyřešení slovní úlohy je otázka. Žák vybírá pouze ty údaje, které se k ní vztahují a které nám ji pomohou zodpovědět. Žákům mohou pomoci otázky typu: „*Mohu splnit požadavky úlohy? Postačí mi zadané údaje k vyřešení úlohy? Nachází se zde nějaké nadbytečné údaje? Jak musím s údaji pracovat, abych došel ke správné odpovědi?*“ Poslední otázka nám napovídá, že je také velice důležité, aby žáci zvolili vhodný výběr početní operace. Pokud vyberou chybně, nikdy nedojdou ke správnému řešení a pokud pouze hádají, je jejich práce zcela nesmyslná.

Jestliže žáci po přečtení zadání slovní úlohy nevymyslí vhodný postup řešení, může učitel pomoci různými otázkami (např.: „*Řešili jsme již v minulosti podobnou úlohu?*“). Žáci tak mohou vystavět řešení na základě předchozí zkušenosti. Lépe pochopí danou problematiku a usnadní jim to rozbor úlohy. Jiná otázka může znít takto: „*Je nám známa nějaká poučka, která by nám mohla při řešení pomoci?*“ V tomto případě však musí učitel dávat pozor na to, aby žáci jen mechanicky neopakovali vzorce, aniž by chápali jejich uplatnění. Další otázka, kterou může učitel použít: „*Můžeme úlohu formulovat jiným způsobem?*“ Často pomůže, když se pokusí otázku či celé zadání úlohy vyjádřit vlastními slovy, tedy zjednodušeně.

Ke správnému pochopení úlohy pomáhá vhodný náskres zadání. Ten je při řešení zásadní a mnohdy velice usnadní žákům slovní úlohy vyřešit.

Pro znázornění zadání slovní úlohy je možné využít reálné objekty (např. kuličky) či grafický náskres. Ve výuce prvního stupně základní školy je názorné zobrazení nutností, neboť žáci pracují s abstraktními pojmy a potřebují je transformovat do roviny konkrétních předmětů. Bez grafického znázornění často dochází k chybným postupům, tudíž i k chybným závěrům. Je třeba, aby učitel ukázal více způsobů grafického znázornění, ze kterých si každý žák vybere takové, které mu při práci vyhovuje nejvíce.

Dalším krokem při řešení slovní úlohy je matematizace. Jak již bylo řečeno výše (kapitola 2.1.4), reálnou situaci, kterou slovní úloha popisuje, je třeba převést do matematické podoby (tzn. vytvořit příklad). Po vypočtení příkladu získá žák výsledek, jenž představuje řešení slovní úlohy.

V praxi bývá obvyklé zapsat i odpověď na otázku slovní úlohy. Tato odpověď zahrnuje právě žákův výsledek výpočtu.

### **2.2.2 Klasifikace slovních úloh**

Slovní úlohy rozdělujeme (podle počtu početních operací) na jednoduché a složené (Novák, Stopenová, 1993). Pokud v úloze řešíme pouze jeden početní výkon, jedná se o slovní úlohu jednoduchou, přičemž bývá obvyklé, že je zde daná situace vyjádřena dvěma údaji. Často se v takové úloze vyskytuje i otázka, která směřuje k vyřešení vztahu těchto dvou zadaných údajů. V prvních ročnících základní školy tento typ slovních úloh převažuje.

O složených slovních úlohách se mluví tehdy, když k jejich vyřešení potřebují žáci alespoň dva početní výkony. Složená slovní úloha může být tedy chápána jako celek, jenž se skládá z více úloh jednoduchých, které je nutné k jeho vyřešení vypočítat. Ne vždy je však postup řešení tak snadný. U úloh s komplikovanější strukturou, ve kterých se vyskytují tři (nebo více) početní úkony, mohou žáci narazit na problém, kdy úloha není jen sekvencí jednoduchých slovních úloh jdoucích za sebou. Učitel musí vést žáky k uvědomění si, že dílčí úlohy spolu vzájemně souvisí, jsou propojeny logickou vazbou. Jejich úkolem je tedy promyslet si danou situaci a nalézt vhodný způsob řešení.

### **Metody řešení složených slovních úloh**

Při řešení složené slovní úlohy, jak již bylo uvedeno výše, je nutné nejprve vyřešit dílčí jednoduché úlohy. Postup, při kterém se tyto jednotlivé úlohy řeší, je možný provést dvěma různými metodami – analytickou a syntetickou (Blažková a kol., 2011).

Analytická metoda řešení úlohy vychází z formulované otázky. Žák provede potřebnou analýzu úlohy, při níž zjistí, co je jeho konečným úkolem, co má vypočítat. Dalo by se tedy říci, že „začíná u svého cíle“ (tedy od formulace otázky). Poté je třeba zjistit, jak daného cíle dosáhne. Může si klást otázky typu: „*Co potřebujeme k vyřešení úlohy zjistit? Které z údajů jsou ze zadání známy?*“ Jestliže se v úloze všechny informace potřebné k řešení vyskytují, může žák přejít k fázi matematizace slovní úlohy. Pokud ne, provede další analýzu textu, při které zjistí, jak může dané údaje získat. Tato metoda vede řešitele postupně k cíli, přičemž stále sleduje otázku dané slovní úlohy.

Při syntetické metodě se z textu vybírají takové údaje, z nichž se vytvoří jednoduché úlohy. Z jejich výsledků a dalších informací obsažených ve slovní úloze tvoříme další jednoduché úlohy, dokud nezískáme konečný výsledek a odpověď na otázku slovní úlohy. Znamená to, že k cíli dojde žák skládáním řešení jednotlivých jednoduchých úloh a již od počátku pracuje s konkrétními údaji. Dopředu ale neuvažuje o tom, jak bude vypadat konečný úkol, který ho dovede až k odpovědi. Musí však dávat pozor na výběr údajů, se kterými pracuje, neboť ne všechny vedou k odpovědi na otázku slovní úlohy. Dalším problémem může být naopak žákovo opomenutí některého z údajů potřebných k řešení.

Fakt, že se žák naučí určité metodě řešení slovních úloh, mu pomáhá si uvědomit, že cílem matematiky není řešit jednotlivé údaje slovních úloh izolovaně, ale pracovat s nimi jako s celkem, jehož části spolu vzájemně souvisí. Schopnost řešit slovní úlohy je

velmi důležitým ukazatelem rozvoje matematických dovedností, neboť dochází k aplikaci teoretických poznatků do praxe.

Pro učitele na 1. stupni ZŠ je vhodné zpracovávat slovní úlohy do tzv. metodických řad. Jedná se o typ didaktického přístupu, při kterém dochází k postupnému zadávání slovních úloh, které mají stejnou (či velice podobnou) tematiku, ale roste jejich obtížnost. Při jejich řešení žák využívá stejné postupy a stejně o nich i uvažuje. Při zvyšování obtížnosti určité slovní úlohy se pouze pozmění formulace zadání a tentýž problém se vyjádří pro žáky složitější formou.

**Příklad:**

*V cukrárně bylo vystaveno 28 zákusků.*

- a) Adam si jich 7 koupil, Lída si koupila 3 a Lucie jich nakoupila 6. Kolik zákusků v cukrárně zbylo? (nejsnazší varianta slovní úlohy)
- b) Adam si koupil jednu čtvrtinu ze všech zákusků a Lída s Lucií koupily dalších 9 zákusků. Kolik zákusků v cukrárně zbylo? (o něco těžší varianta slovní úlohy)
- c) Adam si koupil jednu čtvrtinu ze všech zákusků, Lída jednu sedminu ze zbylých zákusků a Lucie koupila jednu třetinu ze zákusků, které v cukrárně zbyly po nákupu obou jejích kamarádů. Kolik zákusků v cukrárně zbylo? (nejtěžší varianta dané slovní úlohy)

### 3 Nestandardní aplikační úlohy

Učivo matematiky v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (2007) spadá do části zvané Matematika a její aplikace. Jedná se o charakteristiku jednotlivých oblastí matematiky a očekávaných výstupů, které jsou od žáka vyžadovány vždy po skončení určitého období. Tyto oblasti matematiky se v rámci RVP nazývají tematické okruhy a na prvním stupni základní školy jsou jimi *Čísla a početní operace*, *Závislosti, vztahy a práce s daty* a *Geometrie v rovině a prostoru*.

Každý tematický okruh je charakteristický svými pojmy a terminologií a má za úkol všeobecně rozvíjet žákovy schopnosti především pomocí aktivních činností. Učitel by měl při práci vybírat takové typy úloh, které podněcují k využití matematiky v reálných situacích.

Cílem RVP je všeobecný druh vzdělávání, při němž se klade důraz na osvojení základních myšlenkových postupů, pochopení vzájemných vztahů a automatizaci různých pojmů.

RVP popisuje nestandardní aplikační úlohy jako velice důležitou součást matematického učiva. Je zde uvedeno, že by se tyto úlohy měly objevit ve všech tematických okruzích, přičemž však nemusejí odpovídat znalostem a dovednostem matematiky v daném období vzdělávání. Nejdůležitějším prvkem při aplikaci těchto úloh je totiž logické myšlení. Úlohy by měly vycházet z reálného života a typických životních situací a měly by být zaváděny takovým způsobem, že i méně nadaný žák může uspět.

Jak již bylo řečeno, nestandardní úlohy vyžadují tvořivé myšlení, neboť k jejich řešení nestačí pouze známé algoritmy a zavedené postupy. Žáci musejí hledat a objevovat nové způsoby řešení.

RVP přesně vymezuje, které typy úloh patří mezi nestandardně aplikované. Jsou jimi číselné a logické řady, číselné a obrázkové analogie, logické a netradiční geometrické úlohy. Mezi nestandardní úlohy podle mého názoru však nepatří pouze typy uvedené v Rámcovém vzdělávacím programu. Proto jsem do typologie těchto úloh zařadila ještě sedm dalších typů.

#### 3.1 Typy nestandardních aplikačních úloh

- číselné a logické řady;

- číselné a obrázkové analogie;
- logické a netradiční geometrické úlohy;
- složené slovní úlohy na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem;
- úlohy z kombinatoriky;
- úlohy vedoucí k neurčitým rovnicím;
- vytváření slovních úloh žáky;
- slovní úlohy s nadbytečnými údaji;
- slovní úlohy s neúplnými údaji;
- problémové úlohy.

## I. Číselné a logické řady

V učivu matematiky je pro žáky jedním z prvních úkolů rozpoznání číslic. Následuje prosté počítání. Po zvládnutí těchto matematických dovedností může učitel zařadit první pokusy o aplikaci netradičních úloh. Určitá čísla v řadě (např. od 0 do 10) vynechá a žákům napoví pouze tak, že musí doplnit řadu, aby byla kompletní. To je příklad nejjednodušší číselné řady.

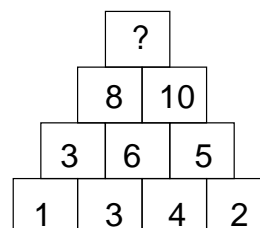
O něco komplikovanější a vyžadující zapojení žákova logického úsudku jsou tzv. pyramidy či tzv. magické čtverce, které jsou zčásti zaplněné čísly, a zbývající volná místa musí žák doplnit podle určitého logického uspořádání.

Do logických řad žáci doplňují např. geometrické tvary nebo obrázky. Doplnovat takovou řadu mohou žáci zcela sami nebo vybírají z dané nabídky. Opět ale musí postupovat podle určité logické posloupnosti.

Vymyslet tento typ úloh je pro učitele velmi snadné, tudíž je mohou využívat velice často a především je lze různě vizuálně obměňovat. Pro žáky zůstanou stále atraktivní, zábavné a jsou výborným motivačním prostředkem.

### **Příklad:**

*Doplň na vrchol pyramidy správné číslo.*



Obr. 1

## II. Číselné a obrázkové analogie

Při řešení úloh týkajících se číselných či logických analogií musí žák vybrat, který z daných prvků (a z jakého důvodu) je navíc. Úlohy mohou učitelé používat již v nejnižších ročnících. Když např. sestaví řadu obrázků zobrazujících činnosti, které mohou děti provádět v zimě, a jeden zobrazující letní aktivitu. V tomto případě se sice nejedná o matematické učivo, ale postupem času se dá i do těchto úloh zařadit matematika (např. geometrie - obrázky, na kterých jsou útvary s rovnými liniemi, a jeden tvořený křivými čarami). Dalším krokem mohou být již analogie číselné.

### Příklad:

*Podtrhněte v každé řadě vždy jedno číslo, které do ní nepatří.*

5, 9, 13, 7, 15, 6, 11

3, 9, 6, 8, 12, 18, 15

## III. Logické a netradiční geometrické úlohy

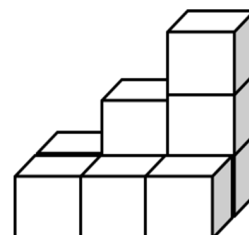
Počátky geometrického učiva na prvním stupni spočívají především v zavedení pojmu bod, přímka, úsečka apod. I zde se však dá využívat nestandardních úloh (např. u cvičení na prostorovou orientaci žáků).

Takovým případem jsou úlohy, ve kterých jsou ve volném rovnoběžném promítání zobrazeny stavby z krychlí. Stavba je vyobrazena z určitého pohledu a žákovým úkolem je zakreslit, jak vypadá z pohledu jiného.

Jiným typem geometrických úloh může být hlavolam zvaný Tangram. Jedná se o několik geometrických tvarů, ze kterých je možné sestojit různé obrazce. Výroba těchto tvarů není vůbec složitá, tudíž si je mohou žáci vytvořit sami. Poté skládají tvary tak, aby jim vznikl daný obrazec, který učitel vytvoří (aby se však jednalo o nestandardní úlohu, musí učitel narýsovat pouze jeho obrys).

### Příklad:

*Zakresli, jak vypadá tato stavba z pohledu shora.*



Obr. 2

#### IV. Složené slovní úlohy na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem

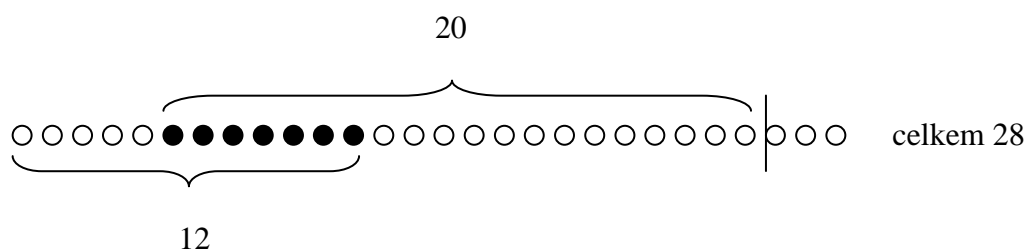
U tohoto typu nestandardní slovní úlohy je nezbytné správné znázornění, neboť žáci neznají žádný vzorec pro jejich vyřešení a grafický náčrt jim pomůže na slovní úlohu nahlédnout z jiné perspektivy, která je posléze úspěšně dovede k cíli.

##### **Příklad:**

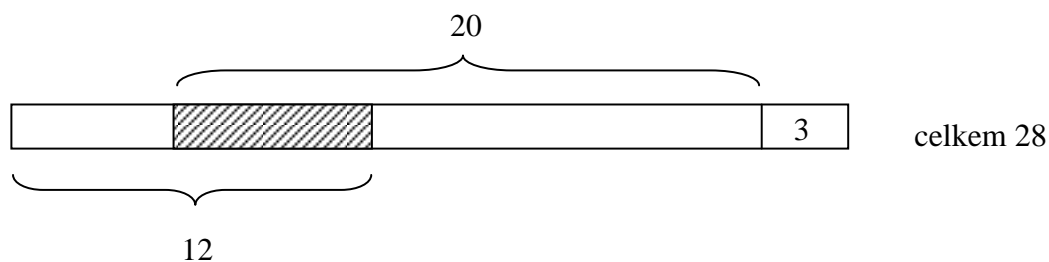
*Ve třídě je 28 dětí. 12 z nich půjde na divadelní představení, 20 dětí jde do kina. Na žádnou z akcí nepůjdou 3 děti. Kolik žáků se chystá jít do divadla i do kina?*

**Pro znázornění dané úlohy můžeme použít různé objekty:**

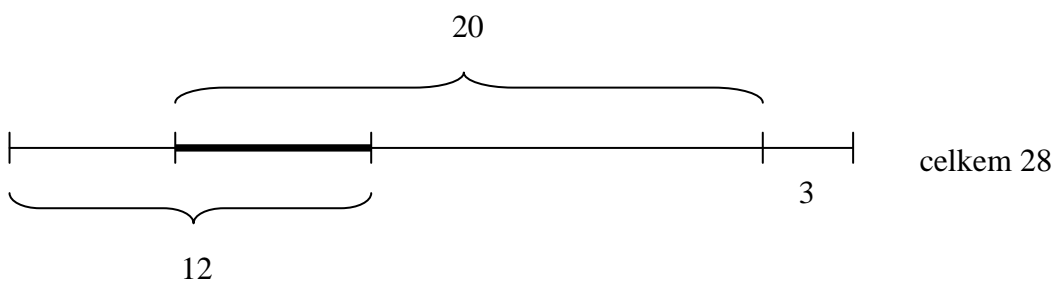
- a) reálné objekty (např. kolečka) – tento typ znázornění je pro žáky nejkonkrétnější



- b) obdélníky

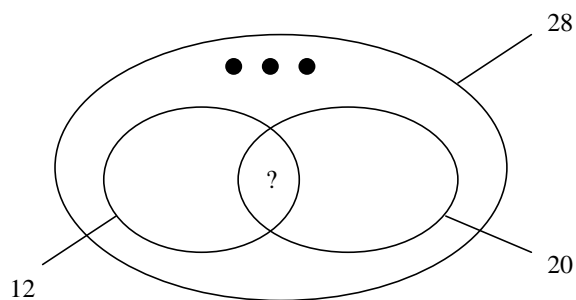


- c) úsečky

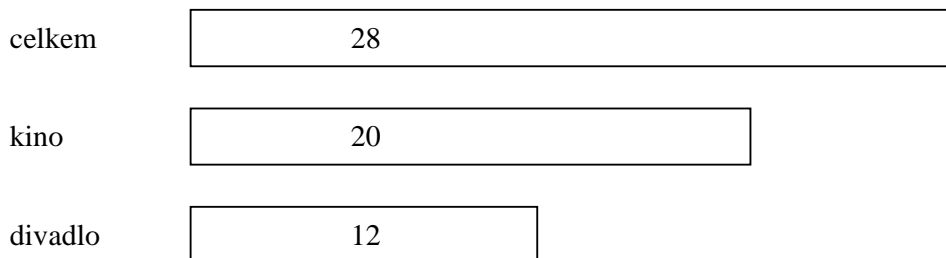




d) množinový diagram



Následující způsob znázornění úlohy je však chybný a pro žáky tedy nevhodný.



Ve vyšších ročnících je možné při řešení slovní úlohy použít tuto tabulku:

		kino		celkem
		ano	ne	
divadlo	ano	7	5	<b>12</b>
	ne	13	<b>3</b>	16
celkem		<b>20</b>	8	<b>28</b>

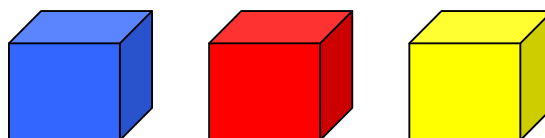
Tab. 1

## V. Úlohy z kombinatoriky

Úlohy z kombinatoriky se zpravidla řeší až v době, kdy žáci znají pojem trojciferné číslo. V tom případě totiž mohou dostat tento typ úkolu: „Z číslic 1, 2, 3 vytvoř co největší počet trojciferných čísel. Pořadí čísel se nesmí opakovat.“ Kombinatorické úlohy mohou učitelé používat již dříve, pokud žáci místo s číslicemi pracují např. s barevnými krychlemi.

### **Příklad:**

*Sestavte co největší počet komínů z těchto tří krychlí tak, aby se jejich pořadí neopakovalo.*



Obr. 3

## VI. Úlohy vedoucí k neurčitým rovnicím

Neurčité rovnice nejsou součástí učiva prvního stupně, ale úlohy, které by se svým zápisem daly vyjádřit právě neurčitými rovnicemi, se v tomto období již objevují. Typickým příkladem jsou úlohy na manipulaci s mincemi. Jelikož jsou peníze součástí každodenního života žáků, musí se v učivu objevit i úlohy týkající se právě práce s nimi. Je to ideální způsob, jak zavést reálné situace do školního výkladu.

### **Příklad:**

*Kolika dvoukorunami a kolika pětikorunami můžeš zaplatit za nákup, který stojí 26 Kč?*

## VII. Vytváření slovních úloh žáky

Pokud učitel vytváří vlastní slovní úlohy, měl by vybírat vhodné náměty a témata, která jsou žákům blízká. Přínosem také bývá, když se žáci sami podílejí na jejich vytváření. Je to pro ně vítaná změna, která zároveň podporuje jejich kreativitu a rozvíjí fantazii.

**Typy zadání, ke kterým mohou žáci formulovat slovní úlohy:**

a) příklad:  $2 \cdot 6 + 3 \cdot 5$

Žáky vytvořená slovní úloha:

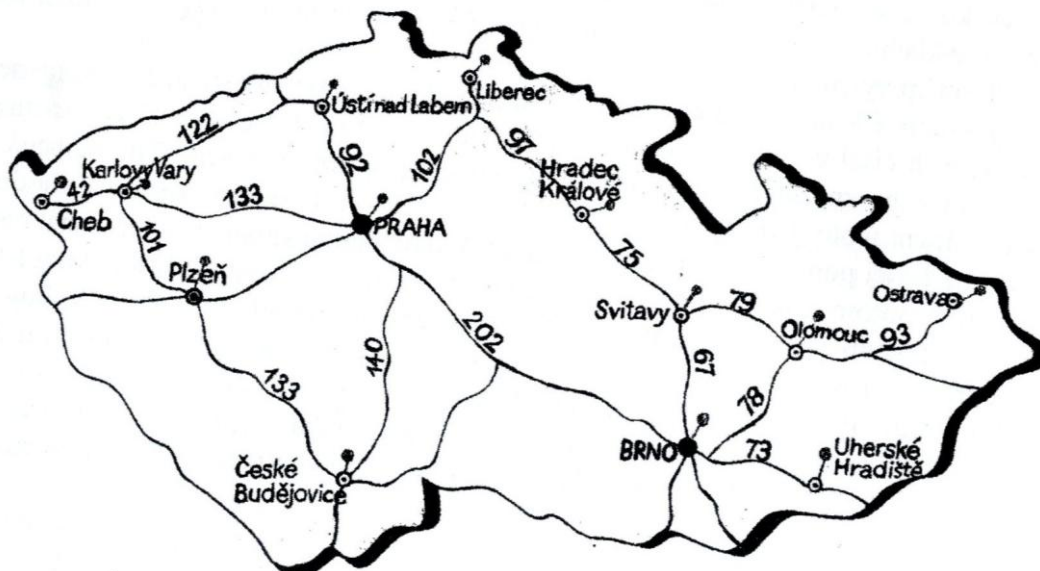
*Alenka koupila 2 lízátko po 6 Kč a 3 bonbóny po 5 Kč. Kolik korun zaplatil celkem za nákup?*

b) rovnice:  $16 + x = 24$

Žáky vytvořená slovní úloha:

*Tatínek si chce koupit svačinu za 24 Kč. Kolik korun ještě potřebuje, když už má 16 Kč?*

c) obrázek:



Obr. 4

Žáky vytvořená slovní úloha:

*Jaká je nejvýhodnější cesta z Chebu do Svitav? Kolik km při ní ujedeme?*

**d) tabulka:**

Jméno	Rok narození	Rok úmrtí	Žil přibližně roků
<b>Mikoláš Aleš</b>	<b>1852</b>	<b>1913</b>	
<b>Josef Lada</b>	<b>1887</b>		<b>70</b>
<b>Ondřej Sekora</b>		<b>1967</b>	<b>68</b>
<b>Jiří Trnka</b>	<b>1912</b>	<b>1969</b>	
<b>K. J. Erben</b>	<b>1811</b>	<b>1870</b>	
<b>Božena Němcová</b>	<b>1820</b>		<b>42</b>
<b>Václav Čtvrtek</b>		<b>1976</b>	<b>65</b>
<b>Karel Čapek</b>	<b>1890</b>	<b>1938</b>	

Tab. 2

*Poznámka:* Jelikož nejsou uvedena přesná data narození a úmrtí, určujeme pouze přibližný věk.

Žáky vytvořená slovní úloha:

*Božena Němcová se narodila v roce 1820 a dožila se věku 42 let. Ve kterém roce zemřela? Se kterými z uvedených osobností se za svého života mohla setkat?*

**e) slovní a číselné údaje:** seznam nejoblíbenějších výrobků v obchodě:

bonboniéra.....35,-

čokoláda.....23,-

limonáda.....15,-

Žáky vytvořená slovní úloha:

*Petr dostal od maminky 50 Kč. V obchodě by si rád koupil bonboniéru. Bude si Petr moci koupit k bonboniéře ještě něco dalšího?*

Nadanější žáci mohou od učitele získat materiál, podle kterého mohou vytvářet i slovní úlohy složené. Jedná se však o vyšší úroveň nestandardní aplikace matematických slovních úloh a pro nižší ročníky základních škol je méně vhodná.

### **VIII. Slovní úlohy s nadbytečnými údaji**

Slovní úlohy s nadbytečnými údaji by učitelé měli zavádět až po kompletním osvojení procesu řešení běžných slovních úloh. Žáci jsou od počátku vedeni k tomu, že veškeré údaje objevující se v zadání slovní úlohy musí být použity pro její vyřešení. Právě u úloh s nadbytečnými údaji je tomu však naopak. Proto je důležité žáky na tento problém v pravý čas, který nastává v průběhu 3. ročníku, upozornit.

Nadbytečné údaje mohou mít slovní nebo číselnou podobu. Nepotřebný slovní údaj (jakákoli informace, která s řešením úlohy vůbec nesouvisí), jenž se v zadání vyskytne, sice můžeme shledat jako nadbytečný (tudíž postradatelný), ale žákům nijak nebrání v nalezení odpovědi na zadanou otázku úlohy. To však neplatí pro číselný údaj tohoto typu. Jak již bylo zmíněno, žák je veden k tomu, aby všechny údaje použil ve svých výpočtech. Neprodleně tak dojde k jedné z těchto dvou situací. Buď žák nesprávně použije daný výraz ve svých výpočtech a získá špatný výsledek, nebo nebude vědět, co si s údajem počít, a nepodaří se mu nalézt žádné řešení. Ani jedna z těchto situací nemusí nastat, pokud budou žáci s úlohami s nadbytečnými údaji seznámeni ve vhodnou dobu. Dušková (2007) ve své diplomové práci uvedla, že ve většině případů jsou žáci schopni rozlišit potřebný slovní údaj od nepotřebného, ale jakmile se jedná o údaj číselný, chtějí ho vždy použít. Jedná se přece o matematiku, v níž jsou čísla tím nejdůležitějším prvkem.

Učivo matematiky se samozřejmě prolíná s učivem dalších předmětů. Co se týče slovních úloh, je tímto předmětem (mimo jiné) český jazyk. Při výuce českého jazyka je důležité vést žáky ke čtení s porozuměním, které následně využijí právě při výuce matematiky a při řešení slovních úloh. Tato jazyková zdatnost je velice často nedostatečně rozvinutá, což má za následek nesprávné nebo vůbec žádné porozumění textu úlohy. Výše již bylo zmíněno, že žáci automaticky pracují se všemi číselnými údaji a to samé může nastat i se slovními údaji. Žáci se zaměří na klíčová slova v zadání a nevěnují pozornost smyslu úlohy jako celku. Proto je v tomto učivu zásadní umět rozlišit, které údaje jsou potřebné a které nikoli (Novotná, 2000).

### **Příklad:**

*Během městské slavnosti se mohl Artur proletět balónem. Spolu s ním byli v balónu ještě další 4 lidé. Poprvé se vznesli do výšky 20 metrů, poté klesli o 3 metry a znovu stoupli o 12 metrů výše. Z jaké výšky se mohl Artur nakonec dívat na město?*

To, že byli s Arturem v balónu ještě další čtyři lidé, je nadbytečná informace. Žákům se však může zdát důležitá, neboť obsahuje číselný údaj a také klíčová slova *spolu s ním* či *ještě další*, která mohou signalizovat, že se bude jednat o operaci sčítání.

Zařazování slovních úloh s nadbytečnými údaji má velký význam, neboť nutí žáky zamyslet se nad textem a roztřídit informace v něm obsažené na potřebné a nepotřebné. Zvládne-li žák tuto úlohu správně vyřešit, svědčí to o jeho vhledu do dané problematiky.

### **IX. Slovní úlohy s neúplnými údaji**

Nejvhodnějším obdobím pro zařazení slovních úloh s neúplnými údaji je 2. ročník základní školy. Hlavním znakem těchto úloh je skutečnost, že v nich chybí nějaký číselný údaj, bez kterého nelze úlohu vyřešit. Tento údaj musí žáci pomocí určitého zdroje vyhledat. Slovní úlohy s neúplnými údaji, stejně jako slovní úlohy s nadbytečnými údaji, jsou pro žáky velmi přínosné a učitel v nich může efektivně využívat mezipředmětových vztahů.

Veškeré informace, které žáci získají v jiných předmětech (nejčastěji v předmětu Člověk a jeho svět), mohou být použity pro zpracování zadání slovní úlohy. Žáci poté chybějící informace hledají v encyklopediích, mapách, učebnicích nebo v současné době i na internetu. Mohou ovšem čerpat i z vlastních zkušeností a vědomostí. Opět se tedy jedná o propojení školního učiva s reálným životem žáků.

### **Příklad:**

*Vzdálenost mezi Prahou a Brnem je 202 km. O kolik kilometrů je tento úsek menší než vzdálenost mezi Prahou a Ostravou?*

Údaj, jenž by žákům prozrazoval, jaká je vzdálenost mezi Prahou a Ostravou, chybí. Je ale samozřejmě nezbytný k vyřešení slovní úlohy. Informaci musí tedy žáci dohledat v mapě nebo jiném informačním zdroji.

## X. Problémové úlohy

V rámci mezinárodního výzkumu PISA (Programme for International Student Assessment – Program pro mezinárodní hodnocení žáků) byly problémové úlohy definovány takto: „Řešení problémových úloh představuje schopnost jednotlivce využívat kognitivní procesy k řešení reálných mezipředmětových situací, v nichž není okamžitě zřejmý způsob řešení ...“ [2]

Problémové úlohy bývají konstruovány tak, aby žáci při jejich řešení využívali svých dosavadních znalostí i různých způsobů myšlení. Při vytváření úloh takového typu je možné využít mezipředmětových vztahů. Rovněž jsou úlohy vytvářeny tak, aby propojily školní učivo se situacemi, se kterými se žák setkává v běžném životě. Právě v každodenním životě člověk řeší ne vždy přesně vymezené problémy, které jsou součástí mnoha oborů. Dnešní školní systém však žáky na tyto situace v příliš vysoké míře nepřipravuje.

Zde uvádím vlastní námět problémové úlohy pro žáky 5. ročníku.

### **Příklad:**

*Ve 4. B pracují žáci na osmi projektech ročně. Tento rok se projekty týkají témat z předmětů Člověk a jeho svět a Český jazyk.*

ČLOVĚK A JEHO SVĚT	ČESKÝ JAZYK
Karel IV.	Třídní časopis
Staré pověsti české	Literární postavy
Husité	Spisovatelé naší doby
Přemyslovci	Příběhy z minulosti

Tab. 3

Dané předměty a jejich projekty se vždy střídají a projekty z předmětu Český jazyk předcházejí těm z předmětu Člověk a jeho svět.

Témata z předmětu Člověk a jeho svět na sebe musí chronologicky správně navazovat. Pořadí témat z Českého jazyka si žáci volí sami. Musí se však řídit dvěma pravidly:

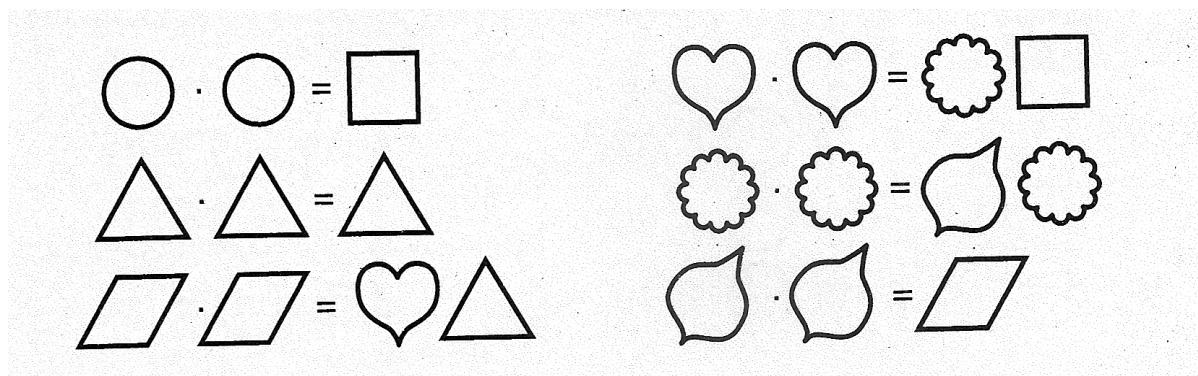
- na projektu *Příběhy z minulosti* mohou pracovat až po dokončení projektu *Staré pověsti české*;
- projekt *Třídní časopis* musí probíhat jako úplně poslední.

Urči, jaké by mohlo být pořadí projektů.

Mezi úlohy problémového typu se však dá zařadit i mnoho dalších. Mohou jimi být např. úlohy, které využívají žákova myšlení k vyřešení různého typu logických úkolů. Takovým případem může být příklad, který není napsán číslicemi, ale geometrickými obrazci, nebo jimi mohou být slovní úlohy (mnozí by je označili za hádanky), při nichž žák přemýšlí nejen matematicky či logicky, ale využívá i vědomosti z jiných předmětů.

### **Příklad:**

Každý z těchto symbolů (znázorněných geometrickými tvary či obrázky) zastupuje vždy jednu číslici. Doplň číslice tak, aby vznikly správně vyřešené matematické příklady.



Obr. 5



### 3.2 Význam nestandardních aplikačních úloh

Zavádění nestandardních úloh by mělo probíhat v co nejnižším možném věku. Samozřejmě záleží na typu úlohy (např. úlohy s neúplnými údaji mohou učitelé žákům zadat již ve druhém (popř. třetím) ročníku; složená slovní úloha na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem je zaváděna až v ročníku čtvrtém). Jedná se o proces, během něhož se žáci postupně seznamují s těžšími formami úloh a postupně také zapojují více druhů myšlení. Právě v tom spočívá největší přínos těchto typů úloh: použít při jejich řešení logiku, kreativitu a využít mezipředmětových souvislostí. Netradiční úlohy umí také vhodně aplikovat reálné situace do matematického vyučování a tím pomáhají připravit žáky na jejich dospělý život.

Pokud žáci nebudou zvyklí pracovat s úlohami již od prvního stupně základní školy, bude se možná učitel na druhé stupni muset vypořádat s tím, že s nimi nebudou chtít pracovat. Jedním z důvodů může být i to, že jsou pro ně úlohy příliš obtížné. Fakt, že k jejich řešení neexistuje jednotný postup, mohou vnímat jako nepřekonatelný problém, který se bude negativně odrážet v jejich hodnocení. Taková situace může způsobit stres a úplně se ztrácí smysl nestandardních úloh. V tomto případě je vhodnější začít s nejjednoduššími formami (s takovými, které by se daly použít i v nižších ročnících) a postupně přidávat složitější prvky.

Význam netradičních úloh je velice široký (od obohacení výuky o nestandardní prvky po rozvoj různých žakových schopností). Ať již má učitel jakýkoli záměr, nikdy nemůže se zavedením netradičních úloh dětem uškodit.

## 4 Analýza učebnic prvního stupně základní školy

Pro analýzu matematických učebnic byly pro účely této práce vybrány čtyři nakladatelství (Didaktis, Fortuna, Scientia a SPN). Učebnice byly důkladně prostudovány z hlediska obsahu netradičních aplikačních úloh (viz kapitola 3.1). Analýza byla realizována ve všech ročnících prvního stupně a její výsledky jsou pro všeobecný přehled uvedeny v tabulkách (viz níže).

### 4.1 Učebnice pro první ročníky základních škol

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro základní školy (pracovní učebnice, část první)*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro základní školy (pracovní učebnice, část druhá)*. Fortuna.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy, 1. díl*. SPN.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy, 2. díl*. SPN.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy, 3. díl - volitelný*. SPN.

TARÁBEK, P. a kol. *Matematika 1 pro 1. ročník základní školy*. Didaktis.

TARÁBEK, P. a kol. *Matematika 2 pro 1. ročník základní školy*. Didaktis.

TARÁBEK, P. a kol. *Matematika 3 pro 1. ročník základní školy*. Didaktis.

TRCH, M. a kol. *Matematika 1 pro 1. ročník obecné a základní školy, 1. díl*. Scientia.

TRCH, M. a kol. *Matematika 1 pro 1. ročník obecné a základní školy, 2. díl*. Scientia.

Výuka matematiky v prvním ročníku základní školy spočívá především v zavádění pojmu *číslo* a základních matematických operací.

#### Nakladatelství Didaktis

Pro první ročník byly vydány tři pracovní učebnice matematiky a s nestandardně aplikovanými úlohami se žáci setkají až ve třetím díle, kde se nachází úkol vymyslet,

napsat a vyřešit slovní úlohu podle obrázku (typ VII c, kapitola 3.1). Učebnice jsou velice jednoduché, ale pro žáky mohou být zajímavé, jelikož jsou pěkně ilustrované.

### **Nakladatelství Fortuna**

Autoři učebnici rozdělili podle matematického zaměření na několik částí, přičemž každá má své pojmenování, které je pro děti lákavé a silně motivační (týkají se zvířat a již samotné názvy bývají zábavné, tudíž pro žáky zajímavé). Příkladem může být kapitola nazvaná „Jak lvíček spořil“, kde je hlavní náplní učiva manipulace s mincemi (typ VI, kapitola 3.1). „Jak se zvířátkům zdálo o hradu“ se týká geometrických tvarů a práce s nimi apod.

V části zvané „Jak šla zvířátka spát“ lze nalézt další typ nestandardní úlohy. Žáci mají k uvedeným příkladům vymyslet zadání slovní úlohy (typ VII a, kapitola 3.1). Na předchozí stránce je však jedna taková úloha uvedena, tudíž má žák představu o tom, co má vytvořit. Ve většině případů jistě dojde pouze k tomu, že jen zamění jméno zvířete a použije stanovená čísla k vytvoření „nové“ slovní úlohy. Jedná se už ale o netradiční aplikaci.

V učebnici ale samozřejmě najdeme i jiné úlohy nestandardního typu. Vyskytují se zde číselné řady (typ I, kapitola 3.1), které jsou navíc ještě obohaceny o velice povedené zvířecí prvky, díky nimž je žák opět velmi dobře motivován. Dále také matematická úloha, ve které je cílem doplnit jakýsi útvar o geometrické tvary podle určité logické posloupnosti (typ I, kapitola 3.1). Úlohy takového typu jsou v prvních ročnících velmi oblíbené, tudíž nemohou chybět ani v této učebnici.

### **Nakladatelství Scientia**

Učebnice byly vydány již v roce 1995 a pro dnešního „moderního“ žáka zřejmě nebudou příliš atraktivní. Je však nutno říci, že nabízí velkou škálu různorodých matematických úloh a v mnohých ohledech předčí učebnice vydané v posledních letech. Snaha autorů o netypické podání všedních úkolů je neocenitelná.

V učebnicích se objevuje poměrně velké množství nestandardních úloh. Jsou jimi číselné analogie (typ II, kapitola 3.1), úlohy týkající se manipulace s mincemi a především číselné a logické řady. Prvky těchto řad jsou uspořádány do geometrických tvarů, jakými

jsou např. čtverce, kruhy či trojúhelníky (podobný princip mají tzv. pyramidy) a žákovým úkolem je pochopit jejich systém a nalézt princip řešení.

### **Nakladatelství SPN**

Nakladatelství SPN jako jediné z výše zmíněných analyzovaných učebnic použilo nestandardní matematické úlohy již v prvním díle. Velice brzy se zde objevuje vytváření slovních úloh podle obrázků, přičemž se začíná u porovnávání, pokračuje se ke sčítání a odčítání. V závěru již žáci vytváří úlohy dle svého vlastního mínění.

Další netradiční aplikací jsou tzv. pyramidy. Většinou jsou ve tvaru trojúhelníku rozděleného na části nebo se jedná o tři čtverce „naskládané“ do tvaru trojúhelníku. Ve spodní části se nachází dvě čísla a úkolem je doplnit vrchol pyramidy (typ I, kapitola 3.1). V zadání není řečeno, zda se jedná např. o sčítání, je zde uveden pouze příklad jedné vyřešené pyramidy. V tomto případě se tedy dá hovořit o nestandardní matematické úloze. V některých částech učebnice se však přesný postup již objevuje (např.: „Směrem nahoru sčítáme, dolů odečítáme.“).

Vyskytuje se zde také, vůbec poprvé, speciální označení pro netradiční úlohy. Jedná se konkrétně o logické doplňování řad (tentokrát tedy ne číselných ale např. řad geometrických útvarů). Zadání je žlutě orámováno a pojmenováno „Pro rozvoj myšlení“.

### Shrnutí analýzy učebnic pro první ročník

	Didaktis	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady		3	14	12
číselné a obrázkové analogie		1	2	4
netradiční geometrické úlohy				
složené slovní úlohy				
úlohy z kombinatoriky				2
úlohy vedoucí k neurčitým rovnicím		2	6	
vytváření slovních úloh žáky	1	3		9
úlohy s nadbytečnými údaji				
úlohy s neúplnými údaji				
problémové úlohy				

Tab. 4

Nejčastějším typem nestandardně aplikovaných úloh jsou číselné a logické řady, kterých využívá téměř každá učebnice. Velice časté je i vytváření slovních úloh samotnými žáky, analogie a úlohy vedoucí k neurčitým rovnicím. Dokonce se již v učebnicích pro první ročníky objevují i úlohy z kombinatoriky (typ V, kapitola 3.1). Ostatní typy nestandardních úloh se zde nevyskytují, ale jelikož se jedná o úplný počátek seznamování se s matematikou, jsou výsledky vyhovující.

#### **4.2 Učebnice pro druhé ročníky základních škol**

BULÍN, J. a kol. *Matematika, pracovní sešit 1 pro 2. ročník základní školy*. Didaktis.

BULÍN, J. a kol. *Matematika, pracovní sešit 2 pro 2. ročník základní školy*. Didaktis.

BULÍN, J. a kol. *Matematika, učebnice pro 2. ročník základní školy*. Didaktis.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy, část první*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy, část druhá*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Fortuna.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní učebnice I)*. SPN.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní učebnice II)*. SPN.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní sešit, 2. díl)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 2. ročník základní školy (učebnice)*. Scientia.

### **Nakladatelství Didaktis**

Na začátku této učebnice je tabulka shrnující celé její učivo v jednotlivých bodech RVP. Jsou zde rozepsány rozvíjené dovednosti, klíčové kompetence a očekávané výstupy, mezi nimiž se objevují i nestandardní aplikační úlohy. Z tabulky lze vyčíst, na které stránce a v rámci kterého matematického učiva se úlohy vyskytují. Dokonce jsou i speciálně označené (stránky mají jinou barvu než ty ostatní).

Učebnice obsahuje velké množství číselných a logických řad, analogií a také cvičení, u nichž je žakovým úkolem vymyslet slovní úlohy podle obrázku. Ve druhém ročníku se poprvé objevují i netradiční geometrické úlohy (typ III, kapitola 3.1). Jsou to např. úlohy rozvíjející prostorovou představivost.

### **Nakladatelství Fortuna**

V tomto vydání nalezneme již tradiční logické řady či úlohy vedoucí k neurčitým rovnicím. Vyskytuje se zde poměrně velké množství netradičních úloh pro rozvoj prostorové orientace a úloh, vyžadujících logické myšlení (typ X, kapitola 3.1), které jsou vždy označeny otazníkem.

### **Nakladatelství Scientia**

Učebnice je velmi bohatá na netradiční geometrické úlohy (např. různé pohledy na stavby z krychlí a jejich nákres či naopak tvoření staveb podle číselného návodu). Nechybí zde ani magické čtverce nebo manipulace s mincemi.

### **Nakladatelství SPN**

Učebnice je, co se týče obsahu nestandardních aplikačních úloh, nejbohatší. Výskyt logických řad, analogií i netradičních geometrických úloh je samozřejmostí a všechny typy se vyskytují v poměrně velkém počtu. Poprvé zde však nalezneme i úlohy s nadbytečnými údaji (typ VIII, kapitola 3.1). Při prvním setkání jsou na ni žáci chytře upozorněni. Úlohu totiž následuje úkol pozměnit otázku úlohy tak, aby určitý údaj nebyl navíc (nadbytečný). Poté již žáci upozorňováni nejsou a nadbytečné údaje musí rozpoznat sami.

### **Shrnutí analýzy učebnic pro druhý ročník**

	Didaktis	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady	8	3	4	17
číselné a obrázkové analogie	3			2
netradiční geometrické úlohy	7	5	12	6
složené slovní úlohy				
úlohy z kombinatoriky			2	
úlohy vedoucí k neurčitým rcím	1	4	4	2
vytváření slovních úloh žáky	4		6	8
úlohy s nadbytečnými údaji				5
úlohy s neúplnými údaji		2		
problémové úlohy	6		1	

Tab. 5

I v učebnicích pro druhý ročník jsou nejčastějším typem netradičních úloh logické a číselné řady. Nově se však objevují nestandardní geometrické úlohy. V poměrně velkém počtu a v každé z analyzovaných učebnic. Jak již bylo uvedeno, nakladatelství SPN použilo k výuce matematiky nejvíce netradičních úloh, ale při pohledu na tabulku je vidět, že se jejich množství stále zvyšuje u každého nakladatelství. Největší rozdíl mezi počtem úloh v prvním a druhém ročníku má Didaktis, u něhož si v této tabulce lze všimnout opravdu velkého pokroku v zařazení netradičních úloh.

### 4.3 Učebnice pro třetí ročníky základních škol

BLAŽKOVÁ, J. a kol. *Matematika, pracovní sešit pro 3. ročník základní školy*. Didaktis.

BLAŽKOVÁ, J. a kol. *Matematika, učebnice pro 3. ročník základní školy*. Didaktis.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy, část první*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy, část druhá*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Fortuna.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. SPN.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit 1)*. SPN.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. SPN.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit, 2. díl)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 3. ročník základní školy (učebnice)*. Scientia.

Žáci tohoto ročníku sčítají a odčítají v oboru do 1 000 a dochází k zavádění matematických operací násobení a dělení v oboru od 6 do 10.



### **Nakladatelství Didaktis**

Na začátku učebnice je opět stručný přehled daného učiva. Poté se zde vyskytuje několik úloh na rozvoj prostorového vnímání, číselné řady a cvičení, při nichž žáci sami vymýšlejí slovní úlohy. Jelikož je učivo matematiky stále těžší, potřebují učebnice více prostoru pro výklad a následné fixování a opakování. I přesto je počet netradičních úloh téměř stejný jako v minulém ročníku.

### **Nakladatelství Fortuna**

Učebnice i ve třetím ročníku udržují svůj standard a kromě velice zajímavých, chytrě motivačně vytvářených cvičení, obsahují i přiměřenou dávku nestandardních aplikačních úloh. Novým prvkem jsou v tomto případě úlohy z kombinatoriky a vytváření slovních úloh podle obrázků.

### **Nakladatelství Scientia**

Nejčastějším typem netradiční aplikace je vytváření slovních úloh. Některá cvičení obsahují řadu příkladů (několik z nich je podtrženo), k nimž mají žáci vytvářet zadání slovní úlohy. V případě této učebnice by se dalo namítnout, že úloh je zde až příliš velké množství. Jsou však prakticky zaměřené a velmi různorodé. Učitel má alespoň šanci vybrat si z velké nabídky ty, které jemu i žákům vyhovují.

### **Nakladatelství SPN**

Stejně jako v minulých ročnících má nakladatelství SPN ve svých učebnicích a pracovních sešitech největší množství typů nestandardních aplikačních úloh. Opět se zde vyskytují úlohy s nadbytečnými údaji a také problémové úlohy. Oba typy nejsou v jiných analyzovaných učebnicích či sešitech k vidění. Poprvé se zde k výuce geometrického učiva využívá hlavolam zvaný Tangram (typ III, kapitola 3.1).

### **Shrnutí analýzy učebnic pro třetí ročník**

	Didaktis	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady	8	7	5	9
číselné a obrázkové analogie	3			4
netradiční geometrické úlohy	9	7	3	3
složené slovní úlohy				
úlohy z kombinatoriky		2	2	
úlohy vedoucí k neurčitým rcím		4		1
vytváření slovních úloh žáky	9	1	6	3
úlohy s nadbytečnými údaji				1
úlohy s neúplnými údaji				
problémové úlohy				1

Tab. 6

Číselné a logické řady se opět objevují nejčastěji. Netradiční geometrické úlohy a slovní úlohy tvořené žáky jsou (spolu s již zmíněnými řadami) v každé z analyzovaných učebnic. Úlohy s neúplnými údaji a složené slovní úlohy na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem se stále neobjevily v žádném z pracovních sešitů.

Nakladatelství Didaktis a SPN mají zhruba stejný počet netradičních úloh (co se týče jejich množství i typů).

#### **4.4 Učebnice pro čtvrté ročníky základních škol**

AUSBERGEROVÁ, M. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. SPN.

BLAŽKOVÁ, J. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. Didaktis

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy, část první*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy, část druhá*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Fortuna.

EIBLOVÁ, L. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. SPN.

EIBLOVÁ, L. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit I)*. SPN.

CHRAMOSTOVÁ, I. a kol. *Matematika, pracovní sešit pro 4. ročník základní školy*. Didaktis.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit, 2. díl)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (učebnice)*. Scientia.

V tomto ročníku žáci sčítají v oboru do 1 000 000 a dochází k prvotnímu zavádění zlomků. Písemné násobení je v oboru do 10 000.

### **Nakladatelství Didaktis**

Zpracování učebnice tohoto nakladatelství se ve čtvrtém ročníku mění. Získává nový, menší formát a je také jinak obsahově zpracována. Na každé stránce je článek (většinou odborný), který žákům poskytuje nové informace, a také materiál, ke kterému jsou vytvořené slovní úlohy či jiná matematická cvičení. Články často obsahují skutečné údaje (např. statistiky v podobě grafů nebo tabulek), tudíž vycházejí z reálného života. Pracovní sešity posléze doplňují výklad v učebnicích a právě v sešitech nalezneme i netradiční úlohy.

### **Nakladatelství Fortuna**

Učebnice nabízejí několik typů netradičních úloh a některé úplně poprvé. Jsou to např. složené slovní úlohy na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem (typ IV, kapitola 3.1) či úlohu s neúplnými údaji (typ IX, kapitola 3.1). Velký počet aplikace nestandardních úloh je především v oblasti geometrie.

## Nakladatelství Scientia

V tomto ročníku sice nejsou žádné číselné a logické řady, ale objevují se zde poprvé složené slovní úlohy. Při prvním setkání s nimi mají žáci k dispozici grafické znázornění (o jeho důležitosti je pojednáno v kapitole 3.1, IV). Postupně toto znázornění mizí a žáci jej vytváří sami. Netradiční geometrické úlohy jsou zde zastoupeny opět různými způsoby znázornění staveb z pohledů shora, zprava apod. Nově se objevují i různé druhy objektů (např. dům nebo věž). Nejde tedy pouze o typické stavby z krychlí. Složitější úlohy (mezi nimiž jsou i nestandardní úlohy) jsou označovány obrázkem sovy.

## Nakladatelství SPN

Ve čtvrtém ročníku jsou stejné typy nestandardních úloh jako v minulém ročníku, vyskytuje se jich však o dost méně. V učebnici je převážně nové matematické učivo (jeho zavádění a fixace). Několik typů netradičních úloh lze najít až v pracovních sešitech.

### Shrnutí analýzy učebnic pro čtvrtý ročník

	Didaktis	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady	3	3		1
číselné a obrázkové analogie				1
netradiční geometrické úlohy	12	12	8	2
složené slovní úlohy		9	5	
úlohy z kombinatoriky			2	
úlohy vedoucí k neurčitým rcím			5	1
vytváření slovních úloh žáky	3	2	1	2
úlohy s nadbytečnými údaji	1			
úlohy s neúplnými údaji		1		
problémové úlohy	1		1	2

Tab. 7

Z tabulky lze vyčíst, že se v učebnicích či pracovních sešitech pro čtvrtý ročník poprvé objevují složené slovní úlohy na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem a jedna úloha s neúplnými údaji. V počtu netradičních úloh si každé nakladatelství drží svou standardní úroveň (s výjimkou SPN, u něhož množství těchto úloh poněkud kleslo). Ovšem vzhledem k tomu, že je nutné zavádět stále nové druhy matematických operací, které bývají pro žáky náročné, je pravděpodobné, že počet nestandardních úloh bude postupně klesat u každého z analyzovaných nakladatelství.

#### **4.5 Učebnice pro páté ročníky základních škol**

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy, část první*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy, část druhá*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Fortuna.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Fortuna.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 5. ročník základní školy (pracovní sešit)*. Scientia.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 5. ročník základní školy (učebnice)*. Scientia.

VACKOVÁ, I. a kol. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. SPN.

VACKOVÁ, I. a kol. *Matematika pro 5. ročník základní školy (pracovní sešit 1)*. SPN.

VACKOVÁ, I. a kol. *Matematika pro 5. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. SPN.

Náplní učiva posledního ročníku prvního stupně základní školy jsou (mimo jiné) desetinná čísla či počítání průměru.

#### **Nakladatelství Didaktis**

Pro účely této diplomové práce nebylo možné učebnici ani pracovní sešit od nakladatelství Didaktis sehnat.

### **Nakladatelství Fortuna**

V učebnicích nejsou netradiční úlohy k vidění vůbec. Vyskytují se pouze v pracovních sešitech, ale v porovnání s předchozími ročníky je jich opravdu velmi málo. Jedná se jen o číselné řady a netradičně pojaté geometrické úlohy.

### **Nakladatelství Scientia**

V učebnicích se znovu objevují číselné a logické řady, zmizely ovšem problémové úlohy i vytváření slovních úloh podle obrázků či příkladů. Celkový počet netradičních úloh se (stejně jako u nakladatelství Fortuna) snížil.

### **Nakladatelství SPN**

Počet všech nestandardních úloh vyskytujících se v pracovních sešitech (popřípadě v učebnici) je sice velmi vysoký, ale při pohledu na tabulku zobrazující shrnutí analýzy učebnic je vidět, že nejvíce jsou v tomto případě zastoupeny číselné a logické řady. Nejčastěji se jedná o magické čtverce nebo trojúhelníky. Je jich sice mnoho, ale stále se opakují. Příliš se neliší od logických řad, které byly žákům předvedeny již v prvních ročnících prvního stupně základní školy.

### Shrnutí analýzy učebnic pro pátý ročník

	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady	5	5	30
číselné a obrázkové analogie			
netradiční geometrické úlohy	4	6	9
složené slovní úlohy		1	
úlohy z kombinatoriky		4	2
úlohy vedoucí k neurčitým rcím		1	1
vytváření slovních úloh žáky			1
úlohy s nadbytečnými údaji			
úlohy s neúplnými údaji			
problémové úlohy			

Tab. 8

Nejvíce patrný rozdíl v počtu netradičních úloh ve srovnání s předešlými ročníky je u nakladatelství Fortuna. Úlohy s neúplnými, nadbytečnými údaji ani problémové úlohy se neobjevily v žádné ze zkoumaných učebnic. Stejně tak vytváření slovního zadání k příkladům, které je k vidění pouze u SPN (ale jen jednou). Didaktis nemohl být analyzován.

Množství netradičních úloh tedy skutečně kleslo, i když jsou žáci již v pátém ročníku a mohli by řešit mnohem více netradičních slovních úloh, mezi něž patří úlohy s nadbytečnými či neúplnými údaji. Ty se však vůbec neobjevují.

### Celkové shrnutí analýzy učebnic pro 1. - 4. ročník

	Didaktis	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady	19	16	23	39
číselné a obrázkové analogie	6	1	2	11
netradiční geometrické úlohy	28	24	23	11
složené slovní úlohy		9	5	
úlohy z kombinatoriky		2	6	2
úlohy vedoucí k neurčitým rcím	1	10	15	4
vytváření slovních úloh žáky	12	6	13	22
úlohy s nadbytečnými údaji	1			6
úlohy s neúplnými údaji		3		
problémové úlohy	7		2	3
<b>CELKEM</b>	<b>74</b>	<b>71</b>	<b>89</b>	<b>98</b>

Tab. 9

Největší množství nestandardních úloh má sice nakladatelství SPN, ale jejich počet je velice vyrovnaný. Žádné z analyzovaných nakladatelství nezahrnulo ve svých učebnicích či pracovních sešitech všechny typy netradičních úloh. U každého z nich minimálně dva typy na prvním stupni chybí.



### Celkové shrnutí analýzy učebnic pro 1. - 5. ročník

	Fortuna	Scientia	SPN
číselné a logické řady	21	28	69
číselné a obrázkové analogie	1	2	11
netradiční geometrické úlohy	28	29	20
složené slovní úlohy	9	6	
úlohy z kombinatoriky	2	10	4
úlohy vedoucí k neurčitým rcím	10	16	5
vytváření slovních úloh žáky	6	13	23
úlohy s nadbytečnými údaji			6
úlohy s neúplnými údaji	3		
problémové úlohy		2	3
<b>CELKEM</b>	<b>80</b>	<b>106</b>	<b>141</b>

Tab. 10

V této tabulce jsou uvedena jen tři nakladatelství (Didaktis zde chybí) a zahrnuje i analýzu učebnic z pátého ročníku. Mění se ale pouze počty jednotlivých typů netradičních úloh (ne však všech), žádný nový typ úloh nebyl v posledním ročníku prvního stupně základní školy zaveden.

## 5 Nestandardní úlohy v praxi

Nestandardní úlohy jsem zadávala ve třídě 4. C, na 11. základní škole v Mostě, pod vedením paní učitelky Mgr. Lenky Koudelové. Škola s rozšířenou výukou hudební a výtvarné výchovy, která má však i třídy standardní, je školou pavilónového typu a její Školní vzdělávací program se nazývá „Do školy s radostí“. Je zaměřen jak na logické myšlení tak na kreativitu žáka, čímž se od většiny mosteckých základních škol liší.

Třídu navštěvuje 25 žáků (9 chlapců a 16 dívek), je zaměřena na hudební výchovu a prospěchově je v porovnání s ostatními 4. ročníky na této škole nadprůměrná. V matematické soutěži Klokánek se čtyři žáci umístili ve své kategorii na prvních místech. Tyto čtyři děti by třídní učitelka (z hlediska matematických schopností) zařadila k nadprůměrným, dvě děti jsou integrované.

Úlohy jsem zadávala v průběhu své povinné souvislé pedagogické praxe. Jelikož jsem netradiční úlohy využívala v hodinách matematiky během celého období své praxe, která trvala čtyři týdny, počet žáků se mění téměř u každého typu úkolu.

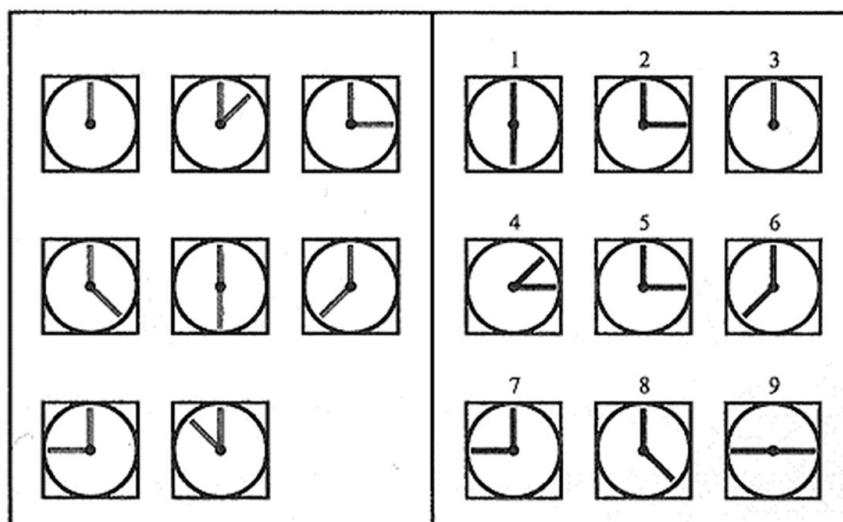
Žáci této třídy nestandardní úlohy v matematice příliš často neřeší. Třídní učitelka mě informovala, že je v minulosti (v nižších ročnících) k rozvoji logického myšlení využívala, ale v současnosti již ne.

Zde tedy uvádím netradiční aplikační úlohy, které jsem použila při svém průzkumu schopností žáků čtvrtého ročníku je řešit.

### i. Logická řada

Tuto úlohu jsem našla v knize zabývající se obohacováním matematického vyučování o prvky logického myšlení. Úkolem žáků je z obrázku v pravém obdélníku vybrat takový, který doplňuje řadu v obdélníku vlevo.

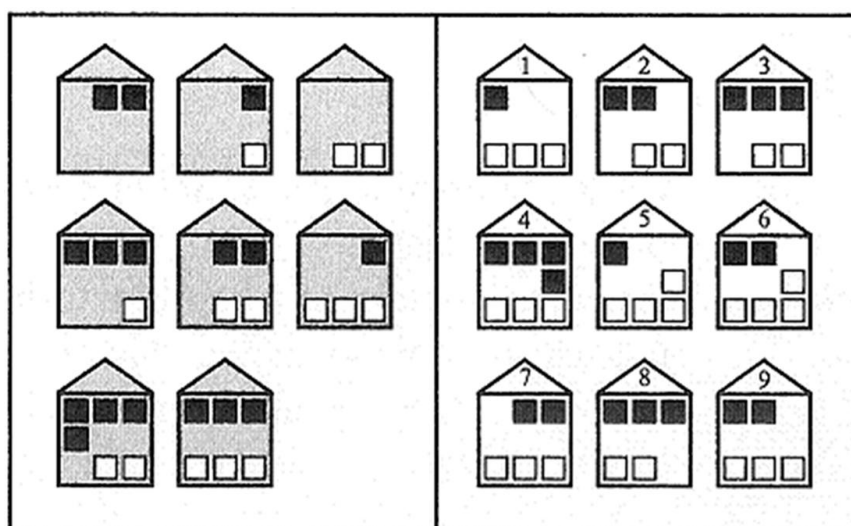
V den zadávání úlohy bylo ve třídě přítomno dvacet tři žáků. Nejprve jsem jim ukázala příklad s hodinami. Obrázky jsem promítala na interaktivní tabuli, aby bylo jednodušší je společně řešit.



Obr. 6

Zpočátku byli někteří žáci zmateni a nevěděli, jakým způsobem se mají na hodiny dívat (zda mají řešit logickou řadu po řádcích nebo po sloupcích). Poradila jsem jim tedy, že po řádcích, stejně jako je tomu ve vedlejším obdélníku, v němž jsou hodiny očíslované.

Nechala jsem pár minut na rozmyšlenou, během nichž se třem žákům podařilo nalézt správné řešení. Společně jsme si na promítnutém obrázku vysvětlili, z jakého důvodu jsou hodiny číslo tři logickým doplněním řady. Poté jsem promítla druhý typ nestandardní úlohy – s domečky.



Obr. 7

Tuto úlohu se podařilo správně vyřešit deseti žákům. Požádala jsem všechny, aby se mi na zadní stranu papíru s úlohami pokusili stručně vysvětlit, proč si vybrali právě tento obrázek. Ti, kteří nedokázali úlohu vyřešit, nenapsali většinou nic. Několik žáků

s chybným výsledkem napsalo nesmyslný výklad svého řešení a objevily se i odpovědi typu: „*Vybrala jsem tento domeček, protože se mi nejvíce líbil.*“

Chtěla jsem po dětech, aby také porovnaly náročnost obou úloh. Většina žáků (kteří se k náročnosti vyjádřili) shledala těžší úlohu s hodinami, což je velice zvláštní, neboť dle mého názoru jsou mnohem jednodušší. Vysvětluji si to tím, že v úloze s domečky je mnohem snazší nalézt více způsobů, jak dospět ke správnému výsledku. Zřejmě to způsobují čtverce, jejichž počet i barva se mění, kdežto v případě hodin není pohyb hodinových ručiček tak výrazný.

Od žáků jsem obdržela tři způsoby řešení. Nejčastěji se vyskytovalo vysvětlení, že „*černých kostiček v řádcích ubývá a bílých naopak přibývá*“. Jeden žák dokonce zjistil, že stejný princip lze aplikovat v řadách i ve sloupcích. Jedna žákyně vyřešila úlohu tak, že si všímala počtu čtverců v každém domečku (černých i bílých dohromady). Uvedla toto vysvětlení: „*V prvním řádku jsou vždy dvě okna, ve druhém čtyři okna a ve třetím šest oken.*“ Ve formulacích žáků si lze všimnout nesprávného označení čtverce (nazývali jej kostičkou).

Pokud zohledním, že úloha s hodinami byla pro děti zřejmě příliš obtížná, nemohu ani výsledek tří úspěšných žáků (zde musím podotknout, že se jednalo o žáky nadprůměrné) započítávat, protože by se jednalo o nejhorší výsledek z celého mého šetření. Zaměřím se tedy jen na úlohu s domečky, ale ani výsledek deseti úspěšných žáků není příliš dobrý, neboť se nejedná ani o polovinu celé třídy. Žáci nejsou zvyklí na podobná cvičení pracující s logickým úsudkem. Úloha je však velmi zaujala a velice se jim líbila.

Úspěšnost řešení úlohy byla 43 %.

## **ii. Číselná řada typu A**

Netradiční úlohu řešilo dvacet čtyři žáků. Jednalo se o dva čtverce, které obsahovaly dvě číselné řady. Úloha byla převzata ze stejné knihy jako výše uvedené logické řady.

První čtverec byl jednodušší a vyřešit ho se podařilo jednadvaceti žákům. Žáci dostali za úkol doplnit čísla do dvou prázdných políček. Prozradila jsem jim, že jsou čísla ve čtverci uspořádána podle určitého řádu, na který musí přijít.

1	9	17	25
3	11	19	27
5	13	21	
7	15	23	

Obr. 8

Řešení jsme si společně ukázali na interaktivní tabuli, aby všichni pochopili princip úkolů. Většina žáků mi jako vysvětlení svého řešení uvedla, že si všimli, že čtverec tvoří pouze lichá čísla jdoucí za sebou v jednotlivých sloupcích čtverce. Někteří však postupovali jinak – po řádcích. Uvědomili si, že rozdíl mezi jednotlivými čísly má hodnotu osm. Poté přičetli osm i k posledním zadaným číslům ve třetí a čtvrté řadě a také dospěli ke správnému výsledku.

Bylo sice dobré, že objevili více způsobů řešení, ale zřejmě jsem tím, že jsme si tyto dvě možnosti řekli společně, udělala chybu, neboť druhý uvedený způsob řešení aplikovali i na druhý čtverec. Na jeho doplnění jsem žákům nechala více času.

2	4	8	14
6	10	16	22
12	18	24	
20	26		

Obr. 9

Tuto číselnou řadu vyřešili čtyři žáci. Všichni uvedli, že v tomto případě doplňovali pouze sudá čísla, ale jejich posloupnost nebyla znázorněna ve sloupcích, nýbrž šikmo dolů - zprava doleva (směr postupu mohlo napovědět i uspořádání prázdných políček).

Poté, co jsem si procházela vyplněné čtverce, jsem si všimla, že sedm žáků vyřešilo úlohu tímto způsobem:

2	4	8	14
6	10	16	22
12	18	24	30
20	26	32	38

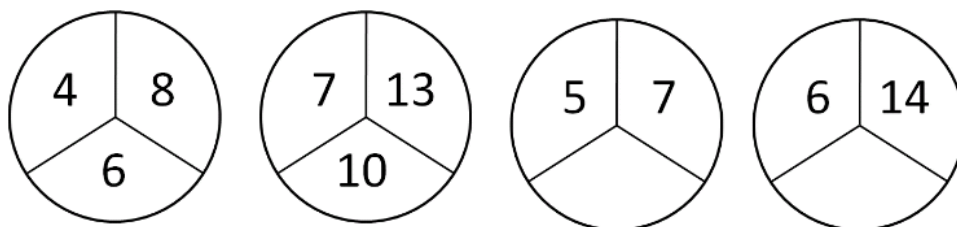
Obr. 10

Jak jsem již zmiňovala výše, žáci zřejmě postupovali tak, že místo osmi (jako tomu bylo u prvního čtverce) tentokrát přičítali hodnotu šesti. Bohužel je tento postup chybný, protože takto nelze nalézt správné řešení úlohy. Žáci měli být více pozorní a všimnout si, že takhle postupovat nemohou, neboť např. hned v prvním řádku rozdíl mezi čísly čtyři a osm není šest, ale čtyři (stejně jako v řádku druhém, kde rozdíl mezi čísly šest a deset opět není šest).

Z celkového počtu čtyřicet dvou žáků úlohu nevyřešilo sedmnáct z nich. Třem žákům se bohužel nepodařilo vyřešit ani jednu z číselných řad. Pouhá šestina dětí doplnila oba čtverce správným způsobem a úspěšnost řešení úlohy byla tedy 16,5 %.

### iii. Číselná řada typu B

Číselná řada, jejíž posloupnost je upravena do podoby „číselných kruhů“, byla představena dvaceti dvěma žákům. Úloha byla čerpána z učebnice, kterou žáci používají při běžné výuce matematiky. Sestavena je ze čtyř kruhů, přičemž první dva jsou kompletní a zbylé dva musí žák doplnit.



Obr. 11

Opět jsem dětem v úvodu poradila, že mezi čísly existuje určitý vztah neboli systém, na který musí přijít. Po několika minutách úlohu vyřešilo sedm žáků, tedy téměř jedna

třetina z přítomných. Ani tento výsledek není příliš příznivý. Patnáct žáků bohužel v řešení neuspělo.

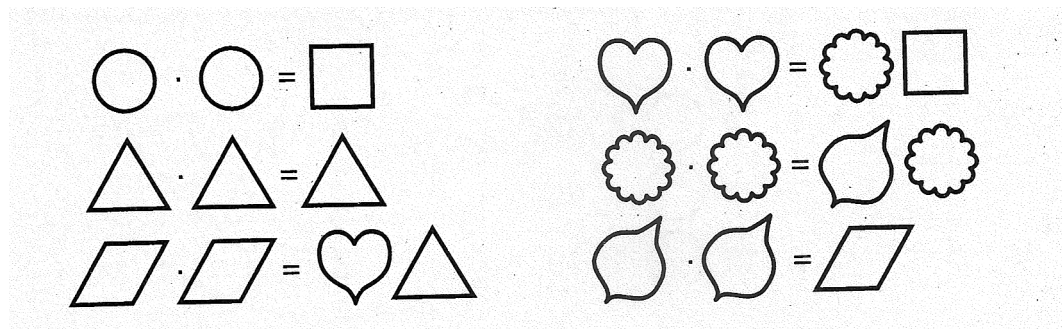
Děti byly opět požádány, aby se pokusily vysvětlit, jak dospěly ke svým výsledkům. Ze sedmi úspěšných žáků mi svůj postup popsali tři. Dvě žákyně sečetly dvě čísla v horních políčkách kruhů, následně tento součet vydělily dvěma a získaly tak řešení úlohy. Jeden žák mi napsal tuto odpověď: „Protože jsou to násobky jdoucí proti směru hodinových ručiček.“ Po vyučování jsem s ním toto vysvětlení probrala, neboť jsem se chtěla ujistit, že jsem jej pochopila správně. Žák si všiml, že v případě prvního kruhu jde o násobky dvou (začínající od čísla čtyři). V druhém kruhu jsou násobky tří (začínající od čísla sedm – i když se samozřejmě nejedná o násobky tří v pravém slova smyslu), proto hledal, jaké násobky jsou v dalších kruzích. Ve třetím kruhu objevil násobky jedné a ve čtvrtém násobky čtyř (opět však ne skutečné násobky čtyř). Postup je to poněkud zvláštní, ale musím ocenit chlapcovu snahu nalézt řešení.

Při procházení výsledků jsem zjistila, že sedm ze zbylých patnácti žáků vyřešilo alespoň první (tedy v pořadí třetí) kruh. Bohužel však nenapsali správný postup řešení. Objevovalo se zde jen tvrzení: „Číslo jdou za sebou.“ To však vůbec neodpovídá postupu znázorněnému v doplněných kruzích a nelze jej aplikovat ani na kruh poslední.

Úspěšnost řešení úlohy byla 32 %.

#### iv. Problémová úloha typu A

Úlohu tvořily „obrázkové příklady“ a řešilo ji dvacet jedna dětí. Každý symbol zastupuje jednu číslici. Po doplnění vhodných číslic do symbolů vyjdou matematicky správně řešené příklady.



Obr. 12

Při prvním setkání s úlohou byli žáci velice zmateni. Bohužel spousta z nich vůbec nechápala zadání a ani po několikerém zopakování, že jeden obrázek zastupuje jednu

číslici, se stále objevovala řešení, při nichž žáci zapisovali např. číslici 2 do kruhů i do srdíček (viz příloha 7).

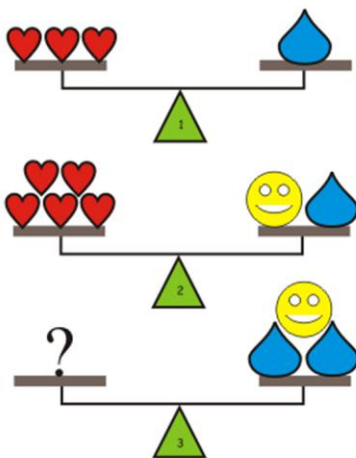
Ani po několika minutách se neobjevil nikdo, komu by se úlohu dařilo vyřešit. Musela jsem jim poradit první krok, který je měl dovést k řešení („Zaměřte se na druhý příklad v prvním sloupci. Součinem kterých dvou čísel je to stejné číslo?“). Po této informaci tři žáci úlohu vyřešili. Poté, co jsem žákům ještě jednou poradila, objevili řešení další čtyři. Zbytek třídy k výsledku nedošel.

Samozřejmě jsme si úlohu společně zhodnotili a žáci jednohlasně uvedli, že byla úloha velice těžká. Třídní učitelka mi prozradila, že s podobnými úlohami sice děti již v minulosti pracovaly, ale jejich úroveň obtížnosti byla o mnoho nižší.

Úloha byla pro žáky až příliš obtížná, i když byla čerpána z pracovního sešitu pro 4. ročníky základních škol. S menší nápovědou vyřešila úlohu pouhá sedmina žáků (s výraznou nápovědou se počet zvýšil na jednu třetinu celé třídy a úspěšnost řešení byla tedy 33 %).

#### v. Problémová úloha typu B

Další úlohou, kterou jsem žákům zadala, byla obrázková problémová úloha. Převzala jsem ji z diplomové práce zabývající se matematickými soutěžemi na 1. stupni ZŠ. Na obrázku jsou tři váhy. Každá z nich má na svých miskách určitý „náklad“. Všechny tři váhy jsou v rovnováze, tudíž mají jejich náklady stejnou „hmotnost“ (hodnotu). Žáci, kterých bylo ve třídě dvacet jedna, měli doplnit náklad na jednu stranu vah označených číslem tři.



Obr. 13



Úkol děti velmi zaujal. Nejspíš to způsobilo jeho barevné provedení, které bylo pro děti atraktivní a působilo hravě. Po prezentaci úlohy se žáci ihned pustili do řešení. Někteří z nich měli zpočátku problém pochopit, na jakém principu váhy fungují, což bylo zřejmě způsobeno tím, že se s takovým typem vah nikdy nesetkali. Postačilo však rychlé vysvětlení.

Už po necelé minutě mělo několik žáků úkol splněný. Samozřejmě jsem nechala čas a prostor k řešení i zbytku třídy a opět jsem je poprosila, aby mi stručně popsali způsob, jak došli ke svému závěru. U všech žáků se v tomto popisu objevilo i tvrzení, že úloha je zatím nejlehčí ze všech netradičních úloh, které jsem jim zadala. Psali to však i žáci, kteří úkol nevyřešili správně.

Třináct žáků dospělo ke správnému řešení. U všech se vyskytovalo i přesné vysvětlení, jak postupovali. Všimli si, že na první váze má jedna modrá kapka stejnou hodnotu jako tři červená srdce. Na druhou váhu přibyl žlutý obličej a počet srdcí se zvětšil na pět. Třetí váha je obohacena o jednu další modrou kapku, jejíž hodnota (jak zjistili u první váhy) odpovídá hodnotě tří srdcí. K pěti červeným srdcím přičetli tři další a došli k výsledku, že hodnota odpovídající dvěma kapkám a jednomu obličejí je osm srdcí.

Dva žáci uvedli, že pouze sečetli počet srdcí z první a druhé váhy, protože si všimli, že na pravé straně třetí váhy je součet pravých stran dvou vah předchozích.

Osmi žákům se úlohu nepodařilo vyřešit. Sedm z těchto žáků uvedlo jako správný výsledek šest srdcí. Nikdo z nich ale nedokázal popsat proč právě šest.

Jelikož úkol splnila nadpoloviční většina přítomných dětí, jedná se o poměrně dobrý výsledek. Na druhou stranu žáci úlohu hodnotili jako velmi jednoduchou, tudíž jsem očekávala, že úspěšnost (jejíž hodnota byla 62 %) bude ještě vyšší.

## **vi. Úloha vedoucí k neurčitým rovnicím**

Když jsem zadávala tuto slovní úlohu, nechyběl ve třídě žádný žák. Pracovala jsem tedy s dvaceti pěti dětmi. Úloha byla promítána na interaktivní tabuli a byla převzata z učebnice matematiky, kterou žáci každodenně používají během vyučování. Její znění však bylo trochu pozměněno, aby souviselo s tématem projektového týdne, který tou dobou ve třídě probíhal.

*Ve stáji se několik lidí připravovalo na vyjížďku na koních. Každý kuň vezl pouze jednoho jezdcce. Vypočítej, kolik bylo v tu chvíli ve stáji osob a kolik koňů, když měli dohromady 42 nohou.*

Při prvním pohledu na zadání slovní úlohy byli žáci (téměř jednohlasně) přesvědčeni, že je úloha velice jednoduchá. Ihned mi přinášeli její řešení, kterým podle jejich výpočtu bylo číslo dvacet jedna. Po ověření jejich postupu jsem zjistila, že žáci počítali pouze počet osob a číslo čtyřicet dva pouze vydělili dvěma (počet nohou osob). Znovu jsem je tedy poprosila, aby si pozorněji přečetli zadání. Na konkrétní údaje, které byly potřebné k nalezení řešení, jsem upozornila.

Po chvíli již první žáci začali odevzdávat správné výsledky. Třídní učitelka poradila žákům, aby se soustředili na součet počtu nohou koně i osoby na něm jedoucí. Po této informaci odpovědělo osmnáct žáků správným způsobem. Ke svému výsledku došli tak, že konečný počet nohou (tedy čtyřicet dva) vydělili šesti (součet počtu nohou člověka a koně). Dospěli tedy k výsledku sedmi osob na sedmi koních.

Další dva žáci taktéž opověděli správně poté, co jsem jim ukázala tuto tabulku:

Počet osob	1	2	3	4	5	6	7
Počet nohou osob							
Počet koňů							
Počet nohou koňů							
Celkem nohou							

Tab. 11

Způsob vyplnění tabulky jsem ani nemusela vysvětlovat. Tito žáci potřebovali jen menší nápovědu, ale v informaci, kterou podala třídní paní učitelka, ji nenacházeli. V samotné učebnici tabulku žáci spatří ihned poté, co si úlohu přečtou, neboť se nachází přímo pod zadáním.

Úlohu vyřešily čtyři pětiny žáků (úspěšnost byla tedy 80 %), což je jeden z nejlepších výsledků mého šetření.

#### **vii. Slovní úloha s neúplnými údaji**

Slovní úlohu jsem opět zadávala při plném počtu žáků ve třídě. Při její tvorbě jsem čerpala z učiva předmětu Člověk a jeho svět, neboť jsem chtěla využít mezipředmětových

vztahů. Před zadáním úlohy jsem žáky poprosila, aby si na lavice připravili mapy České republiky, protože budeme pracovat s údaji, které z ní budou muset vyčíst.

*Nejvyšší hora České republiky měří 1 602 metrů. O kolik metrů je vyšší než nejvyšší vrchol Krušných hor Klínovec?*

Nejprve, abychom si společně zopakovali zeměpisné učivo, hledali žáci na mapě nejvyšší vrchol České republiky a prozradili mi jeho polohu. Poté již pracovali samostatně. Pouze tři žáci považovali za problém, že daný údaj není zapsaný v zadání slovní úlohy. Pro zbylých dvacet dva žáků nebylo obtížné vyhledat potřebný údaj v mapě a zahrnout jej do výpočtu. Ve chvíli, kdy byl údaj o výšce Klínovce dohledán, žáci bezchybně došli k výsledku slovní úlohy. Jedná se o druhý nejlepší výsledek mého šetření.

Ačkoli bylo zřejmé, že lze chybějící informaci vyčíst z mapy, objevili se žáci, kteří úlohu nevypočítali. Podle mého názoru musel být příčinou jediné fakt, že tito žáci neznali polohu hory ani pohoří, na jehož území se nachází.

Úspěšnost řešení této úlohy byla 88 %.

#### **viii. Složená slovní úloha na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem**

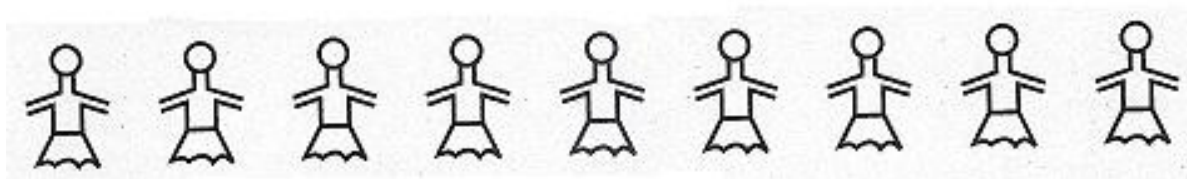
V den zadávání úlohy byl ve třídě nepřítomen jeden žák, tudíž se zde nacházelo čtyřicet dětí. Složená slovní úloha na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem byla převzata z pracovního sešitu pro 4. ročník. Jelikož tyto úlohy zadávám rovněž do 4. ročníku, myslela jsem, že pro ně tato slovní úloha nebude nijak obtížná. Ke správnému řešení však dospělo jen pět žáků.

Nejprve jsem na interaktivní tabuli promítla pouze zadání slovní úlohy a otázku.

*V mateřské školce měli celkem 9 panenek. Každá z nich měla růžovou halenku nebo modrou sukni. Růžovou halenku mělo 5 panenek, modrou sukni 6 panenek. Kolik panenek mělo růžovou halenku a modrou sukni? [3]*

Společně s třídní učitelkou jsme dětem radily, aby si vytvořily grafické znázornění v podobě koleček nebo samotných panenek (před hodinou jsem byla od paní učitelky informována, že grafický náskres úlohy děti již v minulosti prováděly). Žáci ale nedokázali

vytvořit nákres, který by odpovídal zadání úlohy. Promítla jsem jim tedy obrázek devíti panenek, který měl pomoci k navození představy řešení. Znázornění pomocí koleček zřejmě nebylo dost přesné.



Obr. 14

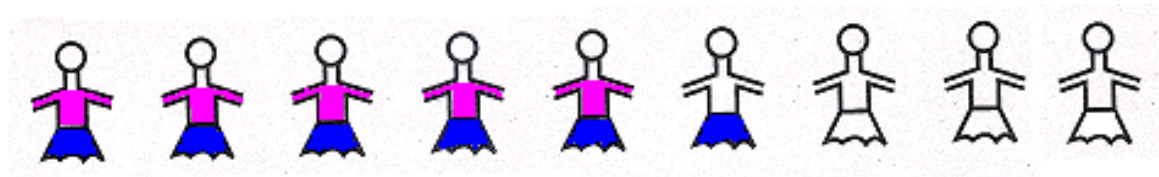
Po ukázce tohoto znázornění čtyři žáci vyřešili úlohu správným způsobem a dospěli k výsledku, že dvě panenky měly růžovou halenku i modrou sukni. Po chvíli se k nim přidal ještě jeden žák, který po malé nápovědě také dospěl ke správnému řešení. Těmto pěti žákům jsem tedy položila ještě další dvě otázky týkající se této úlohy.

*Kolik panenek mělo jen růžovou halenku?*

*Kolik panenek mělo jen modrou sukni?*

Správných odpovědí se mi dostalo jen od dvou žáků. Jako jediní dokázali vyčíst z grafického znázornění potřebné údaje k vyřešení úlohy. Ostatní tři žáci, kteří sice vyřešili první otázku úlohy, nejspíš neuměli ze znázornění, které si sami vytvořili, číst.

Zbýlých devatenáct žáků úlohu nevyřešilo. Poté, co jsem procházela jejich postupy řešení úlohy, zjistila jsem, že pět z těchto devatenácti žáků postupovalo tímto způsobem:



Obr. 15

Počet modrých sukni i růžových halenek byl sice zakreslen správně, ale z nákresu je patrné, že takto nesplňují podmínky zadání. Je v něm totiž psáno, že panenky mají modrou sukni *nebo* růžovou halenku. V tomto případě nemají tři panenky vůbec nic.

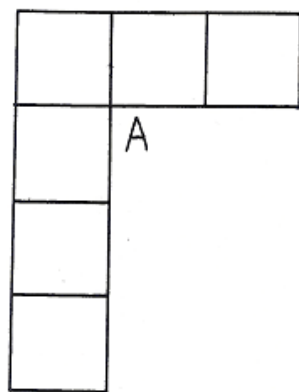
Celkový výsledek (počet správných odpovědí) je druhým nejhorším, který jsem během zavádění netradičních úloh zaznamenala. Úspěšnost řešení úlohy byla 21 %. Pokud

děti již s grafickým znázorněním úlohy pracovaly, očekávala bych mnohem vyšší počet správných řešení.

### ix. Netradiční geometrické úlohy typu A

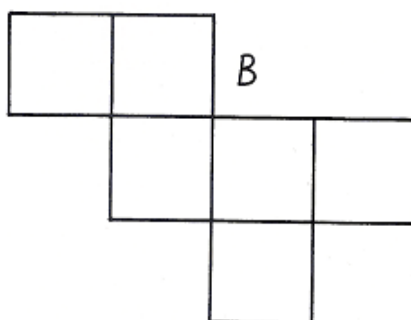
Tyto netradiční úlohy jsem zadávala pouze v hodinách geometrie a žáky velice zaujaly. Nejspíš se jednalo o způsob aplikace geometrického učiva, na který nejsou v běžných hodinách zvyklí. Úlohy řešilo dvacet tři žáků.

Úlohy byly převzaty z pracovního sešitu pro 5. ročník základní školy a měly ověřit žákovu prostorovou představivost. Krychlovou síť již znali. Já jsem jim na tabuli promítla několik sítí, v nichž jsou stěny krychle uspořádány velice netypickým způsobem. Na tabuli byl vždy jen jeden útvar a žáci dostali čas k zamyšlení, zda lze z této dané sítě sestavit krychli či nikoli. Své výsledky (ano/ne) zapisovali na papír, který mi následně odevzdávali.



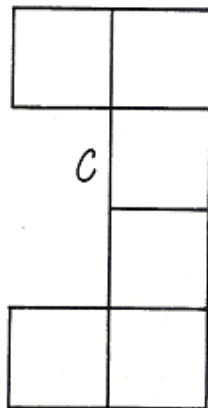
Obr. 16

Z útvaru označeného písmenem A krychli sestavit nelze. Správně odpovědělo dvanáct dětí.



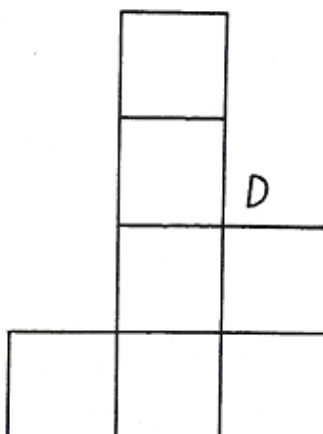
Obr. 17

Ze sítě B je možné krychli sestavit. Správný výsledek zapsalo třináct žáků, tedy nadpoloviční většina.



Obr. 18

Sít' C není sítí krychle, tudíž je správnou odpovědí, že ji nelze sestavit. K tomuto výsledku dospělo čtrnáct žáků.



Obr. 19

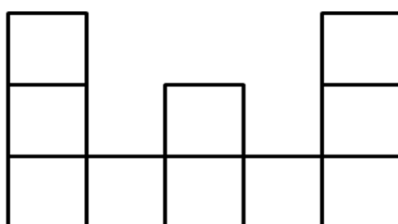
Sít' D sestavení krychle umožňuje. Možnost ano zaškrtno dvacet dětí, což je nejlepší výsledek, kterého bylo během mého výzkumu zavádění netradičních úloh ve vyučování dosaženo.

Deset z třiatvaceti přítomných žáků mělo všechny odpovědi zapsané správně (úspěšnost řešení byla 43 %). Dalších devět mělo ze čtyř úloh pouze jednu chybně. Pokud by byl tento výsledek považován za správný, úspěšnost by stoupla na 83 %.

Po skončení jsem žákům půjčila vlastně vyrobené sítě, s jejichž nákresy pracovali, aby si sami mohli ověřit, zda mohou, či nemohou krychle sestavit.

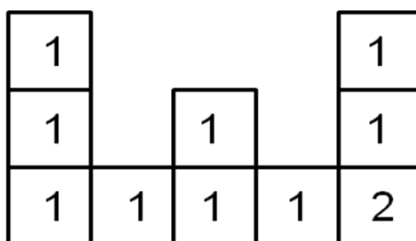
### x. Netradiční geometrické úlohy typu B

Druhým typem netradičních úloh z geometrie byly nejprve nákresy pohledů těles sestavených z krychlí a posléze i nákres pohledu spojený se zápisem počtu jednotlivých krychlí ve sloupcích a v řadách. Stavby jsem žákům promítala jednotlivě a vždy jsem uvedla, zda se jedná o pohled zepředu, shora, zleva či zprava. Nejprve tvořili pouze nákresy pohledů v této podobě:



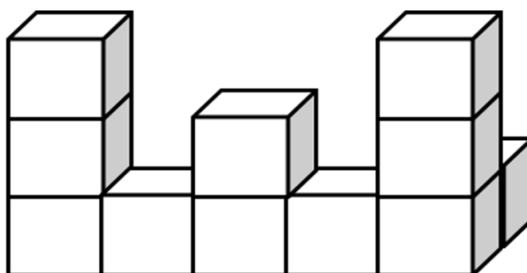
Obr. 20

Poté zapisovali i počet krychlí.



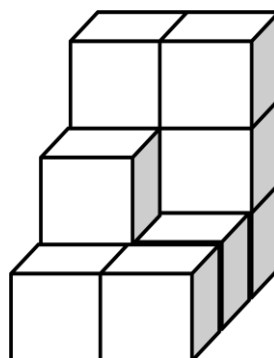
Obr. 21

Stavby byly celkem čtyři a byly představeny dvaceti čtyřem žákům. Podoby staveb jsem vytvářela sama.



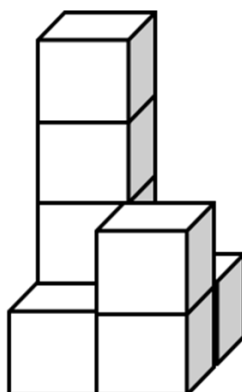
Obr. 22

Nákres krychlí měl být z pohledu zprava a správně jej vytvořili všichni žáci. Zápis počtu krychlí z pohledu zepředu se nepodařil jen jednomu žákovi z celé třídy.



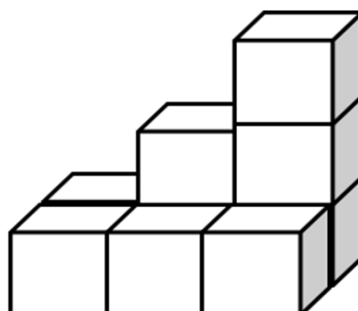
Obr. 23

Toto těleso měli žáci za úkol načrtnout z pohledu shora. Opět všichni vytvořili svůj náčrt správným způsobem. Zápis čísel měl být proveden z pohledu zepředu, přičemž dva žáci odpověděli chybně.



Obr. 24

Na těleso bylo naohlíženo z pohledu zleva a celkem čtyři žáci jej načrtli chybně. Číselný zápis tvořili z pohledu shora. Dvěma žákům se tento zápis nepodařilo vytvořit správně.



Obr. 25

U poslední stavby měli žáci tvořit náčrt opět z pohledu shora. Čtyři žáci postupovali chybně. Zápis pomocí čísel (z pohledu zleva) vytvořili nesprávně tři žáci.



Průměrně tedy udělali chybu v nákresu i v číselném zápisu dva žáci. Úspěšnost řešení úlohy byla tedy 92 %. Tento výsledek je z celkového počtu správných odpovědí v jednotlivých úlohách nejlepší.

Po dokončení každé nestandardní úlohy jsem se žáky provedla společnou kontrolu řešení. Dala jsem jim prostor pro vysvětlení své strategie postupu před celou třídou, abychom si ukázali, že úlohy mohou mít i více než jeden způsob postupu řešení.

V následující tabulce vidíme celkový přehled úspěšnosti řešení jednotlivých úloh.

	<b>Úspěšnost vyjádřená v %</b>
Logická řada	43
Číselná řada typu A	16
Číselná řada typu B	32
Problémová úloha typu A	33
Problémová úloha typu B	62
Úloha vedoucí k neurčitým rovnicím	80
Slovní úloha s neúplnými údaji	88
Složená slovní úloha	21
Netradiční geometrická úloha typu A	83
Netradiční geometrická úloha typu B	92

Tab. 12

Nejvyšší úspěšnosti dosáhli žáci při řešení netradičních geometrických úloh typu B. Naopak největší problémy měli s číselnou řadou typu A.

## 6 Závěr

V teoretické části diplomové práce jsem zpracovala a rozlišila pojmy matematická, slovní a nestandardní úloha. Vzhledem k tématu práce jsem se dále věnovala podrobněji již jen nestandardním úlohám.

V literatuře jsem nenašla přesné vymezení pojmu nestandardní úloha. Pokusila jsem se proto o vytvoření vlastní definice, která by přesně vystihovala podstatu a význam tohoto pojmu. Netradiční úlohy jsem rozdělila podle jednotlivých typů do deseti skupin, přičemž jsem u každého typu uvedla i konkrétní ukázkou.

Do praktické části je zařazena analýza učebnic a pracovních sešitů pro 1. až 5. ročník základních škol. Pracovala se čtyřmi nakladatelstvími (Didaktis, Fortuna, Scientia a SPN). Výsledky analýzy jednotlivých ročníků byly pro přehlednost zapsány do tabulek. Z nich lze vyčíst, jaké typy netradičních úloh (a v jakém množství) se v knihách objevují. Výsledky splnily má očekávání a zjistila jsem, že počet nestandardních úloh v učebnicích či pracovních sešitech je poměrně vysoký. Pokud by se však učitel setkal s učebnicí, která příliš velké množství těchto úloh neobsahuje, je velice snadné vytvořit vlastní, nebo vyhledat jiný zdroj.

V rámci praktické části jsem také zpracovala i výsledky svého vlastního použití nestandardních úloh ve výuce matematiky ve 4. ročníku základní školy. Žákům bylo v průběhu čtyř týdnů zadáno deset úloh. Po kontrole výsledných řešení jsem došla k závěru, že žáci 4. ročníku mají při práci s netradičními úlohami velké potíže. Samozřejmě musím podotknout, že v mnou vybrané třídě byly mezi dětmi i výjimky (ty tvořili čtyři žáci, kteří dokázali vyřešit všechny úlohy). Většina třídy však nedokázala s těžšími typy netradičních úloh téměř vůbec pracovat.

Nejlepších výsledků bylo dosaženo u netradičních geometrických úloh pracujících s prostorovou orientací a u netradičních slovních úloh (s neúplnými údaji či úloh vedoucích k neurčitým rovnicím). Naopak nejnižší počet žáků, kterým se podařilo nalézt správné řešení, byl zaznamenán u obou číselných řad, u složené slovní úlohy na sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem a jedné problémové úlohy (úloha typu A).

Zavádění nestandardních úloh bylo však pro děti příjemnou změnou. Vždy, když jsem oznámila, že budou v hodinách tyto úlohy řešit, byly nadšené. S radostí se pokaždé

pustily do řešení. Překvapilo mě, že ani po několika chybných způsobech řešení, neztráceli žáci svůj entuziasmus a až do poslední mnou zadané úlohy velmi ochotně spolupracovali.

Myslím, že s netradičními úlohami by měli učitelé pracovat častěji a nezapomínat na ně ani v dobách, kdy např. zavádějí či fixují novou látku. I v tomto období (nebo spíše právě v něm) potřebují žáci změnu ve způsobu myšlení a při opakování již známého učiva je třeba zavádět i úlohy pracující s logikou a kreativitou.

## **7 Resumé**

V úvodu své diplomové práce s názvem Nestandardní aplikační úlohy v matematice se zabývám rozdělením matematických úloh a stručnou charakteristikou slovních úloh. Mým hlavním cílem je však vysvětlit pojem nestandardní úloha, rozdělit úlohy podle jednotlivých typů a zjistit, v jaké míře jsou zastoupeny v učebnicích a pracovních sešitech pro první stupeň základních škol. Dalším bodem mé práce je zavádění netradičních úloh do výuky matematiky ve 4. ročníku základní školy.

### **Summary**

In the beginning of my thesis named Non-standard applying exercises in mathematics I deal with partition of mathematical tasks and brief verbal tasks characteristic. Main aim is explanation of non-standard exercise conception, division according to types and finding the volume of them in coursebooks and workbooks for the infant schools. Another item of my thesis is introduction of non-standard exercises into the lessons of mathematics in the fourth year of the infant school.

## 8 Použitá literatura

AUSBERGEROVÁ, M. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-435-1.

BLAŽKOVÁ, J. a kol. *Matematika, pracovní sešit pro 3. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2008. ISBN 978-80-7358-107-7.

BLAŽKOVÁ, J. a kol. *Matematika, učebnice pro 3. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2008. ISBN 978-80-7358-106-0.

BLAŽKOVÁ, J. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2009. ISBN 978-80-7358-138-1.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol (2. díl)*. Praha: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-217-0.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno, 2011. Masarykova univerzita, Fakulta pedagogická. ISBN 978-80-210-5419-6.

BULÍN, J. a kol. *Matematika, pracovní sešit 1 pro 2. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2007. ISBN 978-80-7358-076-6.

BULÍN, J. a kol. *Matematika, pracovní sešit 2 pro 2. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2007. ISBN 978-80-7358-077-3.

BULÍN, J. a kol. *Matematika, učebnice pro 2. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2007. ISBN 978-80-7358-075-9.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro základní školy (pracovní učebnice, část první)*. Praha: Fortuna, 1997. ISBN 80-7168-375-2.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro základní školy (pracovní učebnice, část druhá)*. Praha: Fortuna, 1998. ISBN 80-7168-523-2.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy, část první*. Praha: Fortuna, 1994. ISBN 80-7168-100-8.

COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy, část druhá*. Praha: Fortuna, 1994. ISBN 80-7168-104-0.

- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Praha: Fortuna, 1994. ISBN 80-7168-111-3.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro druhý ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Praha: Fortuna, 1994.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy, část první*. Praha: Fortuna, 1994. ISBN 80-7168-179-2.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy, část druhá*. Praha: Fortuna, 1995. ISBN 80-7168-218-7.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Praha: Fortuna, 1995. ISBN 80-7168-584-4.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro třetí ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Praha: Fortuna, 1995.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy, část první*. Praha: Fortuna, 1995. ISBN 80-7168-262-4.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy, část druhá*. Praha: Fortuna, 1995. ISBN 80-7168-299-3.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Praha: Fortuna, 1999. ISBN 80-7168-676-X.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Praha: Fortuna, 1999. ISBN 80-7168-625-5.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy, část první*. Praha: Fortuna, 1997. ISBN 80-7168-488-0.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy, část druhá*. Praha: Fortuna, 1998. ISBN 80-7168-528-3.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Praha: Fortuna, 1999. ISBN 80-7168-491-0.
- COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy (pracovní sešit II)*. Praha: Fortuna, 1998. ISBN 80-7168-531-3.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy, 1. díl*. Praha: SPN, 2007, ISBN 978-80-7235-346-0.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy, 2. díl*. Praha: SPN, 2007, ISBN 978-80-7235-348-4.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy, 3. díl - volitelný*. Praha: SPN, 2007, ISBN 978-80-7235-352-1.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní učebnice I)*. Praha: SPN, 2007. ISBN 978-80-7235-370-5.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní učebnice II)*. Praha: SPN, 2005. ISBN 80-7235-306-3.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-405-4.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit 1)*. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-406-1.

ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-407-8.

DUŠKOVÁ, J. *Práce s textem slovní úlohy*. Plzeň, 2007. Diplomová práce, Západočeská univerzita, Fakulta pedagogická.

EIBLOVÁ, L. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-434-4.

EIBLOVÁ, L. a kol. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit 1)*. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-442-9.

CHRAMOSTOVÁ, I. a kol. *Matematika, pracovní sešit pro 4. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2009. ISBN 978-80-7358-139-8.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Praha: Scientia, 1997. ISBN 80-7183-064-X.

KÁROVÁ, V. *Matematika pro 2. ročník základní školy (pracovní sešit, 2. díl)*. Praha: Scientia, 1997. ISBN 80-7183-065-8.

- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 2. ročník základní školy (učebnice)*. Praha: Scientia, 1997. ISBN 80-7183-063-1.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Praha: Scientia, 1998. ISBN 80-7183-142-5.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit, 2. díl)*. Praha: Scientia, 1998. ISBN 80-7183-143-3.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 3. ročník základní školy (učebnice)*. Praha: Scientia, 1998. ISBN 80-7183-111-5.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-7183-158-1.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit, 2. díl)*. Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-7183-159-X.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (učebnice)*. Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-7183-157-3.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 5. ročník základní školy (pracovní sešit)*. Praha: Scientia, 2000. ISBN 80-7183-200-6.
- KÁROVÁ, V. *Matematika pro 5. ročník základní školy (učebnice)*. Praha: Scientia, 2000. ISBN 80-7183-201-4.
- KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. stupni ZŠ*. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-417-7.
- NOVÁK, B., STOPENOVÁ, A. *Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ*. Olomouc, 1993. Univerzita Palackého, Fakulta pedagogická. ISBN 80-7067-294-3.
- NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2000. ISBN 80-0420433-3.
- TARÁBEK, P. a kol. *Matematika 1 pro 1. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2005. ISBN 80-7358-034-9.
- TARÁBEK, P. a kol. *Matematika 2 pro 1. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2005. ISBN 80-7358-035-7.



TARÁBEK, P. a kol. *Matematika 3 pro 1. ročník základní školy*. Brno: Didaktis, 2005. ISBN 80-7358-036-5.

TOMÁŠEK, V., POTUŽNÍKOVÁ, E. *Netradiční úlohy: problémové úlohy mezinárodního výzkumu PISA*. Praha, 2004. Ústav pro informace ve vzdělávání. ISBN 80-211-0484-8.

TRCH, M. a kol. *Matematika 1 pro 1. ročník obecné a základní školy, 1. díl*. Praha: Scientia, 1995. ISBN 80-7183-011-9.

TRCH, M. a kol. *Matematika 1 pro 1. ročník obecné a základní školy, 2. díl*. Praha: Scientia, 1995. ISBN 80-7183-012-7.

VACKOVÁ, I. a kol. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-471-9.

VACKOVÁ, I. a kol. *Matematika pro 5. ročník základní školy (pracovní sešit 1)*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-472-6.

VACKOVÁ, I. a kol. *Matematika pro 5. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-473-3.

Kolektiv autorů. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha, 2007. VÚP.

## Citace

- [1] NOVÁK, B., STOPENOVÁ, A. *Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ*. Olomouc, 1993. Univerzita Palackého, Pedagogická fakulta. s. 5.
- [2] TOMÁŠEK V. *Netradiční úlohy: problémové úlohy mezinárodního výzkumu PISA*. Praha, 2004. Ústav pro informace ve vzdělávání. s. 7
- [3] KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Praha: Scientia, 1999. s. 35.
- [4] BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno, 2011. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta. s.15.
- [5] BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)*. Brno, 2011. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta. s. 14.
- [6] KÁROVÁ, V. *Matematika pro 4. ročník základní školy (pracovní sešit, 1. díl)*. Praha: Scientia, 1999. s. 14.
- [7] KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. stupni ZŠ*. Praha: SPN, 2009. s. 121.
- [8] KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. stupni ZŠ*. Praha: SPN, 2009. s. 124.
- [9] BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol (2. díl)*. Praha: Alter, 2010. s. 61.
- [10] ŠMERDOVÁ, J. *Hry a soutěže v matematice na 1. stupni ZŠ*. Brno, 2008. Diplomová práce, Masarykova univerzita, Fakulta pedagogická. s. 36.
- [11] BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol (2. díl)*. Praha: Alter, 2010. s. 28.
- [12] COUFALOVÁ, J. a kol. *Matematika pro pátý ročník základní školy (pracovní sešit I)*. Praha: Fortuna, 1999. s. 21.

## 9 Seznam obrázků a tabulek

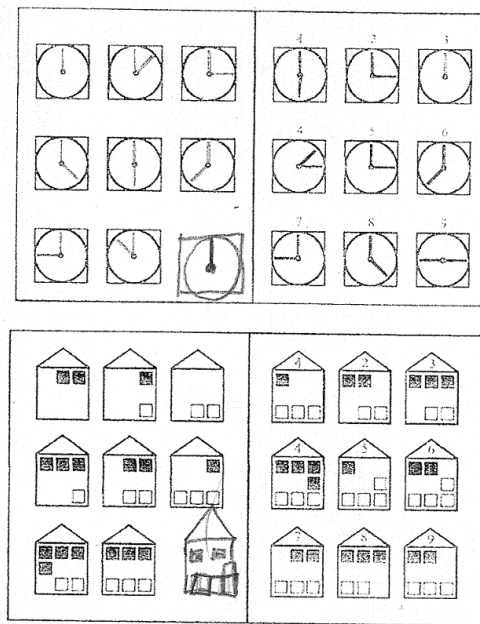
Obr. 1: Číselná pyramida.....	15
Obr. 2: Stavba z krychlí.....	16
Obr. 3: Barevné krychle.....	19
Obr. 4: Mapa ČR znázorňující počty kilometrů mezi danými městy [5] .....	20
Obr. 5: Obrázkové příklady [5] .....	25
Obr. 6: Logická řada s hodinami [7].....	44
Obr. 7: Logická řada s domečky [7] .....	44
Obr. 8: Číselný čtverec 1 [8] .....	46
Obr. 9: Číselný čtverec 2 [8] .....	46
Obr. 10: Doplněný číselný čtverec 2 [8].....	47
Obr. 11: Číselné kruhy [9].....	47
Obr. 12: Obrázkové příklady [6] .....	48
Obr. 13: Váhy [10] .....	49
Obr. 14: Panenky [3] .....	53
Obr. 15: Vybarvené panenky [3] .....	53
Obr. 16: Síť krychle A [12] .....	54
Obr. 17: Síť krychle B [12] .....	54
Obr. 18: Síť krychle C [12] .....	55
Obr. 19: Síť krychle D [12] .....	55
Obr. 20: Náskres stavby z krychlí.....	56
Obr. 21: Číselný zápis stavby z krychlí.....	56
Obr. 22: Stavba z krychlí 1 .....	56
Obr. 23: Stavba z krychlí 2 .....	57
Obr. 24: Stavba z krychlí 3 .....	57
Obr. 25: Stavba z krychlí 4.....	57

Tab. 1: Znázornění složené slovní úlohy s neprázdným průnikem .....	18
Tab. 2: Roky narození a úmrtí českých autorů [4] .....	21
Tab. 3: Projekty čtvrtého ročníku základní školy .....	24
Tab. 4: Analýza učebnic pro první ročník .....	30
Tab. 5: Analýza učebnic pro druhý ročník .....	32
Tab. 6: Analýza učebnic pro třetí ročník .....	35
Tab. 7: Analýza učebnic pro čtvrtý ročník .....	37
Tab. 8: Analýza učebnic pro pátý ročník.....	40
Tab. 9: Celkové shrnutí analýzy učebnic pro 1. - 4. ročník.....	41
Tab. 10: Celkové shrnutí analýzy učebnic pro 1. - 5. ročník.....	42
Tab. 11: Úloha vedoucí k neurčitým rovnicím [11] .....	51
Tab. 12: Celkový přehled úspěšnosti řešení nestandardních úloh.....	58

## 10 Seznam příloh

Příloha 1: Logická řada – správné řešení úlohy .....	1
Příloha 2: Logická řada – písemně zaznamenané postupy řešení .....	1
Příloha 3: Číselná řada typu A – správné řešení úlohy .....	2
Příloha 4: Číselná řada typu A – chybné řešení úlohy .....	2
Příloha 5: Číselná řada typu B - správné řešení úlohy se zanamenaným postupem řešení... 2	
Příloha 6: Problémová úloha typu A – správné řešení úlohy .....	2
Příloha 7: Problémová úloha typu A – chybné řešení úlohy .....	3
Příloha 8: Problémová úloha typu B – písemně zaznamenané postupy řešení .....	3
Příloha 9: Problémová úloha typu B – správné řešení úlohy .....	4
Příloha 10: Složená slovní úloha – správné řešení úlohy .....	4
Příloha 11: Složená slovní úloha – chybné řešení úlohy .....	4

Příloha 1



Příloha 2

Protože černí kostičky jdou  
4, 3, 2, a bílí 2, 3, 4

Protože černá ubývá a  
bílá přibývá.

Protože v 1 řádku jsou 2<sup>okna</sup> v 2 řádku  
jsou 4<sup>okna</sup> a v 3 řádku je 6 oken.

Proto sem vybrala domeček  
číslo 6.

Příloha 3

1	9	17	25
3	11	19	27
5	13	21	29
7	15	23	31

2	4	8	14
6	10	16	22
12	18	24	28
20	26	30	32

Příloha 4

1	9	17	25
3	11	19	27
5	13	21	29
7	15	23	31

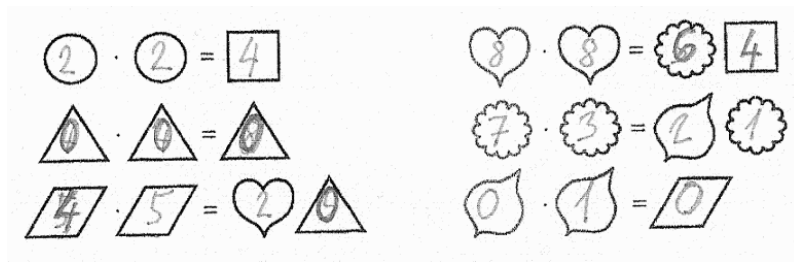
2	4	8	14
6	10	16	22
12	18	24	30
20	26	32	38

Příloha 5

*sečela jsem si dvě dřívka na hoře hoře a vydelala jsem je dvěmi*

Příloha 6

Příloha 7



Příloha 8

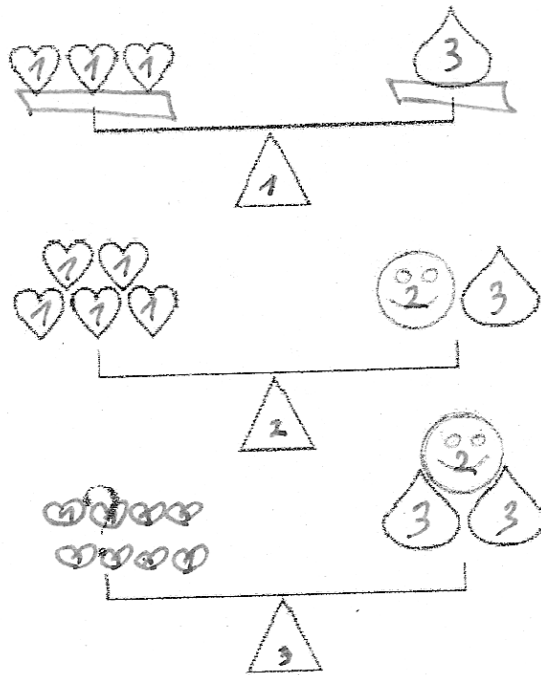
1 kapučka 3 srdíčka.  
1 smajlík 2 srdíčka.

3 srdce = 1 kapka  
2 srdce = 1 smajlík

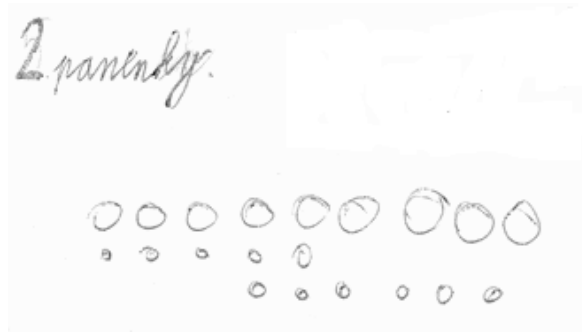
Protože jedna kapka  
má 3 ♥ a jedna hlava  
2 ♥. (když seš 20  
a jednomu ☺ vyjde mi  
8 ♥



Příloha 9



Příloha 10



Příloha 11



Červenou hakerku i modrou sukru  
mělo 5 panenek.

Červenou hakerku mělo jen 5 panenek